This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

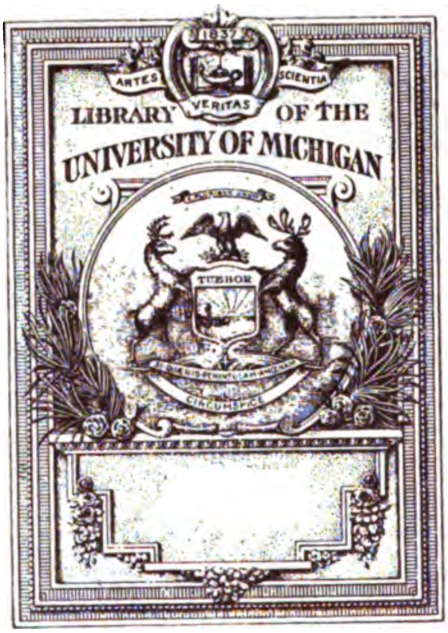
+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at http://books.google.com/

PARIS
LIBRAIRIE CENTRALE DES SCIENCES
Rue de Seine, 13

Q 300 2.



QA
802.5
.C33

Paul Caſati ſavant jesuite italien né à plaisance en 1617 mort a parme à l'âge de 91 ; il a enſeigné les mathématiques et la théologie à Rome.

R. P. PAULI
CASATI
MECHANICA.

R. P. PAULI CASATI PLACENTINI SOCIET. JESU

MECHANICORUM LIBRI OCTO,

IN QUIBUS UNO EODEMQUE principio Vectis vires Phyſicè explicantur & Geometricè demonſtrantur,

Atque Machinarum omnis generis componendarum methodus proponitur.



LUGDUNI,
Apud ANISSONIOS, JOAN. POSUEL & CLAUDIUM RIGAUD.

M. DC. LXXXIV.

CUM PRIVILEGIO REGIS.

CHRISTIANISSIMO GALLIARUM ET NAVARRÆ REGI LUDOVICO MAGNO.

AD Majeſtatis Tuæ pedes, REX INVICTISSIME, me, meámque hanc de rebus Mechanicis lucubrationem, ignotus homo, vix fortaſſe credibili confidentiâ, ſiſto: Sed quâ Regiâ comitate omnium animos concilias, eâdem ſuſtentor, ne repulſam timeam. In Te Orbis univerſi conjecti ſunt oculi, quos Tuæ Gloriæ ſplendor allicit: à communi feli-

370314

citate quid me patereris excludi ? Ampliſſima Tua in Societatem noſtram merita, quorum nullam partem, ne cogitandâ quidem gratiâ, conſequi poſſumus, hoc ſaltem officij ab univerſo Ordine repetunt, ut ſinguli, quem cordi penitiſſimè impreſſum geſtamus non ingrati LUDOVICUM, *in libris palàm inſcriptum velimus. Me verò Naturæ atque Artis mutuam ſocietatem coëuntium in Machinis, ferè dixerim, miracula contemplari aſſuetum rapuere admirabundum, quæ ipſe patraſti, & bello, & pace, egregia atque præclara facinora non modò mirabilia, ſed prodigiis ſimilia. Neque illa quidem aut ex rerum magnitudine ac difficultate, aut ex multiplicato numero, aut ex diſsimilium varietate, aut ex ſerie non interruptâ, metienda duxi, quamquam & in his admirabilitatis plurimum inſit: Verùm longè omnem admirationem multúmque ſuperare mihi videtur, quòd paucis luſtris vel ſæcula complexus, unus pluribus Regibus par, tot, tantáque perficere valuiſti. Ingentis ponderis gravitatem vincit adhibita Machina, ſed diuturno impulſu agitanda, ut proficiat aliquid: At plurima immenſis munita difficultatibus exiguo temporis ſpatio expugnare, atque ad optatum exitum perducere, ita Tuum eſt,* REX INVICTISSIME *ut quemadmodum rerum geſtarum gloriâ, ac nominis celebritate, nemini ſuperiorum Regum ſecundus*

prædica

prædicaris, ſic Tibi ſecundum, qui Tuis planè inſiſtat veſtigiis, ventura ſæcula ſperare vix audeant. Patere igitur pro ſummâ, qua præditus es, humanitate, qualemcumque hanc rerum Mechanicarum tractationem Regio inſigniri Nomine, ut, quos meas haſce commentationes legere non piguerit, vel hinc diſcant, aliud eſſe non imitabile genus Facultatis, qua ingentia citò perficiantur, ſi LUDOVICI MAGNI mens acceſſerit. Incolumem Te diu ſervet DEUS Catholicæ Fidei incremento, Regníque Tui felicitati; audiátque bonorum omnium Largitor vota, quæ pro Majeſtate Tuâ ſupplex nuncupat

MAJESTATIS Tuæ

Parmæ Kal. Maij 1683.

Humillimus atque Obſequentiſſimus
Servus
PAULUS CASATUS è Soc. JESU.

Facultas R. P. Provincialis Societatis Jeſu in Provincia Veneta.

EGo Octavius Rubeus Societatis Jeſu in Provincia Veneta Præpoſitus Provincialis, poteſtate ad id mihi factâ ab Adm. R. P. N. Præpoſito Generali Jo. Paulo Oliva, facultatem facio, ut Opus inſcriptum, *Mechanichorum Libri octo, Authore P. Paulo Caſato Societatis Noſtræ Sacerdote*, ejuſdem Societatis Doctorum hominum judicio approbatum, typis mandetur, ſi ita iis, ad quos pertinet, videbitur. Cujus rei gratiâ has litteras meâ manu ſubſcriptas, & ſigillo officij mei munitas dedi. Parmæ 23. Februarij 1681.

OCTAVIUS RUBEUS.

Summa Privilegij à Chriſtianiſſimo Rege conceſſi.

LUDOVICUS MAGNUS Galliarum & Navarræ Rex Chriſtianiſſimus, Diplomate ſuo ſanxit, nequis per univerſos Regnorum ſuorum fines intra decem proximos annos à die publicationis exemplarium computandos, imprimat ſeu typis excudendum curet & venale habeat Opus quod inſcribitur, *Mechanicorum Libri octo, Authore R. P. Paulo Caſato Soc. Ieſu*; præter Aniſſonios Bibliopolas Lugdunenſes, aut illos quibus ipſimet conceſſerint. Prohibuit inſuper eadem auctoritate Regia omnibus ſuis ſubditis, idem Opus extra Regni ſui limites imprimendum curare, & impreſſum divendere, vel quempiam ubicumque fuerit ad id agendum impellere; ac inſtigare ſine conſenſu dictorum ANISSONIORUM; Qui ſecus faxit, confiſcatione librorum, aliaque gravi pœnâ multabitur, uti latius patet in diplomate regio. Dabatur Verſaliis die vigeſima prima Januarij anno Dom. 1684.

Ex mandato Regis.

JUNQUIERES.

MECHA

AD LECTOREM.

SERO in lucem prodit hæc Mechanicorum tractatio, & vix fide me abduco, quam dedi, cùm Diſſertatiònes de *Terrâ Machinis motâ* quaſi Prodromum emiſi ante plures annos: ſcilicet à ſtudiis tunc abſtractus, utpote alieni juris, & ad munera his non affinia tranſlatus, multam ſalutem & Mathematicis diſciplinis & Phyſicis dicere coactus ſum; adeò ut demum tot elapſis annis urgente jam ſenio cogitationem omnem abjecerim de hujuſmodi commentationibus, diffidens me poſſe ad hanc ſcriptionem ſatis temporis invenire, quin eam proxima mors interciperet, & ſuſceptum alieniſſimo tempore laborem irritum faceret. Adde quòd (pro meâ negligentiâ, quæ calamo parcit) temporis diuturnitate deletæ ex animo pleræque imagines vix tenue veſtigium reliquerant, cui novis inductis coloribus eas redintegrari poſſe conſiderem. Amicorum tamen officioſis ſtimulis me urgeri paſſus ſum, ut ſubciſivis, quæ incurrebant, temporibus tentarem, an deſtinatam animo tractationem, cujus brevem Synopſim auditoribus meis in Romano Collegio, anno labentis ſæculi decimi ſeptimi quinquageſimo quarto, tradideram, redordiri, & aliquâ ratione perficere liceret. Licuit autem, præter ſpem, toties dimiſſum calamum reſumere, ut tan-

dem de ſingulis Mechanicis Facultatibus aliquid me ſcripſiſſe invenerim, quod Mathematicarum diſciplinarum candidatis profuturum amici cenſuerunt, ſi publici juris fieret: Quapropter alienæ utilitati ſerviendum potiùs fuit, quàm meæ voluntati.

Verùm ne te moveat, Amice Lector, quòd Mechanici inſcribantur libri, cùm tamen aliqua ad Centrobaryca, aliqua ad Statica pertineant. Cùm enim hæc ad pleniorem eorum intelligentiam, quæ de Machinis diſputanda erant, referantur, nomen à ſcopo deſumendum fuit: Nec deerat ex Ariſtotele (ſi tamen ipſi tribuenda ſit illa tractatio) ſuffragium, qui Mechanicas Quæſtiones inſcripſit libellum, in quo non de ſolis Mechanicis facultatibus agitur.

Methodum ne culpes, quòd non in Theoremata & Propoſitiones rem totam digeſſerim, ſed in Capita diſtribuerim, & quidem aliquando longiuſcula: Brevitati nimirum ſtudens non amavi codicem titulis implere, ne fortè, ad oſtendendam conſequentium cum præcedentibus connexionem, cogerer idem ſæpiùs inculcare. Facilius autem duxi ea, quæ conjuncta ſunt, uno eodemque capite complecti, ut ex ipsâ verborum conſecutione rerum cognatio innoteſcat. Præterquam quod, ſi formâ illâ Mathematicis familiari uſus fuiſſem, animum fortaſſe induxiſſes, me mihi ineptè blandiri, & quaſi Geometricas ratiocinationes obtrudere ea, quæ ſatis probabili conjecturâ ſtabilire conatus ſum. Quamvis enim non pauca attulerim, quæ Geometricas demonſtrationes recipiunt, neç mihi videar pſeudographis ſyllogiſmis deceptus; quia tamen & apud Phyſicos & apud Mathematicos agenda erat cauſa, multa fuere ad Philoſophicas rationes revocanda; & quidem, quoad ejus fieri potuit, à receptis in ſcho-

lis opinionibus mihi non erat hìc recedendum, ne quid temerè ſine argumentis proferrem, aut ne longiùs ab inſtituto recederem, ſi quid novi, quæſitâ veri ſimilitudine, molirer. Hoc videlicet mihi potiſſimum curæ fuit, ut Phyſicam admirandorum per Machinas motuum cauſam inveſtigarem: in Phyſicis autem modum ſciendi Geometricum inquirens, ne ab Ariſtotele redarguerer, timerem. Quare alia Geometricè, alia Phyſicè tractata æquo animo patere.

Stylum autem quid excuſem? Non eſt, fateor, conſtans & perpetuus, ſuíque ſimilis: tum quia non eadem ſemper ſubjecta materia eſt; tum quia, prout tempus ferebat, animum inæqualiter affectum ad ſcribendum attuli; nec poterat æquabiliter fluere toties interciſa oratio.

Unum eſt inter cætera, quod fortaſſe deſideres, nimirum illorum, qui de hoc eodem argumento ſcripſerunt, ſententias explicari, & quæ à me dicuntur, eorum authoritate muniri. Plurimum ſanè mihi lucis affulſiſſet ex doctorum virorum Commentariis, neque contemnenda ornamenti acceſſio hujus meæ lucubrationis tenuitati fieret ex diverſis Authorum opinionibus: Verùm ut nunc res ſe habet, opportunâ librorum ſupellectile deſtitutus authorum mentionem facere plenam non potui, jejunam non debui, ne quis per contemptũ prætermiſſus videretur. Mihi autem non ea eſt memoriæ firmitas, quæ, quid aliquando legerim, aut ubi legerim, ſatis explicatâ recordatione ſuggerat. Quòd ſi placuiſſet, corrogatis aliunde libris, mágnificam hanc eruditionis pompam meæ qualicumque commentationi adhibere, non ſatis otii ad legendum ſuppetebat, & nimium temporis poſtulaſſet ſcriptio, ſi exponendæ primùm, dein confirmandæ aut refellendæ fuiſſent aliorum

ſententiæ: propterea ſatius duxi, quæ animo occurrebant, pro meâ conſuetudine breviter ſimpliciterque ſcribere, vix aliquando tactâ alicujus Authoris opinione, quam in adverſariis jampridem notatam inveni.

Nec te pluribus volo, Amice Lector. Multa habebis, quæ pro tuâ humanitate mihi condones, plura quæ amanuenſi, plurima fortaſſe quæ Typographo, ubi præſertim de Numeris, & de Majori aut Minori Ratione ſermo eſt; facilis enim contingit oſcitanti hallucinatio, ut ab Autographo aberret exemplar, & Numerus numero, verbum verbo commutetur: Non ægrè tamen ex adjunctis peti poterit correctio. In iis verò, in quibus à me per imprudentiam peccatum fuerit, à tuâ Sapientiâ facilè patiar me dedoceri. Vale.

ELENCHUS CAPITUM.

LIBER PRIMUS. De Centro Gravitatis.

CAP. I. *Quid ſit Centrum Gravium & Levium.*
II. *An corpora prædita ſint gravitate & levitate.*
III. *Quid ſit Centrum Gravitatis, & Linea Directionis.*
IV. *An gravia centro vicina minùs gravitent.*
V. *Qua ratione Centrum gravitatis corporum inveniatur.*
VI. *Affertur ratio prædictarum praxeon.*
VII. *Quomodo gravia ſponte aſcendentia deſcendant.*
VIII. *Cur gravium in plano inclinato deſcendentium alia repant, alia rotentur.*
IX. *Cur turres inclinatæ non corruant.*
X. *An plurium ſtructurarum capax ſit Mons, quàm ſubjecta planities.*
XI. *Quomodo animalium motus ordinentur ex centro gravitatis.*
XII. *An tellus moveatur motu trepidationis.*
XIII. *Qua ratione minuatur gravitatio in plano inclinato.*
XIV. *Qua ratione corpus gravitet in planum inclinatum.*
XV. *Inquiruntur Rationes gravitationis corporum ſuſpenſorum.*
XVI. *Tractiones ac elevationes obliquæ expenduntur.*

LIBER SECUNDUS. De Cauſis Motûs Machinalis.

CAP. I. *Quem ad finem Machina inſtruatur.*
II. *Impetûs motum proximè efficientis natura explicatur.*
III. *Qua ratione ſemel conceptus impetus pereat.*
IV. *Qua ratione vis movendi cum impedimentis comparetur.*
V. *In quo Machinarum vires ſitæ ſint.*
VI. *Quid attendendum ſit in Machina collocatione, atque materia.*
VII. *Præſtetne Machinam augere? an componere?*

VIII. *Cur majores rotæ motum juvent præ minoribus.*
IX. *Quid Cylindri & Scytalæ ad faciliorem ponderis motum præſtent.*
X. *Circulorum Concentricorum motus explicatur.*

LIBER TERTIUS. De Libra.

Cap. I. *Libræ forma & natura exponitur.*
II. *Libra inæqualium brachiorum expenditur.*
III. *Quomodo Corporum æquilibria explicentur.*
IV. *An, & cur libra ab æquilibrio dimota ad illud redeat.*
V. *An fieri poſſit libra Curva.*
VI. *Quænam libræ ſint omnium exactiſſimæ.*
VII. *Libræ doloſæ vitia reteguntur,*
VIII. *Stateræ Natura & Forma explicatur.*
IX. *Antiquorum Stateræ examinatur.*
X. *Libræ & Stateræ uſus extenditur.*
XI. *Fundamenta præmittuntur ad explicandum, Cur gravia ſuſpenſa modò præponderent, modò æquilibria ſint.*
XII. *Præponderatio & Æquilibritas gravium fune ſuſpenſorum conſideratur.*
XIII. *An aliqua ſit Libræ Obliquæ utilitas.*

LIBER QUARTUS. De Vecte.

Cap. I. *Vectis forma & vires explicantur.*
II. *Quid in hypomochlij collocatione ſit obſervandum.*
III. *Qua ratione ſtatuendus ſit Ponderi locus in Vecte primi generis.*
IV. *Momenta Ponderis in Vecte ſecundi generis conſiderantur.*
V. *Quæ ſit Ratio Vectis hypomochlium mobile habentis.*
VI. *Quænam ſint momenta Vectis Pondus fune connexum trahentis.*
VII. *Quid conferat Potentiæ moventis applicatio ad Vectem.*
VIII. *Oneris ex Vecte pendentis momentum inquiritur.*
IX. *An duo pondus geſtantes æqualiter premantur.*

X. An

X. *An vis Elaſtica ad aliquod Vectis genus pertineat.*
XI. *Cur longiora corpora faciliùs flectantur, difficiliùs ſuſtineantur.*
XII. *Unde oriantur forcipum, & forficum vires.*
XIII. *Cur Tollenones juxta puteos conſtituantur.*
XIV. *Remorum vires in agenda navi expenduntur.*
XV. *Quomodo Naves à Gubernaculo moveantur.*
XVI. *An Malus in motu navis habeat Rationem Vectis.*
XVII. *An ex Rationibus Vectis pendeat uſus Anchoræ.*
XVIII. *Plures Vectis uſus exponuntur.*

LIBER QUINTUS. De Axe in Peritrochio.

CAP. I. *Axis in Peritrochio forma, & vires deſcribuntur.*
II. *Succulæ & Ergatæ uſus conſideratur.*
III. *Tympani à calcante circumacti vires expenduntur.*
IV. *An Axis in Peritrochio inveniatur etiam ſinè tractione.*
V. *Axium in ſuis Peritrochiis Compoſitione vires augentur.*
VI. *Tympanorum dentatorum uſus, & vires exponuntur.*
VII. *Moletrinarum artificium ex Axe in Peritrochio pendet.*
VIII. *Axis cum Vecte compoſitus auget Potentiæ momenta.*
IX. *Multiplex Rotarum dentatarum uſus innuitur.*

LIBER SEXTUS. De Trochlea.

CAP. I. *Trochlearum forma & vires exponuntur.*
II. *An Trochlea ad Vectem revocanda ſit.*
III. *An Orbiculi Magnitudo quicquam conferat.*
IV. *Qua Ratione Trochlearum vires augeantur.*
V. *Trochleæ Trochleis additæ plurimum augent momenta Potentiæ.*
VI. *Trochlearum ope moveri poteſt pondus velociter.*
VII. *Quàm validum eſſe oporteat Trochlearum retinaculum.*
VIII. *Aliqui Trochlearum uſus indicantur.*

LIBER

ELENCHUS CAPITUM.

LIBER SEPTIMUS. De Cuneo, & Percuſſionibus.

CAP. I. *Cunei forma & vires explicantur.*
II. *Cunei inflexi vſus ad movendum.*
III. *Cuneus Perpetuus circulo excentrico effingitur.*
IV. *Ex Cylindro conſtrui poteſt Cuneus Perpetuus.*
V. *Cuneum Perpetuum Circulus inclinatus imitatur.*
VI. *Vnde oriatur vis Percuſſionis.*
VII. *Quàm diſpares ex motûs velocitate ſint Percuſſiones.*
VIII. *An validior ſit ictus Mallei à Situ Verticali ad Horizontalem, an verò ab Horizontali ad Verticalem deſcendentis.*
IX. *Quomodo Percuſſiones ex Mole pendeant.*
X. *Quid conferat reſiſtentia corporis percuſſi.*
XI. *Quomodo ex Percuſſionibus determinentur Reflexiones.*
XII. *Quomodo Impetus in Percuſſione communicetur.*
XIII. *Cunei uſus promovetur.*

LIBER OCTAVUS. De Cochlea.

CAP. I. *Cochleæ forma & virtus deſcribitur.*
II. *An utilis ſit Cochlea duplex contraria.*
III. *Cochlea cum Vecte, atque cum Axe componitur.*
IV. *Cochleæ Infinitæ vires explicantur.*
V. *Cochleæ uſus aliqui indicantur.*

MECHA

MECHANICORUM LIBER PRIMUS.

De Centro Gravitatis.

MACHINARUM vires, quibus innatæ corporum in motum aut quietem propenſioni obſiſtimus, exploraturus, præterire non poſſum gravitatem ipſam: ne ſcilicet ignoretur, quid arte vincendum ſit. Ideò primum hunc Librum Centro gravitatis tribuendum cenſui, cùm plura ex illo pendeant examinanda in poſterioribus. Neque tamen hîc ſubtiliſſimam illam ſtatices partem perſequar, quæ in corporibus ſingulis gravitatis centrum inveſtigat: id enim, & abundè ab aliis præſtitum, & mihi in hac tractatione minimè neceſſarium; quippe cui ſatisfuerit centrum illud phyſicè perſpectum habere, quatenus præcavendum eſt, ne alienâ ponderis ad machinam applicatione longè alia fiat momentorum ratio, quàm oporteat. Ut autem Centri gravitatis notitia clarior habeatur, non inutile ducam quæſtiones aliquot ad illud enucleatiùs explicandum pertinentes addere, ut ipſis etiam tyronibus fiat ſatis: quamquam enim illis machinalis ſcientia carere poſſe alicui fortaſſe videatur, rem tamen penitiùs introſpiciens eas extrà mechanicæ conſiderationis fines poſitas non eſſe cognoſcet.

CAPUT I.

Quid ſit Centrum gravium, & levium.

QUoniam hæc rerum univerſitas corpora diverſæ inter ſe rationis complectitur, eorum ordo aliquis neceſſarius fuit

ut ſuo unumquodque loco diſponeretur; atque adeò æquum fuit, ut ſingulis à natura ea tribueretur facultas, quâ & ſe ſuo in loco, hoc eſt, juxta inſitam propenſionem ſibi debito, conſervare poſſint, & ad illum ſe ipſa promovere, ſi fortè indè dimota fuerint. Quia verò æqualia non niſi æqualiter, ſimilique ratione diſponenda erant, nullum autem corpus præter ſphæram habet perfectam in partium diſpoſitione æqualitatem, debuerunt corpora omnia orbem unum conſtituere. At in ſphæra punctum unum eſt, à quo æqualibus radiis extremæ ſuperficiei partes removentur: igitur ex ordine ad punctum hoc, quod Centrum dicitur, comparanda ſunt corpora; quatenus cùm naturâ impellente moventur, ut in loco ſibi debito, à quo per vim ſejuncta fuere, demum conſiſtant, vel ad centrum hoc accedunt, vel ab eo recedunt.

Et quidem ſi ad centrum accedant, gravitare dicuntur, ſi verò recedant, levitare: & quæ propiora centro conſiſtunt, graviora, quæ autem remotiora, leviora quoque cenſentur ſecundùm ſpeciem gravitatis, & levitatis: quicquid ſit quod æqualia eſſe poſſint ſecundùm gravitatem abſolutam, aut etiam ſæpè contingat minus habere gravitatis abſolutæ id, quod eſt gravius ſecundùm ſpeciem. Sic libra plumbi æqualis eſt libræ aquæ, immò minor centum libris aquæ; quia tamen plumbum infra aquam deſcendens fit centro vicinius, etiam gravius eſt ſecundùm ſpeciem. Quod ſi comparare velis duo corpora ſolida, quæ ſibi ſua duritie ita obſiſtunt, ut neutrum intra alterum moveri poſſit tanquam in medio; illud eſſe ſecundùm ſpeciem gravius affirmabis, quod datâ paritate molis cum alio corpore, cum quo comparatur, ſtaterâ expenſum in eodem medio, in quo utrumque gravitat puta in aëre, plus habere ponderis deprehendes. Sic aurum eſt ferro gravius in ſpecie, quia ex æqualibus molibus auri & ferri, aurea eſt ponderoſior.

Generatim autem loquendo ea ſunt in ſpecie graviora, quæ ſunt denſiora, ea verò in ſpecie leviora, quæ rariora: nam & inflata veſica ob aërem conſtipatum gravior eſt, quàm flaccida; & Æolipilam candentem, aëre intus vi caloris raro, leviorem primùm, poſteà, ubi refrixerit, graviorem eſſe experimento didicimus, aëre aſſumptam raritatem abjiciente. Cùm enim radij à ſphæræ centro ad ſuperficiem ducti longiùs à ſe invicem

cem recedant, æquum fuit, ut quæ plus habent materiæ atque ſubſtantiæ ſub minori mole, in anguſtiore ſpatio collocarentur; ea verò, quæ ſub majoribus dimenſionibus continentur, ampliora ſpatia occuparent, ubi radij magis diſtant: ut videlicet hac ratione æqua ſubſtantiæ diſtributio fieret in totâ ſphærâ. Hinc vides, cur idem corpus, eo ipſo quod rarum fit, aſcendat, ut aqua in vaporem reſoluta (niſi aliunde ad deſcendendum determinetur, ut aurum fulminans) quia materies eadem ſub majoribus dimenſionibus petit longiùs abeſſe à centro, ibiquè tantiſper conquieſcit, dum conſtipata, atque minorem in molem redacta, iterum deſcendat.

Quare centrum hoc, quod motus, vel quies corporum reſpicit, dicitur *Centrum gravium, & levium*; atque idem creditur eſſe cum centro univerſi: vel ſaltem (ne parùm utili nos diſputatione torqueamus) centrum eorum, quæ in hac ſphærâ elementari gravia, aut levia dicuntur, idem eſt cum centro terraquei hujus globi, ut quotidiana docet experientia: quicquid ſit, an pars lunaris globi, ſi à lunâ ſejungeretur, reditura eſſet ad lunam, ut ad centrum ſui motus. Tam itaquè, quæ hujuſmodi centro proxima ſunt, deorſum poſita dicuntur, ſurſum verò, quæ ab eo longiùs collocata ſunt. Hinc telluris ſuperficiei inſiſtentes caput ſurſum, pedes deorſum habere dicimur. Ille verò, quamvis rectus, & pedes, & caput ſurſum haberet, cujus umbilicus huic centro univerſi congrueret. Per quod pariter centrum ſi ſcala ducta intelligatur, duo poſſent ſibi non occurrere invicem, licet alter aſcenderet, alter deſcenderet; hic ſiquidem accederet ad centrum, ille inde recederet: per eam verò poſſet uterque aſcendere, & tamen licet, æquali motu moverentur, ſemper invicem diſtarent magis, quò à centro ad oppoſitas partes recederent.

CAPUT II.

An corpora prædita ſint gravitate, & levitate.

INter ea, quæ planè homogenea ſunt, ordo eſſe non poteſt à naturâ inſtitutus: hinc ſi nulla eſſet corporum diſſimilitudo,

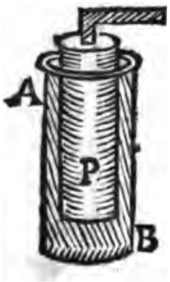
ſed ex omninò ſimilibus ſubſtantiæ partibus totus hic orbis conflaretur, nulla quoque eſſet aut gravitas, aut levitas. Quid enim hæc potiùs pars, nulla naturæ conditione à cæteris diſcreta, petat abeſſe à centro, illa verò exigat in eo conquieſcere? verùm quia multiplici corporum genere coagmentata rerum univerſitas inconcinna eſſe non potuit, ſuum cuique locum natura tribuit, in quo ſe ſiſteret, ut infra hæc quidem deſcenderet, ſuprà illa verò aſcenderet, ſi quando ſibi invicem contigua fierent ordine præpoſtero, nec ullus eſſet motui obex. Cùm itaque corpora ſingula inſitam habeant propenſionem (ab Ariſtotele dicitur ὁρμὴ) qua petunt certum locum in univerſo; conſtat præter deſcendentium gravitatem dari etiam poſitivam levitatem, quâ corpus aliquod ſe ipſum promovet ad ſuperiores partes univerſi à centro magis diſtantes, neque ſolùm admittendam levitatem negativam, quâ corpora minùs gravia cenſentur levia, ſi eorum cum gravioribus fiat comparatio. Nam ſi ea, quæ levia dicuntur, eatenus dicas aſcendere, quatenus à gravioribus in inferiorem locum deſcendentibus propelluntur; mihi æquè liberum erit tollere omnem poſitivam gravitatem, ſolâ levitate admiſsâ; & omnia pariter ſolvam dicendo ea gravia cenſeri, quæ minùs levia ſunt, atque ideò tantùm deſcendere, quòd extrinſecùs à levioribus aſcendentibus loco pulſa detrudantur, non quòd ab internâ facultate deorſum impellantur. Quod ſi vel gravitas de medio tollenda ſit, vel levitas, ſatius eſt levitatem relinquere; naturâ videlicet ad altiora ſemper, & perfectiora aſpirante, nec adeò contendente de infimo loco. Quare cùm per gravitatem ſolam æquè ac per ſolam levitatem motus iſti explicentur, cæteroqui autem ingenita ſit unicuique corpori ſui loci exigentia; utramque admittere rationi maximè conſentaneum fuerit.

Vitreum globum vacuum, qui in tubulum recurvum deſinat, quoad fieri poteſt, calefactum, ut incluſus aër rareſcat, Hermeticè claude: tum adjiciatur congruens plumbi gravitas, quâ infra aquam deprimatur. Sit autem globus, unà cum adjecto plumbo, connexus cum exquiſitæ libræ brachio, aut lance, ejúſque gravitas intrà aquam exploretur: ubi gravitas innotuerit, adhuc ſub aquâ retineatur globus, ſed longiore forcipe extremum tubuli caput occluſum frangatur: & animadvertes

vertes globi vitrei cum appenſo plumbo gravitatem augeri; cujus incrementum indicabitur ab addito in oppoſitâ lance pondere ad conſtituendum æquilibrium. Cùm itaque idem maneat vitrum, idémque plumbum, & nulla facta ſit alicujus gravitatis acceſſio, illud unum ſupereſt, quòd aër rarus intrà globum concluſus levior, quàm idem aër, aperto tubulo, ſibi reſtitutus, plus elidit gravitatis plumbi & vitri; atque moles compoſita ex plumbo, vitro, & aëre raro, ſecundùm ſpeciem levior eſt, quàm moles ex plumbo, vitro, & aëre non raro. Aër igitur intra aquam ita levis eſt, ut aliquid gravitatis imminuat: Nam ſi globum eundem ex aquâ extractum, omni aëre excluſo, aquâ repleveris, & iterum eodem plumbo adjecto ejuſdem gravitatem intrà aquam examinaveris, illam adhuc majorem deprehendes; quia ſcilicet nulla levitas aëris adeſt, quæ aliquam deterat gravitatem, ſed illa ſolùm perire videtur, quam infert diſcrimen gravitatum ſecundùm ſpeciem, ut ex Hydroſtaticis conſtat. Neque ſuſpiceris hæc gravitatum incrementa oriri ex aquâ ſubeunte per apertum tubulum, cùm aër aſſumptam ex calore raritatem abjicit, ſe in naturalem ſuam molem reſtituens, ſivè, aëre prorſus excluſo, ex aquæ globum implentis gravitate. Si enim vitrum aliud aut nullius, aut modiciſſimæ aquæ capax, ſed ejuſdem in aëre ponderis cum aſſumpto globo, ſimiliter in aquâ expendas, eandem invenies gravitatem, ſive multâ, ſive modicâ aquâ repletum fuerit. Non igitur aqua intrà aquam gravitatem auget.

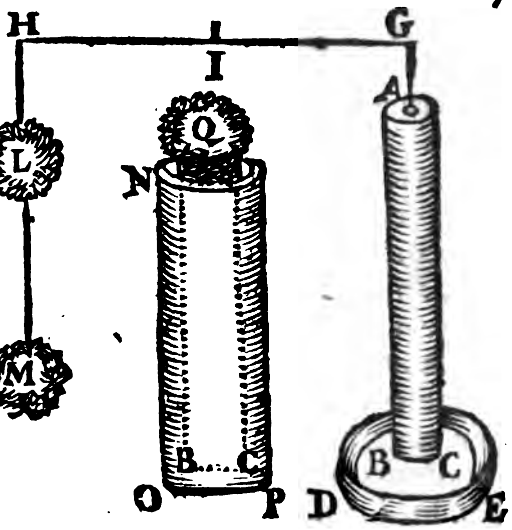
Sed illud, ut reliqua ſileam, non leviter ſuadere poteſt corpora ſuis nutibus non deorſum tantùm, ſed etiam ſurſum conari, quod mihi haud ita pridem aliud inveſtiganti contigit obſervare. Cum enim animadvertiſſem aliquando, quàm diſpar eſſet gravitas aquæ dimidiam ſitulam implentis, ſi illa in ſuperficie horizontali libraret ſeſe, ac quandò ſuppoſita ligneo globo firmiter cum ſuperiore tigillo cohærenti altiùs ad latera aſſurgebat locum globo concedens, quem tamen non ſuſtinebat; ſubiit animum cupido tentandi, an bubula veſica inflata tranſverſis virgulis infra vaſis labra depreſſa ita, ut eam aqua circumplecteretur, vim haberet pariter augendi momenta gravitatis; aquam ſiquidem cogebat aſſurgere ad altitudinem majorem perpendicularem, ac quandò, veſicâ liberè innatante,

ſubſidebat. Inveni tamen nullum planè obſervari poſſe in gravitate diſcrimen, quamvis tam ampla eſſet veſica, ut facilè dimidiam vaſis capacitatem impleret: in utroque enim caſu pondus fuit lib. 44½. Id mihi, fateor, accidit præter opinionem: Nam ſi ex pariete extet tigillus, cui adnectatur cylindrus P, aut veſica ritè firmata, ferè implens capacitatem vaſis A B, vaſque illi ſupponatur ita, ut aquâ deinde infuſa poſſit liberè cylindro circumfundi; percipies onus longè majus, quàm pro gravitate aquæ infuſæ, ſi permitteretur ſubſidere: & ſi vas ex ſtaterâ pendeat, adducto reductóve ſacomate apparebunt momenta gravitatis longè majora, quàm ſi tota illa aqua fundum peteret, & cylindri pars, quæ priùs immergebatur, abſciſſa, aut veſica innataret. Intelligebam id ex majori altitudine perpendiculari aquæ ſupra eandem baſim oriri; nam depreſſo vaſe ita, ut paulatim cylindus emergat, & aqua ſubſidat, ſemper minuitur pondus: idem futurum ſperabam, ſi veſica intra aquàm non ab extrinſeco obice detineretur, ſed à virgulis cum vaſe ipſo connexis; quandoquidem aqua ad eandem pariter altitudinem aſſurgebat ſuper baſim eandem: at ſpem fefellit eventus. Nec alia mihi ſe obtulit probabilior ratio, quàm ut exiſtimarem aquam altiorem vehementius quidem deorſum niti, veſicam tamen leviorem altiùs depreſſam, conantem ſurſum, æqualiter contendere, ut emergeret; cùm verò niſus iſte ſurſum oppoſitas virgulas, atque adeò vas cum illis connexum urgeret, elidi adverſum impetum deorſum, qui à majore altitudine perpendiculari aquæ oriebatur, & ſolum remanere conatum ex ipſorum corporum ſubſtantiâ promanantem, quæ ſicut eadem ſemper erat, ſivè innataret veſica, ſivè per vim immergeretur, ita eadem obtinebat gravitatis momenta. Quo experimento (quamquam non me lateat, quid pro ſe afferre hîc poſſent aliter ſentientes) viſus mihi ſum deprehendere non obſcurum poſitivæ levitatis veſtigium.



Ut autem levitatem corporibus adimendam aſſererent ingenioſi Academici, hoc potiſſimum ducti ſunt experimento.

Ligneum



Ligneum cylindrũ ABC plano horizontali D, E, perpendicularem ſtatuerunt; & ut cylindri baſis ſubjecto plano exactè congrueret, laminas duas accuratiſſimè lævigatas, tùm cylindri baſi, tùm ſubjecto plano firmiter adnexas voluerunt. Tùm ne aër facilè inter utrumque ſubiret, erecto ſupra planũ in orbem ex cretâ, aut cerâ aggerulo, argentũ vivum infuderunt. Cylindrum extremo libræ jugo G, alligârunt, addito in oppoſitâ libræ extremitate H pondere L cylindri pondus adæquante; quod utique cylindrum elevare non poteſt. Additum igitur eſt & aliud pondus M uſque eò, dum cylindrus à ſubjecto plano avelleretur, & fuit librarum circiter trium: quam menſuram arguunt eſſe reſiſtentiæ cylindri contiguo plano adhærentis metu vacui. His peractis concavum vas cylindricum NOP, æqualis aut majoris altitudinis parârunt, laminâ pariter perpolitâ vaſis fundo adnexâ, cui impoſitus fuit cylindrus, adeoque adhæſit, ut, pleno mercurij vaſe, omninò non avelleretur, ut innataret; ſed tunc demum argento vivo innatavit, cùm per vim à vaſis fundo avulſus eſt cylindrus: cui, ut iterum fundum peteret, & argento vivo immergeretur, imponendum fuit pondus Q librarum circiter quinque. Vis ergò levitatis ligni in mercurio (ſi qua levitas eſſet) æſtimanda eſſet ut quinque, cùm vis adhæſionis metu vacui ſolùm inventa ſit ut tria: debuiſſet igitur levitas ita prævalere, ut adhæſionem vinceret, & cylindrus ſponte elevaretur. Non eſt itaque levitas, quæ ligneum cylindrum innatare cogit, ſed mercurij gravitas major ipſa eſt, quæ lignum elevat, cum primùm locus patet, in quem deſcendat.

Sed antequam experimentum hoc ad examen revocemus, ut innoteſcat, quid hinc confici poſſit ad levitatem excludendam, haud ægrè permiſerim, cùm in abeuntis ſuâ ſponte corporis

poris locum corpus aliud ſuapte vi, & naturâ ſuccedit, ab hoc illud urgeri poſſe, ut velociùs moveatur: duo ſcilicet corpora diverſæ ſecundùm ſpeciem gravitatis ſi fuerint perturbatè diſpoſita intrà medium, in quo utrumque gravitat, nil mirum, ſi à graviore majori niſu conante extrudatur minùs grave: id quod etiam de duobus levibus dicendum perturbatè diſpoſitis in medio, ubi utrumque levitat: duobus enim ſimul currentibus, ab eo qui ponè ſubſequitur, ſi majoribus viribus polleat, priorem urgeri atque impelli palam eſt, quamquam motus univerſus impulſioni tribuendus non ſit. Ita quoque aſcendentem in mercurio ligneum cylindrum à deſcendente mercurio ſurſum urgeri aliquatenus poſſe non diffitebor, ſicut & mercurium ipſum repugnare, ne ſurſum propellatur, atque ab eodem lignum innatans prohiberi, ne deſcendat: hinc tamen non ſequitur ligni aſcendentis motum, aut innatantis quietem, prægravis mercurij viribus omnino adſcribi jure debere, nam, & ſua vis aſcendendi, atque conſiſtendi, ligno ipſi tribuenda eſt.

Quid quòd ipſæ innatantis cylindri portiones, altera quidem mercurio immerſa, altera verò extans, levitatem ipſi ligno inſitam declarant? Quid enim partis immerſæ ad extantem (ſi moles ſpectetur) ea ratio eſt, quæ ſpecificæ gravitatis ligni ad differentiam gravitatum ligni, atque mercurij? niſi quia portionis mercurio immerſæ levitas, atque extantis in aëre gravitas, æquilibritatem conſtituent; quemadmodum in *Terra machinis mota diſſert.* 5. *n.* 105. explicatum eſt. Hanc porrò æqualitatem Algebricè ſic oſtendo. Ratio gravitatis ligni ad gravitatem mercurij ſit ut S. ad R; differentia eſt R−S. Ponatur cylindri pars immerſa. A. Quia igitur ut ſpecifica gravitas corporis innatantis ad differentiam gravitatum, hoc eſt ut S ad R−S, ita pars cylindri immerſa A, ad extantem $\frac{R \text{ in } A - S \text{ in } A}{S}$; Si pars extans in aëre in ſuam gravitatem S ducatur, pars verò immerſa A in differentiam gravitatum R−S, hoc eſt in −R + S, quia eſt deficiens, efficitur hinc quantitas R in A − S in A, hinc verò −R in A + S in A, quæ ſe invicem elidunt. Æqualia igitur ſunt levitatis, & gravitatis momenta. Sit enim exempli causâ gravitas ligni ad gravitatem mercurij,

mercurij, ut 5. ad 13. differentia eſt 8. Eſt igitur cylindri pars immerſa ejuſdem $\frac{5}{13}$, extans verò $\frac{8}{13}$: at portio immerſa deficit à gravitate mercurij ſecundùm ſpeciem ut 8; igitur $\frac{5}{13}$ in - 8 dant $\frac{-40}{13}$: item partis extantis gravitas in aëre eſt 5; igitur $\frac{8}{13}$ in 5 dant $\frac{40}{13}$: confligunt itaque inter ſe pari conatu levitas $\frac{-40}{13}$ & gravitas $\frac{40}{13}$, adeóque fit conſiſtentia & innatat lignum.

Sed jam ad propoſiti experimenti examen deſcendamus. Aio cylindri reſiſtentiam ex adhæſione metu vacui non ſatis exploratam fuiſſe per libram; hæc enim dum ex pondere M deorſum inclinatur, extremitas G ſurſum elevata arcum deſcribit, ac proinde cylindri aſcendentis motus non eſt per lineam horizontali plano perpendiculariter inſiſtentem, ſed per inclinatam: Quare cùm A. versùs I libræ centrum trahatur, cylindri baſis non incipit elevari parallela horizonti, ſed cum inclinatione, ita ut C priùs elevetur, quàm B: ea autem, quæ ſibi invicem adhæreſcunt, multò faciliùs divelli manifeſtum eſt, ſi id cum inclinatione fiat, quàm ſi ſervandus ſit paralleliſmus. Adde in hac inclinatione faciliùs adhuc divelli cylindrum à ſuppoſito plano, quò longior cylindrus fuerit; habet ſcilicet rationem vectis, cujus potentia eſt in A, hypomochlion in B, reſiſtentia vincenda in C. Quare pondus M non aptè metitur reſiſtentiam, quæ oritur ex corporum adhæreſcentiâ, metu vacui, ſed hæc multò major eſt, ſi ad perpendiculum motus fieri debeat; quemadmodum & fieri oporteret, ſi in vaſe N O P mercurij pleno cylindrus fundo adhærens rectâ aſcenderet. Quamvis igitur pondus Q librarum quinque admitteretur menſura levitatis, non continuò argui poteſt hujus exceſſus ſupra reſiſtentiam adhæſionis. Quin immo affirmare auſim, ſi libræ loco adhibita fuiſſet amplior trochlea, & ex funiculo ejus orbitam cōplectente hinc cylindrus A, hinc verò pondus M ad perpendiculum pependiſſent, non ſatis futurum fuiſſe pōdus librarum trium, ſed multò majus adhibendum fuiſſe, ut cylindri reſiſtentiam ſuperaret; fuiſſet enim avellenda baſis ſervato paralleliſmo.

Quantum autem virium, ferè ſupra fidem, habeat vacui horror ad corpora retinenda, ſatis apertè declarant gravia, quæ ſuſpenduntur. Ego ſanè vidi marmoreum mortarium communis magnitudinis ſatis vulgari artificio ſuſpendi vitreo cyatho:

mortarij ſcilicet fundo exteriùs aptata fuerat maſſa ex farinâ ad formandos panes recens macerata, & aquâ ita ſubacta, ut illi tenaciter cohæreret: tum vitreo calici injecta ſtuppa admoto igne exarſit, applicituſque calix maſſæ eam attraxit, ſicut & medicorum cucurbitulæ carnem attrahunt: quare accepto calicis vitrei pede facile fuit mortarium elevare, & ſuſpendere. Quod ſi marmoreum mortarium ex metu vacui in aëre pendulum hæſit, quid mirum ſi & ligneus cylindrus ſubjecto plano adhæreſcens in mercurio ſtetit?

Nondum itaque ex hoc experimento, aut ex ſimilibus, ubi metu vacui ſuos motus moliri corpora non poſſunt, ſatis habemus argumenti, quo levitatem, ſolâ gravitate retentâ, expungamus. Hujuſmodi eſt illud, ubi in lignei vaſis fundo excavatur ſcaphium, cui exquiſitè congruat eburneus globus, qui ſuperinfuſo hydrargyro non aſcendit. Neque enim ideò non aſcendit, quia rima nulla patet argento vivo, per quam ſubiens extrudat eburneum globum, ſed quia ita ſibi exquiſitè congruunt ebur, & lignum, ut vis ipſa aſcendendi vincere non valeat vim adhæreſcentiæ. Nam & eadem vis in aëre ſuſpendit corpora gravia, ne deſcendant. Quamvis autem non totum hemiſphærium globi eburnei, ſed ſolùm ejus maximus circulus congrueret excavato ligno, & cavitas ipſa aëre repleretur, non propterea tollitur vis adhæreſcentiæ illius annularis; quia ſcilicet vis aſcendendi in hydrargyro tanta non eſt, ut valeat incluſum ibi aërem diſtrahere, ſicut opus eſſet ad incipiendum motum citra periculum vacui, & præterea ſuperanda eſt reſiſtentia hydrargyri dividendi; corpora enim in motu dividunt medium, pro cujus craſſitudine reſiſtentiam experiuntur. Adde hemiſphærium inferius in aëre tanquam in loco poſitum gravitare non minùs, quàm hemiſphærium ſuperius levitet in hydrargyro; proinde nil mirum, ſi globus non aſcendat. Quod ſi aëre excluſo locum illum impleveris hydrargyro, & eburneum globum ita foramini aptaveris, ut illi exquiſitè congruat; ſi in ſuperinfuſo hydrargyro globus non aſcendat, indicio eſt ita globum eſſe foramini infixum, ut neque valeat elevari à ſubjecto hydrargyro in ſcaphij formam per vim excavato: neque enim facilè mihi perſuadebis ſpecificarum gravitatum differentiam exigere, ut hemiſphærium integrum præciſè extet:

præter

præter quam quod ſi non valebat ſubjectum aërem diſtrahere, multò minùs id in hydrargyro præſtare poteſt, ut vacuum evitetur.

At, inquis, fiſtulam quadricubitalem ſpiritu vini plenam cum globulo innatante ſi clauſeris, & inverteris deorſum, aſcendet globulus ſpatio 200 vibrationum perpendiculi; in eâdem verò fiſtulâ communis, & ſimplicis aquæ plenâ aſcendet ſubduplo tempore 100 vibrationum. Cur hoc? niſi quia aqua ut pote gravior validiùs extrudit globulum, quàm ſpiritus vini. Nihilominus: ſi gravia in levibus magis gravitant, & velociùs deſcendunt, quò major eſt ſpecificarum gravitatum differentia; viciſſim levia in gravibus magis levitant, & velociùs aſcendunt, quò major eſt ſecundùm ſpeciem levitatis differentia: Atqui ſpiritus vini magis accedit ad ſpecificam levitatem innatantis globuli, aqua autem magis differt; in aquâ igitur globulus magis levitat, & velociùs aſcendit, ſicut lapis in aëre velociùs deſcendit quàm in aqua, aut in melle.

Addis iterum. Vitreo vaſculo, cui longior fiſtula adhæreat, fomitem cum filo ſulphurato ope fili ferrei ingere, ut vitrum tangat: totum imple hydrargyro, & converſo deorſum oſculo deſcendit hydrargyrus; atque ſubſiſtit in altitudine cubiti, & quadrantis: admotâ lucernâ vitrarij vitrum calefiat, ut fomes cum filo ſulphurato accendatur: fumus deſcendit, nec niſi aperto ſuperiore vaſis oſculo aſcendit, aëre videlicet ſubeunte, à quo extrudatur ſurſum. Nego fumum ab aëre ſurſum extrudi, ſed qui gravior ſpiritu raro mercurij in illo deſcendebat, ubi aërem tangit, ut pote levior in illo aſcendit.

Non auſim tamen in lapide, qui gravitatem in aquâ & aëre, levitatem in mercurio, aut plumbo liquente obtinet, duplicem ſtatuere virtutem, quarum altera ſurſum, altera deorſum connitatur: Cum enim impetus motum efficiens (ut infrà conſtabit) ejuſdem naturæ ſit, in quamcunque demum orbis plagam dirigatur motus; ſatis video ab uno eodemque principio, pro variâ contigui corporis conditione, aſcenſum, deſcenſúmve prodire poſſe. Quandoquidem motus, qui in eadem lineâ perficitur, ſimiles planè includit ubicationes ſucceſſivè acquiſitas, ſivè aſcenſus ſit, ſivè deſcenſus, ordine tantùm in earum adeptione, commutato. Quare cum aſcenſus à deſcenſu hoc

uno differat, quòd quam ubicationem lapis demùm obtineret poſt alias propè finem motûs, ſi fuiſſet centro propior quàm mercurius, eam acquirat ſub initium motûs ante alias, ſi in mercurij locum aër aut aqua ſurrogetur centro vicinior quàm lapis: ad ordinem hunc permutandum non videtur neceſſaria virtutis motricis diſſimilitudo; nihil quippe producitur diſſimile. Sed ſi quis ſufficere dicat conditionum varietatem, nihil abſonum fortè loquatur: debuit enim una virtus activa in ſui effectus productione non uni tantùm conditioni alligari, ſed pro earum varietate modum quoque operandi mutare poſſe, modò præſtitutos fines, quoad ſubſtantiam, non tranſiliret.

Neque arbitror hoc tantùm ſenſu negatam ab aliquibus levitatem poſitivam; potuiſſent enim æquè negare gravitatem, admiſſa ſolùm potentia motrice. Sed ſi vis iſta ſe movendi deorſum gravitas poſitiva dicenda eſt, cùm eadem ſit virtus ſe movendi ſursùm, cur levitas poſitiva non fuerit? Qui enim levitatem à gravitate ſejunctam negat, non illicò levitatem expungit: quemadmodum Angelos intelligentiâ aut voluntate diminutos non aſſerunt ij, qui vitalium facultatum diſtinctionem non agnoſcunt. Nullum igitur corpus ſimpliciter, & abſolutè grave dicendum eſt, niſi quod cæteris omnibus ita petat ſubeſſe, ut nequeat raritatem aſſumere, vi cujus evadat levius corpore ſimili quidem ſecundùm naturam, diſſimilis tamen raritatis: nullum ſimpliciter, & abſolutè leve, niſi quod ita exigat extremam orbis laciniam occupare, ut nunquam conſtipari poſſit, ac fieri gravius proximo corpore rariore. Reliqua omnia non niſi comparatè gravia, aut levia dici poſſunt: ſic plumbum grave eſt in aëre, grave in aqua, at pariter leve in mercurio, leve ſi cum auro conferatur.

Hinc corpus in loco ſibi debito conſtitutum, ſeque ibi conſervans (extra tamen ſphæræ centrum, nec in extimâ orbis elementaris ſuperficie) ob idipſum, quia obſiſtit non tantùm, ne infra ſubjectum corpus deprimatur, verùm etiam, ne in locum ſuperioris attollatur, & levitare ſimul dicendum eſt, & gravitare. At ſi in alienum locum transferatur, quia in medio leviore ita repugnat aſcenſui, ut petat deſcendere, ſolùm gravitat; quia verò in graviore ita depreſſioni reluctatur, ut exigat ad ſuperiora evadere, ſolùm levitat. Quod ſi corpora hujuſmodi

in actu ſecundo gravitare aut levitare tunc ſolùm dixeris, quando illa in locum non ſuum tranſlata aut deſcendere expetunt, aut aſcendere, vel re etiam ipsâ deſcendunt, aut aſcendunt, non admodum repugnabo; modò conatum illum, quo ſe ſuo tutantur in loco, gravitationem, & levitationem ſaltem in actu primo, aut pariter aſſeras, aut pariter neges.

Porrò motus omnis gravium, & levium ſicut in vacuo exerceri non poteſt (ut in *Vacuo Proſcripto cap.* 2. *num.* 9. oſtendi) ita in medio fit, vel tardiùs, vel citiùs, tùm pro majori vel minori ipſius medij reſiſtentia ad ſciſſionem partium magis, vel minùs connexarum, tùm comparatâ gravitate ſeu levitate mobilis cum levitate ſeu gravitate medij. Hinc eſt gravibus minùs reſiſtere leviora, magis verò, quæ minùs levia, cæteris paribus: ſic aër minùs reſiſtit lapidi cadenti, quàm ſi idem lapis inciperet moveri in aquâ, quæ minùs levis eſt, quàm aër. Ex oppoſito autem levibus graviora minùs reſiſtunt, quæ autem minùs gravia, magis reſiſtunt: ſic exhalatio ex fundo aquæ, in vitreâ phialâ ad ignem expoſitâ, per aquam aſcendit velociùs, quàm deinde extra aquam poſita aſcendat in aëre, ubi fumeam naturam induerit. Unde patet non adeò ſolidum ab aliquibus ex hoc experimento ſumi argumentum negandi poſitivam levitatem. Quæ enim de gravibus ex comparatione cum levibus dicuntur, ea de levibus, proportione ſervatâ, dicenda ſunt, ſi cum gravibus conferantur. Cur autem gravibus leviora, levibus graviora minùs reſiſtant, ratio eſt, quia mobile movetur in medio propter diſſimilitudinem; nam ſi corpus contiguum eſſet, ſimile non moveretur; quando igitur major eſt diſſimilitudo, debet velociùs moveri, ſegniùs autem, & lentiùs, quò propiùs abeſt à ſimilitudine, donec in ſimili demum quieſcat.

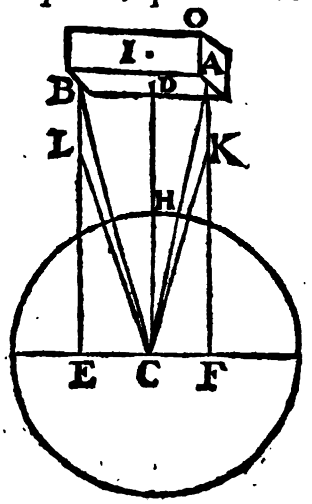
Eſt itaque in corporibus gravitas, & levitas, vi cujus motus aliquos juxta naturæ propenſionem perficiunt, ut certo denique in loco conſiſtant, ejuſdemque vi reſiſtunt, ne oppoſitis motibus cieantur, & à ſuæ quietis loco avellantur. Quamvis autem eadẽ maneat gravitas aut levitas, non idẽ tamen eſt ſemper momentũ (Græcis ῥοπὴ) hoc eſt actualis ad motum inclinatio, dum in actione eſt; hæc enim, ut infra patebit, ut plurimum ex poſitione, & ſitu mutatur, vel comparatè ad mediũ, in quo perficitur motus.

CAPUT III.

Quid ſit centrum gravitatis, & linea directionis.

QUamvis non minùs levitate, quàm gravitate prædita ſint corpora, quia tamen frequentiùs gravitatem vincere conamur, quàm levitatem; ideò illa potiſſimùm cadit ſub contemplationem ſcientiæ Machinalis: vix enim aliquando contingere poterit, ut opus ſit infra aquam corpus aliquod leve per vim deprimere. Hinc factum eſt, ut de ſolo gravitatis centro ſermo communiter ſit, levitatis autem centrum ſilentio obvolvatur: quia nimirùm quæ de gravitate deſcendente explicantur, ea de levitate aſcendente, pro rata portione, dicta facile intelliguntur.

Ad centrum terræ (quod & centrum gravium ac levium dicimus) properant corpora quæcumque gravia in medio leviore conſtituta ſibi redduntur, ut motus ſuos perficiant. Quoniam verò natura finem propoſitum per media, quæ poteſt, breviſſima proſequitur, ambages, & diverticula fugiens; moventur per lineam rectam, ut pote breviſſimam, niſi externo aliquo impedimento cogantur à rectitudine deflectere: Hæc autem recta linea intelligi debet ex terræ centro ducta ad corpus ipſum, quod movetur; ac proinde tùm in ſphæricam ſuperficiem, tùm in planum Horizontis ad perpendiculum cadit. Sed quia corpus, quod deorſum contendit, plures habet partes, quibus conſtat, ſingulas ſuâ gravitate præditas, lineæ verò à ſingulis hiſce partibus exeuntes in terræ centro concurrunt; fieri non poteſt, ut ſervatâ corporis figurâ, atque continuo partium nexu non diſſoluto, per rectam ſuam lineam ad centrum ductam unaquæque pars deſcendat. Si enim parallelepipedum AB in aëre dimittatur, ut ſponte

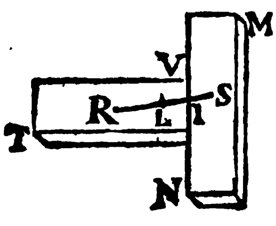


te ſua deſcendat, fieri non poteſt, ut A rectam A C percurrat, quin oppoſitum extremum B à recta B C longiſſimè recedat, & contra: utramque verò extremitatem ſimul A & B rectâ in centrum C tendere non poſſe eſt manifeſtum: Quare cum ſibi invicem obſiſtant æqualiter, ob gravitatis æqualitatem, eas ex perpendicularibus A C, B C æqualiter ſecedere oportet ad latera, atque parallelas B E, A F deſcendendo deſcribere. Eadem eſt ratio de cæteris partibus æquali intervallo ſejunctis à medio D; omnes enim à ſuis perpendiculis recedunt, præter punctum medium D, cujus perpendicularis D C parallela eſt lineis à reliquis partibus in motu deſcriptis. Ex omnibus itaque particulis datum grave componentibus, eæ ſolùm, quæ puncto D imminent, per rectam D C in centrum moventur; quæ tàm plano horizontis in C, quàm ſuperficiei ſphæricæ in H perpendicularis eſt; cæteræ verò parallelæ B E, A F perpendiculares quidem in horizontem cadunt, ſed ſphæricam ſuperficiem obliquè ſecant.

Jam verò ſi ejuſdem parallelepipedi aliud planum A O horizonti parallelum moveri versùs C intelligas, erit in eo ſimiliter aliud punctum unicum, quod rectam D C percurrat; & intra corporis ſoliditatem unica linea puncto illi imminens viâ eâdem in centrum perget non declinans à perpendiculo: cæteræ partes, tam quæ ad dextrã, quàm quæ ad levã, tam quæ antè, quàm quæ ponè, ſibi mutuò adverſantes à recto in centrũ itinere deflectent æqualiter. Cum itaque, in priori poſitione, linea puncto D imminens, eſſet in communi ſectione planorum, quorum alterum partes dextras à ſiniſtris, alterum anteriores à poſterioribus æqualiter ſecernebat; in ſecundâ autem poſitione linea à perpendiculo non recedens ſit quoquè in duorum planorum communi ſectione, quibus pariter corporis gravitas in æquas tribuitur partes; unum verò ex planis ſecantibus ſit utrique poſitioni commune; unicum eſt punctum tribus planis commune, in quo binorum planorum ſectiones ſe invicem ſecant, & ſit ex. gr. punctum I; quod unicum rectâ pergit in centrum C, quemcumque tandem ſitum in motu obtineat corpus datum A B, ipſum enim eſt duabus illis lineis commune, quæ in ſingulis poſitionibus ad ſui perpendiculi latera non recedunt: cætera illarum linearum puncta, mutatâ poſitione corporis, lineam quoque motûs mutant. Illud

Illud itaquè punctum in quocumque corpore gravi, quod ſemper in motu deſcribit lineam rectà in terræ centrum ductam, dicitur *Centrum Gravitatis*; & linea, quæ centrum gravitatis conjungit cum terræ centro, *Linea directionis* dicitur; ſecundùm quam videlicet dirigitur motus, & dimentienda eſt corporis à centro terræ diſtantia, ſi quatenus grave conſideretur. Porrò punctum I centrum gravitatis dicitur, quia centri nomen tribuitur puncto, quod eſt medium: & quemadmodum magnitudinis alicujus centrum vocatur punctum illud, quod æquales magnitudines circunſtant, ſi partes, quæ ex adverſo ſunt, accipiantur; ita in gravibus centrum gravitatis dicitur, quod æquales gravitates, vel æqualia gravitatum momenta circunſtant. Quod ſi punctum I non haberet hinc,& hinc æquales gravitatum vires, ab alterutrâ parte præſtante viribus propelleretur in latus extra lineam directionis, à quâ nunquam recedit, ſi liberè moveatur. Cave tamen, ne partium æqualitatem dimetiaris linearum longitudine à céntro gravitatis exeuntium, ita ut ſingulas lineas æqualiter dividendas putes; ſed totum corpus debet intelligi diviſum bifariam à plano per centrum gravitatis ipſius corporis, & per centrum gravium ac levium tranſeunte, ita ut ſi planum à dextrâ in ſiniſtram ductum ſecernat partes anteriores à poſterioribus, æqualia ſint gravitatum momenta antè, & ponè; ſi aliud planum per eandem directionis lineam ductum partes dextras à ſiniſtris diſtinguat paria ſimiliter hinc & hinc gravitatum momenta relinquat.

Gravitatum, inquam, momenta, non gravitates; ne locus pateat æquivocationi; neque enim quoties æqualia ſunt momenta, toties æquales ſunt gravitates hinc & hinc centrum gravitatis complectentes, ut patebit ex iis, quæ de æquilibrio dicemus. Unde fit in iis tantùm corporibus, quæ partibus unius ejuſdemque naturæ,ac ductu perpetuo ſimiliter conſtitutis,conſtāt, idem eſſe centrum gravitatis atque magnitudinis; reliqua certis regulis non circumſcripta, aut ex variis naturis compoſita, in alio puncto, molis centrum habere, in alio, gravitatis. Si enim duo ſolida V T, cujus centrum gravitatis, & magnitudinis R, & MN, cujus centrum S, æqualia ſecundùm



dùm gravitatem coagmententur, non erit centrum gravitatis totius molis compoſitæ in I, ubi planum tranſiens per V N ſecat lineam R S jungentem centra ſingularum gravitatum æqualium, ſed erit in L, ubi recta R S bifariam dividitur: planum autem per centrum terræ, & punctum L ductum non ita ſecat hanc molem, ut ſint æquales hinc, & hinc gravitates, quamvis æqualia ſint gravitatum inæqualium momenta, quæ ex figuræ poſitione potiſſimùm pendent. Quod ſi corporis V T gravitas ad corporis M N gravitatem, eam haberet rationem, quam S I ad I R, eſſet I gravitatis centrum molis compoſitæ, quæ à plano per terræ centrum, & punctum I ducto non in gravitates æquales, ſed in momenta æqualia divideretur; ut in loco inferiùs explicabitur.

Obſerva autem non ſemper centrum gravitatis eſſe in ipſo corpore gravi, ut patet in corporibus annularibus, aut angulos cavos habentibus, in quibus nullum eſt punctum per quod tranſeuntia plana quæcunque dividant in æquas partes momenta gravitatum: ita tamen eſt extra corporis cavi ſoliditatem, ut ſit intra ipſam cavitatem punctum, ex quo ſi intelligatur annulus, vel fruſtum annulare ſuſpendi, manet poſitionem habens horizonti parallelam, cum habeat æqualia hinc, & hinc gravitatum momenta. Quod ſi corpus in cavos angulos ſinuatum habeat particulam aliquam procurrentem, poteſt contingere, ut in illius particulæ extremo ſit totius molis centrum gravitatis: ſic brevioris alicujus bacilli extremitati alteri ſi duos cultros infixeris, ut ſinguli cum bacillo hinc, & hinc angulum acutum ad eaſdem partes conſtituant, ita inclinari poſſunt, ut extremo ungue ſuppoſito reliquæ bacilli extremitati tota illa moles ſuſtineatur citrà periculum cadendi, cùm gravitatis centrum in illa extremitate, intrà cavitatem, quam inclinati cultri faciunt, æqualia habeat ex omni parte gravitatum momenta, ſi planum ſecans per illud tranſeat.

CAPUT IV.

An gravia centro vicina minùs gravitent.

COrpora non intelliguntur gravitare niſi in alieno loco; quando ſcilicet corpus contiguum inter illa & centrum terræ interjectum, quod medii rationem habere poteſt, levius eſt; petit enim infra illud eſſe: niſum autem hunc deorsùm *Gravitationem* dicimus. Sed quoniam niſus iſte videtur idcircò à naturâ inſtitutus, ut perturbatus corporum ordo reſtituatur; ſi ex fine ratio petenda ſit, ſatis apparet corpora gravia centro terræ vicina minùs gravitare. Quemadmodum enim quotieſcunque aliquis à propoſito fine magis diſtat, eò magis anxius eſt, atque ſolicitus de mediis ad illum aſſequendum neceſſariis, & animo æquiore toleratur modica, quàm multa violentia; ita naturà minorem ordinis debiti perturbationem ſentiens, ſi grave parùm abſit, quàm ſi longè abeſſet, à loco, ubi juxta ingenitam propenſionem exigit conſiſtere, minùs ſolicita eſſe debet de illo reſtituendo, nec adeò vehementi conatu, hoc eſt gravitatione, illud urgere debet in locum ſuum.

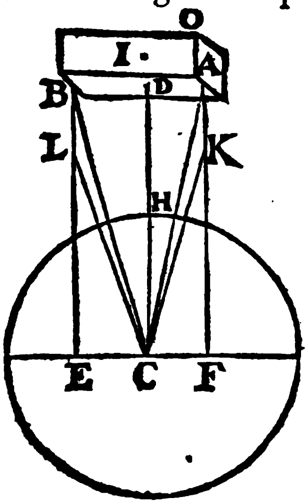
Ad hæc omnibus apertiſſimè liquet eò majore naturæ impetu corpora deorsùm niti, quò levius eſt corpus, in quo tanquam in medio perficiendus eſt motus, ſi dimittantur. Sic à ſaxo in aëre pendente manum deorsùm validiùs trahi ſentimus, quàm ab eodem aquæ immerſo trahatur, & multò languidiùs conatur deorſum lapis in melle deſcendens, quàm in aqua; quia videlicet aqua levior eſt melle, & aër levior aquâ. Hinc eſt quod, ſi medij partes fuerint diversâ gravitate prædit æ, pars centro terræ propior etiam erit gravior; atque ideò corpus in parte medij graviore minùs gravitabit propè centrum terræ, quàm procul. Eſſe autem ejuſdem medij non commoti partes graviores in imo, omnium ferè hominum ſenſus eſt: quotus enim quiſque eſt, qui neſciat mellis optimam partem eſſe, quæ in vaſis fundo, vini quæ in medio, olei quæ in ſummo? id autem verum non eſſet, niſi liquoris ejuſdem partes eſſent diversâ gravitate delatæ in loca à terræ centro diſparibus

bus intervallis remota: Quia enim oleum eò perfectius eſt, quò propiùs aëris levitatem ſpirituum ſubtilitate æmulatur, ideò quod in ſummo vaſe innatat, optimum eſt: At vini ſuavitas in exquiſitâ ſui tartari ſufficienti humore diluti cum ſpiritibus permiſtione conſiſtens medium locum in vaſe exigit, ſicut media eſt illius gravitas inter vagantium ſpirituum levitatem, & fæculenti tartari gravitatem: Mellis demùm dulcedo ex ſui ſalis, ſeu ſacchari, copiâ proveniens iis partibus potiſſimum ineſt, quæ multo ſale refertæ graviores quoquè ſunt, & in fundo ſubſidunt. Nec eſt iis abroganda fides, qui in altiſſimo mari adeò gravem aquam à ſe deprehenſam alicubi teſtantur, ut ſupta reliquum maris fundum ambulantes ad altiſſimam foſſam venerint, in quam penetrare ſæpiùs irrito conatu tentârint: his enim non ægrè fidem habeo, qui aërem in imis vallibus craſſiorem atquè graviorem, in ſummis verò montibus puriorem atque leviorem ab omnibus admitti video. Cum itaque (ſi ex notis ad minùs notā progredi philoſophando liceat) propè centrum gravium ac levium medij partes graviores ſint, quàm procul ab illo; minor eſt gravitatio corporum, ſi centro propiora fiant, ac quando longè ab illo remota detinebantur. Hinc autem reſponderi poteſt quærentibus, cur in fodinis longè faciliùs crudi metalli maſſa moveatur, quàm in ſuperficie terræ: aër ſcilicet profundis illis cuniculis incluſus gravior multò ac craſſior eſt aëre iſto, quem inſpiramus, atque adeò ibi metallum minùs gravitat.

Quòd ſi libeat minorem hanc gravitationem experimento deprehendere, ſume vitream fiſtulam ſupernè clauſam longiorem pedibus tribus Romanis, eam imple argento vivo, digitoque oſculum accuratè claudens inverte, ac argento vivo ſubjecti vaſis immerge; tùm amoto digito deſcendet mercurius in fiſtulâ, iterúmque aſcendet, & in certâ dēmum altitudine perpendiculari quieſcet. Obſervatâ igitur altitudine perpendiculari, quam mercurius obtinet, ſi in imâ valle experimentum inſtituatur, eâque comparatâ cum altitudine perpendiculari, in qua conſiſtit, cùm in ſummo montis altiſſimi vertice experimentum idem ſumitur, animadvertes altitudinem mercurij per vim in fiſtulâ ſuſpenſi minorem eſſe in ſummo monte, quàm

in valle; Quia nimirum mercurius intra fiſtulam detentus tanquàm in vaſe, eſt in aëre fiſtulam ambiente tanquam in loco; in aëre autem leviori cùm magis gravitet, in minori etiam altitudine perpendiculari conſiſtit. Experimentum hoc in valle, & in monte ſumere mihi otium non fuit, quamvis in eo ſæpiùs me exercuerim: ſed de illius veritate ambigere non ſinunt teſtes in Galliâ luculentiſſimi, qui diſcrimen hoc in mercurij altitudine obſervârunt in altioribus montibus.

Verùm, ex alio præteteà capite imminui debet gravitatio corporum in minori à centro remotione, habitâ ſolùm ratione ſitûs. Cùm enim totius corporis gravitatio conflata ſit ex ſingularum partium impetu, quo deorſum nituntur, manifeſtum eſt ſingulis partibus languidiùs deorſum conantibus, totius corporis gravitationem eſſe pariter languidiorem. Quoniam verò quicquid in motu cogitur à recto ſecundùm naturam tramite deflectere, lentiùs atque remiſſiùs pergit ad præſtitutum motûs terminum; particulæ autem corporis ſolidi gravis, propiores centro factæ, magis à ſuo perpendiculo, ſibi invicem adverſantes, declinant; ſatis conſtat ſingulas fractis quodammodo viribus languentes plurimum de conatu remittere. Si enim



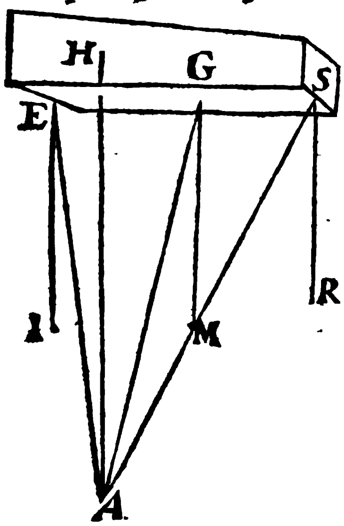
ſolidum A B fiat centro viciniùs ita, ut A ſit in K, & B in L, lineæ directionis partium extremarum ſunt K C, L C: at coguntur per lineas K F, L E parallelas deſcendere, fiuntque anguli C K F, C L E externi majores internis C A K, C B L per 16. l. 1. magis igitur in K & L recedunt à perpendiculo, quàm recederent in A & B. Quia itaque pars in K exiſtens magis impeditur ab oppoſitâ extremitate, quæ in L, ne per K C deſcendat (niſi enim pars, quæ in L, urgeret oppoſitam tentans per L C deſcendere, non cogeretur pars in K exiſtens adeò recedere à ſuâ directionis lineâ) minori etiam impetu deorſum fertur. Eſt autem eadem de reliquis partibus ratio,

præter

præter eas, quæ in eâdem directionis lineâ ſunt cum centro gravitatis; ſingulæ enim ad centrum terræ accedentes magis à ſuo perpendiculo recedunt, minúſque deorſum gravitant. Quî igitur fieri poſſit, ut debilitato ſingularum particularum conatu, atque impetu deorſum, non minuatur pariter totius corporis gravitatio, ſi fiat centro vicinius?

Illud tamen non diffiteor, quod ſi medij levitates, aut angulorum C L E, C B L inclinationes eo tantùm diſcrimine ſecernantur, quod omnem ſenſum fugiat, vel ſaltem ex medij gravitate, & anguli magnitudine conjunctim ſumptis oriri non poſſit varietas, quæ ſub ſenſum cadat; neque percipietur gravitationis differentia in majori vicinitate. Sed hoc non facit, quin inter gravitationes diſcrimen intercedat; neque enim continuò, ſi quid ſenſum latet, id omninò non eſſe dicendum eſt: contingere ſi quidem poteſt motum aliquem ita ſenſim, & ſine ſenſu fieri, ut non niſi elapſo temporis ſpatio demùm innoteſcat. Sic ſi vinum, cujus gravitas vix minor ſit gravitate aquæ arte ſatis notâ affuderis aquæ ita, ut innatet, & ſupremam vaſis partem occupet, aliudque vas ſimili vino plenum, ſed paulò altius, habeas, tum ex libra centrum motûs habente in centro gravitatis jugi pendeant æqualia pondera intrà vinum utriuſque vaſis; fiet utique ponderum æquilibrium, & conſiſtent eo in ſitu, quem illis dederis: at ſi alterum libræ extremum ita deprimas, ut pondus, quod ex eo pendet, ex vino ad aquam vix graviorem tranſeat, reliquo pondere intra vinum manente; initio quidem non apparebit motus libræ ſe reſtituentis, quia pondus in vino non excedit gravitationem ponderis æqualis in aquâ niſi eo exceſſu, quo gravitas aquæ ſuperat gravitatem vini; hic autem exceſſus cum minimus ſit, motum quoque efficiet, quem ægrè à quiete diſcernas, niſi ubi poſt aliquod tempus deprehenderis pondus altius deſcendiſſe, depreſſius autem aſcendiſſe. Haud ſecus philoſophandum eſt de majore, aut minore corporum gravitatione, ſi diſparibus intervallis à terræ centro removeantur, diutiùs enim propè centrum incumbere poterunt ſuſtinenti, quàm procul: id quod ſatis erit ad minorem gravitationem patefaciendam, quæ non ſtatim innoteſcat.

Hæc autem non leviter confirmari videntur ex iis, quæ quotidiè ferè videmus; nam ſi circinus, quo circulos deſcribere ſolemus, cadat, ſemper nodus prævertit cuſpides, & prior terram ferit; niſi fortè nodùs ad perpendiculum immineat cruribus: & omnia ferè corpora, quæ centrum gravitatis ex una parte habent, ſi ex modicâ altitudine dimittantur, videntur quidem cadere parallela; ſed ex majori altitudine ſi deſcendant, pars gravior prior terram attingit. Sit enim corpus E S, cujus gravitatis centrum H, linea directionis H A; ſi horizonti parallelum deſcenderet, per rectas E I, S R parallelas lineæ directionis moveretur; id quod in modicâ tantùm altitudine contingere videtur, quia nondum facta eſt ea gravitationis imminutio in extremitate S, quæ percipi poſſit. Si enim E per E I deſcenderet, S verò per S R, angulus I E A æqualis alterno E A H per 29. lib. 1. minor eſſet angulo R S A, qui æqualis eſt alterno H A S; nam ex hypotheſi minùs diſtat E, quàm S, à centro gravitatis H, & eſt angulus E A H minor angulo H A S; pars igitur S magis deflecteret à ſuo perpendiculo S A, quàm E deflecteret ab E A; cùm itaque S magis in latus propelleretur, plus etiam de conatu deorſum remitteret, quàm E; atque adeò non poſſet æqualiter deſcendere ac moveri, contra hypothesim paralleliſmi. Dicendum eſt igitur non per parallelas E I, S R fieri motum, ſed intra illas paulatim partem E graviorem præcurrere: quia ſcilicet partes omnes extra lineam directionis A H conſtitutæ dum removentur à ſuo perpendiculo, aliquid amittunt de impetu, quo deorſum nituntur, propiores quidem minus, remotiores autem plus; pars ſi quidem G in principio motûs deſcendens parallela lineæ directionis per G M facit angulum A G M internum per 16. lib. 1. minorem externo G M S, qui per 29. 1. eſt æqualis alterno M S R. Quia ergo A G M



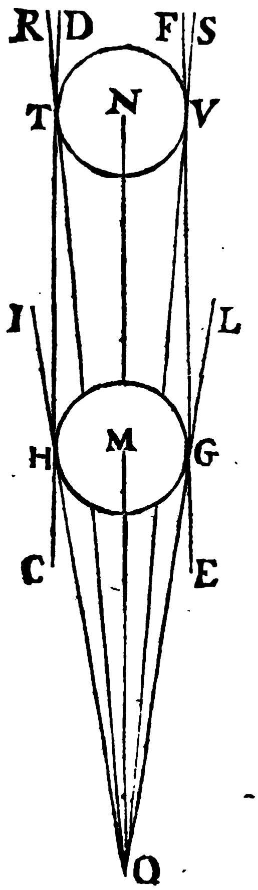
minor

minor eſt angulo A S R, pars G minus de ſuo impetu deorſum amittit, quàm pars S; & quamvis initio diſcrimen hoc non percipiatur, demum fit, ut additis pluribus differentiis maniſeſtè appareat partem S minùs gravitare, quia tardiùs deorſum movetur; & tandem ipſa ſequitur partem E præcurrentem, poſtquam minori illâ gravitatione permiſit parti E, ut propiùs accederet ad lineam directionis, fieretquè quædam virtualis converſio circa centrum gravitatis H, in qua extremitas E occuparet infimum locum, S autem ſupremum. Quare cùm nos doceat experientia partem H S æquiponderantem parti H E, ſi ſuſpendantur ex H, in motu tamen minùs gravitare, quàm oppoſitam, ideóque fieri illam converſionem, ut pars E fiat inferior; neque aptior aſſignari poſſit ratio, quàm quæ petitur ex receſſu partium majori à ſuo perpendiculo: ſatis liquet, quantum momenti habeat hæc declinatio à perpendiculo ad minuendam gravitationem. Ex majori igitur declinatione à lineâ perpendiculari, quæ conſequitur corpus conſtitutum non adeò procul à centro terræ ut priùs, non ineptè arguitur minor corporis gravitatio in eo ſitu, ſi cætera ſint paria: neque enim comparo corpus, quod per motum deſcendit, perſeverans in ſuo motu, cum corpore in loco altiori tranſeunte à quiete ad motum; nam tunc ex impetu per motum concepto major eſt gravitatio in loco inferiore, quàm in ſuperiore: ſed tantùm corpora invicem comparo, vel pariter quieſcentia, vel æquali tempore mota, illudque, quod terræ vicinius eſt, aſſero, vel minori niſu conari à quiete in loco alieno tranſire ad motum, vel æquali tempore, quo præceſſit motus, minus impetus acquiſiiſſe ac minoribus viribus motum continuare.

Ex his quæ de gravibus hactenus diſputata ſunt, aliquis fortaſsè inferat levia à centro remotiora minùs levitare, ſicut gravia centro propiora minùs gravitant. Verùm res eſt penſiculatiùs examinanda, nec ſimpliciter ex oppoſitis gravium, ac levium naturis definienda, quaſi ob id ipſum, quia ſibi gravitas atque levitas adverſantur, contraria haberent omnia conſequentia. Et quidem quod ſpectat ad

ſolam

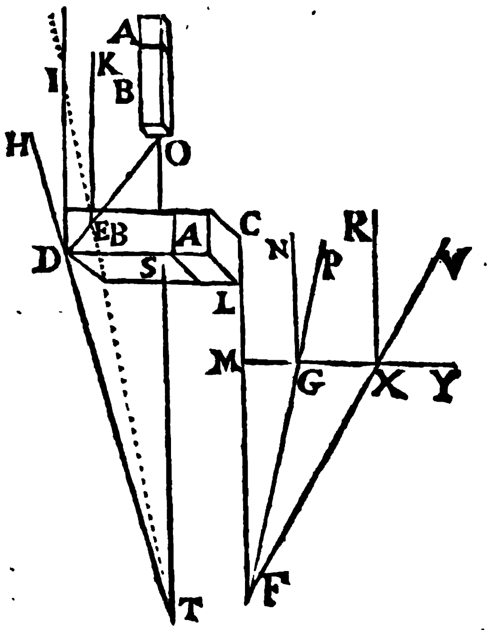
ſolam corporis levioris poſitionem ; non minuitur levitatio, ſed potiùs augetur in majoribus à terræ centro intervallis; ubi minùs à ſuo perpendiculo declinant partes centrum levitatis circunſtantes, & idcirco minùs de conatu remittunt, quò nituntur ad ſuperiora evadere. Sit namque Globus H G, cujus centrum levitatis M, & linea diſcretionis O M N; cui parallelæ ſunt H D & G F, quas deſcribunt aſcendendo extremitates H & G, & motum eumdem continuabunt, ſi globus in N tranſlatus intelligatur. Quando igitur globus eſt in M, extremitas H recedit à perpendiculo O I, & cum eo facit angulum I H T; quando autem eſt in N, extremitas T aſcendens per T D facit cum perpendiculo O R angulum R T D, qui per 15.lib.1. æqualis eſt angulo H T O ad verticem, hic autem, internus cum ſit, per 16. 1. minor eſt externo I H T. Eſt ergo R T D minor angulo I H T; atque ideò plus habet momenti ſurſum, ubi minus à recto ſecundum naturam tramite deflectit.



Diſcrimen hoc momentorum ab angulorum inæqualitate proveniens optimè intelligit natura, quæ ita motum perficit, ut, ſi duo inæqualiter levia coagmentata fuerint, levius præcurrat. Sic ſi A cortex ſuberis coagmentetur ligno fagino B, & intra aquam mediocriter profundam horizontaliter collocetur ſolidum D C, ita per lineam directio-

nis

nis T O aſcendit centrum levitatis, ut demum A in loco ſuperiore, B autem in inferiore conſtituatur, extremo D per rectam D O aſcendente: Quo in motu natura magnum invenit compendium. Quia enim partes centro levitatis viciniores magis levitant, quòd linea parallela lineæ directionis faciat minorem angulum cum earum perpendiculo (ſic ſi linea directionis ſit F L, eique parallelæ N G, R X, angulus N G X internus per 29. 1. eſt æqualis externo



R X Y, at P G X externus per 16. 1. major eſt interno G X F, hoc eſt V X Y ad verticem, ergo P G X major eſt angulo V X Y, & ſi uterque auferatur ex æqualibus N G X, R X Y, remanet N G P minor angulo R X V, ideoque G magis levitat, quam X) ex majore impedimento, quod initio motûs habetur ob anguli H D I magnitudinem, dum pars D minùs levitat, centrum levitatis per S O aſcendens inclinat corpus D C, & extremitas D in recta D O conſtituitur, in qua longè citiùs minuuntur impedimenta, quàm ſi per parallelam D I aſcenderet: vix enim aſcendit in E, cum impedimenta ſunt æquè diminuta, ac ſi aſcendiſſet in I; quandoquidem angulus K E I per 29. 1. eſt æqualis alterno E I D, atque adeò etiam angulo, quem in I faceret parallela D I cum perpendiculo; eſt igitur angulus K E I minor quocunque alio angulo, qui fieret in punctis intermediis lineæ D I; ſed quoniam centrum levitatis aſcendendo acquiſivit majorem impetum, quàm extremitas in E exiſtens, per vim illam rapit extra parallelam E K, trahitque per lineam E O, & perpendiculum facit angulum ſemper minorem cum lineâ directionis; unde fit partem inferiorem ſemper faciliùs trahi, quo minùs in diverſa

abit ejus perpendiculum, cum quo ſemper minorem, & minorem angulum facit linea motûs D O; donec demùm totum ſolidum obtineat ſitum perpendicularem; quod initio erat in æquilibrio.

Cæterum, quamvis habitâ ratione ſitûs, levia altiora magis levitent, ſivè parallela horizonti jaceant extrema, ſivè inclinata, ratione tamen medij, quod in ſuperioribus eſt levius, quàm in inferioribus, minùs levitant: experientia enim oſtendit ea lentiùs aſcendere, quæ propiùs accedunt ad medij naturam ſecundùm levitatem: nam ex tribus globulis ſphæricis, quorum diameter unc. 2 $\frac{1}{7}$ pedis Romani, cereus erat ponderis drachmarum 24, faginus drachm. 22, vitraëreus drachm. 7. in aëre expenſi, ſed eorum motus in aquâ ad altitudinem pedum 14, valdè inæqualis fuit, numeratis vibrationibus ejuſdem perpendiculi; cereus ſiquidem aſcendit lentiſſimè vibrationibus 88, faginus vibrationibus 37, vitraëreus vibrationibus 33: unde patet cereum, qui minimùm ab aquâ differt in pondere (aquæ etenim molis æqualis eſt drachm. 25 $\frac{1}{3}$) minùs in eâ levitare. Sicut igitur diverſa levia in eodem medio inæqualiter levitant, ſic idem leve in medio diſſimili inæqualiter levitabit pro majore aut minore levitatum diſſimilitudine. Conveniunt itaque gravia, & levia, quod hæc procul à centro offendentia medium levius minùs levitant, illa propè centrum habentia medium gravius minùs gravitant. Differunt autem ratione poſitionis, quia, in loco remotiore à centro, perpendicula omnia concurrunt ad angulos magis acutos, minúſque differunt à lineâ rectâ, ideo quaſi collatis viribus magis gravitant, & magis levitant; at prope centrum cum perpendicula magis in diverſa abeant, & levia minùs levitant, & gravia minùsgravitant. Porrò hanc ſimilitudinem gravitationis gravium, & levitationis levium in eodem loco, à me vocari diſcrimen, & differentiam, quia habita ratione oppoſitorum videbatur leve remotius debere minùs levitare, ſicut grave propius minùs gravitat, ne te moveat; litem de verbo non faciam.

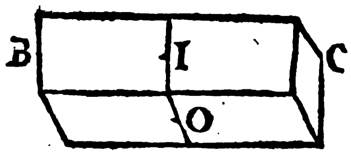
CAPUT

CAPUT V.

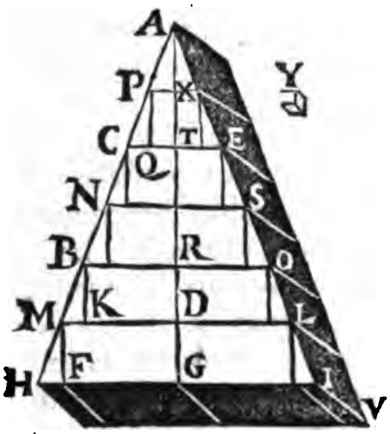
Quâ ratione centrum gravitatis corporum inveniatur.

OPus mechanicum plerunque non indiget puncto illo, quod intra corporum ſoliditatem latet, ac centrum gravitatis definivimus; ſed ſatis eſt ſi in extimâ corporis ſuperficie innoteſcat punctum, aut linea imminens ipſi gravitatis centro, pro ratione ſitûs, in quo corpus grave conſiſtere cupimus. Ideo geometricum laborem inveniendi punctum illud intimum Centrobarycæ relinquens, mechanica tantùm inquiſitione, & quaſi tentans, perveſtigo punctum illud, aut lineam in corporis ſuperficie, cui reſpondet planum per lineam directionis ductum, & ſecans corpus in certo ſitu conſtitutum. Et quidem ſi corpus ſphæricum fuerit ex partibus ejuſdem naturæ conflatum, aut ſaltem ex partibus heterogeneis quidem, ſed circa ſphæræ centrum ſimiliter diſpoſitis ita, ut intima ſphærula folliculis quibuſdam obvolvatur; quia idem eſt molis atque gravitatis centrum, punctum quodcumque in ſphærica ſuperficie aſſumatur, aptum erit; ſingula enim ſimilem habent poſitionem. Sin autem aut ſphæræ ſegmentum, aut ſphæra ex partibus heterogeneis inæqualiter diſpoſitis fuerit; imponatur plano horizontali accuratè levi, & maximè æquabili; & quod punctum tangetur à ſuppoſito plano, ubi motus omnis ceſſaverit, illud eſt, quod potiſſimùm quæritur, ac punctum ſuperius, quod huic è regione eſt, erit pariter aptum ad propoſitum finem.

Quod ſi cylindricum fuerit oblatum corpus, aut priſma quodcunque continuo, & ſimili ductu productum; ſecetur bifariam longitudo, & punctum habebitur cylindri centro gravitatis reſpondens: priſmatis autem ſingula plana parallelogramma ſi dividantur in æquas tum longitudinis, tum latitudinis partes, planum per inventa puncta ductum tranſibit per centrum gravitatis priſmatis, dividet enim in partes æquales, & ſimiliter poſitas, unde oritur momentorum gravitatis æqualitas.



Ut ſi parallelepipedi B C plana ita dividantur, ut habeant puncta media I, & O, & per ea agatur planum, conſtat æqualia eſſe momenta gravitatis partium I B, & I C, cùm nullo ex capite poſſit oriri momentorum inæqualitas. At ſi non facies parallelogrammæ priſmatis dividendæ ſint, ſed potius baſis, quæ ſæpè varia eſt, & irregularis, tunc inveniendum eſt in ea punctum, in quo ſibi occurrunt ſectiones planorum ſecantium datum corpus in momenta æqualia, illudque reſpondet centro gravitatis intra ſoliditatem exiſtenti.



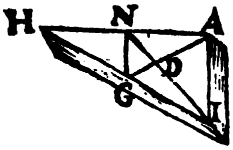
Sit autem primò baſis priſmatis trigona A H I; dividatur unum ex lateribus ex. gr. H I bifariam in G, planum enim tranſiens per A & G, atque bifariam ſecans parallelogrammum H V tranſibit per centrum gravitatis priſmatis trigoni. Nam ſi datum priſma ſecetur pluribus planis parallelis plano H V facientibus ſectiones M L, B O, N S, C E, & ex harum ſectionum extremis exeant alia plana ſecantia parallela plano A G; abſcinduntur ex priſmate dato parallelepipeda L F, O K &c. quæ à plano A G dividuntur in partes G L, G M æquales ac ſimiliter poſitas; item D O, D B, &c. Igitur ſingula in eodem plano A G habent gravitatis centrum, ac proinde tota moles ex iis parallelepipedis compoſita in eodem plano habet centrum gravitatis. Quoniam verò, ſi adhuc plana ſecantia frequentiora ſint, plura fiunt parallelepipeda, quorum omnium moles compoſita adhuc minus differt à mole totius priſmatis dati, ita ut toties multiplicari poſſit biſectio, ut demum relinquatur differentia minor quacunque minimâ mole excogitabili; hinc fit molem compoſitam ex parallelepipedis illis infinitis (ſic loqui liceat, quia non eſt certus eorum numerus explicabilis) habere centrum gravitatis in plano A G;

ac

ac proinde etiam priſma trigonum ex iis conflatum parallelepipedis habere in eodem plano A G centrum ſuæ gravitatis, quandoquidem non differt ab illis niſi differentiâ minore quacumque minimâ excogitabili. Sunt igitur partium A G H, A G I momenta æqualia; quia ſi inæqualia eſſent haberent differentiam, qua poſſet dari minor (neque enim eſſet indlvidua) hæc autem differentia ſi eſſet, alia non eſſet, quàm quæ intercedit inter priſma datum, & omnia parallelepipeda, cujus differentiæ inæquales partes eſſent in A G H, & A G I: igitur differentia partium A G H, A G I eſſet minor differentiâ priſmatis, & omnium parallelepipedorum; nam eſſe non poteſt major, vel illi æqualis: ſed jam ex hypotheſi differentia inter molem compoſitam ex omnibus parallelepipedis, & priſma, eſt minor quacumque minimâ datâ, ergo ſi eſſent inæqualia momenta partium A G H, A G I haberent differentiam minorem, & non minorem eâdem differentiâ inter priſma & omnia parallelepipeda. Non ſunt igitur inæqualia. Res autem fortaſsè ſic breviùs explicabitur; ſi partes A G H, A G I non ſunt æquales, ſit A G H minor quàm A G I, differentiâ Y. Tot autem fiant biſectiones, ut parallelepipeda relinquant differentiam minorem quàm Y. Quia ergo parallelepipeda in A G I habent differentiam minorem quàm Y, à parte priſmatis A G I, illa ſunt majora quàm pars priſmatis A G H, quæ deficit à parte A G I differentiâ Y. Atqui parallelepepida in A G H ſunt æqualia parallelepipedis in A G I, ergo etiam parallelepipeda in A G H majora ſunt, quàm tota pars A G H, quod eſt manifeſtè falſum. Non eſt igitur altera pars major, altera minor. Porrò ex continua biſectione laterum A C, & C N &c. relinqui ſemper minorem differentiam, hoc eſt ſemiſſem præcedentis differentiæ, conſtat, quia ſi A C ſecetur in P, & ducantur plana parallela planis A G, & H V, dividitur C T biſariam in Q, & eſt T P parallelepipedum ablatum duplum priſmatis trigoni C P Q, cui æquale eſt priſma A P X; adeóque duobus hiſce priſmatis æquale eſt ablatum parallelepipedum T P, quod eſt ſemiſſis differentiæ A T C, quæ priùs relinquebatur: & eadem eſt de cæteris ratio. Quare ſi ex datâ quantitate auferatur ſemiſſis, & iterum ſemiſſis reſidui, & ſic in infinitum, neceſſe eſt aliquando eò devenire, ut reſidua

quantitas minor ſit quacunque datâ quantitate, ut colligitur ex prop. 1. lib. 10. Eucl. Ideo fieri non poteſt, ut priſmate diviſo à plano A G, altera pars excedat momenta alterius quantitate Y, quia tot poſſunt abſcindi purallelepipeda, ut relinquatur differentia illorum à priſmate minor, quàm ſit Y: planum autem A G æqualiter dividit momenta parallelepipedorum, igitur cum tota reſidua differentia minor ſit quam Y, eſſe omnino non poteſt, ut altera pars habeat exceſſum quantitati Y reſpondentem: ſi enim quantitates illæ differrent, poſſet dari quantitas minor illarum differentiâ; ſed non poteſt hujuſmodi minor quantitas dari, nam quælibet data eſt major, igitur non differunt, ſed ſunt æquales.

His ita conſtitutis facilè definitur punctum centro gravitatis imminens in baſi priſmatis: quia enim oſtenſum eſt planum ab angulo per medium latus oppoſitum ductum tranſire per centrum gravitatis, & dividere in momenta æqualia totum priſma, centrum gravitatis erit non ſolùm in plano A G, ſed etiam in plano I N propter eandem rationem. Punctum igitur D, in quo occurrunt ſibi communes ſectiones planorum ſecantium, & baſis, eſt punctum, quod quæritur, imminens centro gravitatis. Punctum D autem ſecare rectam N I ita, ut N D ad D I ſit ut 1 ad 2, ſic oſtenditur.



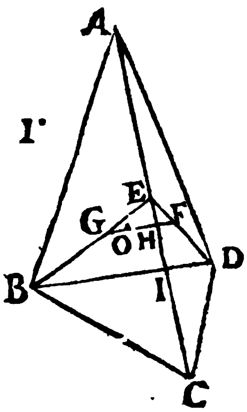
Ducatur recta N G, quæ per 2. lib. 6. eſt parallela ipſi A I; ergo ut H G ad H I, ita N G ad A I per 4. lib. 6. ergo N G ad A I eſt ut 1 ad 2: ergo triangula N G A, A G I ſunt ut 1 ad 2, per 1. lib. 6. Cum autem ut N D ad D I, ita N D A ad D I A, & N D G ad D I G per 1. 6. erit etiam, ex 12. lib. 5. ut N D ad D I, ita N G A ad A G I, hoc eſt 1 ad 2. Eadem ratione oſtenditur G D ad D A eſſe, ut 1 ad 2. Vel etiam breviùs: Quia enim N G, A I ſunt parallelæ, triangula N D G, A D I ſunt ſimilia propter angulorum æqualitatem; ergo ut N G ad A I, hoc eſt ut 1 ad 2, ita G D ad D A, & N D ad D I. Quare ſatis erit latus unum trianguli bifariam ſecare, & ab oppoſito angulo rectam ducere; cujus tertia pars verſus baſim diviſam dabit centrum gravitatis trianguli.

Jam verò ſi baſis priſmatis quadrangula fuerit parallelogramma,

ma, ductis diametris apparebit quæſitum punctum, per quod tranſeunt omnia plana dividentia æqualiter corporis dati momenta, cum ſint partes utrinque æquales, & ſimiliter poſitæ. Et ob eandem rationem ſi baſis priſmatis fuerit aliqua ex figuris ordinatis, ſeu æquilateris; centrum figuræ eſt punctum imminens centro gravitatis; planum ſi quidē per illud tranſiens, & per unũ angulorum, dividit totũ priſma in partes æquales ſimiliterque poſitas; atque adeò momenta hinc, & hinc ſunt æqualia.



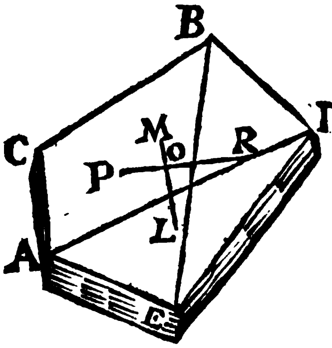
At ſi baſis trapezia fuerit, duc utramque diametrum E C, & B D: tum in baſi trigonâ B C D priſmatis partialis inveniatur punctum centro gravitatis reſpondens (punctum hoc deinceps, brevitatis gratiâ, dicetur centrum gravitatis, quamvis per abuſionem) & ſit H; & in oppoſita baſi trigona reliqui priſmatis B D E pariter inveniatur punctum F; & per utrumque punctum tranſeat planum F H; nam in hoc eodem plano eſt centrum gravitatis totius priſmatis trapezij, quod dividitur in momenta æqualia: hoc ſiquidem planum tranſiens per H gravitatis momenta æqualia habet hinc, & hinc in priſmate trigono B D C; ſimiliter cum tranſeat per F, habet hinc, & hinc momenta æqualia gravitatis priſmatis trigoni B E D: ſi igitur æqualia æqualibus jungantur, planum idem æqualiter partitur momenta gravitatis priſmatis trapezij E D C B, & in eo eſt centrum gravitatis illius. Eadem ratione in baſi trigona E B C inveniatur punctum G, & in baſi E D C punctum S, per quæ ſi agatur planum G S, in eo pariter erit centrũ gravitatis totius priſmatis trapezij.



Eſt igitur centrum gravitatis in communi ſectione planorum F H, & G S; ac proinde punctum I illud eſt, quod quæritur. Aliter etiam, & facillimè in baſi trapezia A B C D invenitur centrum gravitatis: ductis enim diametris A C, B D, altera diameter ex. gr. A C bifariam ſecetur in E, ducanturque rectæ D E, B E; trianguli A D C centrum gravitatis eſt in recta D E, & quidem in F, ita ut E F ſit tertia pars totius E D, ut conſtat ex paulò ante demonſtratis. Ducatur igitur F G pa-

rallela

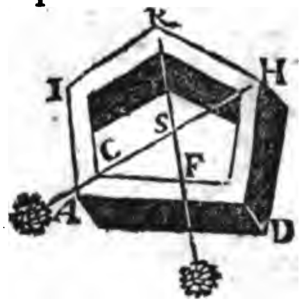
rallela alteri diametro B D, & erit ſimiliter G centrum gravitatis trianguli A B C, quia per 2. lib. 6. ut E F ad F D, ita E G ad G B; Quia ergo diameter A C ſecatur in H, ſumatur F O æqualis ipſi G H, & eſt O centrum gravitatis trapezij, eſt enim triangulum A B C ad triangulum A D C, ut F O ad O G, hoc eſt ut H G ad H F. Eſt autem H G ad H F ut B I ad I D propter paralleliſmum linearum G F, B D. Porrò conſtat triangulum A B C ad triangulum A D C eſſe ut B I ad I D, nam triangula A B I, A D I ſunt ut baſes B I, D I, item B C I, D C I ſunt ut eædem baſes B I, D I per 1. lib. 6; igitur, & totum triangulum A B C ad totum A D C eſt ut B I ad D I: igitur, & triangulum A B C ad triangulum A D C eſt ut F O ad O G.



Hinc facilis patet via ad inveſtigandum idem punctum in baſi priſmatis pentagoni B D E A C. Primùm enim ducto plano per B E, inveniatur in baſi trigonâ B D E punctum R, & in baſi B E A C quadrangulâ punctum P; & ducto plano per R P, in eo erit centrum gravitatis priſmatis pentagoni, cum in eodem ſint centra gravitatis partium. Deinde ducto per D & A plano, inveniatur in baſi trigona D E A punctum L centrum gravitatis, & in baſi quadrangulâ A C B D punctum M centrum gravitatis: in plano pariter ducto per M L eſt centrum gravitatis totius priſmatis pentagoni, quod proinde eſt in communi planorum per P R, & L M ductorum ſectione; atque adeò punctum, quod quæritur, eſt O. Eadem eſt methodus in priſmate hexagono; ducto enim plano dividente in duo priſmata, quorum alterum eſt trigonum, alterum pentagonum, inveniatur utriuſque centrum gravitatis, & per inventa puncta agatur planum. Deinde iterum alio plano ſecetur in duo priſmata, quorum alterum pariter ſit trigonum, alterum pentagonum, & per inventa ſingularia gravitatum centra agatur planum: duo ſiquidem plana ducta per centra gravitatis partium, tranſeunt pariter per centrum gravitatis totius, quod eſt in communi eorum ſectione. Eademque de reliquis priſmatis eſt ratio.

Sed

Sed hæc indicaſſe ſufficiat, quæ operi Mechanico ſatis eſſe poſſunt in omnibus ferè priſmatis: Si enim baſis non fuerit planè rectilinea, inſcripto polygono rectilineo, quod minimùm differat à plano baſis, quæres ejus centrum gravitatis, methodo jam traditâ; illoque uſurpato tanquam vero dati priſmatis centro quæſito, minimùm aberrabis; aliquando tamen aberrabis, aliquando continget, ut inventum cum quæſito conveniat. Quòd ſi accuratiori inveſtigatione opus fuerit: quemadmodum in cæteris corporibus, quæ continuum ductum non habent, ſed inæquali craſſitudine creſcunt, aut decreſcunt, ut in obeliſcis, aut pyramidibus truncatis, reliquiſquè planè inordinatis molibus; tunc ad geometricam Centrobaryces methodum confugiendum eſt; quam hic ego non perſequor. Praxes igitur aliquæ proponendæ ſunt, quibus centrum gravitatis phyſicè perſpectum habere poſſimus in corporibus, quorum frequentior, vulgariſque uſus eſſe poteſt.



Prima praxis ſit ad inveniendum gravitatis centrum in cingulis, quæ laminis quoque communis eſſe poteſt. Sit datum cingulum A H, quod primùm ſuſpendatur ex H, & inde pendens perpendiculum ſecet oppoſitum latus I A in C; notetur igitur punctum C. Deinde iterum ſuſpendatur ex R, & perpendiculum cadat in punctum F, quod notetur. His cognitis ducatur filum ex R in F, ibiquè intentum alligetur; aliud filum ſimiliter ex H in C ducatur, & ſecans in S filum R F, dabit punctum S quæſitum centrum gravitatis: ex quo ſi ſuſpenderetur datum cingulum, maneret horizonti parallelum. Quod ſi eſſet corpus talis figuræ, ut ſpatium non clauderet, ſed haberet angulum cavum, aut eſſet fruſtum annulare, eadem eſt methodus factâ ſuſpenſione illius ex duobus punctis, ex quibus perpendiculum cadere poſſit intrà corporis ſuperficiem; in qua ſi notentur puncta, per quæ tranſit, & ducantur fila, ut priùs, eorum communis ſectio dabit quæſitum centrum gravitatis. Hinc ſi vel lamina eſſet perforanda, ut axi infigeretur, vel cingulum eſſet axi imponendum, in utrâque ſuperficie oppoſitâ quærere oporteret punctum S, ut axis per centrum gravitatis tranſiret, eique

uterque polus reſponderet: in cingulis autem præterea habenda eſſet ratio tranſverſariorum, per quæ axis infigendus eſſet, ea enim poſſunt centrum gravitatis compoſitæ in alio puncto conſtituere.

Secunda praxis laminis potiſſimùm accommodata, in quibus punctum medium ſatis accuratè inquiritur, ut ſi lamina metallica eſſet in calicem excavanda, hæc eſſe poteſt. Impone laminam acutæ cuſpidi cultri, aut ſtyli, eamque ultrò citróque tantiſper move, dum conſiſtat citrà periculum cadendi: punctum enim, quod à cultri aut ſtyli cuſpide notatur, centrum eſt quæſitum.

Tertia praxis ſit iis corporibus conveniens, quæ præſtant longitudine, qualia ſunt pſeudocylindrica, conica, pyramides &c. quæ ſi non prædita ſint multâ gravitate, imponantur funiculo brevi horizontaliter extenſo, at ſi graviora fuerint, vel cylindrulo vel aciei priſmatis trigoni imponantur, & uſque dum in æquilibrio conſiſtant, promoveantur: ubi enim quieverit corpus impoſitum, ex loco contactûs innoteſcet vel punctum, ſi in puncto ſe contingant, vel linea, ſi in lineâ, per quam ſi ducatur planum à centro terræ, diſtinguetur impoſitum corpus in momenta gravitatis æqualia. Inventâ autem hujuſmodi lineâ facilè prodet ſe quæſitum punctum.

Quarta praxis non multùm diſtat à ſuperiore: ſi nimirum oblatum corpus impoſueris plano alicui horizontali, quod tamen à pavimento abſit mediocri aliquo intervallo, habeat autem extremum marginem exactè rectum: extra ſuppoſiti plani marginem illud paulatim promove, donec eò venerit, ut ſi vel minimum ulteriùs promoveretur, ſponte caderet; ibíque ſecundùm rectitudinem marginis plani duc ſtylo lineam in corpore impoſito. Deinde ſuperficie eâdem planum tangente, ſi corpus, præter longitudinem, non modicam præterea habeat latitudinem, convertatur aliquantulum, & ſimili methodo invenietur linea alia ſecans priorem in puncto quæſito, quod ſcilicet reſpondet centro gravitatis intra corporis ſoliditatem deliteſcenti.

Hæc ſunt quæ Mechanices inſtituto ſufficere poſſint ad centrum gravitatis inveniendum; in molibus enim majoribus, quæ plerumque vix differunt à priſmatis, non indigemus communiter

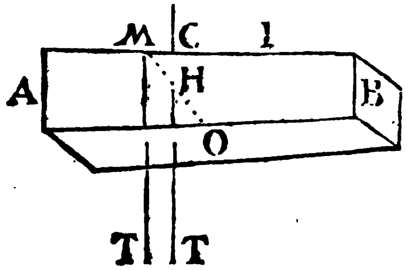
niter Geometricâ ſubtilitate. Illud reſtat, ut earum, quas attuli praxes, ratio, & cauſæ explicentur, ex quibus clarior habeatur notitia eorum, quæ ad centrum gravitatis pertinent.

CAPUT VI.

Aſſertur ratio prædictarum praxeon.

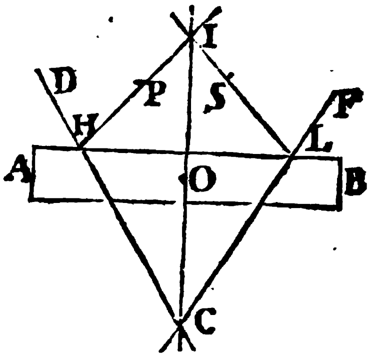
UT palam fiat praxibus capite ſuperiore allatis inveniri punctum reſpondens centro gravitatis, quod inquiritur, indicandi ſunt fontes, ex quibus illæ deducuntur. Earum itaque ratio petenda eſt ex gravium naturâ, quæ extra locum ſibi debitum conſtituta, in medio videlicet leviore, conantur deorſum pro viribus, niſi impediantur: quod ſi interpellentur quidem, non tamen prorſus deſcenſu prohibeantur, deſcendunt, prout fert obſtantium impedimentorum conditio. Sic lapis ſphæricus in montis clivo poſitus cùm non valeat rectâ, ſicut in aëre libero, deorſum ferri, per planum illud inclinatum deſcendit: Sic plumbum, quod filo adnectitur laqueari, à perpendiculo remotum deſcendit circulariter. Porrò quæ de toto ipſo corpore vera eſſe intelligimus, ejus quoque partibus ſingulis conveniunt; cùm enim ſingulæ ſuam habeant gravitatem, niſi quid obſtet, deſcendunt. Jam verò ſi contingat ita corpus grave oppoſito extrinſecùs obice impediri, ut cunctæ ſimul partes, quaſi moles unà deſcendere nequeant; ſublato partium nexu deſcendunt, quæcunque carent impedimento: ut ſi ceream candelam, aut glaciem, quam manu ſuſtines, igni admoveas; haud dubium, quin partes extremæ igni proximæ liqueſcentes, ſolutâ unione cum cæteris, ſuis nutibus deorſum latæ liberè deſcendant. At ſi partes omnes colligatæ invicem permaneant, eandemque figuram ſervent; corpore illo ſuſpenſo aut ſuſtentato, fieri non poteſt, ut partes aliquæ deſcendant, quin aliæ, quæ è regione ſunt trans ſuſpenſionis, aut ſuſtentationis punctum, aſcendant; id autem harum gravitati repugnat: non igitur aſcendere poſſunt, niſi deſcendentes oppoſitæ viribus ac momentis præſtent ita, ut harum gravitati

vim inferre valeant. Quare ſi fiat corporis ſuſpenſi, aut ſuſtentati conſiſtentia, argumentum eſt æqualitatis momentorum, punctum ſuſpenſionis, aut ſuſtentationis hinc, & hinc uſquequaque circunſtantium; ſi qua enim eſſet inæqualitas, alterutra pars præponderaret, & ad motum incitaretur.



Sit corpus grave A B, cujus centrum gravitatis H, linea directionis H T in centrum univerſi producta. Si ſuſpendatur ex puncto C, quod eſt in eadem lineâ directionis, neceſſariò conſiſtit corpus horizonti parallelum, quia rectâ deſcendere non poteſt per H T, cum in C retineatur; neque alterutra pars poteſt deſcendere, quia momenta partis H B, quibus deorſum nititur, æqualia ſunt momentis, quibus pars H A reſiſtit, ne elevetur; & viciſſim viribus gravitatis A H cæteroqui deſcenſuræ reluctatur gravitas H B pari niſu repugnans, ne attollatur; totum ergo conſiſtit. At ſi ex M puncto ſuſpendatur, non poteſt quidem per M T perpendicularem deſcendere versùs terræ centrum, ſed neque conſiſtet horizonti parallelum; quia ſi planum intelligatur ex terræ centro per rectam M T ductum, non dividitur corpus in momenta æqualia, cum non tranſeat per H centrum gravitatis; igitur cum majora ſint momenta partis M B, quàm partis M A, illa præponderabit, atque deſcendens circa punctum M permanens convertetur, donec centrum gravitatis H ſit in perpendiculari M T, cui congruat recta M O: tunc autem demum conſiſtet, quia planum tranſiens per M H O æqualiter diſpertit momenta gravitatis; neutrâ autem parte præponderante, utraque quieſcit. Idem dicendum, ſi corpus ex I puncto ſuſpenderetur; tunc enim ſolùm fieret conſiſtentia, ubi in eadem directionis lineâ eſſet punctum I atque H centrum gravitatis. Quod ſi duplici funiculo ſuſpendatur pondus, & illi paralleli non ſint, quia neque horizonti perpendiculares, illi ſi producantur, concurrent in punctum aliquod lineæ directionis, ſivè ſupra pondus, ſivè infra, pro ratione angulorum, quos conſtituunt.

Si



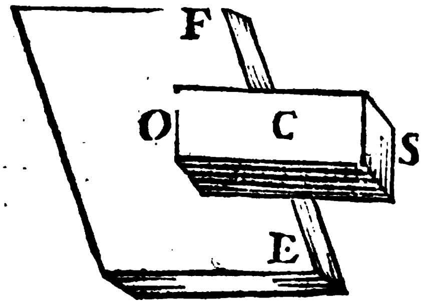
Sit enim corpus A B, cujus centrum gravitatis O, linea directionis I O C, ſi ex I ſuſpendatur per O, in eo ſitu manebit; ergo etiam, ſi funiculi ſint I H, I L, manebit: ergo etiam, ſi ſint P H, S L, funiculorum enim longitudo nihil facit; Idem etiam dicendum cum funiculi ſunt D H, F L; producti enim concurrunt cum linea directionis in C, ſemper ſcilicet perinde ſe habet atque, ſi ex I ſuſpenderetur.

Quæ verò de ſuſpenſione dicta ſunt, ea, analogiâ ſervatâ, de ſuſtentatione quoque dicta intelligantur; tunc ſolùm videlicet corpus conſiſtere, cùm ex centro gravitatis ducta directionis linea tranſit per punctum ſuſtentationis, quia tunc ſolùm æqualia hinc, & hinc ſunt momenta virtutis ad deſcendendum, atque reſiſtentiæ ad aſcendendum: ut quando corpus aliquod imponitur cono, vel priſma ſphæræ, vel ſegmentum ſphæricum, plano, vel cylindrus aciei priſmatis trigoni in tranſverſum; cadet enim in alterutram partem impoſitum corpus, niſi in eadem linea fuerint centrum terræ, punctum contactûs, & centrum gravitatis. Quod ſi corpus ſuſtentans, atque ſuſtentatum ſe tangant in lineâ, opus eſt lineam illam eſſe in plano per lineam directionis ducto, ut fiat æqualium momentorum conſiſtentia. Quare ſi impoſitum corpus conſiſtat, certiſſimo argumento conſtabit punctum, ſeu lineam, contactûs reſpondere centro gravitatis. Hinc patet ratio ſecundæ, & tertiæ praxis.

In prima praxi quia facies extima, ſupra quam perpendiculum liberè movetur, eſt in plano verticali, perpendiculum H C eſt parallelum lineæ directionis corporis gravis, quæ tranſit etiam per punctum ſuſpenſionis H: planum igitur tranſiens per punctum ſuſpenſionis H, & per perpendiculum H C, tranſit quoque per centrum gravitatis corporis. Cum verò idem prorſus dicendum ſit de plano tranſeunte per punctum ſuſpenſionis R, & perpendiculum R F, illud ſcilicet tranſire per centrum gravitatis corporis; apertum eſt centrum gravitatis eſſe in

communi illorum planorum ſectione, eique reſpondere punctum S inventum.

Quia demum, ſi corpus quod ſuſtinet, & id, quod ſuſtinetur, in ſuperficie ſe tangant, corpus impoſitum in alterutram partem cadere non poteſt (niſi fortè ſuppoſitum planum fuerit inclinatum) quin planum per lineam directionis ductum ita ſit extra ſuperficiem, in qua ſit contactus, ut neque illam contingat; conſtat ratio quartæ praxis. Si namque planum ex terræ centro ductum per C centrum gravitatis dati corporis O S, ſecet ſubjectum planum, pars corporis extra marginem F E in aëre extans minora habet momenta gravitatis, quàm reliqua pars; hæc igitur gravior non poteſt ab illa elevari: ubi verò promotum corpus eò venerit, ut planum per centrum gravitatis C ductum tangat extremum marginem ſubjecti plani ita, ut in eodem plano, in quo eſt centrum gravitatis C, ſit etiam F E, æqualia ſunt gravitatis momenta partis C S in aëre extantis, ac C O partis plano incumbentis; & ſi vel minimum ulteriùs promoveretur, pars extra planum ſubjectum extans gravior eſſet, adeóque deſcenderet. Quare ſi in corporis O S ſuperficie infimâ lineam deſcripſeris ſecundùm marginem F E, ea erit in plano tranſeunte per centrum gravitatis. Quia verò idem contingit, ſi iiſdem ſuperficiebus ſe contingentibus alium ſitum corpori dederis, pariterque eò uſque promoveris, ut citrà cadendi periculum promoveri ulteriùs non poſſit; alia linea ſecundùm marginem F E ducta erit pariter in plano per gravitatis centrum tranſeunte, ſecabitque priorem lineam, punctum mutuæ linearum ſectionis illud eſſe, quod quæritur, ſatis liquet. Hæc eſt diſpar philoſophandi ratio, ſi pars C O adeò longa eſſet, ut etiam extaret extra anguſtias ſubjecti plani; ſemper enim conſiſtit impoſitum corpus, quandiù planum per lineam directionis tranſiens, aut tangit, aut ſecat ſubjectum planum. Quandocunque enim linea directionis non tranſit per punctum, vel lineam, vel ſuperficiem, in

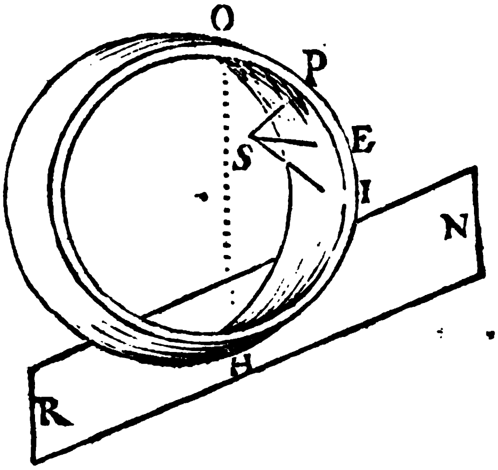


In quibus corpus grave tangitur à ſuſtentante (idem dic de ſuſpenſione) ſemper in alterutram partem grave inclinatur, in eam ſcilicet, in qua reperitur centrum gravitatis, cùm plura ſint ex ea parte momenta gravitatis.

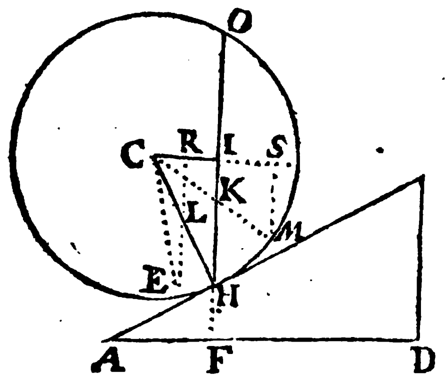
CAPUT VII.

Quomodo gravia ſpontè aſcendentia deſcendant.

EX his, quæ proximè dicta ſunt, grave ſuſtentatum in eam partem inclinari, in qua eſt gravitatis centrum, oritur aliquando aſcenſus gravium, qui rerum naturalium ignaros in admirationem adducit non mediocrem, ſi maximè tunc corpus deſcendere intelligant, quando illud cernunt altiùs ab horizonte aſcendere. Sit enim ſuper planum inclinatum RN rota tantæ latitudinis, ut poſſit in plano verticali erecta permanere, dum convertitur; habeat autem ad PO adnexam laminam plumbeam craſſiorem, adeò ut totius rotæ centrum gravitatis ſit S. Jam verò ea ſit plani ſubjecti inclinatio, ut rotâ illud tangente puncto H, linea à terræ centro per H punctum contactûs tranſiens non tranſeat per S centrum gravitatis (ſeu ut veriùs dicam, quia extima ſuperficies rotæ cylindrica tangit planum in lineâ, planum ex centro terræ per lineam contactûs in H ductum non tranſeat per S) ſed illud relinquat versùs ſuperiorem plani partem N; planum per rectam HO perpendicularem ductum diſtinguit rotam in momenta gravitatis inæqualia: non poteſt igitur rota in H conſiſtere, ſed convertitur, ita ut tangat planum in I primùm, deinde in E, demùm in P, ubi conſiſtet, cùm



cùm linea directionis ex gravitatis centro S ducta in terræ centrum tranſibit per P locum contactûs. In hac autem converſione dum rotæ partes inter H & P deinceps aptantur ſubjecto plano, centrum quidem molis aſcendit, ſed centrum gravitatis S deſcendit. Lineam porrò S P minorem eſſe lineâ S E, & hanc minorem lineâ S I, & hanc lineâ S H, conſtat ex prop. 7. lib. 3. Eucl. ſi nimirum per S, & C centrum agatur diameter. Non eſt tamen cenſendum quamlibet ponderis additionem in O P ſatis eſſe, ut in quolibet plano inclinato rota aſcendat; ſi enim diſtantia centri gravitatis à centro rotæ minor fuerit, quàm Sinus inclinationis plani, ſemper deſcendet; ſi eidem Sinui æqualis, non aſcendet; ſi demum eo ſinu major, poterit aſcendere.



Sit planum inclinatum A B, quod in H contingat circulum (hunc ſumo circulum, qui tranſeat per centrum tum molis tum gravitatis rotæ) cujus centrum C, & ducatur recta C H, quæ cum perpendiculari H O faciat angulum C H O. Quia enim O H producta cadit in horizontem A D perpendicularis, & angulus O H A per 32. lib. 1. æqualis eſt duobus internis H F A, F A H, eſt autem A H C ad contingentem factus à ſemidiametro rectus per 18. lib. 3. ſicut & H F A eſt rectus; reliquus C H O æqualis eſt angulo H A F inclinationis plani. Certum eſt igitur, quòd in eam partem rota convertetur, in qua fuerit centrum gravitatis. Quoniam verò C I eſt Sinus anguli C H I, poſito radio C H, eſt autem C I minima omnium, quæ ex C puncto cadant in rectam H O, manifeſtum eſt, quòd, ſi centrum gravitatis fuerit centro rotæ vicinius, ut in R, rota ſemper deſcendet, quia centrum gravitatis reſpicit declivitatem plani: at, ſi fuerit in I, aſcendere non poteſt, quia pars reſpiciens acclivitatem plani non præponderat: ſi demum longiùs à centro diſtiterit, ut in S, aſcendere poterit, uſque dum punctum S

fuerit

fuerit in lineâ perpendiculari ad horizontem tranſeunte per punctum contactûs.

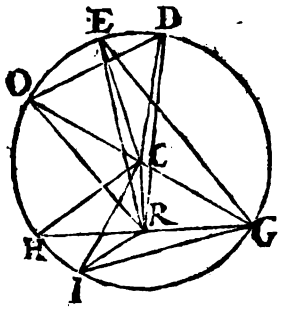
Ex his apertè conſtat futurum, ut rota deſcendat, ſi angulus, quem in puncto contactûs faciunt lineæ ductæ ex centris molis, & gravitatis (ſuppono molis centrum idem eſſe cum centro rotæ, quâ rota eſt) minor fuerit angulo inclinationis plani, tunc enim centrum gravitatis reſpicit declivitatem plani; futurum autem, ut rota aſcendat, ſi angulus ille major fuerit eodem angulo inclinationis, quia centrum gravitatis reſpicit acclivitatem plani; futurum demùm, ut conſiſtat, ſi angulus ille fuerit æqualis eidem angulo inclinationis plani, quia nimirum planum perpendiculare dividit æqualiter momenta gravitatis, cum tranſeat per centrum gravitatis exiſtens in lineâ perpendiculari.

Hinc patet ſemper deſcenſuram rotam, ſi habeat centrum gravitatis R, quia ſemper facit angulum, de quo dictum eſt, minorem angulo inclinationis, hoc eſt angulo C H I, nam ſi ducatur ad C R perpendicularis R E, & ex centro ducatur recta C E, angulus C E R eſt maximus omnium, quos faciunt lineæ ex punctis C, & R ductæ ad idem punctum circumferentiæ, ut mox oſtendam; atqui C E R minor eſt angulo C H I, (quia ob lineas R E, I H parallelas, angulus I H C internus per 29. lib. 1. eſt æqualis externo R L C, & R L C externus per 16. lib. 1. major eſt interno C E R, ac proinde I H C major quàm C E R) igitur quicunque angulus conſtitutus à rectis exeuntibus ex C, & R minor eſt angulo inclinationis; atque adeò ſemper deſcendet.

At ſi centrum gravitatis fuerit S, ductâ ad C S perpendiculari S M, angulus omnium maximus eſt C M S: hic autem eſt æqualis externo C K I, cum I K, & S M parallelæ ſint conſtitutæ; angulus verò C K I externus major eſt interno C H I, igitur angulus C M S major eſt angulo C H I, hoc eſt angulo inclinationis. Aſcendere igitur poterit rota, quando angulus ad contractum factus à lineis ex C, & S exeuntibus major eſt angulo inclinationis; ſin autem contactus fiat in eo puncto, ad quod ſit angulus æqualis, conſiſtet; ſi in iis punctis, ad quæ ſit angulus minor, deſcendet.

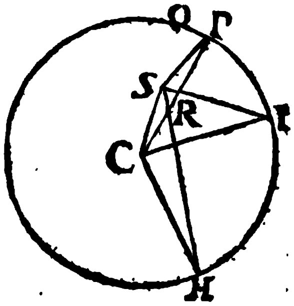
Porrò quamvis iis, qui in Aſtronomicarum Proſtaphæreſeon

doctrinâ verſati ſunt, ſupervacaneum ſit oſtendere angulum ad peripheriam factum à Radio circuli, & à linea perpendiculari in diametrum, eſſe maximum omnium, qui fieri poſſint à Radio, & à lineâ ductâ ex eodem diametri puncto, in quod cadebat perpendicularis; ut omnibus tamen fiat ſatis, non pigebit hîc demonſtrare. Sit in diametro circuli punctum R extra centrum C, & ad CR ducatur perpendicularis HR, quæ producta in G, bifariam dividitur in R: & ductis ex centro rectis CH, CG æqualibus, ſunt anguli CHR, CGR æquales, per 5. vel 8. lib. 1. Fiat angulus CER, ductis ex C & R rectis lineis ad idem punctum E peripheriæ. Dico angulum CER minorem eſſe angulo CHR. Ducatur enim recta EG; & erunt in Iſoſcele CEG æquales anguli CEG, CGE. Quia verò, per 7. lib. 3. RE major eſt quàm RG, angulus RGE major eſt angulo REG, per 18. lib. 1. & ablatis æqualibus remanet REC minor angulo RGC, hoc eſt RHC. Similiter oſtendetur angulum RIC minorem eſſe angulo RHC: ductâ enim IG, anguli CIG, CGI ſunt æquales: & quoniam per 7. lib. 3. RG major eſt quàm RI, angulus RIG major eſt angulo RGI, per 18. lib. 1. ſi igitur ex æqualibus auferantur inæquales anguli, remanet RIC minor, quàm RGC, hoc eſt quam RHC. Eadem erit methodus demonſtrandi angulos ad puncta peripheriæ propiora puncto H eſſe majores angulo CER. Ductâ enim RD æquali ipſi RE, ad punctum ſcilicet D æqualiter diſtans à diametro, ac diſtet punctum E, & ducto radio CD, eſt angulus CDR æqualis angulo CER. Sit autem puncto H vicinior angulus COR, quem dico eſſe majorem angulo CER per 7. lib. 3. & 8. lib. 1. Ducta lineâ OD, anguli COD, CDO ſunt æquales, quia latera CO, CD æqualia ſunt: at per 7. lib. 3. RO minor eſt, quàm RE, hoc eſt RD, igitur angulus ROD per 18. lib. 1. major eſt angulo RDO, & ablatis æqualibus remanet ROC major quam RDC, hoc eſt quàm REC. Anguli itáque recedentes à puncto H ſemper fiunt minores, accedentes verò fiunt majores.



Hoc

Hoc probato conſequens eſt illud, quod in rotæ peripheriâ duo ſunt puncta, inter quæ quodlibet punctum contingat planum inclinatũ, rota aſcendit, ſi angulus maximus factus à lineis ductis ex centro rotæ, & ex centro gravitatis ſit major angulo inclinationis; quia nimirum anguli à puncto H recedentes ad utramque partem ſemper fiunt minores; ergo ad utramque eſt angulus unus æqualis angulo inclinationis, & ſpatium inter hujuſmodi angulos eſt quantitas peripheriæ, quæ aſcendens poteſt coaptari plano inclinato: ac proinde ex horum punctorum diſtantia definietur ſpatium, quod poteſt rota aſcendens percurrere.



Sit igitur rota, cujus centrum C, & centrum gravitatis S: ſit autem C S partium 11, quarum C H Radius eſt 16: eſt igitur C S æqualis Sinui gr. 43. 26′. qui erit maximus angulus C I S ad peripheriam factus à Radio, & à lineâ I S perpendiculari ad S C. Quare in quolibet plano habente minorem inclinationem poterit aſcendere. Ponatur plani inclinatio gr. 15, cui æqualis ſit angulus C H S. Fiat igitur ut C S 11 ad C H 16, ita Sinus anguli C H S 25882 ad 37646 Sinum Anguli C S H gr. 22. 7′; eritque angulus S C H gr. 142. 53′. Creſcet ergo ſupra angulum H angulus ad peripheriam, ſi ultra punctum H fiat contactus rotæ in alio puncto viciniore puncto I, ex quo ad S C perpendicularis cadit; & ex I decreſcit uſque dum in P fiat angulus S P C grad. 15 æqualis angulo inclinationis. In triangulo itaque S P C invenitur ex iiſdem datis angulus P S C gr. 157. 53′. & angulus S C P gr. 7. 7′. qui ex angulo S C H gr. 142. 53′ ablatus relinquit P C H gr. 135. 46′. quæ eſt quantitas arcûs H I P, quæ plano coaptatur in aſcenſu. Quoniam verò quarum partium C G Radius eſt 16, peripheria eſt 100 $\frac{1}{2}$ earum pariter eſt arcus H P ferè 38, ſi Radius rotæ fuerit unciarum pedis 16, rota aſcendet in plano percurrens ſpatium pedum 3, & eo ampliùs. Hinc poteris aut rotæ diametrum augere, aut plani inclinationem minuere, ſi volveris rotam longiore ſpatio moveri: auctâ enim rotæ diametro augetur peri-

pheria, ſervatâ ratione eadem diſtantiæ centri gravitatis. At ſi data fuerit rota (oportet non ignorari diſtantiam centri gravitatis à centro rotæ, poterit autem primâ praxi cap. 5. inveſtigari) certum eſt illam non poſſe aſcendere niſi per ſpatium minus longitudine ſemiperipheriæ; conſtituto autem ſpatio invenietur inclinatio plani neceſſaria, hac methodo. Data ſpatij longitudo P H reducatur ad denominationem graduum, & erit notus angulus P C H: & quoniam anguli ad H & ad P debent eſſe æquales, anguli verò in R ad verticem ſunt æquales, erunt pariter æquales P C H, & P S H, qui proinde notus eſt. Hujus ſemiſſis auferatur ex recto C S I, & innoteſcet angulus C S H, cum quo & duobus lateribus C S, C H invenietur per Trigonometriam angulus C H S æqualis angulo inclinationis plani neceſſariæ. Quod autem angulus H S I ſit ſemiſſis totius H S P, hoc eſt dati P C H, ſic oſtendo. Quia in duobus triangulis C S P, C H S idem latus C S opponitur angulis æqualibus ad H, & ad P, æqualia autem latera C H, & C P opponuntur angulis quæſitis C S H, & C S P, conſtat horum duorum angulorum eſſe unum eundemque ſinum; ergo ſimul ſumpti ſunt æquales duobus rectis; auferatur ex eorum ſummâ unus rectus, remanebunt duo anguli ſimul C S H, I S P æquales uni recto, hoc eſt angulo I S C: auferatur communis C S H, remanebit H S I æqualis angulo I S P: id quod oportuit demonſtrare.

Colligere poſſumus ex his, quæ hactenus explicata ſunt, fieri quidem poſſe, ut, ſi rota in plano inclinato primùm conſtituta exactè tangat in H, prorſus conſiſtat; id tamen vix poſſe ſperari, quia ſi in alio puncto remotiore ab I tangat, cadet, ſi in puncto viciniore, aſcendet. At ubi venerit in P, ſi ex concepto impetu pergat adhuc aliquantulum aſcendere; centro gravitatis S tranſlato versùs plani declivitatem, & diminuto angulo, deſcendet; & ubi tranſilierit punctum P, iterùm aucto angulo aſcendet, donec omninò in P conſiſtat. Ubi licet animadvertere non idem eſſe punctum contactus, in quo quieſceret in plano horizontali, ac inclinato; in plano enim horizontali quieſceret in O, ubi linea à centro rotæ C perpendicularis horizonti, ac tranſiens per S centrum gravitatis, terminatur: in eo autem puncto O conſiſtere non poſſe ſupra planum inclinatum ſatis patet ex dictis. Porrò hæc, quæ de rotâ

conſiſtente

conſiſtente, aut cadente diſputata ſunt, dicenda eſſe de ſphærâ quieſcente in plano inclinato, clarius eſt, quàm ut oporteat pluribus explicare.

Unum ſupereſſe videtur oſtendendum, quî verum ſit centrum gravitatis deſcendere ita, ut fiat horizonti vicinius, dum rota aſcendit, & ſit remotior. Id ut manifeſtum fiat, primò inveniatur H S: & ſit ut Sinus anguli C H S gr. 15. ad ſinum anguli S C H gr. 142. 53′. hoc eſt ut 25882 ad 60344, ita C S partium 11 ad H S $25\frac{2}{3}$: quæ eſt altitudo centri gravitatis ante motum. Deinde inveniatur S P; & ſit ut Sinus S P C gr. 15 ad Sinum S C P gr. 7. 7′ hoc eſt, ut 25882 ad 12389, ita C S partium 11 ad S P $5\frac{1}{4}$, quæ in fine motus erit altitudo centri gravitatis ſupra planum inclinatum; huic autem addenda eſt altitudo, quam ſupra horizontem habet punctum illud plani inclinati, in quo tanget P. Quia ergo inclinatio plani eſt gr. 15, & H P eſt partium 38, tantum eſt ſpatium, quod in plano percurritur à rota aſcendente, fiat ut Radius 100000 ad 25882 Sinum anguli inclinationis, ita 38 ad $9\frac{4}{5}$ altitudinem ſupra horizontem, cui ſi addas S P $5\frac{1}{4}$, erit in fine motûs altitudo centri gravitatis ſupra horizontem partium 15, cùm initio diſtaret partibus $25\frac{2}{3}$. Centrum igitur gravitatis ſimpliciter, & abſolutè deſcendit, dum rota in plano inclinato aſcendit.

Poſſem hîc afferre aquam vi ſuæ gravitatis aſcendentem in cochleâ Archimedis, dum cylindrus, quem cochlea ambit, convertitur: abſtineo tamen, quia non vacat hîc examinare, an motus ille compoſitus ſit ex converſione, quâ pulſu externo agitata aqua attollatur, & ex naturali deſcenſu, quo per tubum in ſpiras ſinuatum deſcendat; an verò quemadmodum ſuppoſito cuneo reluctans pondus elevatur, vel etiam cochleâ trahitur in plano horizontali, ita dicendum ſit aquam vi ſuæ gravitatis in imo perſiſtentem à cochleâ ſenſim ſubeunte elevari ſimul, & trahi, quin illa ſponte ſua aſcendat: nam aquæ facilè tribuitur aliquando motus, qui ſubjecto corpori, cui illa inſidet, convenit; ut liquet ſi ampliorem peluim ex fune ſuſpenderis, vel lubrico in plano horizontali collocaveris, in qua ſit non multa aqua in depreſſiore fundi parte quieſcens; vaſe ſiquidem ex improviſo vehementiùs impulſo videtur aqua in oppoſitam par-

tem refluere, cum tamen vas ipſum potiùs infra aquam moveatur, quàm aqua in vaſe: quanquam ratione adhæſionis aquæ ad peluim etiam ipſa motum concipiat. Quare in cenſu ſponte aſcendentium numeranda non videtur aqua tubo ſpeciali cylindrum circumplexo elevata.

Videatur fortaſſe aqua ſponte aſcenſura in tubo non æquabili ſed conico, in plano verticali rotæ ſpiraliter circumducto: dum enim aqua æquilibrium ſuperficiei faciens in parte tubi ampliore præponderat, convertitur rota, & illa iterum æqualiter ſe librans totius molis compoſitæ centrum gravitatis transfert extra lineam perpendicularem: ſi tamen ea cautio adhibeatur, ut tanta ſit aquæ quantitas, quæ non planam obtineat ſuperficiem ſed tubi inflexione conformetur; neque ita ſit ſpiræ aſcendentis ardua altitudo, ut aqua poſt ſuperficiei librationem ex ea parte ob ſui paucitatem non præponderet; & præterea ejus figuræ ſit tubus, ut aqua in parte anguſtiore remotior à perpendiculari, non ita ratione ſitûs augeat momenta ſui conatûs deorſum, ut repugnare valeat aquæ ampliorem tubi partem occupanti. Si hæc, inquam, obſerventur (an autem ita facile ſit ea obſervare, ut quidam autumant, hic non definio) & centrum gravitatis transferatur extra perpendicularem versùs ampliorem tubi ſpiralis partem, futurum quidem eſt, ut aqua aſcendat; id tamen non eſt opus centri gravitatis, ſed potius virtutis illius, qua humor ſe æquabiliter librat.

CAPUT VIII.

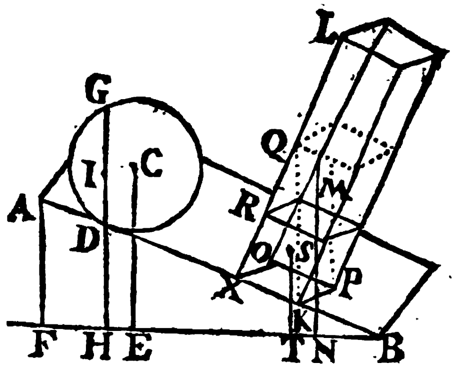
Cur gravium in plano inclinato deſcendentium alia repant, alia rotentur.

QUæ capite ſuperiori dixi de globi aut rotæ ſuper planum inclinatum conſiſtentiâ in puncto, in quo linea à centro globi, aut rotæ ducta cum eâ, quæ ex centro gravitatis ducitur, facit angulum æqualem angulo inclinationis plani, non ita intelligi velim, quaſi motus omnis deorſum adimatur rotæ aut globo cujuſlibet gravitatis, & in quovis plano inclinato: ibi enim conſiſtentiæ, aut quietis nomine ſolam converſionem

excipio,

excipio, non lapſum nego. Fieri ſi quidem poteſt, ut adeò continuo lævore lubricum ſit planum, exactéque rotundatus globus, ut nullam ex eminulis particulis moram recipiens deorſum labatur, volubilitate ipsâ motum nihil juvante, ſed ſolo pondere urgente, cum in lineâ ad horizontem perpendiculari ſemper maneat centrum gravitatis, & punctum contactûs.

Neque eſſet diverſa ratio ſphæræ centrum gravitatis habentis extra centrum molis, ac cæterorum corporum non ſphæricorum: Nam gravia quæcunque in plano inclinato conſtituta tantum habent ad deſcendendum momenti, ut aſperitatis reſiſtentiam vincant, repunt quidem, ſi linea directionis ab eorum gravitatis centro in terræ centrum ducta tranſeat per contactum ſubjecti plani, & impoſiti gravis; rotantur verò, ſi directionis linea in plani declivitatem cadat extra contactum: ſivè demùm in puncto, ſivè in lineâ, ſivè in ſuperficie contactus fiat. Eſt autem animadvertendum non eſſe opus, ut una continua ſuperficies ſit, aut linea, ſecundùm quam ſe tangant; ſed pro ſuperficie aut linea contactûs accipitur totum illud ſpatium, quod inter extrema contingentia rectis lineis conjuncta intercipitur.



Sit planum inclinatum A B, cui globus C incumbit contingens in puncto D. Ex centro gravitatis C, quod & centrum molis eſt ex hypotheſi, cadat linea directionis C E perpendicularis in horizontem F B; quæ neceſſariò cadit extra punctum contactûs D; alioquin eadem linea C E caderet ad angulos rectos ſupra planum inclinatum, & ſupra horizontale, id quod fieri non poteſt, cum hujuſmodi plana non ſint invicem parallela. Per D igitur punctum ſuſtentationis ductâ G H parallelâ lineæ directionis, ſi per utramque plana parallela ducantur, planum per G H ſecat ſphæram in partes inæqualiter graves; & idcirco pars præponderans, in qua eſt centrum gravitatis globi, movetur circa punctum ſuſtentationis D, atque adeò in gyrum

converſa

converſa circa centrum C deſcendit, ac rotatur. Quod ſi inæqualis fuerit ſphæræ ſubſtantia, & centrum gravitatis I in perpendiculari G H, non deſcendet ſphæra in gyrum acta, ſed tantùm repet, cum neutra pars præponderet.

Simili ratione parallelepipedum K L, cujus centrum gravitatis M, non repit; quia, cùm linea directionis M N cadat extra baſim K O, quæ contingit ſubjectum planum, ſi per extremam lineam K P tranſeat planum P Q horizonti perpendiculare, dividitur parallelepipedum in duo priſmata inæqualia, & non æquiponderantia: cum verò priſma trapezium Q L K P præponderet priſmati trigono K O Q, quod ſuſtinetur à baſi, illud neceſſariò deſcendit, & circa lineam K P convertitur. Contrà autem quando intra baſim contactûs, ut in cubo P R, cujus centrum S, cadit linea directionis S T, tunc repit, & non rotatur cubus; quia ſcilicet ab extrema ſuſtentationis lineâ K P ductum planum horizonti perpendiculare dividit cubum in partes inæquales ita, ut pars illa, in qua eſt centrum gravitatis, & quæ à ſubjecto plano tota ſuſtinetur, præponderet, nec poſſit à reliquâ parte elevari, ut circa K P convertatur.

Hinc apparet ad quantam altitudinem pertinere poſſit parallelepipedum, ut in dato plano inclinato non rotetur, ſed repat: nam ab extremâ ſuſtentationis lineâ K P excitatum planum horizonti perpendiculare P Q, quod bifariam in partes æquiponderantes dividit parallelepipedum K Q, determinat altitudinem maximam X Q; in omni quippe majori altitudine non repit, ſed rotatur, quia linea directionis cadit extra baſim ſuſtentationis: in omni verò minori altitudine non rotatur, ſed repit, quia linea directionis cadit intra baſim ſuſtentationis. Hoc idem in corporibus cæteris, quamvis non parallelepipedis, obſervandum eſt, an ſcilicet linea directionis cadat extra baſim ſuſtentationis, nec ne.

Quæ tamen de cubo repente dicta ſunt, intelligi velim ſpectatâ per ſe gravium figurâ: quia per accidens fieri poteſt, ut corpus non repat, ſed rotetur, quamvis linea directionis cadat intra baſim, quæ planum inclinatum contingit. Nam ſi in motu occurrat ſuper plano inclinato offendiculum aliquod, cui deſcendens corpus illidatur, ſieri poteſt, ut impetus ex motu conceptus ita promoveat centrum gravitatis in anteriora, ut linea

directionis

directionis cadat extra baſim ultrà punctum illud, quod proximum eſt offendiculo, ac proinde circa illud convertatur. Hæc autem potiſſimùm eſt ratio, cur ex clivis deſcendentes lapides, quamquam nec orbiculares, nec admodum alti, rotentur tamen; quia ſcilicet multa offendicula in clivo occurrunt, & ab impetu per motum concepto partes ſuperiores promoventur ulteriùs, inferioribus retardatis. Sic ſæpè ceſpitantes cadimus, quia ab offendiculo retinentur pedes, cum interim corpus reliquum ex concepto impetu ulteriùs promoveatur, ita ut linea directionis cadat extra baſim ſuſtentationis.

CAPUT IX.

Cur turres inclinatæ non corruant.

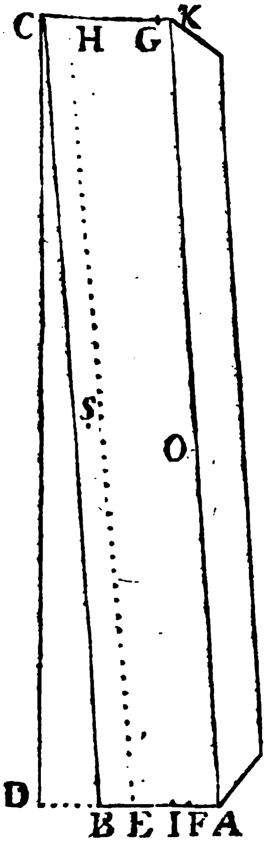
OBſervandum eſt, ait Vitruvius lib.6. cap. 11, uti omnes ſtructuræ perpendiculo reſpondeant, neque habeant in ulla parte proclinationes. Nemo eſt qui non intelligat præceptum hoc ad ædificiorum conſiſtentiam pertinere; ſed neque defuerunt, qui rem ſubtiliùs, quàm par ſit, perpendentes inani timore ſe torquebant, ne fortè aliquando domus corrueret, cujus parietes inter ſe paralleli fuerant conſtituti; cùm enim perpendicula ſibi demum in terræ centro occurrant, fieri non poſſe putabant, ut ſimul paralleli eſſent parietes. Id quod Geometricè quidem verum eſt; Phyſicè tamen paralleliſmus cum perpendiculis conſentit: nam ſi funiculos duos longitudinis ped. 100. clavo affixos ita extendas, ut extrema eorum palmi intervallo diſtent, angulum facient acutiſſimum; & ſi lineas duas bipedales duxeris eorum extremitatibus congruentes, vix different à parallelis, cum intervalla jungentia utroſque linearum terminos differant inter ſe ſolum palmi parte quinquageſima. Longè autem majorem rationem terræ ſemidiameter habet ad quamlibet ædificiorum altitudinem; ut proinde à paralleliſmo multo minùs recedant parietes, etiamſi fuerint turrium inſtar altiſſimi. Ponantur enim parietes duo, aut potiùs turres, diſtare inter ſe paſſ. 300; ſit autem parietum, vel turrium altitudo paſſ. 60, hoc eſt ped. 300. Conſtat mihi, ut aliàs oſtendi, terrenam ſemidiametrum non eſſe minorem paſſibus Rom.

antiq. 4128635: quarè ſi fiat ut terræ ſemidiameter 4128635 ad altitudinem 60, ita diſtantia parietum, aut turrium in imo 300, ad aliud, proveniet differentia, qua diſtantia turrium in ſummo vertice ſuperat earum diſtantiam in imo pede, & erit partium $\frac{4359}{1000000}$ unius paſſus, quæ eſt minor quàm $\frac{1}{7}$ digiti: quis autem parallelas non dixerit turres, quæ vix uno aut altero hordei grano diſtant à parallelisſmo? Quod ſi in tanta altitudine atque diſtantiâ diſcrimen hoc adeò exiguum eſt, ſatis patet, quid de columnarum parallelisſmo dicendum ſit. Conſtat autem ex his ædificia in altiſſimis montibus conſtituta habere parietes minùs à parallelisſmo recedentes, ſi fuerint ad perpendiculum ædificati, quàm in locis depreſſioribus: atque adeò, ſi duæ columnæ eandem inter ſe poſitionem ſervantes deſcenderent cum ſubjecto plano, ita ut alterutra columnarum illarum ad perpendiculum deſcenderet, reliqua demùm adeò inclinaretur, ut caderet.

Sed quàm inanem ſibi ſtruant ſolicitudinem, qui nimis exiguè, & exiliter ad calculos revocant ſtructurarum perpendicula, ſatis indicant turres inclinatæ, quæ poſt aliquot ſecula conſiſtunt citrà ullum ruinæ periculum, quamvis illam timeant imperiti. Duas habemus in Italiâ turres ob inſignem inclinationem conſpicuas; altera eſt Bononiæ quadrata opere lateritio, altera Piſis rotunda ex albo marmore affabrè expolito, & columnis 284 rite diſpoſitis ornata. Ædificari cœpit anno 1173 Germano quodam architecto, quem ab aliis Guillelmum, ab aliis Joannem OEnipontanum dici reperio. Rotunda eſt forma duplici muro concludente ſcalas cochleæ in modum ab imo ad ſummum ductas: parietis craſſities eſt cubitorum $6\frac{1}{3}$, turris altitudo cubitorum 78, ambitus in imo pede cubitorum 80; unde colligitur diameter cubitorum ferè $25\frac{4}{7}$; inclinatio, ſeu intervallum inter baſim, & perpendiculum eſt cubitorum $7\frac{1}{3}$, ut ex literis ad me inde datis habeo; quamvis apud aliquos legerim tantùm cubitos 7, apud alios $6\frac{1}{2}$. Factâ ne fuerit illa inclinatio de induſtriâ, an verò ſubſidentibus fundamentis, incertum eſt. Ego non facilè eo in illorum ſententiam, qui id ſcribunt contigiſſe ex artificis imperitia, cui non ſatis perſpecta eſſet ſoli natura; tum quia fundamenta altitudinem

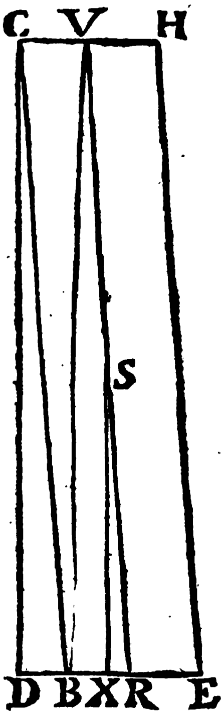
nem habent, atque amplitudinem ingentem, quibus conſtruendis annus ſolidus ſatis non fuit; tum quia nullam unquam egit rimam, id quod ſubſidente ſolo rariſſimum eſt; tum quia potuit architectus excitari ad artis ſpecimen exhibendum à turri Bononienſi Gariſendâ excitatâ anno 1110.

Turris Bononienſis altitudinem habet pedum Bonon. 130; exteriùs inclinatur ped. 9, interiùs verò ped. 1, & paulo amplius: muri craſſities in parte infimâ eſt pedum $6\frac{1}{2}$, in ſuprema ped. 4; cava turris ped. 7. quare lateris longitudo eſt ped. 20, & ambitus, quoniam quadrata eſt, ped. 80. Ex his menſuris, quas in *Bononiâ Perluſtratâ* anno 1650 typis evulgatâ attulit Antonius Pauli Maſini, turris ſpeciem exhibeo, & eſt A B latus unum ped. 20, B D inclinationis menſura ped. 9. D C altitudo perpendicularis ped. 130; E B & A F ped. $6\frac{1}{2}$ craſſities imi parietis, & C H ped. 4. craſſities ejuſdem parietis E C exteriùs inclinati. At quoniam inclinatio interior F I dicitur eſſe ped. 1, & paulo ampliùs, erit I D paulo major ped. 21; erecta autem ex I perpendicularis dabit punctum G terminum craſſitiei muri A G in parte ſupremâ, & erit C G major ped. 21, cum ſit æqualis ipſi I D. Quare fieri non poteſt, ut K G ſit ped. 4; quemadmodum H C; alioquin eſſet C K ſaltem ped. 25, cum baſis A B ſit tantum ped. 20. Hinc ſi liceat conjecturas perſequi (quandoquidem veritatem aſſequi non potui, cum non careat periculo aſcenſus per ſcalas ligneas à pluviis maximam partem corruptas) exiſtimo A F majorem eſſe quàm E B, hoc eſt majorem pedibus $6\frac{1}{2}$, K G verò minorem quam H C, ut turri ſua conſtet Eurithmia; id quod obtineretur, ſi I D uno, aut altero pede minor eſſet quàm A B, differentia enim inter I D, & A B eſſet craſſities K G. Et ſanè memini aliquando me au-



diviſſe ſupremam craſſitiem muri oppoſiti parti inclinatæ non excedere integrum pedem. Id autem valde opportunum accidebat, ut longè faciliùs paries A F G K ſuâ mole ſtaret: neque enim caſu inclinatam fuiſſe turrim dicere poteris, quam conſtat prope Aſinellam rectiſſimam ideò fuiſſe conditam, ut multo clariùs appareret inclinatio: præterquam quod inclinatio interior minor externâ ſatis oſtendit muros nunquam fuiſſe parallelos.

Porrò ut conſtet ex hujuſmodi inclinatione non magis eſſe de ruinâ timendum, quàm ſi exactè perpendicularis eſſet, examinemus, ſi placet, centrum gravitatis in turri Bononienſi; hinc enim facilis erit conjectura de cæteris. Et primò parietis maximè inclinati ſectio verticalis illum bifariam ſecans ac tranſiens per centrum gravitatis ſit H C B E: cujus latera parallela H C, E B bifariam ſecta in V & R jungantur rectâ V R, cujus longitudo inveſtiganda eſt, ut in eâ definiatur punctum S centrum gravitatis, ac innoteſcat utrum perpendicularis S X, ſcilicet linea directionis cadat intra baſim E B ſuſtentantem. Et ut à fractionibus minus incommodi ſubeamus, liceat aſſumere pedem in partes centeſimas diviſum. Cum autem E B ſit ped. 6 $\frac{1}{2}$, ſemiſſis R B eſt ped. 3. 25″; & quia H C eſt ped. 4, V C eſt ped. 2 00″. Et ducatur recta B V.



In triangulo B D C rectangulo datis B D, inclinatione ped. 9 0′ 0′, & altitudine perpendiculari C D ped. 1 3 0′ 0′, additis laterum quadratis fit quadratum hypothenuſæ B C, quæ eſt ped. 1 3 0 3 1″. Ex datis autem lateribus B D, & D C invenitur angulus C B D gr. 88. 33′, cui æqualis eſt inter parallelas V C, B D alternus V C B: angulus verò C B R gr. 91. 27′.

In triangulo V C B datis lateribus V C ped. 2. 0′ 0′, C B ped. 130. 31″, & angulo verticali V C B gr. 88. 33′, reperitur

C V B

C V B gr. 90. 34′. 14″, & V B C gr. 0. 52′. 46″.. Ex his autem inveſtigatur V B ped. 130. 26″.

Quoniam autem angulus C B R notus erat gr. 91. 27′, ſi dematur ex illo angulus V B C gr. 0. 52′. 46″. remanet V B R gr. 90. 34′, 14″, æqualis angulo C V B alterno inter parallelas; & nota ſunt latera illum conſtituentia B R ped 3. 25″. & B V ped. 130. 26″. Ex quibus datis invenitur angulus B R V gr. 88. 0′. 2″, B V R gr. 1. 25′. 44″ & baſis V R ped. 130. 326‴.

Jam verò, ex prop. 15 lib. 1. Æquipond. Archimedis, dividatur V R in S eâ ratione, ut ſit V S ad S R, ut duplum E B majoris parallelarum unâ cum minore H C, ad duplum H C unâ cum majore E B, hoc eſt (quia E B eſt ped. $6\frac{1}{2}$) & H C ped. 4.) ut 17 ad $14\frac{1}{2}$. Igitur ut $31\frac{1}{2}$ ad $14\frac{1}{2}$, ita V R 130. 326‴, ad S R ped. 59. 99″. Demum ex S ducta perpendiculari S X, quia in triangulo R X S rectangulo datur angulus S R X gr. 88. 0′.. 2″. atque adeò ejus complementum R S X gr. 1. 59′. 58″. & latus S R ped. 59. 99″. invenitur latus R X ped. 209″. Eſt igitur R X linea minor, quàm R B poſita ped. 3. 25″; & idcirco perpendicularis linea directionis S X cadit intrà baſim parietis E B C H.

Sed quia facturum me puto rem aliquibus gratam, ſi quas inij rationes hîc exhibeam, calculi totius progreſſum per logarithmos hîc addo, ut illum poſſis, ſi placeat examinare.

In Triangulo B D C rectang

BD ped. 900′ —— r l		7, 04575, 74906
D C ped. 130. 00″. — l.		4. 11394, 33523
C B D gr. 88. 33′.	m	1, 15970, 08429

In Triangulo V B R

V B + B R ped. 13351′ ——	r l	5, 87448, 62041
V B — B R ped. 12701 ——	l	4, 10383, 79160
Semiſumma ang. gr. 44. 42′, 53″,	m	9, 99567. 51920
differentia gr. 43. 17′, 9″	m	9, 97399, 93121
B R V gr. 88. 0, 2		
R V B gr. 1, 25. 44″		
R V B gr. 1. 25. 44″ —	r l	160316, 93891
R B V gr 90. 34. 14 —	l	999997, 84664
B R ped. 325″ —	l	451188, 33610
V R ped. 130, 326‴ —	l	411503, 32165

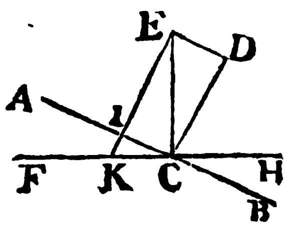
In Triangulo V C B

C B + C V ped. 132. 31′ ——	r l	5, 87840, 73306
C B — C V ped. 128. 31 ——	l	4, 10826, 05050
Semiſumma ang. ad baſim g. 45. 43′ 30″.	m	10. 01099, 19826
differentia g. 44. 50. 44.	m	999765, 98182
Angul. C V B g. 90. 34. 14		
Ang. V B C g. 0. 52. 46		
C B R g. 91. 27. 0		
V B R g. 90. 34. 14		
V B C gr. 0. 52′ 46″ ——	r l	1, 81393, 17962
V C B gr. 88. 33. 0. ——	l	9, 99986, 09115
V C ped. 200″. ——	l	2. 30102, 99957
V B ped. 130. 26″ ——	l	4, 11482, 27034

In triangulo R S X rectang.

R S X gr. 1. 59′. 58″. —	l	854269, 84915
R S ped. 59. 99″. —	l	377807. 88619
R X ped. 2. 09″ —	l	232077. 73534

Quod ſi paries exteriùs inclinatus etiam ſolitarius conſiſtere poſſet, modò ea eſſet partium connexio, ut unum quid ſolidum conflarent, quia directionis linea intra baſim ſuſtentantem cadit, & planum per extremam baſis lineam, & terræ centrum tranſiens relinquit interiorem parietis partem præponderantem exteriori: quis poſſit de turris ruinâ dubitare, ſi eâdem methodo deprehendat oppoſiti parietis A G centrum gravitatis eſſe in O, ac proinde comparatis reliquorum duorum parietum centris gravitatum, totius turris centrum gravitatis eſſe in intimis turris partibus? Quò igitur firmiùs ſibi cohærebunt partes turris, eò major erit inclinatio, quam obtinere poteſt citra cadendi periculum. Id quod pueris ipſis notiſſimum eſt, qui turriculas inclinatas architectantur ex buxeis orbiculis, quibus in alveolo ludunt.



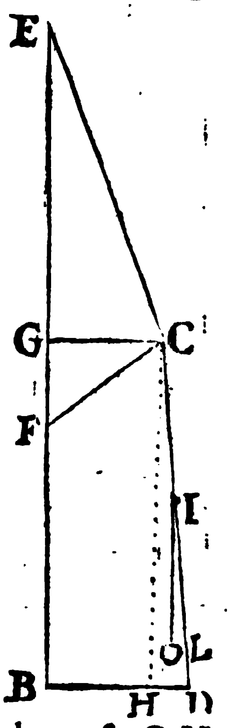
Et ut res iſta planiſſimè oſtendatur, ſit ſupra planum inclinatum A B, parallelepipedum ligneum I D ita, ut recta C E ad horizontem perpendicularis tranſeat per centrum gravitatis: conſtat ex dictis cap. 8. futurum eſſe, ut grave I D repat, non autem rotetur, quia pars C E D non præponderat parti C E I, ſiquidem poſſit deſcendere per planum inclinatum; quod ſi à lapſu impediatur, ſubſiſtet. Jam verò intellige per C planum F H horizontale, & adnecti priſma trigonum C I K parallelepipedo I D; utique pars C E K præponderat parti C E D, multóque minùs dubitandum erit de ſolidi K D ruinâ verſus H. Quid autem aliud eſt ſolidum K D, quam turris inclinata?

Scripſeram hæc jam tum ab anno labentis ſæculi quinquageſimo ſexto; cum animum ſubiit ſuſpicari, an ſuperiùs allatæ ex Maſino turris Bononienſis menſuræ omninò veritati reſponderent. Quare litteris ad P. Franciſcum Mariam Grimaldum datis rogavi, ut pro eâ, quam ad res omnes conferre ſolebat, diligentiâ, accuratè menſuras illas inquireret: hæc igitur ex ejus reſponſione habui, quibus ſuperiùs dicta corrigenda ſunt; quæ tamen expungere nolui, ut ſi lubeat, vulgarem opinionem ſequi valeas.

Extimus

Extimus turris ambitus tam in imâ, quam in ſupremâ parte æqualis eſt, adeò ut oppoſitæ facies parallelæ excurrant: ſingulorum autem laterum ad baſim latitudo eſt ped. Bonon. 17. unc. 8. murorum craſſities in imo æqualis eſt; eo tantum diſcrimine, quod murus, qua parte oſtium patet, craſſus eſt ped. 5. unc. 11. qui verò Septentrionem ſpectat, propiùs accedit ad pedes 6. Porrò in ſummâ turri murorum craſſities pariter æqualis eſt, & vix deficit à pedibus 5, quantum quidem ex aſpectu à ſuperiori proximæ turris Aſinellæ podio conjicere potuit ſingulorum murorum lateres numerans. Areæ demum vacuæ ad baſim latus unum eſt ped. 6. alterum ped. 6. unc. 1.

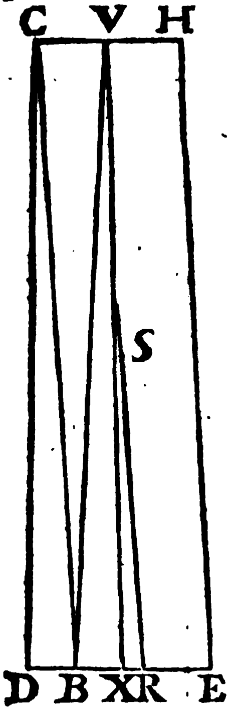
Cum autem pluviæ per hiantem, & patulum turris verticem deciduæ ſcalas corruperint, nec eò veniri poſſit, ut demiſſo perpendiculo altitudo turris inveſtigetur, ſubſidium petendum fuit ex Trigonometriâ, & ex proximâ turri Aſinellâ, cujus menſuræ multiplici obſervatione innotuerant. Sit itaque turris inclinata D C, ſuperioris autem podij Aſinellæ altitudo E B ped. 234 $\frac{1}{2}$, unde obſervatus eſt angulus C E B gr. 18. 40'. Item in eadem turri Aſinellâ patet feneſtra in F, adeò ut diſtantia E F ſit ped. 141: ibi pariter obſervatus eſt angulus E F C gr. 51. 51'. Quare in triangulo C E F, notum eſt latus E F, & duo anguli adjacentes, ex quibus datis colligitur E C diſtantia ped. 117 $\frac{7}{12}$. Jam verò intelligantur ex C cadere duæ perpendiculares, altera quidem C H in planum horizontale, altera verò C G in turrim Aſinellam; erit enim altitudo C H æqualis altitudini G B, nam C G eſt parallela horizonti, cui turris E B perpendicularis inſiſtit. Ut igitur innoteſcat quæſita altitudo, inveniatur in triangulo rectangulo C G E, ex datis latere C E ped. 117 $\frac{7}{12}$ & angulo obſervato C E G, gr. 18. 40', latus E G ped. 111 $\frac{1}{12}$. Jam verò ſi E G ped. 111 $\frac{1}{12}$ dematur ex E B ped. 234 $\frac{1}{2}$, remanet altitudo G B, hoc eſt C H, ped. 123 $\frac{5}{12}$.



Demum

Demum ad inveſtigandam turris inclinationem, applicito ad punctum I perpendiculo obſervatus eſt angulus DIL gr. 3. 10'. : cùm autem IL parallela ſit perpendiculari CH, erit pariter angulus DCH gr. 3. 10'. Igitur in triangulo DCH rectangulo ad H notum eſt latus CH ped. $123\frac{1}{12}$, & angulus DCH gr. 3. 10', ergo & innoteſcit latus DH ped. $6.\frac{10}{12}$, quæ eſt menſura inclinationis quæſitæ.

Ex his accuratioribus menſuris indagemus, ſi placet, in orientali pariete inclinato centrum gravitatis, & lineam directionis methodo eâdem, qua ſuperiùs uſi ſumus; eademque figura ſectionis verticalis reſumatur. Eſt igitur EB ped. 6. ac propterea RB ped. 300''; & quia HC eſt ped. 5, VC eſt ped. 2. 50''. BD autem eſt ped. 6. unc. 10, hoc eſt ped. $6\frac{10}{12}$.



In Triangulo BDC rectangulo datis BD ped. $6.\frac{10}{12}$, & altitudine perpendiculari CD ped. $123\frac{1}{12}$, additis laterum quadratis fit quadratum hypothenuſæ BC, quæ eſt ped. 123. 27''. Fiat igitur ut CB ped. 123. 27'', ad BD ped. 6. 83''. ita Radius ad ſinum anguli BCD gr. 3. 10' 34''. Quare angulus reliquus CBD gr. 86. 49'. 26'', cui æqualis eſt alternus VCB inter parallelas VC, RD; angulus autem, qui eſt deinceps, CBR gr. 93. 10'. 34'. In triangulo VCB datis lateribus VC ped. 2. 50'', CB ped. 123. 27'', & angulo verticali VCB gr. 86. 49'. 26'', reperitur CVB gr. 92. 0'. 36'', & VBC. gr. 1. 9', 58''. Ex his verò invenitur VB ped. 122. 76''.

Jam verò in Triangulo VBR, notus eſt angulus RBV æqualis alterno CVB gr. 92. 0'. 36'. & nota ſunt latera RB ped. 300'', & VB ped. 122. 76''. Quare invenitur angulus VRB gr. 86. 35' 43''. BVR gr. 1. 23'. 41'', & baſis VR ped. 123. 17''.

Tum fiat ut 17 ad 16; hoc eſt duplum majoris EB cum minore HC, ad duplum minoris HC cum majore EB, ita VS ad SR, & erit SR ped. 59. 72''. Ductâ igitur ex S centro gra-

vitatis

..vitatis perpendiculari lineâ directionis S X, ex datis latere S R ped. 59. 72″, & angulo V R X gr. 86, 35′, 43″, innoteſcit R X ped. 3. 54′. Quare R X major eſt quàm R B : & ſi paries ille ſolitarius eſſet, non utique conſiſteret ; ſed quoniam reliqui tres parietes adjecti ſunt, conſtat ita totius molis centrum gravitatis eſſe in intima turris parte, ut linea directionis cadat intrà turris baſim ſuſtentantem.

Ex his diſcuties timorem eorum, qui ſoliciti ſunt de obeliſcorum conſiſtentiâ, ex inclinatione aliquâ verticis ruinam proximam præſagientes: cum enim in hujuſmodi molibus centrum gravitatis vicinius ſit baſi quàm vertici, ſi centrum inclinetur in alterutram partem ſpatio tantùm digitali, vertex inſignem acquiret inclinationem, conſiſtet tamen, quandiu linea directionis tranſibit per baſim ſuſtentationis. Inclinatio enim non eſt ſpatium illud, quod inter baſim, & perpendiculum à turris, vel obeliſci vertice demiſſum intercipitur (quamvis hoc vocabulo hactenus abuti placuerit, ne à vulgo diſcreparem) ſed eſt angulus, quem turris facit cum plano; & manente eadem inclinatione, intervallum illud mutari poteſt pro majore, aut minore turris longitudine. Quare quò longior eſt moles inclinata, cæteris paribus, minùs eſt timendum, quia minor eſt declinatio à perpendiculari : ſi enim K E ſit pedum 100, K C verò ped. 1. angulus K E C æqualis declinationi à perpendiculo eſt gr. 0. 34′. 22″. at ſi K E ſit ped. 50, & K C iterum ped. 1. angulus K E C eſt grad. 11. 32′. 13″.

Hîc autem quaſi præteriens ſatisfaciam quærenti, cur longiores haſtas faciliùs, quàm breviores virgas digiti extremitate ſuſtineamus, quin cadant. Quia nimirùm minimus angulus declinationis à perpendiculo ſtatim ſe prodit haſtæ vertice ad partem unam ſecedente, cui ſtatim occurrimus haſtæ calcem manu transferentes, ac ſub vertice collocantes : verùm quia facilior haſtæ conſiſtentia innoteſcit etiam, quando à ſuppoſitâ manu calx ejus non movetur (nam ſi militarem ſariſſam terræ perpendiculariter inſiſtentem conſtitueris, potes te ſemel in gyrum contorquere, & illam quaſi perpendicularem recipere, id quod in breviore haſtâ non obtinebis) alia eſt ratio petenda primùm ex dictis, quia ſcilicet longior haſta, cæteris paribus, minùs declinat à perpendiculo, ideóque difficiliùs deſcendit;

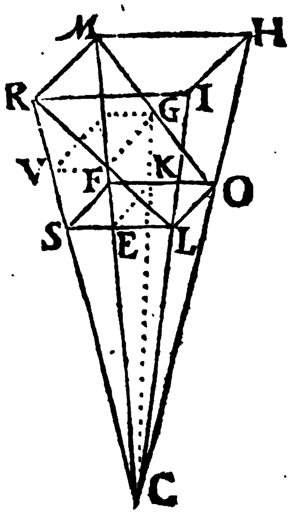
deinde quemadmodum longiorem haſtam ſi in aquâ agitaveris majorem percipies reſiſtentiam, quàm ſi breviorem virgam incitares; ita aërem variis ſemper motibus turbatum plus etiam impedire deſcenſum longioris haſtæ cenſendum eſt, præſertim ſi in ſuperiore parte aër versùs unam, in inferiore autem versùs aliam partem moveatur: id quod in breviore virgâ non accidit, quam modicus aër contingit, nec poteſt aut adeò reſiſtere diviſioni, aut adeò diverſis motibus cieri. Hinc aſta longior tardiùs deſcenſum molitur, & faciliùs ſuſtinetur, quia major aëris dividendi quantitas, ac motus varius, magis reſiſtit, & datâ æqualitate motûs minùs declinat à perpendiculo.

CAPUT X.

An plurium ſtructurarum capax ſit mons, quàm ſubjecta planities.

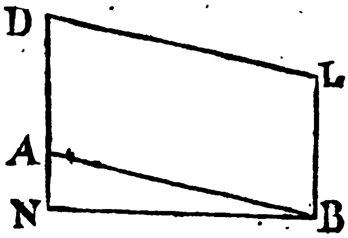
POteſt mons cum ſubjectâ planitie, cui inſiſtit, dupliciter comparari; primùm conferendo ſolam planitiem in vertice montis exiſtentem cum parte ſubjecti plani ſibi reſpondente; deinde clivum montis comparando cum plano horizontali. Et ſanè ſi planities in ſummo montis jugo conſideretur, certum eſt illam eſſe plurium ſtructurarum capacem, quàm ſubjectum planum in ſuperficie globi terreſtris: Quemadmodum enim ſuperficies ſphæræ majoris plura capit ædificia, quàm minor, ita etiam ſphærarum inæqualium partes ſimiles inæqualis ſunt capacitatis: Conſtat autem planitiem in ſummo monte pertinere ad ſphæram majorem, quàm pertineat ſimilis planities illi ſubjecta; ac proinde & amplior eſt, & magis capax. Harum verò planitierum differentia ea erit, quæ eſt quadratorum diſtantiarum à centro terræ: quòd ſi quadratorum hujuſmodi differentia exigua ſit & contemnenda, eo quod ad illam quadratum ſemidiametri terræ habeat nimis magnam rationem; planitierum pariter differentia fugiet omnem ſenſum.

Sit



Sit terræ ſemidiameter C S, altitudo autem montis S R, in cujus vertice ſit planities R H, cui ſimilis eſt in ſuperficie globi terreni planities S O illi parallela: hæ autem planities ſimiles habent, per 20. lib. 6. duplicatam Rationem laterum R I, S L, hoc eſt, per 4. lib. 6. duplicatam Rationis, quam habet C R ad C S. Eſt igitur ut quadratum diſtantiæ C R ad quadratum diſtantiæ C S, ita planities R H ad planitiem S O. Plura itaque ædificia perpendiculariter inſiſtentia poſſunt in planitie R H majori excitari in montis vertice, quàm in ſubjectâ planitie.

At ſi montis clivus R M O L comparetur cum ſubjectâ planitie S O, certum eſt illum eſſe majorem, ſicuti latus R L oppoſitum angulo R S L, qui non eſt minor recto, majus eſt latere S L in triangulo R S L, & R M ad S F eſt ut R C ad S C: ſuperficies igitur L M comprehenſa ſub majoribus lateribus, & angulis non minoribus, quàm ſuperficies S O, major erit, ſi illa per ſe conſideretur. Non tamen continuò major dicenda eſt capacitas, quæ plura aut ampliora recipiat ædificia; niſi mons ad ingentem altitudinem aſcendat; tunc enim perpendicula non ſunt inter ſe parallela, propter inſignem eorum diſtantiam. Nam ſi ſuper clivo A B ſit ſtructura A L, cujus parietes perpendiculares, ſint etiam paralleli L B, D A, illi non magis inter ſe diſtant, quàm ſi ſuper plano horizontali N B fuiſſent excitati: quicquid ſit, quod, ſicut linea A B major eſt quàm N B, ita planum inclinatum majus ſit plano horizontali.



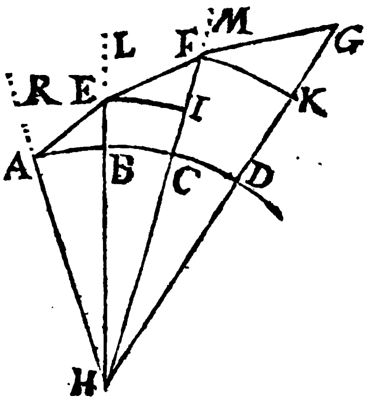
Non igitur plures aut ampliores ſtructuras recipit clivus collis, quàm ſubjectum planum horizontale. Quod verò de ſtructuris dicitur, de cæteris quoque intelligendum eſt, quæ perpendicularia inſiſtunt, & ſpatium implent; at ſi ita ſe habeant, ut

perpendicularia non inſiſtant, certum eſt plures aut longiores homines jacere poſſe in clivo A B, quos non capit planum N B: vel ſi in clivo ſe minùs invicem impediant, tunc plura hujuſmodi corpora in colle eſſe poſſunt quàm in planitie: ſi enim rami arboris inferioris reſpondeant trunco ſuperioris, certum eſt quod multò viciniores eſſe poſſunt arbores, quàm in planitie, ubi rami ſe viciſſim impedientes majorem poſtulant truncorum diſtantiam; ac proinde etiam multo plures arbores intra eaſdem parallelas erunt. Sic plures homines eſſe poſſunt in gradibus amphitheatri, quàm in ſubjecto plano, quia graciliores partes ſuperiorum reſpondent craſſioribus inferiorum, & ſe minùs invicem impedientes minus relinquunt ſpatij vacui: quod ſi non homines, ſed parallelepipeda, ſtatueres in gradibus, non plura ſtatui in iis poſſent, quàm in planâ areâ gradibus ſubjectâ.

Hæc autem ædificiorum æqualitas in clivo & in planitie, locum non habet niſi intra illud ſpatium, quod intercipitur à perpendiculis Phyſicè parallelis; ſtatim enim ac à paralleliſmo recedunt perpendicula, ſi ea fuerit altitudo, ad quam clivus aſcendens venit, ut planities parallela plano horizontali in eâ altitudine major ſit, quàm ſimilis planities depreſſior, etiam plura ædificia recipiet clivus, quàm unica planities horizontalis ſubjecta. Ponamus enim perpendicula G C, & O G jam non eſſe parallela, eamque eſſe altitudinem K G, ut planum per G tranſiens horizonti parallelum majus ſit plano per O intra eadem perpendicula intercepto, erit quidem capacitas plani inclinati G O L F æqualis capacitati ſubjecti plani E K O L: at ulteriùs aſcendendo capacitas F G M R non erit æqualis capacitati plani S K continuati cum priore plano E O, ſed erit major, quippe quæ æqualis eſt capacitati plani V G; eſt autem planum V G ad planum ſimile S K, ut quadratum G C ad quadratum K C: major igitur eſt totius clivi M L capacitas, quàm planitiei S O.

Et ut res apertius conſtet, quandoquidem clivi altiſſimorum montium, ſi eandem ſervent inclinationem, non ſunt ab imo pede ad ſummum jugum æquabili, & continuo ductu extenſi, Sit terræ centrum H, & ſuperficies

A D,



A D; cujus arcus dividatur in partes A B, B C, C D æquales, ita ut ſinguli arcus pro rectâ lineâ, & ſuperficies pro plano horizontali Phyſicè uſurpari poſſint; & tunc ſolùm intelligatur mutari horizon, quando ex A jam venerit in B, deinde in C &c. Si igitur ſit planum inclinatum A E, ubi venerit in E punctum perpendiculi H B producti, non poteſt rectâ progredi, quin mutet inclinationem ſupra horizontem novum, ad quem venit; quare ut ſervetur ſimilis inclinatio, deflectit in E F, & eſt angulus H E F æqualis angulo H A E cui demum ubi venerit in F, debet fieri æqualis angulus H E G. Centro autem H, intervallis H E & H F deſcribantur arcus E I, & F K. Certum eſt duarum linearum angulum conſtituentium partem aliquam extremam eſſe, ſecundùm quam lineæ illæ non differunt, ſenſu judice, à parallelis; at ſi major pars accipiatur, jam perit parallelisſmus: Sic R A, & E B pro parallelis uſurpari ſi poſſint, non poterunt ſimiliter pro parallelis accipi R A, & L B: Sic L E, & F I ſumuntur tanquam parallelæ citrà errorem, at non item L B, & M C. Quare perpendicula non ſolùm recedunt à paralleliſmo ſenſibili, quia majorem angulum in centro H conſtituunt, ſed etiam quia major eorum pars aſſumitur, in qua jam apparet convergentia, quæ in parte minore latebat.

Cum itaque ſtructuræ perpendiculares in plano inclinato occupent ſpatium eodem modo, ac ſi eſſent in plano horizontali intra eaſdem parallelas, jam conſtat clivi partem E F comparandam eſſe cum plano E I, non autem cum plano B C; quia in E, & I terminatur paralleliſmus linearum L E, F I. Eſt igitur capacitas clivi E F æqualis capacitati E I; at capacitas E I major eſt quàm capacitas B C, ergo capacitas clivi A F major eſt, quàm capacitas planitiei A C. Eademque eſto de cæteris ratio. Hinc manifeſtum eſt non omninò in univerſum vera eſſe, quæ paſſim dicuntur de æquali capacitate collium, & planitiei ſubjectæ, niſi hæc certis limitibus circumſcribantur; videlicet ſi ſermo ſit de iis quæ tantùm perpendiculariter inſiſtunt, &

intrà illud ſpatium, ac in eâ altitudine, ubi perpendiculorum convergentia adeò exigua eſt, ut evaneſcat. Cæterùm ſatis mihi videor oſtendiſſe fieri poſſe, ut clivus aliquis plures ſtructuras recipere poſſit, quàm ſuperficies ſphærica globi illi reſpondens. Si enim eadem eſt ſemper, ut ſupponitur, plani inclinatio, etiam latera turrium, vel domorum parietes æquè invicem remoti intercipient æquales partes plani inclinati: Si ergo ſtructura intercipiens ſemiſſem plani A E transferatur in E F, æqualem partem intercipiet; at hæc minor eſt ſemiſſe ipſius E F, igitur duæ ſtructuræ occupantes totum planum A E, tranſlatæ in E F æquale ſpatium occupabunt, & relinquent adhuc partem ſpatij inanem. Eſſe autem E F lineam majorem linea A E patet; quia triangula A H E, E H F æquiangula ſunt, & latera habent proportionalia, adeóque ut A H ad H E, ita A E ad E F; atqui H E excedit lineam H A; igitur & E F major eſt quàm A E: ergo multo major erit ſuperficies ipſius E F, quàm ſuperficies ſimilis ipſius A E. In ſpatio igitur, quo ſuperficies E F excedit ſuperficiem A E, poterit alia præterea ſtructura excitari.

CAPUT XI.

Quomodo animalium motus ordinentur ex centro gravitatis.

DEi ſapientiam nunquam ſatis admirari poſſumus, quæ in ordinandis naturæ motibus elucet; animalia enim ſolò naturæ ductu adeò accuratè ſe ipſa ſiſtunt in lineâ directionis, ut nemo mathematicus Geometriæ apices perſcrutatus poſſit tam ſubtiliter deprehendere, ac breviſſimo temporis momento, centrum gravitatis. Quandoquidem ſive conſiſtentium quietem, ſivè gradientium motum, ſivè reclinantium ſe ſe inflexionem conſideres, miram naturæ artem intelliges, quâ præcavit, ne corpus ingenitâ gravitate delatum præceps caderet. Id autem aſſecuta eſt motus ita diſponendo, ut linea directionis nunquam

quam caderet extrà baſim ſuſtentationis, niſi fortè in curſu, in quo tamen ſatis conſultum eſt animalis incolumitati, dum ab anteriore pede, ubi terram attigerit, retinetur, ne ulteriùs deſcendat.

Baſis autem ſuſtentationis non ſunt ſoli pedes, ſed totum illud ſpatium interceptum à lineis pedum extremitates jungentibus; ſic in quadrupedibus linea directionis debet cadere intrà ſpatium comprehenſum lineis, quæ jungunt extrema pedum terram contingentium, ut poſſit animal conſiſtere. Hinc equus in poſteriores pedes ſe erigens flexis poplitibus reclinat ſe ſe in poſteriora, & tantiſper in eo ſitu conſiſtit, dum centrum gravitatis imminet ſpatio, quod à pedibus occupatur, & ab illis intercipitur; & ſi extra illud ſpatium cadat linea directionis, vel averſus cadit, vel iterum quatuor pedibus inſiſtit. Ubi tamen obſervandum eſt ex equo & equite fieri unam molem compoſitam unum habentem commune centrum gravitatis: unde fit equum magis defatigari, ſi eques non rectus inſideat; ſed inclinatus in alterutram partem, centro enim gravitatis tranſlato motûs facilitas mutatur; & equite in anteriora inclinato ac premente caput equi in poſteriores pedes erecti, centrum gravitatis in anteriora transfertur, & occurritur periculo, ne equus averſus cadat.

Porrò dum ſpatium à pedibus occupatum voco baſim ſuſtentationis, non ſemper ſatis eſt lineam directionis cadere non extrà pedes; quia ſi pedes ipſi ſolùm ex parte tangant ſubjectum corpus, ut contingit in funambulis, debet linea directionis cadere in funem, cui inſiſtunt pedes, & ſi extra illum cadat, certa eſt ruina, quia latitudo pedum non juvat. Cum autem difficillimum ſit diutiùs conſiſtere ita, ut centrum gravitatis ſemper immineat funi, ideò funambuli, vel haſtam plumbeis laminis gravem in extremitatibus manu tenent, vel brachiis expanſis ſe librant, ut haſtam vel brachia extendentes in partem oppoſitam ei, in quam gravitas inclinat, centrum gravitatis conſtituatur in puncto, quod immineat funi ſuſtentanti. Hinc oritur difficultas conſiſtendi, quam experiuntur grallatores; cum enim grallæ exiguâ ſui parte tangant terram, eſt quaſi linea, in qua fit ſuſtentatio, extra quam facilè cadit linea directionis: ideò tertium geſtant baculum, cui

innitantur,

innitantur, quoties quieſcere voluerint, lineâ directionis cadente intrà ſpatium triangulare comprehenſum à grallis, & baculo.

Hîc autem maximè ſe prodit naturæ providentia in tam variâ pedum conformatione, ut ad ſuſtentandum idonei eſſent: quadrupedibus ſiquidem non adeò amplos pedes tribuit, quia ex eorum inter ſe diſtantiâ plurimum ſpatium intercipitur, cui immineat centrum gravitatis: bipedibus verò latiores tribuit pedes, quâ parte timeri potuit caſus: ſic quia ex duorum crurum modicâ divaricatione non facilè periculum erat cadendi in alterutrum latus, ideò humanis pedibus minorem dedit latitudinem, quàm longitudinem; hanc verò non in æquas diſtribuit partes, ſed minimam calci (præterquam in Scauris, quos pravis fultos male talis appellat Horatius, talis ſcilicet extantioribus) maximam anteriori parti conceſſit, ne impetu per motum concepto tranſlatum centrum gravitatis in anteriora tranſiliret baſim ſuſtentationis. Aliquam tamen mediocrem latitudinem pedibus conceſſit, ut poſſet homo, ſi res ferret, uni tantùm pedi inſiſtere, & eſſet aliqua ſpatij amplitudo, intrà quam quodlibet punctum opportunum eſſet conſiſtentiæ centri gravitatis. Sic aves illæ, quæ uni pedi inſiſtunt, cujuſmodi ſunt grues, & ciconiæ, digitos habens longiores, quos valdè explicant quaſi in gyrum, ut amplior ſit baſis ſuſtentationis; intrà quam ut cadat linea directionis, altero pede elevato inclinatur corpus in oppoſitam partem, ut centrum gravitatis immineat pedi ſuſtentanti. Eandem ob cauſam anſeres, & anates, quæ multâ carne abundant, & amplo ſunt pectore, alternâ quadam in dextrum, & ſiniſtrum latus inclinatione gradiuntur, ideóque ampliores habent palmas, ut citrà cadendi periculum centrum gravitatis faciliùs vel immineat pedi ſuſtentanti, vel minimùm ab eo declinet, ne majore, quàm par ſit, impetu deſcendens corpus & anteriori pedi incumbens, tibiæ muſculos, & tendines lædat. Aves verò, quæ ſubtilioribus ramuſculis inſident non palmipedes ſunt, ſed digitatæ (palmæ enim avibus amphibiis ad natandum potiſſimum datæ videntur) ut ramis tenaciùs inhæreant; quæ præterquàm quod exiguæ ſunt gravitatis, facilè ſe ſiſtunt in lineâ directionis, quæ cadat in ramuſculum, cui inſiſtunt, majore, vel minore angulo, quem

faciunt

ſaciunt tibiæ cum coxâ; ideò ubi ramum arripuerint, ſubſultantes ſe librant, ramumque arctè apprehentes prohibent, ne repentino caſu circumagantur à centro gravitatis nondum imminente baſi ſuſtentationis.

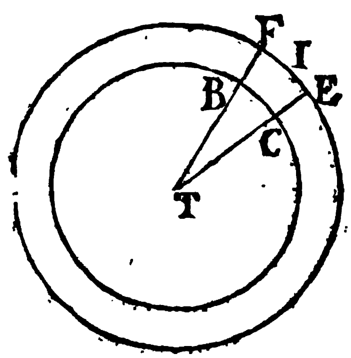
Verùm quoniam ad aves delapſus ſum, prætereundus non eſt uſus centri gravitatis in volatu; quia enim avis dum alis aërem verberans in volatu ſe librat atque ſuſpendit, ita alas debet extendere, ut centrum gravitatis exiſtat intra illud alarum ſpatium, in quo exercetur ſuſtentatio; ideò ſi voluerit ad ſuperiora volatum dirigere, alas in anteriora verſus caput extendit, ut centro gravitatis in poſterioribus relicto, ac deorſum præponderante, caput ſurſum dirigatur: contra verò, ut motum deorſum dirigat, alas retrahit, ut caput præponderet, ac deorſum feratur. Hinc ſatis patet, cur ubi Pavo caudæ pompam explicuerit, erecto pectore & capite inſiſtat pedibus, quibus immineat centrum gravitatis: at ſi caput ad anteriora inclinare voluerit, & pectus inflectere, cogitur explicatam caudam demittere, ut ſyrmate illo æquilibrium ſtatuat corpori, ne proruat, ut verè procumberet, ſi pectore inclinato expanſa cauda retineretur in poſitione eâdem.

Infinitum eſſet ſingulos animalium motus perſequi, in quibus centri gravitatis ratio habetur; ſatis fuerit obſervaſſe nos ex declivi loco deſcendentes non inſiſtere plantis pedum ad angulos rectos; ſed paululum in poſteriora inclinari; contra verò aſcendentes jugum acclive curvari in anteriora; ut nimirum linea directionis cadat intrà ſpatium, cui pedes inſiſtunt; extra quod illa ſi caderet, nec alteri fulcro inniteremur, quod unà cum pedibus includeret baſim ſuſtentationis, neceſſariò nobis cadendum eſſet. Quòd ſi quis onus habens dorſo impoſitum in montoſâ regione iter habeat, multò magis curvari debet, cum aſcendit, ut pedibus immineat centrum gravitatis compoſitæ ex corpore, & ex onere: quare ſapientiſſimè ruſtici aliqui in Alpibus, quæ Germaniam ab Italiâ diſterminant, arculam ex levibus aſſerculis, & virgulis compactam habent, cui onera immittunt, baſis autem arculæ, quæ geſtantis corpori adhæret, imitatur Reſc Hebraicum, ita ut pars quidem dorſo, pars autem capiti incumbat: unde fit, ut centrum gravita-

tis compoſitæ minùs recedat à medio humani corporis, adeóque faciliùs etiam motus perficiatur, quin opus ſit tantâ corporis inflexione. Simile quid experimur, ſi quis à ſede ſurgat; caput enim cum thorace in anteriora reclinat; pedes verò in poſteriora versùs ſedem retrahit, ut nimirum pedes ſupponantur centro gravitatis, quod primùm imminet parti digitis proximæ, deinde corpore erecto linea directionis versùs talos recedit. Hinc etiam patet cur homo ſupinus jacens ſurgere non poſſit, niſi retractis ſub ſe pedibus, & thorace in anteriora propulſo per impetum ſibi impreſſum. Vidi tamen non ſemel hominem, qui cum ſupinus jaceret, non retractis ſub ſe pedibus ſurgebat planè rectus ſicut ſtipes; ad caput autem apponebat, vel globum tormentarium majorem, vel ſaxum non modicæ gravitatis; quod manu utrâque apprehenſum attollebat, & velociter in anteriora movebat, ſibique impetum imprimebat: impetus enim impreſſus promovens ad anteriora ſaxum, & corpus ipſum vincebat gravitatem corporis cæteroqui caſuri; ex brachiis autem extenſis ſaxum à corpore remotum tenentibus oriebatur, ut centrum gravitatis molis compoſitæ longè citiùs immineret pedibus, à quibus ſuſtentabatur, etiam antequam planta terram attingeret, ſed cum adhuc ſoli calci inniteretur. Quantum verò impetus valeat ad vincendam oppoſitam gravitatem corporis, patet in ceſpitantibus, qui naturæ ductu illico brachia extendunt, & in contrariam partem projiciunt, ut ſcilicet impetus in oppoſitam partem exæquet exceſſum gravitatis, quæ ad eam partem reperitur, in quam ex ceſpitatione facta eſt inclinatio.

Ex his quid in ſingulis motibus dicendum ſit, intelliges; neque enim otium eſt ire per ſingula. Caput hoc claudo explicatione quæſtionis, qua quæritur, quantò majus ſpatium percurrat caput quàm pedes; certum ſiquidem eſt hominem in lineâ directionis imminere ſemper terræ centro; ac proinde ſi pedes ex B venerunt in C, caput ex F in E tranſlatum eſt per arcum F E majorem arcu B C. Cum enim uterque arcus B C, F E ſubtendatur eidem angulo ad centrum, ſunt ſimiles, & ut arcus B C ad totam ſuam peripheriam, ita arcus F E ad ſuam peripheriam; ſunt

autem



autem peripheriæ inter ſe ut ſemidiametri, igitur B C ad F E, ut T B, ad T F; atqui T F major eſt quàm T B, igitur & F E arcus major arcu B C: abſcindatur F I, quæ ex hypotheſi intelligatur æqualis ipſi B C; eſt igitur ut T B ad T F, ita F I ad F E, & dividendo ut T B ad B F ita F I, hoc eſt B C, ad I E. Fiat itaque ut T B ſemidiameter terræ milliar. Rom. ant. 4128. paſſ. 635. ad B F altitudinem hominis ex. gr. ped. Rom. ant. 6. ita B C iter pedum mill. 500, ad I E exceſſum itineris capitis qui eſt $\frac{726632}{1000000}$ unius pedis. Quòd ſi fiat ut terræ ſemidiameter ad hominis altitudinem, ita circulus terræ maximus mill. 25941 ad exceſſum itineris capitis ſupra iter pedum terræ ambitum percurrentium, proveniet exceſſus ped. 37. unc. 8. hoc eſt paſſ. 7. & paulò ampliùs: Quare vides in ſingulis milliariis motum capitis non habere exceſſum niſi partium $\frac{17429}{1000000}$ unciæ pedis Romani antiqui; quæ differentia ſenſum omnem fugit.

Liceat hic ex morâ, quam in hoc Tractatu perficiendo duxi, id utilitatis capere, quod poſſim pro me ipſe brevi Apologiâ reſpondere, ne videar in Ageometriam lapſus, cui nulla niſi ex oſcitantiâ ſuppeteret excuſatio (nam & quandoque bonus dormitat Homerus) & quidem tunc, cùm Mathematicas diſciplinas in Collegio Romano publicè profitentem maximè oculatum fuiſſe oportuerat. Incidi in Magiam Naturalem P. Gaſparis Schotti part. 3. lib. 1. pag. 71, ubi mihi tribuit ſententiam maximè abſurdam, quaſi in mechanicâ meâ manuſcriptâ (quam ſcilicet anno 1653. Romæ auditoribus meis tradidi) docuerim exceſſum motûs capitis ſupra motum pedum *eſſe valde modicum, nimirum ſolum pedum ſex cum dimidio, adeò ut in milliaribus* 500 *tantum reperiatur exceſſus* $\frac{13}{17}$ *unius pedis, poſitâ hominis altitudine pedum ſex, & terra ambitu milliariorum* 21600. Hæſi primùm attonitus, meamque oſcitantiam admiratus illicò antiquas illas meas ſchedulas perſcrutari cœpi; & nihil minus inveniens errorem Typographo, qui pro paſſibus pedes ſuppo-

ſuerit, tribuendum cenſuiſſem, niſi Author ipſe modicum illum exceſſum pedum ſex cum dimidio redargueret. Quare contingere facilè potuit, ut ille, qui tunc Romæ degebat, ex aliquo manuſcripto codice meam ſententiam reſcribens, ubi menſuram hanc pedibus definiebam, brevitatis ergo ad paſſus revocaverit, quam litera P notatam demùm pro pedibus ſit interpretatus. Cæterùm prudens, & attentus lector me facillimè ab hoc errore vindicabit, ſi terræ ambitum mill. 21600. dividat per mill. 500; & quotientem 43 multiplicet per $\frac{15}{17}$ unius pedis; deprehendet enim totum exceſſum pedum ferè 38, qui excedunt paſſus ſeptem cum dimidio. Quod ſi ex diametro pedum 34400000, & ex diametro pedum 34400012, quas ibi Author ponit congruentes peripheriæ juxta Rationem 7 ad 22 conſiderentur, erit differentia circulorum pedum 38 eadem plane cum noſtrâ; ſed longiſſimè minor eâ, quam ille ibi ſtatuit.

Cæterùm quantus ſit peripheriæ majoris exceſſus ſupra minorem, habebitur facillimè, ſi majoris Radij TF, exceſſum BF, ſtatuas tanquam circuli Radium; hujus namque circuli peripheria eſt æqualis exceſſui illi. Quia enim ut minor Radius TB ad majorem Radium TF, ita minor peripheria ad majorem peripheriam, etiam convertendo & dividendo, ut TB ad BF, ita minor peripheria ad exceſſum peripheriæ majoris, & viciſſim permutando ut Radius TB minor ad ſuam minorem peripheriam, ita BF exceſſus Radij majoris ad exceſſum majoris peripheriæ. Atqui exceſſus hic BF aſſumptus ut Radius circuli habet ad ſuam peripheriam eandem Rationem, quam TB Radius minor ad ſuam peripheriam; igitur eſt eadem Ratio BF exceſsûs Radij, ad exceſſum peripheriæ majoris, quæ eſt ejuſdem BF ut Radij ad ſuam peripheriam: ergo per 9. lib. 5. hæc peripheria æqualis eſt illi exceſſui peripheriæ majoris. Cum itaque Ratio diametri ad peripheriam ſit ut 7 ad 22, ſeu ut 113 ad 355, fiat ut Radius 7 ad peripheriam 44, ſeu ut 113 ad 710, ita BF altitudo ped. 6. ad ped. 37. unc. 8: qui numerus conſentit cùm ſuperiore.

CAPUT

CAPUT XII.

An tellus moveatur motu trepidationis.

QUoniam centrum gravitatis eſt in quolibet corpore punctum illud, quod æquales gravitates circumſtant, manifeſtum eſt non permanere idem gravitatis centrum, ſi aliqua corpori additio fiat, aut detractio; neque enim manet eadem momentorum gravitatis æqualitas circa illud punctum; ſed aliud eſt punctum, per quod ducta plana dividunt totius corporis gravitatem in momenta æqualia, & eſt novum centrum gravitatis. Hinc patet in telluris globo, qui plurimas mutationes ſubit, corporibus gravibus ex alio in alium locum tranſlatis, tolli æqualitatem partium ſaltem in actu primo gravitantium, cum hæc quidem, quæ oppoſitæ parti ante erat æqualis, ſubtractione nunc fiat minor, illa verò, quæ pariter ſibi oppoſitæ parti proximè fuit æqualis, additione evadat major. Ex quo neceſſariò colligitur mutatio centri gravitatis.

Sed quia, ut tellus ſuis librata ponderibus in loco ſibi debito conſiſteret, debuit initio ejus centrum gravitatis congruere centro univerſi, circa quod gravia & levia diſponuntur; idcircò dubitari poteſt, utrùm mutato gravitatis centro terra moveri debeat, ut novum gravitatis centrum collocetur in centro univerſi. Quoniam verò huc illuc paſſim tranſlatis corporibus, terra nunc in hanc, nunc in illam partem moveretur, ut proinde quaſi trepidaret; hinc factus eſt quæſtioni locus, an tellus moveatur motu trepidationis; quicquid ſit an motus iſte ſub ſenſum cadat, nec ne.

Terram univerſam & ſingulas ejus partes ſuâ gravitate repugnare, ne ſurſum moveantur, certum eſt; at univerſi centrum occupare, toti quidem elemento graviſſimo convenit, ſed non partibus ſingulis: neque enim gravitas eſt appetitus ſubſiſtendi in centro, quem natura non ſatis aptè gravibus ſingulis indidiſſet; cui nimirùm fieri ſatis non poteſt, niſi corpora ſe invicem penetrent; unum autem grave in centro exiſtens

cætera omnia inde excludit. Reſtituunt ſe gravia in locum ſuum versùs centrum pergendo, non ut ad centrum veniant; ſed ut nihil levius infra ſe habeant; quemadmodum & levia versùs cælum aſcendunt, non ut cælum petant, ibíque demum quieſcant, ſed ne quid gravius ſupra ſe patiantur. Cæterùm hoc ipſo, quòd natura, & vacuitatem omnem eliminavit, & corporum penetrationem proſcripſit, & vim ſe ſuis locis diſponendi corporibus indidit, ſatis univerſi conſiſtentiæ & ordini conſultum eſt. Quare corpori nihil levius infra ſe habenti nullam præterea gravitationem tribuendam cenſeo, præter reſiſtentiam, ne ſurſum moveatur. Gravitas ſiquidem non niſi comparatè dicitur, habitâ ratione proximi corporis, in quo tanquam in loco exiſtit id, quod grave dicitur; nam ſi orbis univerſus conſtaret unico corpore homogeneo, nihil eſſet aut grave aut leve, cum nihil eſſet, quòd præ aliis expoſceret propiùs admoveri centro univerſi. Cum itaque terra ad hoc univerſi centrum perinde ſe habeat, atque ſi corporibus levioribus non circumfunderetur, his namque ſublatis illa nec propiùs ad univerſi centrum accederet, nec longiùs ab eo recederet; ideò pars terræ quæcumque cum reliquis comparata (ponatur hîc tellus tota homogenea) nec gravis eſt nec levis; ac proinde, cùm nulla pars centro propior eſſe exigat, quàm alia, nulla quoque eſt, quæ aliam urgeat, aut premat propriè, ſed omnes, & ſingulæ tantummodò repugnant, ne ſurſum in medium leve transferantur.

Hinc eſt quod terræ conſiſtentiam in loco ſuo, non propriè ex libræ rationibus explicandam cenſeo; quia in librâ utraque lanx non repugnat ſolùm, ne attollatur, verùm etiam in aëre conſtituta deorſum nititur; terræ autem partes ſuperiores nil infrà ſe levius habentes non conantur deorſum. Et quemadmodum ſi libræ lanx utraque ſubjecto plano incumberet, earum conſiſtentia non eſſet æquilibrio tribuenda, quamvis æquilibres ſint, ſed idcircò ſolùm conſiſterent, quia infrà ſe haberent corpus, quod permeare vel non exigit, vel non poteſt earum gravitas: ita terræ partes licèt adeò æqualiter ſint diſpoſitæ circa ſuum commune gravitatis centrum (in quo vires ſuas exererent tellure totâ in aëris locum tranſlatâ) ut ex illo ſuſpensâ tellure in æquilibrio conſiſterent; ac tamen ipſâ non

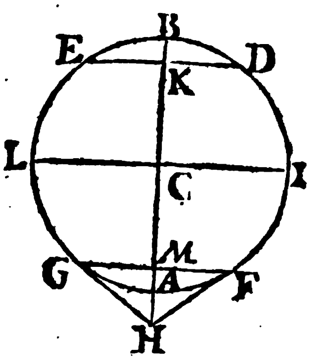
conſiſtunt

conſiſtunt propter æquilibrium; ſed quia nulla pars habet infra ſe aliquid, ſub quo petat exiſtere, atque adeò nulla eſt, quæ deorſum nitatur. Quare Poëticè ſolùm, non verò Philoſophicè dictum eſt.

Terra pilæ ſimilis, nullo fulcimine nixa,
Aëre ſubjecto tam grave pendet onus.

Aër ſi quidem non eſt ſubjectus terræ, ſed circumfuſus; ea namque ſubjecta ſunt, quæ inferiora; inferiora autem, quæ centro propiora. Terræ itaque globus nihil habet, in quod gravitatis vires exerceat deorſum conando.

Quæ cum ita ſint, nulla unquam continget in terrâ mutatio atque gravium tranſlatio, quæ efficiat motum trepidationis. Sit enim terræ globus A B, cujus centrum C ſit pariter centrum gravitatis: ducto per C plano I L, hemiſphærium I A L eſt æquale hemiſphærio I B L; ex quo abſciſſa intelligatur portio ſphærica D E B, in cujus locum ſuccedat aër. Si qua igitur pars deberet deorſum versùs C niti, non alia utique eſſet præter D & E, quæ longiùs à centro abſunt, quàm contiguus aër D E. At portio I D E L prævalere non



poteſt hemiſphærio I A L, quod deberet ſurſum propelli; ergo non poteſt centrum C moveri versùs A, ut punctum aliquod inter C & K congruat centro univerſi. Sed neque hemiſphærium I A L debet deſcendere, quia nullum habet corpus leve ſibi contiguum, quod univerſi centro vicinius ſit; non ergo debet propellere oppoſitum ſegmentum I D E L; cujus omnes partes non ſolùm reluctantur motui, quo recedant ab univerſi centro C, ſed etiam illarum aliquæ ſe ipſæ urgent, & conantur versùs C. Nondum igitur terra movetur.

Quare Segmentum Sphæricum D K E B transferatur in oppoſitam partem, & addatur hemiſphærio ſuperiori etiam mons F H G æqualis abſciſſæ portioni ſphæricæ. Aio ne dum factam eſſe mutationem, quæ ad motum telluri conciliandum ſufficiat. Quamvis enim mons ille F H G, quippe quem ambit aër levior

vior vicinior centro, conetur deorſum; certum eſt illum deſcendere non poſſe, quin totam reliquam terram impellat, ejuſque reſiſtentiam ſuperet; reſiſtit autem primò ſegmentum I D E L, cujus omnes partes magis à centro removerentur; niſi igitur mons F H G major ſit ſegmento ſphærico I D E L (vel ſaltem non multò minor, ſi quidem ob majorem à centro diſtantiam augerentur momenta gravitatis, ex dictis cap. 4.) non poterit ſubjectam terram loco dimovere. Præterea etiam hemiſphærium I A L repugnat deſcenſui montis F H G, quia fieri non poteſt hic motus, niſi hemiſphærij partes tranſiliant planum I L, atque magis à centro recedant. Quantâ igitur gravitate præditum eſſe montem oporteret, qui tantam reſiſtentiam ſuperare valeret? At nunquam fieri tantam partium permutationem, ut id quod transfertur, ſit non minus ſemiſſe hemiſphærij, ut ſaltem ratione habitâ diſtantiæ à centro poſſit prævalere, ita omnibus eſt manifeſtum, ut probatione non indigeat. Quare neque hanc gravium tranſlationem motus ullus conſequitur, quo tellus trepidare dicatur.

At, inquis, ſi in utrâque libræ lance ſint unciæ 100, & alterutri uncia una addatur, lanx illa deprimitur, & oppoſita elevatur; ergo exiguum pondus vim habet movendi ingens pondus; ergo pariter mons F H G producere poteſt impetum, qui ad movendum ſegmentum I D E L, quantumvis gravius, abundè ſufficiat. Ego vero nego conſequentiam; quia non ab unciâ illâ additâ ſolâ elevatur oppoſitum pondus, ſed omnes unciæ ſimul in medio leviore ſuſpenſæ collatis viribus deorſum conantur, atque præponderantes oppoſitæ lancis pondus attollunt. Hoc autem nil in rem noſtram facit, ubi neque mons F H G ſolitariè ſumptus poteſt ſurſùm propellere molem I D E L majorem ſe, neque juvari poteſt ab hemiſphærio I A L, quod cum nihil infrà ſe habeat, quod & levius ſit, & inter ipſum ac univerſi centrum intercipiatur, neque poteſt ſe ipſum versùs centrum urgere ſecundùm aliquas ſui partes ab eo remotiores, cum maximè partes centro proximæ valde reluctentur, ne ab illo removeantur. Id quod in libræ lance, cui uncia fuerit addita, reperire non poteris; totum ſiquidem lancis pondus deorſum nititur.

Quod ſi ex librâ ſimilitudinem ducere placeat, petenda potiùs

tiùs eſt ex librâ, cujus lanx altera ſubjecto plano incumbat, altera in aëre libera pendeat; ſi enim utraque lanx plena æqualibus ponderibus conſiſtat in æquilibrio, & incumbenti lanci addatur ponderis pars, quæ à pendulâ lance detrahatur, lances non moventur, nec inter ſe mutuò confligunt ponderum gravitates, niſi quatenùs lanx gravior ſemper magis reſiſtit leviori, ne ab illâ elevetur: cæterùm gravior lanx non movet leviorem, niſi ubi demum tanto pondere prægravata fuerit, ut ſubjecti plani reſiſtentiam vincens illud aut frangat, aut ſaltem deprimat. Sic hemiſphærium I A L habet rationem lancis non tantùm ſubjecto plano incumbentis, ſed, quod potius eſt, ſuo in loco quieſcentis; cui quò plus addideris ponderis, auges quidem reſiſtentiam ne ſurſùm versùs H propellatur, ipſum verò non conatur deorſum versùs C; ſed totus conatus impoſito & adjectò monti tribuendus eſſet, vel (ut ſim maximè liberalis) etiam exceſſui illi, quo hemiſphærium I A L ſuperat ſegmentum ſphæricum I D E L, qui exceſſus eſt æqualis ipſi monti, hoc eſt ſegmento D E B. Quare ſi fuerit abſciſſa tertia pars hemiſphærij unius, & addatur alteri hemiſphærio è regione ſecundùm diametrum, tunc ad ſummum æqualis erit pars terræ deorſum nitens F M G H parti oppoſitæ repugnanti I D E L; & ſi velis partem F M G H remotiorem à centro magis gravitare ita, ut ratio hujus exceſsûs in gravitando poſſit vincere non ſolùm reſiſtentiam ſegmenti I D E L, ne ſurſum propellatur, ſed etiam ſegmenti F I L G, ne ſecundùm partes I L centro proximas ab eo removeatur; non admodum repugnabo. Sed cum nunquam milleſima, ne dum ſexta, pars terreni globi ex alio in alium locum ex diametro oppoſitum transferatur, nulla unquam fit gravium permutatio, vi cujus tellus trepidet.

Sed unum adhuc ſupereſt, quod per diſſimulantiam prætereundum non videtur. Eſto inquis, nulla fiat in tellure gravium tranſlatio, quæ tanta ſit, ut novum gravitatis centrum in univerſi centro conſtituere valeat, ac proinde nulla ſit centri terræ trepidatio: circa centrum ſaltem nutabit tellus motu converſionis, validâ ventorum vi ſummos montes impellente, orbemque totum, pro variâ ipſorum incurſione, modò hanc, modò illam partem verſante: unde fortaſſe ortam acû magneticæ eodem in loco poſt aliquot annos variationem ſuſpicari

quis poſſit. Cum enim tellus æqualibus circà centrum nutibus librata permaneat, multo faciliùs omnem in partem converti poſſe videtur, quàm rota ingens ſuo in axe ſuſpenſa: Rota ſcilicet ſuo pondere axem premens illum, dum convertitur, terit; hancque affrictûs difficultatem vincat neceſſe eſt, quod una ex parte additur pondus, vel quæ applicatur Potentia, ut converſionem efficiat: tellus verò in orbem diffuſa nec centrum premit, nec axem, cum quo ullus fiat affrictus; ac propterea faciliorem præbet converſionis anſam Potentiæ unam aliquam in partem urgenti. Hujuſmodi autem Potentia ventus eſt, non ad perpendiculum in terram incidens, ſed obliquè in prætaltos ſaltem montes incurrens; cujus viribus nihil obſtare videtur, quin telluris globum ſibi obſecundantem inclinet; quemadmodum, & ingentes naves, vela implens, impellit.

Huic difficultati ut me ſubducam, non me in abditos magnetiſmi receſſus recipio, aſſerendo tellurem ita arcanis nodis cælo connexam, ut à ſummo axium polorumque cæleſtium atque terreſtrium conſenſu divelli ac diſtrahi prorsùs nequeat: neque enim hiſce magnetiſmi latebris me ſatis protectum exiſtimarem; demptâ quippe ſolis Auſtralibus atque Borealibus ventis hâc facultate tellurem convertendi, ne ſcilicet terreſtres poli à cæleſtibus diſcrepent, quid prohibeat reliquos ad Ortivum, aut Occiduum limitem pertinentes, quin ſuo flatu orbem hunc volvant, adhuc ſupereſſet explicandum. Hoc quidem ſatis eſſe videretur ad ſubmovendam ſuſpicionem illam de acûs magneticæ variatione ob telluris converſionem; manente nimirum axe terreſtri ita, ut cum cæleſti conveniat, aut illi ſaltem parallelus exiſtat, nihil eſt quod, etiam tellure circa axem converſâ, magneticam declinationem commutare queat: nam quod ad ſyderum aſpectus ſpectat, parum intereſt, tellusne? an cælum volvatur; ſi igitur diurna cæli converſio magnetis declinationem non mutat, neque ad illam mutandam ſufficeret telluris circa ſuum axem converſio, vi cujus alia atque alia ſydera reſpiceret: Præterquam quod non id temporum lapſu accideret; ſed ubi ventorum impetus elanguiſſet, illicò variatio illa declinationis magneticæ deprehenderetur: id quod ab omni experimento longè abeſt. Verùm adeò à noſtris ſenſibus ſejunctæ ſunt magneticorum ſymptomatum cauſæ, ut ad

aliarum

aliarum difficultatum ſolutionem non facilè advocandus ſit in Philoſophicam ſcenam magnetiſmus.

Illud potius hìc attendendum videtur, quod montis altitudo, atque magnitudo ad totius telluris molem Rationem habet ſatis exiguam. Cum enim terræ ambitus probabiliter ſtatuatur, ut aliàs oſtendi, milliarium Rom. antiq. 30598, ejuſque propterea diameter ſit proximè mill. 9738 $\frac{4}{11}$, tota ſuperficies ſphætica (ut pote quadrupla maximi circuli ex demonſtratis ab Archimede) eſt mill. quadratorum 297. 987800 proximè. Mons ſtatuatur altitudinis perpendicularis milliarium quinque; hæc eſt ad terreſtrem diametrum ut 1 ad 1947: baſis montis occupet milliaria quadrata 500; hæc eſt ad ſphæricam totius globi ſuperficiem, ut 1 ad 595975. Finge jam pro monte granum hordei, quod promineat ſecundùm ſuam latitudinem ex ſphærâ habente diametrum granorum 1947; hoc eſt paſſuum geometricorum ſex, ſeu pedum Rom. antiq. 30. circuli maximi ambitus erit pedum 94$\frac{1}{4}$: quare hujus ſphæræ ſuperficies habet pedes quadratos 2827, hoc eſt quadratas latitudines grani hordei paulò plures quàm 11. 579000. Igitur grani hordei jacentis altitudo ad hujus ſphæræ diametrum eandem ex hypotheſi habet rationem, quam prædicti montis altitudo ad telluris diametrum: & ſi decem grana ſibi invicem attigua diſponantur, ut montis baſim æmulentur, eadem erit ratio ad ſuperficiem. Quamvis itaque ſphæra illa intelligatur planè inanis ac leviſſima ſolam habens ſuperficiem papyraceam, ex qua granum ordei agglutinatum promineat, án putas, à flatu quantumvis valido per fiſtulam emiſſo in granum illud hordei incurrente convertendum eſſe globum papyraceum? Id ſanè ex cæteris experimentis conjicere non licet; perinde enim eſt atque ſi nihil promineret; neque vel minimùm obeſt Phyſicæ rotunditati. Quare neque montis altitudo conſtituta quicquam detrahet orbicularis figuræ, quod ſub Phyſicam conſiderationem cadat; ac propterea nihil virium ad tellurem convertendam obtinet ventus in montem incurrens.

Et quidem converſionem hanc re ipsâ non fieri manifeſtum eſt; ſi quidem cum nulla vincenda eſſet gravitas, quæ longiùs à centro gravium recederet, vel quæ axem tereret, facillima videretur eſſe globi totius converſio circa centrum, non ſolùm

validioribus atque incitatioribus, ſed temperatis etiam atque mediocribus ventis flantibus. Hi autem aliquando diuturni ſunt; cujuſmodi potiſſimum ſunt Eteſiæ, quibus maritimi curſus celeres, & certi diriguntur. Tot igitur dierum ſpatio, vento oppoſitos montes vehementiùs urgente, non modica fieret terreni globi inclinatio; ac propterea non eadem demum permaneret eodem in loco Poli ſuprà Horizontem altitudo, quoties ab alterutro cardine Auſtrali Boreali-ve, aut à ſolſtitiali Brumali-ve limite tam ortivo quàm occiduo ventus ſpiraret, atque multarum ædium facies non eandem ampliùs reſpicerent cæli plagam; quare & ſcietherica Horologia quantumvis accuratè ſemel deſcripta poſt non adeò multas temporum inclinationes toto ferè cælo diſcreparent; aliis enim, atque aliis ſubinde flantibus ventis, varia oriretur orbis converſio, atque alia planorum cum circulis horariis ſectio, quæ deſcriptis lineis non congrueret. Hujus autem mutationis nullum in toto terrarum orbe veſtigium apparet, niſi fortè fabulas liceat comminiſci.

Quòd ſi converſionem hanc non omninò circa centrum quamcumque in partem fieri, ſed tantummodo circa axem, dixeris, ut argumenti vim effugias; Quid illud eſt, quod ita terreſtrem axem cum cæleſti colligatum velit, ut tamen terreſtres meridianos à primâ mundi molitione conſtitutos temporis lapſu cum cæleſtibus meridianis non convenire permittat? Sed & aliud profectò, nec illud quidem leve, incommodum ſubeas neceſſe eſt; dum enim converſionem adſtruis ab ortu in occaſum, & viciſſim ab occaſu in ortum, fieri poterit, ut poſt aliquot annos non planè ſpernenda converſio facta fuerit, ac proinde temporum numeratio cælo non reſpondeat. Nam ſi ab ortu in occaſum ex. gr. proceſſerit tellus, minus temporis numerabitur quàm pro ratione cæleſtium motuum; ut contigiſſe fertur navi cui à Victoriâ nomen inditum eſt, in expeditione Magellanicâ; cum ſcilicet poſt totius orbis ambitum redux in Hiſpalenſem portum, ex quo ante tres annos ſolverat, intraret, tunc primùm obſervarunt ſe à rectâ temporis numeratione defeciſſe die uno; quippe qui cum juxta diurnam cæli converſionem ab ortu in occaſum iter inſtituiſſent, juſto tardiùs ſemper ſol illis occiderat, exiguo quidem ſingulis die-

bus,

bus, quibus procedebant, diſcrimine, ſed quod demùm modicis illis acceſſionibus in integrum diem excreverat. Contra verò accideret, ſi ab occaſu in ortum ſemper navigaretur; juſto enim breviores eſſent dies, ac propterea eorum numerus accreſceret. Hæc autem in temporum numeratione inconſtantia, ſi ventorum impetu tellus modò in ortum, modò in occaſum converteretur, quantam perturbationem inveheret in Aſtronomiam? Neque tibi quicquam ſuffragari exiſtimes, ſi ex varia ventorum oppoſitas in plagas ſivè ſimul, ſivè ſubinde, ſpirantium commutatione converſiones illas compenſari dixeris: id enim ad incertum revocat omnes Aſtronomorum calculos, ubi meridianorum circulorum ſectiones ſtabiles non permaneant; cum ad orbem totum inclinandum, ut tu quidem autumas, ſatis ſit, ſi unâ aliquâ in regione ventus montes impellat; quî verò certus ſim factam ab Argeſte telluris converſionem in ortum, æquatam demum fuiſſe à Vulturno, aut ab Euro-Auſtro?

Verùm quàm infirmæ ſint validiſſimorum ventorum vires ad globum hunc terraqueum inclinandum, expendamus, etiamſi montium perpendicula non quinque tantùm milliaribus definita velis, ſed multò altiora. Statue in ingenti lacu compoſitam ex trabibus aliquot ratem, quam in littore ſtans facilè funiculo modereris: Tùm ratem aliam paris quidem latitudinis, ſed centuplò longiorem, compone: Poteris-ne hanc funiculo eodem, ac labore non majori, trahere perinde atque priorem? Negabis utique, quamvis enim utraque lacui ſtagnanti innatet, nec vincenda ſit alterutrius gravitas, ut à centro gravium magis recedat; licet utraque parem in motu ab aquâ dividendâ reſiſtentiam inveniat (ejuſdem quippe ſunt latitudinis ſolâ diſcrepantes longitudine, & æqualis eſt utriuſque immerſio propter eandem ſingularum trabium molem, atque ſpecificam gravitatem) quia tamen diſpar eſt ratium magnitudo, & impetu extrinſecùs accepto utraque eget, ut moveatur, palàm eſt majore impetu opus eſſe, ut ratis major trahatur, ac propterea poſſe hanc adeò augeri, ut impetus ad illam movendam neceſſarius excedat vires Potentiæ ratem minorem funiculo moderantis. Ita planè eſt. Sed jam animum transfer ad inſtitutam diſputationem, ut diſpicias, undè irrepſerit dubitatio hæc de telluris

converſione ex ventorum impulſu, & quàm facilè fucum fecerit rota ſuo in axe ſuſpenſa, quæ levi negotio, nec valido impulſu, volvitur. Rota ſiquidem tota deorſum gravitat, ac propterea axem premit; quia autem in axe ſuſpenditur, fieri non poteſt, ut pars altera deſcendat, quin oppoſita aſcendat. Quandiu conatus ad deſcendendum æqualis eſt reſiſtentiæ ad aſcendendum, rota quieſcit; nec volvitur, niſi alterutri parti fiat acceſſio Potentiæ, quæ pariter deſcenſum juvet, vel quia ipſa quoquè deorſum conatur cum parte deſcendente, vel quia ſurſum nitens partem alteram elevat, oppoſitamque deprimet ſuapte naturâ deſcendentem. Non tamen hujuſmodi rotæ ſuſpenſæ converſio tribuenda eſt ſoli Potentiæ; ſed pars rotæ deſcendens atque Potentia collatis viribus elevant partem rotæ aſcendentem, eique impetum imprimunt. At in telluris circa ſuum centrum, vel axem, converſione nihil adeſſet, quod Potentiam juvaret; quia nulla eſt pars, quæ deorſum conetur, aut ſurſum, ut poſſit oppoſitæ parti impetum aliquem imprimere; nulla etenim pars in hujuſmodi converſione ad centrum gravium accederet, aut ab illo recederet. Totus igitur impetus à vento imprimendus eſſet toti telluris globo, ut à ſuâ, quæ ſecundùm naturam eſt, quiete dimoveretur. Atqui globi terraquei ea eſt moles, ut contineat milliaria cubica proximè 48670. 200000 (omnis nimirum ſphæra æqualis eſt cono, cujus altitudo par eſt Radio ſphæræ, baſis autem æqualis ſuperficiei ſphæræ, ex dictis verò paulò ſuperiùs, & ſuperficies & Radius globi hujus innoteſcit) nullus igitur adeò vehemens eſt ventus, qui tantæ moli impetum imprimere valeat; nullus ſiquidem excogitari poteſt ventus, qui globum marmoreum, aut etiam ex argillâ, in planitie æquiſſimâ conſtitutum, ſi mille paſſus Geometricos in diametro numeret, convolvere valeat. Adde in telluris converſione, ſi illa fieret, quò vehementior eſſet ventus in montem incurrens, validior eſſet reſiſtentia aëris à reliquis montibus dividendi; ſed & multorum ingentium fluminum contrariam in partem labentium impetus obſiſteret, ne tellus vento flanti obſecundaret. Quod ſi hæc levis eſſe momenti dixeris ad obſiſtendum, levis pariter momenti eſſe ventorum impetum, neceſſe eſt, fatearis: neque hîc arduum eſſet ventorum atque fluminum vires invicem conferre, aquarum-

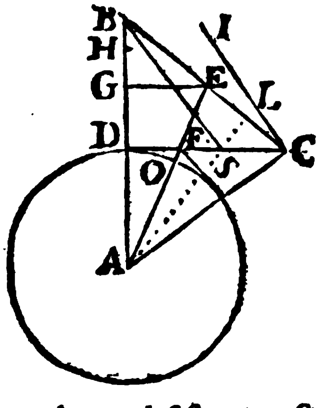
que

quæ impetum multò validiorem oſtendere; ſed ad alia properandum eſt: ſatisfuerit monuiſſe non mediocrem intercedere analogiam inter aquarum guttas in rivulos primùm, deinde in majores rivos, ac demum in torrentem concurrentes, atque terræ expirationes in ventum congregatas, quæ multum virium obtinent, ſi plurimæ in unum coëant, quemadmodum & aquis contingit.

CAPUT XIII.

Quâ ratione minuatur gravitatio in plano inclinato.

PLanum inclinatum dicitur planum quodcumque non tranſit per centrum gravium & levium, hoc eſt per centrum univerſi; hujuſmodi ſiquidem planum non cadit ad angulos æquales in ſphæricam terræ ſuperficiem. Hinc etiam planum horizonti parallelum reipsâ eſt inclinatum, niſi adeò exiguum ſit ac breve, ut puncti vicem obtineat, ſi cum terreni globi ſuperficie conferatur.



Sit univerſi centrum A, plana B A, & C A ſunt verticalia & perpendicularia, quibus ſi corpus aliquod grave applicueris, illud non impedietur, quin per ſuam directionis lineam deſcendat. At verò tam planum BC, quam planum CD inclinata ſunt, nec corpus grave illis impoſitum poteſt rectâ ſecundùm directionis lineam deſcendere, ſed ab illâ declinare cogitur plano obſiſtente. Sunt autem anguli inclinationis ABC, ACD. Quod ſi planum parallelum horizonti ita exiguum ſit, ut à ſphæricâ ſuperficie, quam tangit, non recedat; tunc in quacumque ejus parte conſtituatur corpus grave, perinde eſt, atque ſi in puncto D collocatum concipiatur. Sin autem ita à

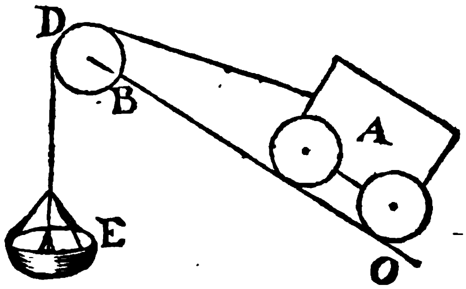
puncto

punćto D diſtiterit, ut à ſphæricâ ſuperficie recedat, quemadmodum ſi eſſet planum D F, illud eſt inclinatum, & ſit angulus D F A inclinationis. Ubi obſervandum eſt non eandem eſſe ſingularum plani partium inclinationem; angulus enim inclinationis A E C major eſt inclinatione A B C, per 16. lib. 1. & ſimiliter A F D maior eſt angulo A C D. Quare ſtatim atque ea eſt puncti E à puncto B diſtantia, ut angulus à perpendiculis in centro A factus contemni non poſſit, alia eſt etiam phyſicè inclinatio, & corporis ejuſdem gravitatio mutatur.

Quoniam verò corpus grave plano inclinato impoſitum ita aëre circumfunditur, ut petat infrà illum deſcendere, & reſiſtat, ne ſurſum moveatur; ideò gravitare dicitur.

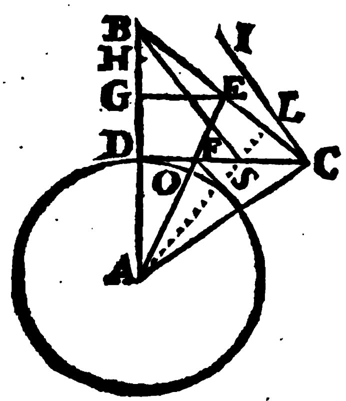
Sed cavendum eſt, ne ex vocabulorum ſimilitudine error ſubrepat: quandoquidem aliud eſt *gravitare in plano inclinato*, aliud *gravitare in planum inclinatum*: nam intrà aërem corpus grave, putà, lapis, gravitat in quocunque plano etiam perpendiculari, non tamen gravitat in planum perpendiculare, nullaſque vires ſuæ gravitatis contra illud exercet, quamvis in eo exiſtens, & reſiſtat ſurſum trahenti, & conetur, ut vincat vires retinentis, ac quicquid moram infert, & impedimentum motui. In plano itaque inclinato exiſtens corpus grave (ſubjectum planum ſupponitur optimè lævigatum, nec motui officiens partium prominularum aſperitate) gravitat quidem, ſed minùs quàm in plano perpendiculari, & pro variâ planorum inclinatione, varia pariter eſt gravitatio, ut quotidiana nos docet experientia. Quâ igitur ratione gravitatio minuatur, hîc eſt examinandum; capite ſequenti gravitatio in Planum inclinatum explicabitur.

Cognoſcitur autem gravitatio ex reſiſtentiâ, quâ corpus repugnat contra vires illud retinentis, ne deorſum feratur, aut ſurſum trahentis; neque enim alio niſu gravia gravitant, quàm quo reſiſtunt impedienti motum gravitati convenientem. Et quidem experimento aliquo poteſt gravitationis varietas inveſtigari; ſi nimirum planum B O ex ligno, aut marmore accuratè lævigetur, & extremitati B adnectatur orbiculus D facillimè circa axem verſatilis, ponderi



deri autem A ſubjiciantur rotulæ, & adnectatur funiculus per D tranſiens, ex cujus extremo pendeat lanx E, cui pondera immitti poſſint: pro variâ enim plani BO inclinatione etiam pondera in lance mutare oportebit, ut pondus A ſuſtineatur, & plura erunt, quò magis ad perpendiculare accedet planum BO. Verùm quia nunquam carere poteris ſuſpicione, an corporum affrictus aliquid afferat impedimenti; ideò ſecluſis omnibus, quæ extrinſecùs accidere poſſunt, reſiſtentiam ex ſolâ gravitate ortam opus eſt conſiderare.

Reſiſtentia verò omnis reſpondet violentiæ, quam patitur id quod reſiſtit; minori etenim conatu minorem vim illatam propulſare ſtudet natura, quæ validiùs obſiſtit majori violentiæ: id quod ita rationi eſt conſonum, & obviis experimentis manifeſtum, ut in hoc demonſtrando ſupervacaneum ſit immorari. Conſtituantur itaque duo æqualis ponderis corpora in D & in C; ſingulis alligetur funiculus, qui per B tranſeat, & ſurſum trahantur ſimul ita, ut æqualiter moveantur. Abſolutâ motûs particulâ, corpus alterum ex D aſcendit in H in plano perpendiculari; alterum in plano inclinato ex C venit in E, & CE linea æqualis eſt lineæ motûs DH. Non eandem tamen utrumque grave ſubiit violentiam; nam motus DH fuit ſimpliciter, & abſolutè violentus; at motus CE eatenus ſolùm gravitati adverſatur, quatenus aſcendit; aſcenſum autem metitur linea DG, quam abſcindit EG horizonti parallela. Hîc ſcilicet planum DC intellige horizontale nihil à ſphæricâ ſuperficie diſcrepans, ut communiter contingit: quòd ſi non ita ſe haberet; ſed eſſet ampliſſimum planum, menſura violentiæ illatæ ponderi in C



conſtituto, in E elevato deſumenda eſſet ex differentiâ inter K C & O E. Eſt itaque gravitatio in plano perpendiculari ad gravitationem in plano inclinato, ut reſiſtentia ad aſcendendum in uno ad reſiſtentiam ad aſcendendum in alio; reſiſtentiæ autem ſunt, ut violentia, quam corpora ſubeunt in motu; violentia demum eſt ut H D ad G D, hoc eſt per 7. lib. 5. ut C E ad D G. Sed ut C E ad D G, ita E B ad G B, per 2. lib. 6. & ut B E, ad B G ita B C ad B D, per 4. lib. 6. igitur gravitatio in perpendiculari ad gravitationem in inclinato eſt ut B C ad B D, hoc eſt ut Secans anguli inclinationis ad Radium.

Quæ autem de totis D H, & C E lineis dicta ſunt, de ſingulis earum particulis æqualibus dicta intelligantur; ductis quippe parallelis horizonti, eadem eſt omnium Ratio: hîc namque ſupponimus planum B C non adeò magnum eſſe, ut ſingula ejus puncta cum diverſis horizontibus comparanda ſint, omnes ſiquidem perpendiculares lineæ directionis non quaſi convergentes, ſed phyſicè parallelæ accipiuntur. Quòd ſi tam longum eſſet planum, ut phyſicè mutatus intelligeretur angulus inclinationis, non eadem eſſet Ratio gravitationis in toto, ac in partibus: ſed mutato angulo inclinationis mutaretur utique ejus Secans; ac proinde inæqualium Secantium Ratio ad eumdem Radium inæqualis, gravitationum pariter inæqualem rationem oſtenderet.

Quod ſi aſcendentium per vim extrinſecùs illatam corporum reſiſtentiam atque gravitationem metimur ex violentiâ, quam pro planorum varietate ſubeunt; eorum pariter in deſcendendo efficacitatem ex ipſo deſcenſu argui æquum eſſet, datâ motûs in diverſis planis æqualitate. Sed quia deſcenſus naturæ propenſioni congruit, fieri non poteſt, ut in alio atque alio plano æquales ſint motus iſochroni; tardior enim eſt, qui in plano inclinato perficitur, neque, ſi æqualis ponderis corpora deſcendant ex H & E, quando illud ad D pervenit, hoc poteſt attingere punctum C: ideò non ex deſcenſu gravitationem metiri oportet, cum motus æquales non habeantur: niſi fortè eaſdem movendi vires tribuas gravitati non impeditæ in perpendiculari, ac impeditæ in plano inclinato. Qua propter gravitationis momenta ad deſcendendum non aliunde meliùs æſtimantur, quàm ex repugnantiâ ad aſcendendum: ſic enim vulgari argumento

mento ſingulorum corporum gravitates librâ expendimus, tantumque iis ad deſcendendum virium tribuimus, quantum reſiſtunt, ne ab oppoſitâ libræ lance deorſum conante eleventur. Eadem igitur eſt gravitationis Ratio, ſeu propenſionis ad deſcendendum, quæ eſt reſiſtentiæ ad aſcendendum: Cum verò reſiſtentiam in plano inclinato ad reſiſtentiam in perpendiculari oſtenſum ſit eſſe, ut Radius ad Secantem anguli inclinationis, hoc eſt ut B D ad B C, erit pariter vis deſcendendi in plano B C ad vim deſcendendi in plano B D, reciprocè ut B D ad B C.

Eadem ratione in plano C D ſuperficiem globi tangente, gravitatio in C D ad gravitationem in perpendiculari C A eſt ut C D ad C A; eſt enim C A Secans anguli inclinationis D C A. Si enim ducatur K F Tangens, triangula C K F, C D A ſunt ſimilia, angulus enim ad C communis eſt, & ambo rectangula ad D & K; quare ut C K ad C F, ita C D ad C A; ſed gravitatio in C F ad gravitationem in C K eſt reciprocè ut C K ad C F: igitur gravitatio in plano inclinato C D globum tangente, ad gravitationem in perpendiculari C A, eſt ut C D ad C A.

Hinc eſt quod in planis horizontalibus, quæ ut plurimum habemus, corpora non deſcendant, aut moveantur: quia nimirum à puncto, in quo grave ſtatuitur, ex. gr. F, ductæ lineæ F A perpendicularis & F D Tangens faciunt angulum D F A inclinationis adeò magnum, ut Radius ad ejus ſecantem penè infinitam non habeat ſenſu perceptibilem Rationem, vel ſaltem non tantam, ut gravitatio, quæ ratione inclinationis plani congruit corpori, non elidatur à reſiſtentiâ, quæ oritur ex corporum aſperitate. Quare ſublatâ, aut potiùs impeditâ, gravitatione corpus quieſcit in plano horizontali.

Et hæc eſt ratio, cur violentiam determinans, quam grave aſcendens patitur, aſſumpſerim in perpendiculari B A partem G D, quam abſcindit parallela horizonti; hæc enim menſura phyſicè non diſcrepat à verâ menſurâ, quæ aſſumenda eſſet, ſi mente concipias rectam lineam D C tangere circulum, cujus ſemidiameter ſit millecuplo major. Menſura ſiquidem aſcenſûs petenda eſt ex exceſſu, quo perpendicularis E A ſuperat perpendicularem A C; illo enim intervallo, quo magis receſſit à centro, aſcendit.

Ex quo fit quod, ſi planum inclinatum B C cum perpendiculari C A faceret angulum acutum A C B, corpus ex C uſque in L (in quod punctum cadit perpendicularis A L) deſcenderet, quia ſemper magis ad centrum accederet: ex L autem in E aſcenderet, & aſcenſum metiretur exceſſus perpendiculi E A ſuprà perpendiculum L A. Quare ut ex C aſcenderet, deberet eſſe planum inclinatum I C, quod cum C A faceret angulum I C A ſaltem rectum. Ubi ex occaſione licet obſervare poſſe dari duos montes, qui cum valle intermediâ planitiem unam conſtituant; ſi nimirum montium vertices eſſent E, & C, ex quibus in imam vallem L deſcenderetur: & aqua per montium venas deſcendens in L poſſet fontem aut lacum creare.

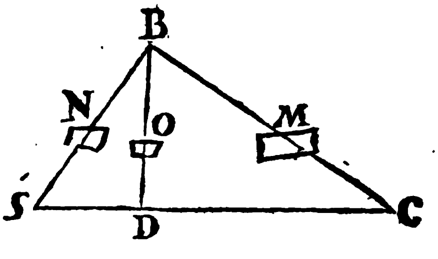
Re autem ipsâ ſemper contingit angulum B C A eſſe obtuſum vel non minorem recto. Ponatur enim terræ ſemidiameter D A 1000, & planum D C: (eſſet autem planum D C longius milliar. 4) erit angulus D A C, gr. 0. 3′. 26″; atque adeò D C A gr. 89. 56′. 34″. Jam verò ſit C D ad D B ut 100 ad 87; erit angulus B C D gr. 41. 1′. 23″: quare totus B C A gr. 130. 57. 57″. Nunc ſi libeat comparare perpendiculum E A cum perpendiculo G A, ſtatue G D ſemiſſem totius B D; eſt igitur & G E ſemiſſis ipſius D C: Quare G E eſt partium 50, quarum G A eſt 100043 $\frac{1}{2}$: addantur quadrata G E 2500 & G A 10008701892 $\frac{1}{4}$, & ſummæ radix quadrata 100043 $\frac{102543}{200086}$ major verâ eſt E A, quæ non excedit perpendicularem G A 100043 $\frac{1}{2}$ niſi particulis $\frac{2500}{400172}$. Quoniam autem D A C angulus inventus eſt grad. 0. 3′. 26″; ejuſque Secans A C eſt partium 100000 $\frac{5017}{100000}$, quarum A D poſita eſt 100000; diſcrimen inter A C, & A E ſuperiùs inventam, eſt partium 43 $\frac{46227}{100000}$, quæ eſt proximè eadem menſura, ac D G poſita partium 43 $\frac{1}{2}$. Quod ſi in plani inclinati longitudine tantâ Rationem habente ad terræ ſemidiametrũ, quanta conſtituta eſt, poteſt citrà errorem aſſumi tanquam menſura aſcenſûs pars perpendiculi B A intercepta ab horizontali D C, & parallelâ E G, ſatis patet id multò magis licere in planorum longitudinibus minorem Rationem habentibus ad eandem terræ ſemidiametrum. Manet itaque conſtituta regula gravitationis, videlicet gravitationem in plano inclinato ad gravitationem in perpendiculari eſſe, ut eſt Radius ad ſecantem anguli inclinationis.

Quamvis

Quamvis verò in partibus inferioribus plani inclinati ſit ſemper major angulus inclinationis, quàm in ſuperioribus, & proinde minor ſit Ratio, quam habet Radius ad ſecantem anguli majoris, ac ea, quam idem Radius habet ad ſecantem anguli minoris: non tamen ea eſt gravitationis differentia, cujus ratio habenda ſit; cum enim adeò exiguus ſit angulus B A C, ejus quantitas diſtribuitur per omnes inclinationis angulos, qui fiunt in punctis intermediis inter B & C; atque adeò contemnendum eſt in praxi diſcrimen illud, quod oritur ex alio atque alio inclinationis angulo in eodem plano. Quod ſi inſignis eſſet Rationum varietas, notabilis quoque eſſet gravitationis diverſitas idem enim contingeret, ac ſi non idem eſſet planum. Sed hoc communiter non accidit.

Ex his illud manifeſtâ conſecutione conficitur, quod ſi duo plana inclinata inter ſe comparentur, ejuſdem corporis gravitationes in illis ſunt reciprocè ut Secantes angulorum inclinationis: hoc eſt, ſi fuerint duo plana inclinata B S, B C, gravitatio in B S ad gravitationem in B C eſt ut B C ad B S. Quia enim gravitatio in B C ad gravitationem in B D eſt ut B D ad B C; & gravitatio in B D ad gravitationem in B S eſt ut B S ad B D, igitur ex æqualitate, per 23. lib. 5. gravitatio in B C ad gravitationem in B S eſt ut B S ad B C.

Hinc præterea fit, ut, ſi gravia in planis conſtituta habeant Rationem eandem, quam ſecantes angulorum inclinationis habent inter ſe vel ad Radium, eorum gravitationes ſint æquales. Sit ad horizontalem, S C perpendicularis B D, & inclinatæ B S, B C, per quas lineas ducta intelligantur plana, & in planis gravia diverſa, & ut B D ad B C ita pondus O ad pondus M, & ut B D ad B S ita pondus O ad pondus N.



Dico ponderum M, O, N, gravitationes in ſuis planis eſſe æquales. Quoniã enim duorum gravium gravitationes in eâdem perpendiculari B D ſunt ut ipſorũ pondera, gravitatio M in perpendiculari B D, ad gravitationem O in eadem perpendiculari, eſt ut M ad O, hoc eſt ut B C ad B D; ſed gravitatio M in per-

pendiculari B D, ad gravitationem ejuſdem M in inclinatâ B C, eſt pariter ut B C ad B D; igitur per 11. lib. 5. gravitatio M in perpendiculari ad gravitationem O in perpendiculari eſt, ut gravitatio M in perpendiculari B D ad gravitationem M in inclinatâ B C; igitur per 14. lib. 5. gravitatio O in perpendiculari B D æqualis eſt gravitationi M in inclinatâ B C. Eâdem methodo oſtenditur æqualem eſſe gravitationem N in inclinatâ B S, gravitationi O in perpendiculari B D. Quare gravitationes M & N æquales inter ſe ſunt, cum æquales ſint gravitationi O.

Conſtat itaque iiſdem viribus retineri poſſe, aut ſurſum trahi, majus pondus in plano inclinato, quàm in perpendiculari, eadem enim eſt illorum gravitatio, ut oſtendi; vires autem retinentis aut trahentis debent gravitationi corporis proportione reſpondere. Quare datis viribus, quæ poſſint datum pondus O ſuſtinere in perpendiculari B D, cognoſci poteſt gravitas ponderis quod eædem vires ſuſtinere valebunt in dato plano B C inclinato: ſi nimirùm fiat ut Radius ad ſecantem anguli datæ inclinationis, ita datum pondus O ad pondus M quæſitum. Detur O lib. 15. & angulus D B C gr. 36. Fiat ut radius 10000000 ad ſecantem 12360680, ita lib. 15. ad lib. 18 $\frac{1}{2}$; quod eſt pondus M æquè gravitans in plano B C cum pondere O in perpendiculari. Contra verò dato pondere M ſuſtinendo iiſdem viribus, quibus ſuſtinetur O in perpendiculari, invenietur inclinatio plani: ſi fiat ut pondus O lib. 15. ad pondus M datum lib. 50, ita Radius 10000000 ad 33333333. ſecantem anguli inclinationis D B C gr. 72. 32′. 32″. Demum dato pondere & plani inclinatione nota fiet potentia, ſi ut Secans datæ inclinationis ad Radium, ita fiat datum pondus ad aliud pondus, quod potentia valet ſuſtinere in perpendiculari. Sit enim D B C gr. 36, & M lib. 50. Erit ut Secans 12360680 ad Radium 10000000, ita M lib. 50 ad pondus O ferè lib. 40 $\frac{1}{2}$, quod poſſit à potentia in aëre libero ſuſtineri. Quare potentia ſuſtinens pondus in plano inclinato eſt ad pondus, ut Radius ad Secantem anguli inclinationis; & potentia potens movere cum ſit major potentiâ ſuſtinente, etiam majorem habet Rationem quàm habeat Radius ad Secantem. Id quod intelligitur ex vi præcisè gravitationis; quicquid inferat diſcriminis partium conflictus.

CAPUT

CAPUT XIV.

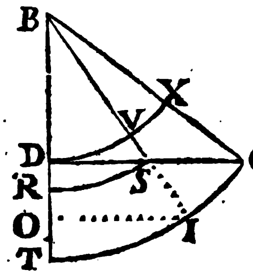
Quâ ratione corpus gravitet in planum inclinatum.

Conſtituta Ratione gravitationis in plano inclinato, determinatis ſcilicet momentis, quæ ad deſcendendum obtinet corpus grave exiſtens in plano inclinato, ſupereſt explicanda gravitatio, quam idem corpus exercet in planum inclinatum illud urgendo, atque deorſum premendo. Certum eſt autem planum verticale ſeu perpendiculare nullo pacto urgeri à corpore gravi, quod liberè deſcendere poteſt per ſuam directionis lineam, quæ cum non occurrat plano verticali, nullum ab eo recipit impedimentum. Quare corporis gravitas vires totas exercet, aut deſcendendo, aut repugnando contra retinentem, qui non plus adhibere debet conatûs in retinendo, etiam ſi planum verticale amoveatur: atque adeò nihil omninò gravitat in planum verticale. Contra verò in planum horizontale, quam maximè gravitant corpora; eò quod directionis lineâ in illud incurrente ad angulos rectos, motus omnis impeditur, & cunctas gravitatis vires deorſum contendentes ita ſubjectum planum excipit, ut nihil reliquum ſit virium, quas vel minimo motu exerceat. Hinc ſi corporis in plano horizontali jacentis anſam teneas, nihil tibi prorſus eſt laborandum, nec quicquam percipis ponderis; at ſubmoto plano lacertis omnibus eſt contendendum, ut illud retineas; tota enim gravitatio cum retinente luctatur, quæ planum ſuſtinens urgebat. In hoc itaque planum verticale cum horizontali comparatur, quod cum verticale nihil impediat motum, corpus in plano verticali omninò gravitat, ſed in illud non gravitat: cum autem horizontale prorſus impediat motum, corpus in plano horizontali nihil gravitat, ſed in illud totam ſuam gravitationem exercet. Eædem igitur vires, quæ ad deſcendendum in plano verticali impenderentur, in urgendo plano horizontali inſumuntur.

Quæ cum ita ſint, ſatis conſtat corpora gravia ita in plano inclinato gravitare, & obtinere momenta ad deſcendendum,

dum, ut etiam in illud, à quo impediuntur, gravitent, illudque urgeant.

Id verò fieri non poteſt niſi pro ratione impedimenti & moræ, quam ſubjectum planum motui infert ſuſtinendo corpora gravia; quæ proinde ſibi relicta à directionis lineâ declinant, motúmque deflectunt. Porrò in plano inclinato quantum ſubſit impedimenti, ſtatim apparet, ac innoteſcit, quantum reliquum ſit virium ad deſcendendum; vires enim, quæ reliquæ ſunt, ſi adjiciantur viribus impeditis, totam virium omnium ſummam conflare debent. Atqui ex ſuperiori capite notæ ſunt vires, quibus corpus gravitat in plano inclinato; igitur quæ eſt differentia gravitationis in plano inclinato, à gravitatione in plano verticlai, quod & perpendiculare, ea eſt menſura impedimenti, quod à ſubjecto plano infertur motui; atque adeò gravitationis corporis in planum.

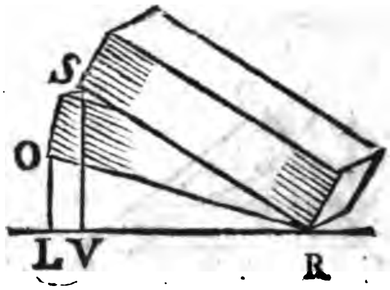


Cum itaque oſtenſum fuerit gravitationẽ in plano B S ad gravitationem in plano B D eſſe reciprocè ut B D ad B S, hoc eſt, ut Radius ad ſecantem anguli inclinationis cum verticali, hoc eſt ut B V ad B S, patet vires non impeditas ad vires impeditas eſſe ut B V ad V S, quandoquidem totas gravitatis vires refert B S. In planum igitur inclinatum B S gravitatio eſt ut V S, quæ in planum horizontale eſſet ſecundùm totas vires ut B S. Quare gravitatio in planum horizontale ad gravitationem in planum inclinatum eſt ut Secans B S ad exceſſum Secantis ſupra Radium, V S; ſeu, quod in idem recidit, ſi gravitatio in plano inclinato ad gravitationem in verticali ponatur ut Sinus complementi anguli inclinationis ad Radium, ita B R Radius ad D R Sinum verſum anguli inclinationis. Id autem, quod de plano B S dictum eſt, de plano quoque B C, & cæteris quibuſcunque dictum intelligatur; cum enim gravitatio in plano inclinato B C ad gravitationem in perpendiculari ſit ut B D, hoc eſt B X, ad B C, erit gravitatio in planum horizontale ad gravitationem in inclinatum ut B C ad X C, hoc eſt ut B T ad D T. Quare gravitatio in planum B S ad gravitationem in planum B C, eſt ut D R Sinus verſus inclinationis D B S, ad D T Sinum verſum inclinationis D B C; aſſumptis

ſcilicet

ſcilicet numeris tabulatis ad eundem Radium relatis; nam ſi lineæ ſpectentur, non eſt Ratio ut D R ad D T, ſed ut O T ad D T; neque enim idem eſt Radius B S & B C; ac proinde O T major eſt, quàm D R, ſicuti Radius B I major eſt Radio B S; vel aſſumpto eodem Radio B D, Ratio eſt ut V S ad X C, exceſſus ſecantium ſupra Radium.

Id verò ex dictis ſub finem capitis ſuperioris videtur manifeſtum: nam ſi in plano B C retinetur pondus lib. 50. iiſdem viribus, quibus in perpendiculari ſuſpenderentur lib. $40\frac{1}{2}$, patet à plano ſuſtineri lib. $9\frac{1}{2}$; ac proinde grave, quod habet gravitatem totam ut 100, in plano B C gravitabit ut 81, & urgebit ut 19 ſubjectum planum.

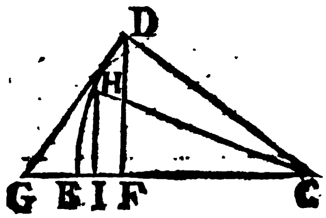


Ex his fieri poteſt ſatis quærenti, cur ſuſtinens columnam O R plus gravitatis percipiat, quàm qui ſuſtinet columnam S R: quia nimirum, qui ſuſtinet, eſt pars plani inclinati, in quo jacens concipitur columna: quando igitur eſt pars plani habentis inclinationem L O R, gravitas, quæ ſuſtinetur à ſubjecto plano, ſe habet ad totam gravitatem ut Sinus Verſus anguli L O R ad Radium; Quando autem eſt pars plani habentis inclinationem V S R, gravitatio in ſubjectum planum ſuſtinens eſt ad totam gravitationem ut Sinus Verſus anguli V S R ad eumdem Radium. Atqui Sinus Verſus anguli V S R minoris minor eſt Sinu Verſo anguli L O R majoris; igitur minor eſt gravitatio S R, quam O R. Verum quidem eſt illud, quod ſi in R aliquo obice prohibeatur, ne deſcendat; variatâ inclinatione, quo fit minor ſuſtinentis labor, eò augetur magis conatus potentiæ in R detinentis columnam, ne juxta plani inclinationem deſcendat. Hinc ſi duo ſint columnam inclinatam deferentes, qui illam in R ſuſtinet, plus ſubit laboris, quàm qui in O, aut S: quia præter gravitationem, quam percipit tanquam pars plani inclinati S R aut O R, debet præterea retinere columnam proclivem ad deſcenſum propter plani inclinationem; ideò cùm ſcalas, aut montis clivum conſcendunt, qui in ſuperiore loco eſt, minimum ſubit

M

laboris. Huc etiam revocari poſſe videtur ratio, ob quam in elevando pontes illos verſatiles, qui arcium portis opponuntur, initio major percipiatur difficultas, ſed demùm facillimè eleventur. Verùm id ex dicendis inferiùs clariùs conſtabit; neque enim omnium gravium, quocunque ſe tandem modo habeant, eadem eſt ratio; cum animum diligenter advertere oporteat, ut innoteſcat planum inclinatum, in quo ſuam gravitationem exercent, & habent vires ad deſcendendum.

Non eſt autem per diſſimulantiam prætereunda difficultas, quæ faceſſere poſſet aliquid negotij, & gravitationis Rationem conſtitutam convellere videretur. Eſt ſiquidem certum apud omnes mechanicos, tam ubi de libra, quàm ubi de vecte ſermo eſt, aliam ſervari Rationem quàm Sinuum Verſorum in momento potentiæ, aut ponderis determinando. Sit vectis, aut libræ brachium E C, hypomochlion ſeu centrum C; attollatur in H, aut in D; omnes conſentiunt momentum potentiæ aut ponderis in E ad momentum in H, eſſe ut H C ad I C, ad momentum verò in D eſſe ut D C ad F C. Eſt igitur, inquis, gravitatio in planum D C ad gravitationem in planum horizontale E C, ut F C ad D C; in planum verò H C, ut I C ad H C, hoc eſt ut Sinus Rectus anguli inclinationis ad Radium.



Priùs verò, quàm me ab hac difficultate expediam, oſtendo non ſatis aptè gravitationem in planum inclinatum deſumi poſſe ex Sinu Recto anguli inclinationis. Quandoquidem vis deſcendendi in plano D C ad totã corporis liberi gravitationẽ eſt ut D F ad D C, igitur ſi gravitatio in planũ D C ad totam gravitationẽ eſt ut F C ad D C, tota virium ſumma eſt D F plus F C, ac tota vis gravitandi, ubi nullum eſt impedimentum, eſt D C; igitur D C, & D F plus F C, æquales ſunt, contra 20. lib. 1. Eucl. Neque hic liceat ad æqualitatem potentiarum confugere, ut ſicut per 47. lib. 1. Eucl. linea D C poteſt quadrata linearum D F, F C, ita vis totius gravitatis æqualis gravitationibus in plano inclinato & in planum inclinatum eandem ſervet proportionem laterum trianguli D F C, adeò ut totam gravitatem

Secans

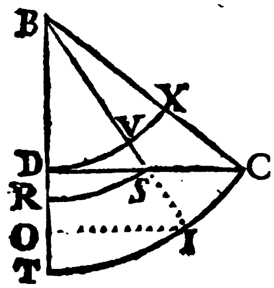
Secans anguli inclinationis exprimat, gravitationem in plano inclinato Radius, Tangens verò gravitationem in planum inclinatum. Si enim Quadratum D C æquale eſt quadratis D F, & F C ſimul ſumptis, non tamen linea D C æqualis eſt aggregato linearum D F & F C : neque eadem eſt inter lineas D F & D C Ratio, quæ inter earum quadrata; ſed eſt ſub duplicatâ quadratorum: Quare cum gravitatio in plano inclinato D C ad gravitationem in perpendiculari, non ſit ut quadratum D F ad quadratum D C; ſed ut linea D F ad lineam D C, fruſtrà ad quadrata confugimus, quorum nulla hîc habetur ratio.

In eo itaque æquivocatio conſiſtit, quod pondus in D conſtitutum, & applicatum brachio D C concipitur eſſe in plano inclinato D C, contra quàm res eſt: in eo ſiquidem plano intelligendum eſt, in quo ad motum determinatur; illud autem eſt planum D G, quod tangit circulum E D; & ſic deinceps, pro ut diverſa circuli puncta à diverſis planis contingi poſſunt. Quare in D momentum ad deſcendendum per D G ad totam gravitationem eſt ut D F ad D G, hoc eſt ut F C ad C D, per 8. lib.6. hoc eſt ut F C ad E C. Eſt igitur brachium libræ ſeu vectis C D, ſuſtinens pondus ſeu potentiam D, quæ cum habeat vires univerſas ut E C, gravitationis autem momenta habeat ſolùm ut F C, impeditur à ſuſtinente ut F E; eſt autem E F Sinus Verſus anguli F C D, hoc eſt anguli inclinationis F D G. Quare gravitatio ponderis contrà ſubjectum corpus, quod impedit motum perpendicularem, ad totam gravitationem eſt, ut Sinus Verſus anguli inclinationis plani, per quod fieri poteſt motus, ad Radium.

Hinc vides valdè diſparem eſſe rationem gravitationis in ſuſtinendo corpore inclinato, ſi illud liberè moveri poſſit, ac ſi circa centrum perfici debeat motus. Nam ſi D C ſit columna, aut pons verſatilis, retineaturque in C, jam punctum C vicem obtinens ſubjecti plani, illiuſque munere fungens, ſuſtinet ponderis partem E F, reliqua F C, quæ eſt menſura momenti ad deſcendendum, debet ſuſtineri à potentia motum impediente per D G. Sin autem per D C planum columna moveri poſſit rectâ & deſcendere, vis deſcendendi ad totam gravitationem eſt ut D F ad D C, gravitatio autem contra ſuſtinentem eſt ad totam gravitationem ut Sinus Verſus anguli inclinationis

F D C ad Radium; qui enim ſuſtinet grave, dum deſcendit inclinatum, habet rationem plani inclinati. Neque id mirum videri debet, quandoquidem plurimum refert, an per planum D G an verò per D C ſit determinatio ad motum, & quâ ratione ſuſtinens opponatur virtuti motivæ: quare cùm diversâ ratione opponatur motui circa centrum C, ac motui per planum D C, etiam diſpar erit in ſuſtinendo difficultas.

Ex his, quæ tùm hoc, tùm ſuperiori capite diſputata ſunt, habes quid funambulis reſpondeas volatum mentiri meditantibus, cum pectore inſiſtentes intento funi, diductis cruribus & extenſis brachiis, corpus æqualibus momentis librant, séque ex editâ turri in depreſſiorem locum præcipites dant; ſi fortè, ut noverint, quàm ſolidus eſſe debeat ac validus funis, quo iis utendum eſt, quærant, quantis momentis corpus urgeat ſubjectum funem.



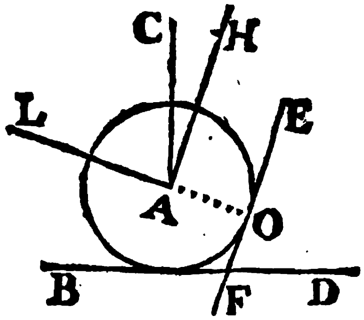
Datâ enim turris altitudine B D, & depreſſioris loci, in quem deſcendendum eſt, diſtantiâ D C, collectíſque in ſummam harum quadratis, Radix ſummæ dabit B C funis longitudinem; ex quâ ſi auferatur B X turris altitudini B D æqualis, erit B C diviſa in X juxtà Rationem momentorum, quæ corporis gravitas exercet in plano inclinato, & in planum inclinatum. Sic poſitâ B D ped. 150, & D C ped. 200, B C eſt ped. 250: ex quâ ſi auferatur B D, erit B X 150, & X C 100. Statue autem totius gravitatis corporis funambuli momenta 220; hæc dividantur in duas partes, quarum major ſit ſeſquialtera minoris, ſicut B X inventa eſt ipſius X C ſeſquialtera, & erunt momenta quidem ad deſcendendum in plano inclinato 132, momenta verò gravitationis in planum inclinatum, hoc eſt in ſubjectum funem, 88. Hæc tamen intelligenda ſunt eâ factâ hypotheſi, quòd funis rectâ intentus permaneret: cæterùm cum & ſuopte pondere, & ſub impoſiti corporis mole ſubſidat, atque inflectatur, præſertim circà medium, ſatis apparet adhuc majorem ſubjecti plani inclinationem æſtimandam eſſe, quàm quæ ex altitudine D B & diſtantiâ D C inferatur, quin & illam pro diversâ ab extremitatibus diſtantiâ ſubinde mutari, ac proinde validiori fune opus eſſe.

CAPUT

CAPUT XV.

Inquiruntur Rationes gravitationis corporum ſuſpenſorum.

COnſideratâ corporum gravitatione tùm in plano inclinato, tùm in planum inclinatum, conſequens eſt, ut ad eorumdem gravitationem, ſi ex fune ſuſpendantur, gradum faciamus; hæc enim illi valdè affinis eſt ſpeculatio: id quod facilè intelligat, quiſquis animum advertere voluerit, remque totam penitiùs introſpicere. Ex his ſi quidem, quæ hactenus diſputata ſunt, lux, opinor, non modica ad hanc, quam examinandam ſuſcipimus quæſtionem, derivabitur.



Pendeat ex clavo C ad perpendiculum globus ferreus A, quem ſuppoſitum planum horizontale B D ita exactè contingat, ut nihil de funiculi C A intentione remittatur. Satis apparet ſubjecto plano BD non incumbere globum A, ſed omnia ſuæ gravitationis, qua deorſum nititur, momenta exercere contrà clavum C, ex quo ſuſpenſus ad perpendiculum pendet. Quod ſi aut clavus C, nemine funem retinente, revelleretur, aut funis C A præcideretur, jam tota vis deſcendendi, quæ corpori A ineſt, urgeret ſubjectum planum B D; nec tamen in motum erumperet globus,quia planum B D;pari uſquequaque ad perpendiculum inclinatione libratur, atque adeò motui prorſus obſiſtit.

Jam verò ſi globum A pariter ex perpendiculo C A pendentem contingat planum aliud non quidem horizontale, ſed inclinatum E F, manifeſtum eſt totam pariter gravitationem exerceri contra clavum C retinentem, planumque contingens

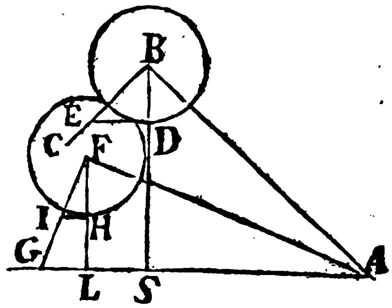
omninò non urgeri, niſi præciſo funiculo ſibi relinquatur globus, ut in inclinato plano E F ad deſcenſum pronus contra ſubjectum planum nitatur, à quo cogitur, ut in motu à recto, quod ad univerſi centrum eſt, itinere deflectat.

Quod ſi planum inclinatum E F ita ſuſpenſo globo A ſubjiciatur, ut recta linea centrum gravitatis A, & punctum ſuſpenſionis H conjungens parallela ſit lineæ E F, quam in plano inclinato deſcendens globus percurreret; momenta quidem gravitationis, quæ in eo plano obtineret globus ad deſcendendum, exercebit adversùs clavum retinentem in H, ſubjectum verò planum E F perinde urgebitur, atque ſi nullo retinente libera eſſet globo deſcendendi facultas: vis enim, quâ prohibetur globus, ne moveatur ſecundùm rectam lineam, ut conſtat, opponitur deſcenſui in plano inclinato; ejus autem directio A H non opponitur nitenti in planum, cui parallela eſt.

Contra verò ſi globus in plano inclinato conſtitutus retineatur ſecundùm rectam lineam, quæ ad perpendiculum cadit in ſubjectum planum E F, nimirum ſecundùm lineam L O, impeditur quidem, ne contra planum nitatur; ſed vis iſta ſic retinens nullâ ratione adverſatur motui in plano inclinato, quin iiſdem gravitatis momentis deſcendat globus in eo plano; ſi quidem retinentis directio L O maneat ſemper adversùs illud planum perpendicularis. Nam ſi potentia retinens ſecundùm eam directionem agat, ut neque congruat perpendiculari L O, neque parallelæ H A, obſiſtet gravitationi corporis ſivè in plano inclinato, ſivè in planum inclinatum pro ratione anguli, quem retinentis directio inter perpendicularem L O, & parallelam H A interjecta, conſtituet cum plano inclinato. Quæ enim inter L O & C A fuerit, elidet omnem corporis conatum adversùs planum, à quo illud avellit; non autem omnem eum, qui in plano inclinato deorſum rapit. Quæ verò fuerit inter C A & H A, tollet quidem deſcenſum in plano E F inclinato; ſed non omninò prohibebit, quin ſubjectum planum, cui aliquatenus nititur, urgeat. Id quod facilè intelligas, ſi plana ſubjecta B D horizontale, & E F inclinatum ex maximè flexili materia, puta, papyro, concipias; in quâlibet enim ſuſpenſione inter C, & L, planum B D horizontale flectetur ex pondere, non autem inclinatum E F: contrà verò in omni ſuſpenſione inter

inter C & H, planum inclinatum E F flectetur; at non item horizontale B D, quia nimirum inclinatum E F prohibet, ne recta H A ad perpendiculum accedens verticalis fiat.

Unum hîc præterea conſiderandum venit, quod ſuperiori capite ſubindicatum fuit; ſi videlicet non ex flexili fune deorſum pendeat globus, ſed rigido bacillo circà axem inferiùs poſitum verſatili adnectatur ſuperiùs. Sit rectus bacillus A B, cujus extremitas altera adnexum habeat globum B, altera ſit circà axem A verſatilis. Satis aperta conjectura eſt bacillum A B vicem ſubire plani, cui innitatur globus in B, qui proinde prohibetur, tùm ne ad perpendiculum cadat per B D, tùm ne per B A delabatur: linea igitur plani, per quod moliri motum poterit globus B, nulla alia congruentiùs aſſignari queat præter B C, quæ cum bacillo B A rectum angulum conſtituit. Perindè igitur in motum incitabitur, atque ſi in plano eſſet, cujus inclinatio angulum efficeret æqualem angulo elevationis bacilli ſuprà planum horizontale G A. Cum enim recta B D producta cadens in planum horizontale, angulum B S A Rectum efficiat, reliqui duo ſimul S A B, A B S, Recto A B C æquales ſunt; & communi A B S dempto, ſupereſt S A B elevationis angulus æqualis angulo S B C inclinationis plani. Quare ductâ Tangente D E, erit B E Secans anguli inclinationis, B D verò Radius: ac propterea ad deſcendendum in hujuſmodi plano B C momenta, ad totam gravitatem in perpendiculo B D, erunt ut Radius B D ad Secantem B E, juxta ea, quæ cap. 13. hujus lib. demonſtravimus.

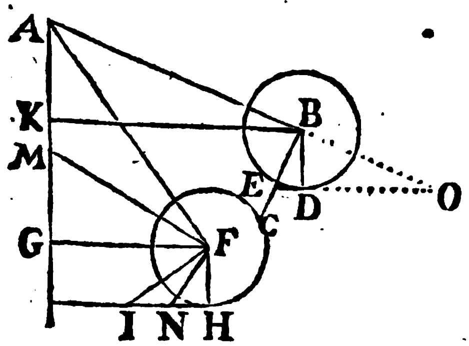


Quia tamen in motu globus ex bacilli converſione circà axem A non poteſt percurrere rectam B C, ſed ita retinetur à bacillo, cui adnectitur, ut deſcendat in F, jam in alio plano minorem inclinationem habente conſtitutus intelligitur, nimirùm in plano F G, quod cum perpendiculo F L efficit angulum inclinationis G F L æqualem angulo L A F elevationis: id quod eâdem planè methodo, ac ſuperiùs factum eſt, demonſtratur.

Ex

Ex quo ſit, quemadmodum in hujuſmodi converſione globus in alio atque alio plano inclinato conſtituitur, ita alia atque alia obtinere gravitatis momenta: in B ſiquidem gravitat ut B D ad B E, in F verò ut H F ad F I. Cum igitur Radius utrobique ex hypotheſi æqualis ſit, videlicet D B, & H F, major autem ſit B E Secans majoris anguli D B E, quàm F I Secans minoris anguli H F I, conſtat ex 8. lib. 5. majorem Rationem eſſe H F ad F I minorem, quàm D B ad B E majorem, atque adeò globum magis in F quàm in B gravitare, ut deorſum moveatur, atque adeò minùs etiam conniti contrà planum, in quo eſt, videlicet adversùs bacillum F A, magis verò adversùs bacillum B A.

Ex his attentè perpenſis facilis eſt tranſitus ad ſuſpenſorum corporum gravitationem inveſtigandam. Sit enim jam non inferiùs, ſed ſuperiùs poſitus Axis A, circa quem verſatilis eſt funiculus A B, cui globus B adnectitur. Conſtat ſanè non ad perpendiculum B D cadere poſſe globum B; ſed à recto deorſum tramite deflectere, funiculo ſcilicet A B eum retinente, quemadmodum rigidus bacillus O B eum aliquatenùs ſuſtineret.



Quia autem bacillo O B ſuſtinente, vis deſcendendi ea eſſet, quæ per planum inclinatum B C, eadem pariter eſt funiculo retinente; videlicet per planum B C, in quod recta A B ad rectos angulos incidit. Momenta igitur gravitatis in eo plano inclinato, ad gravitatis momenta ſi corpus liberè deſcenderet, in eâ ſunt Ratione, quæ eſt D B ad B E; hoc eſt D O ad O B per 8. lib. 6. hoc eſt K B ad B A per 4. lib. 6. Haud diſpari methodo ratiocinantes oſtendemus globi in F conſtituti momenta ad gravitandum eſſe perinde, atque ſi eſſet in plano inclinato F I, in quod ad rectos angulos cadit funiculus A F; ac proinde gravitatio in F, ſi deſcendendi vis præciſè ſpectetur, ad gravitationem globi liberi, eſt ut H F ad F I, hoc eſt, ut G F ad F A.

Ex quo apertiùs liquet, quàm ut in eo explicando diutiùs immorari

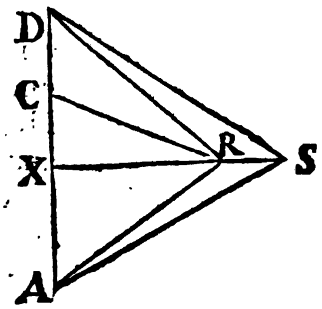
immorari oporteat, alia ſubinde atque alia eſſe momenta gravitatis corporis ſuſpenſi, pro ut major aut minor eſt angulus declinationis à perpendiculo A G, haud aliter quàm ſi in aliis atque aliis planis inclinatis conſtitueretur; quo enim minor eſt declinationis angulus G A F, eò major eſt angulus inclinationis plani, quippe qui eſt illius complementum. Conſtat ſi quidem angulos G A F, G F A ſimul, eſſe æquales tùm Recto A F I, tùm Recto G F H; ac proinde dempto communi G F I, remanet H F I angulus inclinationis plani æqualis angulo G F A, qui eſt complementum anguli declinationis G A F. Quare quò declinationis angulus major eſt, eò minus eſt complementum, ac propterea eſt minor angulus inclinationis plani: in plano autem minùs inclinato majora ſunt gravitatis momenta. Quò igitur corpus ſuſpenſum magis à perpendiculo removetur, eò majora percipiuntur gravitatis momenta, majorque vis requiritur in eo, qui motum prohibere voluerit, ut & ipſa experientia unicuique facilè demonſtrat, & ratio evincit; cum enim A B & A F æquales ſint, major eſt Ratio K B ad B A, quàm G F ad F A per 8. lib. 5. eſt nimirum K B major, & G F minor.

Quoniam verò quò major eſt gravitatio in plano inclinato, minor eſt in planum inclinatum; hoc ipſo, quod facto declinationis angulo G A B majore, quàm G A F, major eſt ad deſcendendum propenſio, minor eſt conatus adversùs axem A retinentem. Id quod manifeſto etiam experimento deprehendes, ſi obſervaveris minùs intentum eſſe funiculum A B, quàm A F.

Hinc & illud ſatis dilucidè apparet, quod longitudinis funiculi non exigua ratio habenda eſt; ex eâ ſcilicet pendet, quod in plano magis aut minùs inclinato conſtitutum cenſeatur corpus grave ſuſpenſum. Si enim globus F ex funiculo A F pendeat, declinationis angulus eſt G A F: at verò ſi funiculus, quo ſuſpenditur, ſit M F, angulum declinationis facit G M F, qui cum externus ſit, major eſt interno M A F per 16. lib. 1. ac propterea minor eſt inclinatio plani F N facientis cum rectâ M F angulum Rectum, quàm ſit inclinatio plani F I, cui perpendicularis eſt recta A F. Plus igitur momenti ad gravitandum habet glo-

bus F, ſi ex breviore funiculo M F pendeat, quàm ſi ex longiore A F.

Quæ cum ita ſint, haud ſanè incongrua ſe nobis offert methodus pondus ex depreſſiore in altiorem locum transferendi; ſi videlicet id curemus, ut ex ſatis valido & longiore fune ſuſpendatur; ſublato etenim partium attritu, qui fieret, ſi per planum raptaretur pondus, minore virium jacturâ trahi poteſt.



Sit corpus grave ubi A, quod attollere oporteat, & in ſuperiorem locum R S transferre. Si ex C breviori fune ſuſpendatur, trahere illud poterit uſque in R, quicumque facto declinationis angulo A C R poteſt illud cum aliquo virium exceſſu retinere, & obſiſtere gravitatis momentis, quæ obtinet in R. At ſi ex longiore fune D A pendeat, idem corpus A trahi poterit, & retineri in S, ne deorſum labatur, & quidem minore conatu; facto enim declinationis angulo A D S minore, quàm A C R, in S pariter minùs gravitat quàm in R. Angulum autem A D S minorem eſſe angulo A C R conſtat, ſi rectæ A R, A S ducantur: nam C A, C R æqualia ſunt latera ex hypotheſi, item D A, D S æqualia; eſt ſcilicet idem funiculus, qui primum perpendicularis cadit, deinde à perpendiculo removetur: in Triangulo Iſoſcele C A R anguli ad baſim A R æquales ſunt per 5. lib. 1. item in triangulo Iſoſcele D A S anguli ad baſim A S æquales inter ſe ſunt. Porrò angulus D A S major eſt angulo C A R; ergo & reliquus D S A major reliquo C R A. Cum itaque tres anguli utriuſque trianguli ſint æquales duobus Rectis per 32. lib. 1. ſi ex ſummâ duorum Rectorum auferantur duo majores anguli D A S, D S A, relinquitur A D S minor, quàm ſi ex eâdem duorum Rectorum ſummâ auferantur duo minores C A R, C R A, hoc eſt minor quàm A C R. Ut autem clariùs innoteſcat, quænam ſit gravitationum Ratio pro funiculi longitudine, ſit corpus grave in R: & primùm quidem ex C pendeat funiculo breviore C R, deinde ex D longiore funiculo D R: quiſquis retineat corpus in R conſtitutum, atque deſcenſu prohibeat, faciliùs retinebit, cum ex D,

quàm

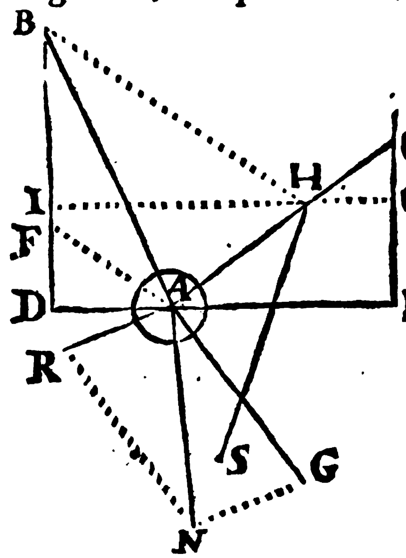
quàm cùm ex C, pendebit; quia declinationis angulus XCR, major eſt angulo XDR per 16. lib. 1. Verùm qua Ratione, inquis, vires, quas in utroque caſu retinens exerit, diſcriminantur? utique ſecundùm Reciprocam funiculorum Rationem conatur obſiſtens corporis propenſioni ad deſcenſum; quæ enim Ratio gravitationum corporis, ea eſt virium gravitationibus repugnantium: comparatâ autem corporis in R conſtituti gravitatione, ſi ex C pendeat, cùm ejuſdem ibidem poſiti gravitatione, ſi pendeat ex D, eſt reciprocè ut DR ad CR; igitur & vires retinentis corpus ex C pendens ſunt ut DR, retinentis verò idem corpus ex D pendens ſunt ut CR. Id quod hinc conficitur, quia corpus in ſuſpenſione, poſitionem habens CR, gravitat ut XR ad RC, poſitionem verò habens DR gravitat ut XR ad RD; duæ autem Rationes XR ad RC, & XR ad RD ſunt reciprocè ut RD ad RC. Quotieſcumque enim duæ ſunt Rationes, quarum idem eſt Antecedèns terminus, & diverſus Conſequens, eæ ſunt reciprocè ut conſequentes.

Quòd ſi quis Rationes inter ſe comparare non aſſuetus de hoc ambigeret, an Rationes eumdem vel æqualem antecedentem terminum habentes ſint reciprocè ut Conſequentes, facilè intelliget, ſi animadvertat Rationes eumdem Conſequentem terminum habentes eſſe inter ſe directè, ut antecedentes. Quemcumque enim interrogaveris, quæ ſit Ratio $\frac{2}{7}$ ad $\frac{6}{7}$ illicò reſpondebit eſſe ſubtriplam, ſecunda ſcilicet ter continet primam, ut conſtat ſi ter poſitam Rationem $\frac{2}{7}$ in ſummam colligas; neque enim idē eſt Rationem Rationis eſſe ſubtriplam, ac ſubtriplicatam; Ratio ſiquidem $\frac{2}{7}$ eſt ſubtriplicata Rationis $\frac{8}{343}$. Si igitur pariter quæras, quænam ſit Ratio $\frac{7}{2}$ ad $\frac{7}{6}$ rectè reſpondebit eam eſſe triplam, hoc eſt reciprocè ut 6 ad 2: id quod manifeſtè apparebit, ſi illas ad denominationem eandem, hoc eſt ad eumdem Conſequentem terminum reduxeris, ſunt nimirum ut $\frac{42}{12}$ ad $\frac{14}{12}$, hoc eſt ut 6 ad 2.

Ex quibus obiter patet methodus exponendi per lineas proportionem duarum Rationum etiam numeris non explicabilium; ſi videlicet fiat ut Antecedens ſecundæ Rationis ad ſuum Conſequentem, ita Antecedens datus primæ Rationis ad alium novum Conſequentem; erit enim prima Ratio data ad ſecun-

dam rationem datam reciprocè ut novus Conſequens terminus ad datum Conſequentem primæ Rationis : aut etiam ſi fiat ut Conſequens ſecundæ Rationis ad ſuum Antecedentem, ita conſequens primæ Rationis ad alium novum Antecedentem ; erit enim prima ratio data ad ſecundam Rationem datam, directè ut datus Antecedens primæ Rationis ad novum Antecedentem.

Conſideratâ hactenus unicâ & ſimplici corporis gravis ſuſpenſione, gradum facere oportet ad gravitationis rationes inveſtigandas, ſi duplex fuerit ſuſpenſio. Sit enim globus A tùm ex B, tùm ex C ſuſpenſus funiculis B A & C A. Haud dubium quin tota corporis gravitas ex B & C pendeat ; ſed quâ Ratione ſingulæ vires eidem gravitati obſiſtant, de hoc poteſt ambigi. Verùm niſi mea mihi nimiùm blanditur opinio, ex dictis facilis videtur explicatio. Corpus ſiquidem ex duplici fune ſuſpenſum ita conſtitutum eſt, ut alterutro fune præciſo ex reliquo pendeat, & deſcendens moveatur circà punctum, cui alligatur funis.



Quare unuſquiſque obſiſtit momentis, quibus ex altero gravitat ; nimirum funiculus C A retinens globum, ne deſcendat, repugnat momentis gravitatis, quibus globus A ſe ipſe deorſum urget circa punctum B ex fune B A : Contrà verò funiculus B A eundem globum retinet, ne circa punctum C ex funiculo C A moveatur deſcendens, atque adeò obſiſtit, momentis gravitatis ad deſcendendum circà idem punctum C. Atqui momenta deſcendendi ex fune B A ad gravitatem in perpendiculo ſunt ut D A ad A B, & ex fune C A ſunt ut E A ad A C, ex his, quæ ſuperiùs diſputata ſunt. Sunt igitur duæ Rationes D A ad A B, & E A ad A C.

Quare fiat angulus D A F æqualis angulo E A C, & eſt triangulum D A F ob angulorum æqualitatem ſimile triangulo E A C ; ac propterea per 4. lib. 6. ut E A ad A C, ita D A ad A F.

A F. Ergo vis deſcendendi ex C A eſt ut D A ad A F, & vis deſcendendi ex B A eſt ut D A ad A B : igitur duæ hæ Rationes ſunt reciprocè ut B A ad A F; atque adeò B quidem retinens, ne deſcendat ex C A, exerit vires ut B A; C verò retinens, ne deſcendat ex B A, adhibet conatum ut F A; & quæ componitur ex B A, A F, totum gravitatis momentum, quod corpori ſuſpenſo ineſt, repræſentat. Momentum, inquam, gravitatis potiùs, quàm gravitatem totam; totius ſi quidem gravitatis nomine vires ipſas deſcendendi intelligimus, quas corpus grave obtinet ſibi prorsùs relictum ſecluſo quolibet impedimento, à quo certam deſcendendi regulam accipiat: Momenti autem vocabulo ipſas deſcendendi vires ſignificamus non per ſe & ſolitariè acceptas; ſed quatenus ex corporis poſitione, cæterorumque quæ circumſtant, ad majorem aut minorem motûs velocitatem determinatur. Conſiderato itaque niſu corporis A ad deſcendendum & cùm perpendicularis eſt funiculus B D, & cum declinat B A, Ratio momentorum eſt ut B A ad A D. Similiter momentum ex perpendiculari C E ad momentum ex declinante C A eſt ut C A ad A E, hoc eſt ut F A ad A D : eſt igitur corporis A ex duplici funiculo B A, C A pendentis totum gravitandi momentum, quod ex lineis B A, A F componitur.

Hîc autem hæſitantem videre mihi videor non neminem ex iis, quæ dicebantur, colligentem corpus A primùm ex declinante B A æquè ac ex perpendiculari B D gravitare; deinde plus ad deſcendendum momenti obtinere, ſi ex duobus funiculis, quàm ſi ex unico pendeat. Si enim angulus declinationis D B A ſit gr. 22. 12′; eſt D A ſinus dati anguli ad radium B A ut 37784 ad 100000 : & ſi angulus declinationis E C A ſit gr. 54. 35′, eſt E A ſinus dati anguli ad Radium C A ut 81496 ad 100000. At ex conſtructione triangulum D A F ſimile eſt triangulo E A C; igitur D A ad A F eſt ut 81496 ad 100000. Eſt autem D A in particulis Radij B A partium 37784; igitur ſi fiat ut 81496 ad 100000, ita 37784, ad aliud, erit A F earumdem particularum 46363, quarum B A eſt 100000. Quare compoſita B A, A F momenta ſunt 146363, cum tamen momentum in perpendiculari A D ſit tantum 100000. Cum verò dictum ſit B clavum reſiſtere ponderi A ut B A, C autem

N 3

ut F A, manifeſtum eſt B clavum retinere ut 100000 quando declinat B A à perpendiculo: Atqui etiam in perpendiculo B D retinet ut 100000, igitur idem eſt ponderis tùm ex B D, tùm ex B A momentum; id quod eſt abſurdum.

Sed & illud prætereà ex dictis conſequi videtur, quod ejuſdem corporis majus ſit momentum, ſi ex duobus funiculis, quàm ſi ex unico pendeat. Fiat enim angulus D B H æqualis angulo declinationis E C A, & aſſumptâ B H æquali ipſi B A, ducatur ad B D perpendicularis H I: erit utique triangulum B H I ſimile triangulo C A E, ac propterea ut E A ad A C, ita I H ad H B, hoc eſt ad A B. Sunt igitur duæ Rationes eundem Conſequentem terminum habentes, atque adeò inter ſe in ratione Antecedentium, ac proinde cùm vis deſcendendi ex B A ſit ut D A ad A B, & vis deſcendendi ex C A ſit ut I H ad A B, vires deſcendendi invicem comparatæ ſunt ut D A ad I H, totumque momentum componitur ex D A 37784, & I H 81496. Quare momentum quod in perpendiculari, ſi unico funiculo penderet ex B D, eſſet 100000, pendente corpore A ex duobus funiculis B A, C A, fit majus, ſcilicet 119280. ut quid igitur ex pluribus funiculis illud ſuſpendere oportuit?

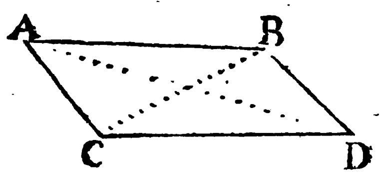
Quibus difficultatibus ut fiat ſatis, & id, quod inquirimus, enucleatiùs explicetur, illud obſervo, quod funiculus B A ſi præcisè ſpectetur, quatenus ex eo corpus grave pendet, retinet globum A, ne rectâ deſcendat per lineam ipſi B D parallelam, ſed cogit illum deflectere in motu: quare adversùs clavum B, globus A exercet ea momenta, quæ exerceret in planum inclinatum, cui B A ad rectos angulos inſiſteret. At ſi globus ex alio prætereà funiculo C A pendeat, idem funiculus B A reſiſtit etiam momentis illis, quibus globus A deſcenderet in plano inclinato, cui C A ad rectos angulos inſiſteret, quæ momenta (ut ſummum) ſunt ad B A radium ut 81496. Momenta verò quibus urgeret planum inclinatum perpendiculare ad B A, ſunt, ex dictis ſuperiori capite, ut Sinus Verſus anguli inclinationis plani; inclinatio autem plani, ut paulò ſuperiùs hoc eodem capite demonſtravimus, eſt complementum anguli declinationis D B A. Quare differentia inter D A 37784 ſinum rectum anguli declinationis, & radium B A 100000, cum ſit Sinus Verſus anguli inclinationis plani, ſunt momenta 62216 addenda

prioribus

prioribus 81496; adeò ut ſumma ſit 143712 momentorum, quibus funiculus B A repugnat, ſi pondus pendeat etiam ex C A; cum tamen ſi ex ipſo tantùm funiculo B A penderet, & aliquis eſſet præcisè obluctans viribus ad deſcendendum, idem funiculus B A reſiſteret ſolùm momentis 62216.

Eâdem methodo deprehendes funiculum C A, ſi ex eo ſolo globus pendeat, retinere momenta 18504: at ſi etiam ex B A globus pendeat, additis momentis 37784, tota momentorum ſumma eſt 56288. Jam ſummam hanc priori 143712 adde, & erit tota momentorum ſumma 200000: perinde atque ſi corporis gravitas fuiſſet duplicata. Id quod deprehendes, quoſcumque demùm declinationis angulos ſtatueris ſivè majores, ſivè minores; ſemper enim eandem ſummam momentorum omnium invenies 200000: & funiculus minoris declinationis plus momentorum ſuſtinebit, tùm quia Sinus Verſus majoris inclinationis plani major eſt, tum quia Sinus Rectus alterius anguli declinationis majoris item major eſt.

Hæc tamen ut veritati congruant, ita ſolùm accipienda ſunt, ut momenta ſingula ex utrâque funiculorum declinatione orta particulatim ſumantur: pondus ſcilicet ex utroque ſuſpenſum perinde hactenus conſideratum eſt, ac ſi momenta ipſa deſcendendi in diverſas partes abeuntia momentum quoddam ex utriſque temperatum non conſtituerent; re autem ipsâ quod ex iis componitur momentum, non ex ipſorum momentorum additione conflatur, ſed ex ipſis temperatur. Si enim mobile ſit ubi A, impetum verò cum tali directione habeat, quâ deferri poſſit æquabiliter per rectam A B, alio autem impetu feratur æquabiliter directum in C, notum omnibus eſt motum, qui ex



A B & A C componitur, non fieri ex earum additione, ſed temperari in lineam A D, quæ dimetiens eſt parallelogrammi, quod ex earumdem linearum A B, A C longitudine, ac mutuâ inclinatione formam deſumit. Quâ in re plurimum intereſt, quam invicem habeant inclinationem directiones motuum in diverſa abeuntium; quò enim acutiorem angulum conſtituunt, eò longiùs provehitur mobile, ut A B, A C in acutum angulum

coëuntibus

coëuntibus mobile ex A in D venit: quò verò obtuſior fuerit angulus, eò etiam brevius eſt iter ipſius mobilis, ut contingit, ſi ex B directum per rectas BA, BD ad obtuſum angulum conſtitutas moveatur, ſiſtitur enim in C, & brevior eſt diameter BC quàm AD, ut ex 24. lib. 1. ſatis manifeſtum eſt geometris, & ipſa motuum natura poſtulat; qui nimirum ſibi invicem magis adverſantur, magiſque in diverſa abeunt, ſe magis elidunt, id quod fit ex angulo obtuſo DBA; qui verò minùs in diverſa abeunt, id quod fit ex angulo acuto CAB, ſe pariter minùs elidunt.

Sint itaque, ut priùs, funiculi BA, CA, ex quibus A pondus ſuſpenditur: ducatur ad BA perpendicularis AR, & eſt planum inclinatum, in quo deſcendendi momentum eſt ut DA; ſimiliter ad CA perpendicularis AG ducatur referens planum inclinatum, in quo deſcendendi momentum eſt AE. Sumatur igitur AR quidem ipſi AD æqualis, AG verò ipſi AE pariter æqualis, ſi funiculi BA, & CA æquales fuerint; ſin autem inæquales ſint, fiat angulus DBH æqualis angulo declinationis ECA, & ſumptâ BH æquali ipſi BA, ducatur ad BD perpendicularis HI, eritque ut EA ad AC, ita IH ad HB, hoc eſt ad AB; ac propterea ipſi IH, quæ refert momentum AE, ſumatur AG æqualis. Ex quo fit corpus A ſuſpenſum hâc ratione momenta deſcendendi habere in diverſas partes abeuntia AR, AG: perfecto igitur parallelogrammo ARNG, ex duobus illis momentis temperatur momentum AN.

Ipſius autem AN longitudinem inveſtigare non eſt difficile; cum enim noti ſupponantur anguli declinationum DBA, ECA, angulus RAG conflatur ex eorum complementis, quippe qui æqualis eſt duobus angulis inclinationis planorum AR, & AG. Porrò ex hypotheſi ſunt angulus DBA gr. 22. 12′, & angulus ECA gr. 54. 35′: jungantur ſimul, & eorum ſumma gr. 76. 47′ auferatur ex gr. 180, ut reſiduum gr. 103. 13′ ſit angulus RAG, cui æqualis eſt oppoſitus RNG; ac proinde notus eſt angulus G, qui eſt ſuo oppoſito R æqualis, uterque ſcilicet gr. 76. 47′ quæ eſt ſumma angulorum declinationis. Sunt igitur in triangulo AGN nota latera AG, GN (eſt enim ex 34. lib. 1. GN oppoſito lateri AR æquale)

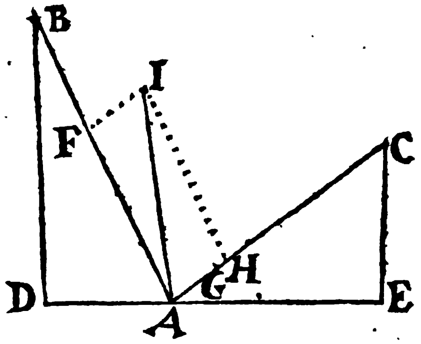
unâ

unâ cum angulo G comprehenſo, & ex Trigonometriâ innoteſcit tertium latus A N. Quare cum latus A G ſit ex ſuperiùs conſtitutis 81496, & G N, hoc eſt A R, 37784, fiat ut laterum A G, G N ſumma 119280 ad eorumdem differentiam 43712, ita ſemiſummæ angulorum ad baſim, hoc eſt gr. 51. 36′ ½ Tangens 126205 ad 46249 Tangentem gr. 24. 49′ ½ differentiæ infra, vel ſupra eandem ſemiſummam. Eſt igitur angulus G A N gr. 26. 47′ $\frac{1}{10}$. In triangulo itaque A G N noti ſunt duo anguli A, & G, ac latus G N angulo A oppoſitum; igitur ut anguli A gr. 26. 47′ $\frac{1}{10}$ Sinus 45070 ad anguli G gr. 76. 47′ Sinum 97351, ita latus G N 37784 ad latus A N 81613.

Ex quibus apparet deſcendendi momentum, quod componitur ex momentis in planis inclinatis, non eſſe 119280 ex eorum ſummâ, ſed ita temperari, ut longè minus ſit, videlicet ſolùm 81613.

Methodo eâdem operantes deprehendemus ponderis in H conſtituti, ac ex funiculis B H, C H ſuſpenſi momentum ita componi ex momento H I bis ſumpto (ſi quidem anguli declinationum D B H, E C H & funiculi æquales ſint) ut in unum ex utroque nimirum H I & H O temperatum H S coaleſcat. Unde conſtabit quò majores fuerint declinationum anguli, eò longiorem futuram lineam H S, atque adeò etiam majus momentum deſcendendi; plana ſiquidem inclinata acutiorem angulum conſtituunt. Quam momentorum varietatem paulò inferiùs manifeſto experimento comprobabimus: ubi conſtabit pondus hâc ratione ſuſpenſum ex duobus funiculis plus habere aliquando momenti ad deſcendendum, quàm in perpendiculari ſuſpenſione.

Quemadmodum verò de momentis deſcendendi in planis inclinatis ratiocinati ſumus, ita pariter in unum coaleſcere dicenda ſunt momenta, quibus funiculi pondus retinentes ipſum quodammodo avellere conantur à plano inclinato, ne illud urgeat; hæc enim pariter momenta in diverſa abeunt ſecundùm ipſam funiculorum directionem. Sunt autem momenta illa Sinus Verſi angulorum inclinationis planorum; qui habentur, ſi Sinus Recti complementorum, hoc eſt angulorum de-



clinationis funiculorum, demantur ex Radio. Itaque ex B A auferatur B F ipſi D A æqualis, & eſt F A Sinus Verſus anguli inclinationis: poſita eſt autem declinatio D B A gr. 22. 12′, igitur F A eſt particularum 62216; & declinatio E C A gr. 54. 35′; igitur factâ C G æquali ipſi A E, remanet G A particularum 18504, quarum C A eſt 100000. Quare ut habeantur particulæ ejuſdem rationis cum particulis A F, fiat ut C A ad A G, ita B A ad A H, & eſt A H particularum 18504 homologarum particulis A F. Perficiatur parallelogrammum A H I F; & quia funiculus C A retrahit à plano inclinato juxta momentum ac directionem H A, funiculus verò B A retrahit à plano inclinato ſecundùm momentum ac directionem F A, directionibus in diverſa abeuntibus, temperatur ex his momentis momentum A I diameter parallelogrammi.

Porrò in diametri A I inveſtigatione methodus eſt eadem, quâ paulò antè utebamur: Cum enim tres anguli B A D, B A C, C A E ſint duobus Rectis æquales, anguli verò B A D, C A E noti ſint, quippe complementa angulorum declinationis D B A, E C A, innoteſcit reliquus F A H, qui æqualis eſt ſummæ angulorum declinationis. Eſt igitur F A H gr. 76. 47′, ac proinde angulus A F I gr. 103. 13′ notus eſt, unâ cum lateribus F A 62216 & F I 18504. Fiat igitur ut laterum ſumma 80720 ad eorumdem differentiam 43712, ita angulorum ad baſim A I ſemiſummæ gr. 38. 23′ ½. Tangens 79235 ad 42907 Tangentem differentiæ infra vel ſupra eandem ſemiſummam, hoc eſt gr. 23. 13′. ½. dempta igitur hæc differentia ex ſemiſſummâ gr. 38. 23 ½, reliquum facit angulum F A I gr. 15. 10′. Fiat demùm ut anguli F A I gr. 15. 10′. Sinus 26163 ad anguli A F I gr. 103. 13′. hoc eſt ad ſupplementi gr. 76. 47′. Sinum 97351, ita latus F I 18504 ad baſim A I 68852.

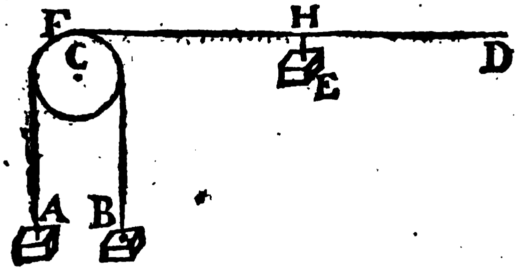
Inventa itaque momenta compoſita tùm in planis inclinatis, tùm in plana inclinata, dividantur juxta Rationem momento-

rum

rum ſimplicium, ut innoteſcat, quid demum cuique funiculo tribuendum ſit in pondere retinendo. Momentum deſcendendi compoſitum inventum eſt ſuperiùs 81613, ſimplicia ſunt 81496, & 37784. Fiat ut igitur ut ſimplicium momentorum ſumma 119280 ad eorum alterutrum, puta ad 37784, ita momentum compoſitum 81613 ad aliud, & provenit 25852 pars illius momenti pertinens ad funiculum C A, qui retinet pondus; cujus vis deſcendendi eſt D A 37784. Reliqua autem momenti 81613 pars 55761 pertinet ad funiculum B A retinentem pondus, cujus vis deſcendendi eſt E A 81496. Pari ratione fiat ut Sinuum Verſorum angulorum inclinationis ſimplicium 62216, atque 18504 ſumma 80720 ad eorum alterutrum, puta ad 18504, ita momentum compoſitum inventum 68852 ad aliud, & provenit pro minori 15783, pro majori verò 53069. Quare funiculus B A minorem habens declinationem, & plus ſuſtinet in ſuo plano magis inclinato, cui perpendicularis eſt, nimirum ut 53069, & plus retinet in plano reliquo minùs inclinato, nimirum ut 55761: contra verò funiculus C A, & minus ſuſtinet, ſcilicet ut 15783, & minus retinet ſcilicet ut 25852. Funiculus itaque B A exercet vires ut 108830, & funiculus C A ut 41635, & totum corporis ſuſpenſi momentum eſt 150465.

Non ſola autem momenta deſcendendi in planis inclinatis conſiderari oportere, ſed & ea, quæ eſſent adversùs plana ipſa inclinata, uti dictum eſt, ex eo apertè conficitur, quòd ubi funiculi concurrerent ad acutiſſimum angulum, vix quicquam virium in retinendo pondere exercere opus eſſet; tenuiſſimum quippe, eſſet momentum, quod ex parvis momentis per acutiſſimorum angulorum Sinus Rectos definitis componeretur: ſi verò nihil præterea momenti addendum eſſet; à magnâ gravitatione, quæ in perpendiculari eſt, ad ferè nullam tranſitus eſſet, facta vel modicâ à perpendiculo declinatione; atque adeò vix intenti eſſe deberent funiculi: id quod manifeſto experimento adverſatur.

Illud poſtremò hîc oſtendendum ſupereſt, plus ſcilicet ineſſe poſſe momenti ad deſcendendum corpori ex duobus funiculis invicem inclinatis ſuſpenſo, quàm ſi ex unico ad perpendiculum pendeat. Orbiculo circà ſuum axem C verſatili,



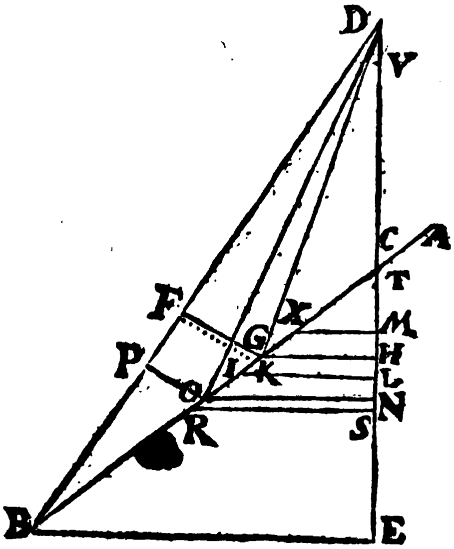
ac ſecundùm extremam oram excavato, inſeratur funiculus A F B, ex quo æqualia hinc, & hinc pondera A, & B pendeant: nullus planè ſequitur motus, quia utrumque ex perpendiculo pendet, & quantâ vi alterum conatur deorſum, pari niſu alterum repugnat, ne elevetur. Quærenti igitur, quantum momenti pondus B habeat ad deſcendendum, utique reſpondebis omninò par eſſe momento ponderis A. Jam verò ſit funiculus A F D, qui in D religetur, & ponderi A ſumatur æquale pondus E, vel potiùs ipſum B transferatur in E, & funiculo A F D adnectatur in H; ut ſint quaſi duo funiculi D H, F H. Quæro quantum ad deſcendendum momenti habeat pondus E, hoc eſt pondus B in H tranſlatum, quod eſt æquale ponderi A: ſi tantumdem habet momenti, quantum pondus A, planè manebit immotum, intento funiculo F D; at ſi E deſcendens cogat aſcendere pondus A, utique plus momenti habet quàm A, hoc eſt, pluſquàm B perpendiculariter pendens. Id quod re ipsâ contingit; & quidem tàm certo experimento, ut non ſolùm pondus E prævaleat ponderi A, ſi ſit ei æquale, verùm etiam ſi minus ſit eodem pondere A. Non igitur hoc abſurdum eſt, quod conſtitutam à nobis momentorum hypotheſim conſequatur, ſed potiùs ipſi naturæ noſtra conſentit hypotheſis, cui robur adjicit experientia; nec ex eo capite perperam philoſophati videmur, quòd in perpendiculo minùs momenti, quàm ex duplici funiculo ſuſpenſum pondus habere dicendum ſit.

Ex his, quæ de corpore ex binis funiculis ſuſpenſo hactenus diſputata ſunt, non difficilis erit conjectura eorum, quæ dicenda ſint, ſi ex tribus aut quatuor ſuſpendatur, ſivè illi immediatè adnectantur ipſi ponderi, ſivè funiculus unus demum in plura capita dividatur, ex quibus fiat ſuſpenſio: neque enim his diutiùs ad nauſeam immorandum cenſeo.

CAPUT XVI.

Tractiones ac elevationes obliquæ expenduntur.

PRoxima eſt iis, quæ hactenus diſputata ſunt, præſens inveſtigatio gravitationis corporum, ſive niſûs, quo motui reſiſtunt, cùm obliquè in plano aliquo trahuntur, aut elevantur: ſicut enim toto conatu repugnant elevanti ad perpendiculum, & abſtrahenti à plano, cui inſident, ita pro majori, aut minori obliquitate tractionis aut elevationis magis etiam, aut minùs, obſiſtere experimur. Et primùm quidem ſuper plano



inclinato A B duo pondera prorſus æqualia, & ſimilia intelligantur poſita in B & C, atque linea C E ſit horizonti B E perpendicularis, ac pondus C filo D C ad perpendiculum ſuſpendatur, ita tamen, ut contingat planum in C, & ſit recta D E. Item ex D puncto ducatur filum D B, ut ſurſum trahatur B pondus incumbens plano inclinato, dum pariter pondus C ſurſum rectâ trahitur, & à plano avellitur: horum autem funiculorum trahatur ex D pars æqualis. Quando igitur C venerit in V, æquali menſurâ B P multatum intelligitur filum D B, & remanet longitudo D P, hoc eſt D O; pondus enim, cum filum in D traheretur, ex B venit in O. Ductâ itaque lineâ O N horizonti parallelâ, erit E N altitudo perpendicularis, ad quam aſcendit pondus B in plano inclinato interea, dum pondus C venit in V, aut E venit in M, eſt enim E M aſſumpta ipſi C V æqualis. Quare cum pondus B obliquè trahitur ſuper planum inclina-

tum, minorem ſubit violentiam, quàm cum ab illo perpendiculari elevatione avellitur.

Hoc tamen ita intelligendum eſt, ut obſervetur alia eſſe momenta, cùm tractionis linea parallela eſt ipſi plano inclinato, ac cùm in planum inclinatum cadit obliqua, ut hîc linea DB. Si enim in plano inclinato ſumatur BR æqualis perpendiculari EM, gravitatio per rectam BC, ſeu per lineam eidem parallelam, ad gravitationem in perpendiculo CE eſt reciprocè ut EC ad BC, ſeu ut ES ad BR aut EM, ex ſuperiùs dictis cap. 13. At verò cum tractio obliqua eſt, gravitatio eſt ut EN ad EM, ſivè ut BO ad BX: punctum autem O altius eſt puncto R, ac propterea in hujuſmodi obliquâ tractione plus violentiæ infertur ponderi, quàm in tractione parallelâ, plus enim aſcendit. Porrò lineam BO longiorem eſſe lineâ BR eſt manifeſtum; ſiquidem duo latera DO, OB per 20. lib. 1. majora ſunt reliquo DB: eſt autem ex hypotheſi DP ipſi DO æqualis, ergo reliqua BP minor eſt, quàm BO: ſed & ipſi BP, hoc eſt ipſi EM, æqualis aſſumpta eſt BR; igitur BR minor eſt quàm BO. Id quod etiam hinc conſtat, quia in triangulo Iſoſcele DOP angulus OPB infra baſim major eſt recto, cum ſit deinceps angulo DPO ad baſim acuto; ergo per 19. lib. 1. latus BO majus eſt latere BP, hoc eſt BR; igitur etiam EN major eſt quàm ES, & plus difficultatis percipitur in obliquâ hâc tractione, quàm in tractione parallelâ.

Similiter intelligatur pondus C elevatum fuiſſe ex D (quod punctum D concipiatur multò altius, quàm in præſenti ſchemate) ad perpendiculum altitudine æquali ipſi ET, pondus verò B æquali tractione funiculi veniſſe ex B in G, demptâ ſcilicet longitudine BF ipſi ET æquali, atque adeò DF, DG æquales ſunt: ipſi autem ET æqualis ſumatur BI; quæ ſimili ratione demonſtratur brevior, quàm BG: ex quo pariter fit hîc etiam ad majorem altitudinem perpendicularem EH elevari, quàm ſi tractio parallela fuiſſet plano inclinato, & elevatio ad altitudinem EL.

Ex his manifeſtum eſt plus virium requiri ad trahendum

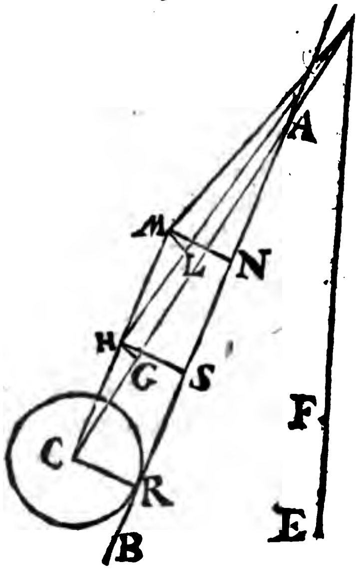
pondus

pondus idem per lineam D B, aut D O, aut D G obliquas, quàm per lineam plani inclinati B C, aut illi parallelam: dum enim per obliquas illas lineas fit tractio, pondus quidem non omninò abſtrahitur à plano, ſicut in tractione perpendiculari, ſed nec omninò incumbit plano, ſicut in tractione parallelâ ipſi plano; ac propterea, quò magis tractio ad perpendicularem accedit, eò majorem invenit in pondere reſiſtentiam. Patet autem altitudinum perpendicularium E H, E L differentiam H L majorem eſſe, quàm ſit altitudinum perpendicularium E N, E S differentia N S. Comparatis enim triangulis iſoſcelibus D P O, D F G, anguli ad baſim P O majores ſunt angulis ad baſim F G, quia angulus P D O minor eſt angulo F D G: ergo angulus B P O, qui eſt infra baſim, minor eſt angulo B F G infra baſim. Fiat igitur ipſi B P O æqualis angulus B F K, ac proinde K cadit inter puncta I & G. Sunt ergo triangula B P O, B F K habentia angulum ad B communem æquiangula, & ſimilia, ac per 4. lib. 6. ut P B, hoc eſt B R, ad B O, ita F B, hoc eſt B I, ad B K; & invertendo, ac dividendo, & iterùm invertendo ut B R ad R O, ita B I ad I K. Atqui I G major eſt quam I K, ergo per 8. lib. 5. Ratio B I ad I G minor eſt Ratione B I ad I K, hoc eſt B R ad R O. Cum itaque per 2. lib. 6. ut B R ad R O, ita E S ad S N; & ut B I ad I G, ita E L ad L H, major eſt Ratio E S ad S N, quàm E L ad L H, & permutando major eſt Ratio E S ad E L, quàm S N ad L H; eſt autem E S minor quàm E L, ergo etiam S N multò minor eſt quàm L H; ac proinde quo magis à perpendiculari recedet obliqua tractio, momentum ponderis magis accedit ad momentum ejuſdem in plano inclinato per tractionem parallelam, hoc eſt, minore differentiâ hoc excedit. Momentum igitur perpendicularis tractionis ad momentum obliquæ tractionis minorem Rationem habet, quàm ad momentum tractionis parallelæ plano inclinato.

Ex his obſervare eſt aliquod paradoxum, pondus ſcilicet obliquâ hâc elevatione tractum plus moveri, quàm potentiam trahentem; hæc enim movetur ſecundùm menſuram funiculi tracti, hoc eſt B P ſeu B R illi æqualis, oſtenſum eſt autem

B R

BR minorem eſſe quàm BO. Id quod etiam manifeſtum eſt, ſi tractio obliqua non abſtrahat pondus à plano, ſed quaſi illud adversùs planum trahat, Sit enim planum AB, ſuper quo globus C, & funiculus obliquus DC; ex D autem pendeat ad perpendiculum æquale pondus E. Uterque funiculus pariter trahatur, & cum E venerit in F, æqualis pars CG decedit funiculo DC; remanet autem longitudo DG æqualis longitudini DH, & centrum globi C venit in H. Dico CH motum globi majorem eſſe ſupra CG motum potentiæ trahentis. Ducatur enim recta GH; eſt



Iſoſceles DGH, ergo angulus HGC infra baſim major eſt recto; ergo CH per 19. lib. 1. major eſt quàm CG. Ipſi autem CH æqualem eſſe diſtantiam contactuum RS manifeſtum eſt, quia ex centris H & C rectæ cadunt in S & R ad angulos rectos, atque adeò ſunt parallelæ: ſunt æquales CR & HS, ut pote Radij ejuſdem globi; igitur per 33. lib. 1. CH, & RS æquales ſunt & parallelæ. Quare ſivè centrum ſpectetur, ſivè puncta contactuum, perinde eſt; ſemper enim major eſt globi motus motu potentiæ trahentis; & quia RS major eſt quàm CG, hoc eſt quàm motus, qui fieret in ipſo plano inclinato tractione parallelâ, hinc eſt quod hujuſmodi obliquâ tractione ad majorem altitudinem perpendicularem pari tempore trahitur, majorémque propterea violentiam ſubiens majoribus indiget viribus, quàm ſi tractione parallelâ elevaretur.

Sed jam trahatur iterum funiculus ita, ut ipſi CG primæ tractioni æqualis ſit ſecunda tractio HL; & erit centrum globi in M, & æquales DM, DL. Anguli MDH, HDC ſi dicantur æquales, etiam per 3. lib. 6. ut MD ad DC ita MH ad HC: eſt igitur MH minor quàm HC, major tamen quàm HL, quia ſubtenſa eſt angulo MLH obtuſo, ut pote infra baſim

ſim Iſoſcelis M D L. Atqui ex hypotheſi anguli M D L, H D G ſunt æquales; ergo Iſoſcelium anguli infra baſes, hoc eſt M L H, H G C ſunt æquales: angulus autem externus M H L major eſt interno H C D, hoc eſt H C G, per 16. lib. 1. igitur reliquus H M L minor eſt reliquo C H G. Itaque in duobus triangulis, angulis C G H, H L M ex hypotheſi oſtenſis æqualibus ſubtenditur illi quidem majus latus C H, huic verò minus H M, & angulis inæqualibus C H G majori, H M L minori æquale latus C G, H L: id quod omninò abſurdum eſſe conſtat ex doctrinâ & Canone Sinuum; ſubtenſæ ſiquidem inæquales angulorum æqualium ſunt in circulis inæqualibus, major in majori circulo, minor in minori, in quibus utique fieri non poteſt, ut angulorum inæqualium ſubtenſæ ſint æquales. Non igitur fieri poteſt ut factâ ſecundâ tractione H L æquali priori C G, angulus M D H æqualis ſit angulo H D C; alioquin triangulum H L M (cujus baſis H M ex hypotheſi arguitur minor baſe C H, quæ tamen ſunt angulis ad G & L æqualibus ſubtenſæ) eſſet in circulo minore, quàm ſit circulus, in quo eſſet triangulum C G H; in circulo autem minore, angulo minori H M L ſubtenſa H L eſſet æqualis ipſi C G ſubtenſæ angulo majori C H G in circulo majore.

Quod ſi dicatur angulus M D H minor, quàm H D C, ergo angulus M L H infra baſim minor eſt angulo H G C infra baſim: atqui angulus M H L externus major eſt interno H C G; igitur reliquus angulus L M H vel eſt æqualis angulo G H C, vel illo minor, vel illo major. Sit æqualis: quoniam æqualibus lineis C G, H L ſubtenduntur, ſunt in circulis æqualibus; ergo cùm angulus M H L major ſit angulo H C G, etiam oppoſitum latus M L majus eſt quàm H G: ergo Iſoſceles M D L habens angulum minorem ſub brevioribus lateribus habet majorem baſim, & Iſoſceles H D G habens angulum majorem ſub lateribus lõgioribus habet breviorẽ baſim; id quod eſt manifeſtè abſurdũ, ut patet ex 24. & 25. lib. 1. Fieri igitur non poteſt, ut anguli L M H, G H C ſint æquales, ſi M D H minor eſt quàm H D C.

Quandoquidem igitur L M H, G H C non ſunt æquales, dicatur angulus L M H minor quàm G H C, & quia æqualibus lineis H L, C G ſubtenduntur, triangulum H L M eſt in circulo majore, triangulum verò C H G in minore. Cum autem angu-

lus M H L, ex ſæpiùs dictis, ſit major quàm H C G, etiam ſubtenſa illius, ut potè in circulo majori, ſcilicet M L major eſt quàm H G ſubtenſa anguli minoris in circulo minori: atque hinc idem quod priùs, ſequitur abſurdum angulum verticalem M D L, ex hypotheſi minorem, & brevioribus lateribus comprehenſum baſim habere majorem, quàm ſit baſis anguli verticalis H D G majoris ſub lateribus longioribus.

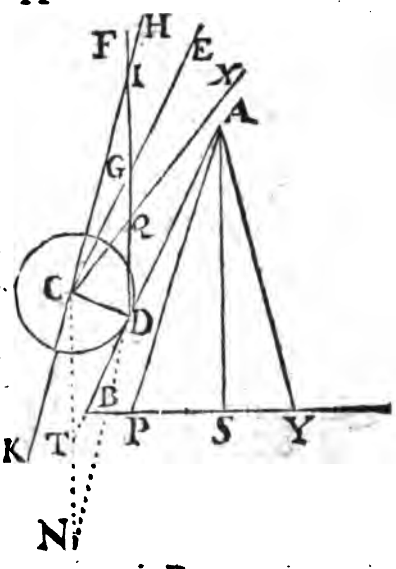
Sed neque dici poteſt angulus H M L major quàm C H G; quia, ſi M D L minor eſt quàm H D G, angulus D M L ad baſim Iſoſcelis major eſt quàm D H G pariter ad baſim; ergo ſi D M L majori addatur major H M L, & D H G minori addatur minor C H G, erit totus D M H major toto angulo D H C, internus ſcilicet major externo, contra 16. lib. 1. Si igitur angulus H M L comparatus cum angulo C H G non poteſt eſſe æqualis, neque minor, neque major, factâ hypotheſi anguli M D L minoris quàm H D C, neceſſariâ conſecutione conficitur angulum M D L non eſſe minorem angulo H D G.

Cum itaque angulus M D L neque æqualis, neque minor ſit angulo H D G, ſequitur quod ſit major: igitur & angulus infra baſim M L H major eſt angulo H G C; item angulus M H L major eſt quàm H C G; ergo H M L reliquus minor eſt reliquo C H G: at iſtis æquales lineæ H L, C G ſubtenduntur, igitur triangulum H M L eſt in majore circulo, ac proinde angulo M L H majori, quàm C G H, etiam majus latus ſubtenditur: quapropter M H, hoc eſt S N, illi parallela & æqualis, major eſt quàm C H, hoc eſt R S: atque adeò ad majorem altitudinem elevatur per S N, quàm per R S factâ æquali tractione, ſeu æquali motu potentiæ trahentis. Ex quo & manifeſtum eſt pro majori obliquitate & receſſu tractionis à paralleliſmo cum plano inclinato etiam trahenti difficultatem augeri.

Facilè ex dictis colliges, quanto laboris compendio Romæ altioribus rotis inſtruantur birota (antiquis Ciſia dicebantur) adeò ut unicus equus temoni applicitus, illumque ſubjecto plano proximè parallelum ſervans, dum clivum aſcendit, ingentia pondera trahat, quibus ſanè par non eſſet, ſi rotarum axis minùs à ſubjecto plano diſtaret, & equitractio eſſet obliqua surſum: quamvis, ut aliàs ſuo loco explicabitur, ipſa rotarum amplitudo plurimum conferat. Similiter in navium tractione, quæ adverſo

adverſo flumine deducuntur fune abſidi mali conjuncto, aliquid juvare funis longitudinem, ut ſcilicet minùs obliqua ſit tractio, ex dictis confirmatur: quamvis enim tractiones in plano inclinato conſideraverimus, ut gravium elevationem expenderemus, aliquid etiam facit obliquitas tractionis in plano horizontali, cujuſmodi eſt aqua, cui navis innatat; pars ſiquidem demerſa obſtantem undam repellere debet; nec planè inutile eſt, ſecundùm quam lineam dirigatur motus potentiæ trahentis, vi cujus impedimentum ſuperandum eſt.

Hactenus nobis de tractione ſermo fuit, quæ motum inferens non niſi ſpatiis, per quæ motus eſt, determinari potuit. Quoniam verò in obliquis tractionibus non eandem ſemper analogiam ſervari, quæ in parallelâ tractione eadem perpetuò eſt, deprehendimus, inquirendum ſupereſt, quæ demum Ratio momentorum ſit pro ſingulis obliquitatibus, ut conſtet, quibus viribus retineri poſſit, ne in proclive labatur pondus, etiamſi vires ad illud ulterius elevandum non ſuppetant. Quamquam autem pondera quaſi molis expertia unico puncto expreſſimus in plano ipſo inclinato, ut in 1. fig. hujus cap. re tamen verâ centrum gravitatis attendendum eſt, ut in 2. ſchemate, quod utique diſtat à plano, cui corpus grave incumbit: hujus verò diſtantiam nulla certior menſura definit, quàm linea ex eo cadens in ſubjectum planum ad angulos rectos, hæc quippe omnium breviſſima eſt. Sit igitur planum inclinatum A B, cui impoſitus globus centrum habet gravitatis C, & contingit planum in D; ac propterea etiam, quæ à centro ad contactum ducitur recta C D, diſtantiam determinat, cum ſit plano perpendicularis ex 18. lib. 3. Jam recta C E parallela plano ducatur, & ſit linea ſuſpenſionis, quam claritatis gratiâ parallelam vocemus: & per D punctum, in quod cadit linea diſtantiæ centri gravitatis tranſeat perpendicularis horizonti linea F D quæ in G ſecat lineam C E. Conſtat trian-



gulum D G C ſimile eſſe triangulo B A S : quia enim G D parallela eſt lineæ A S pariter perpendiculari ad horizontem, anguli S A B, A D G alterni æquales ſunt per 27. lib. 1. Et quoniam angulus C D A ex conſtructione eſt rectus, complementum C D G æquale eſt angulo complementi A B S; anguli verò D C G, B S A ſunt recti, hic quidem ex hypotheſi, ille autem propter linearum C E, D A parallelismum : igitur reliquus C G D reliquo B A S æqualis eſt; ac propterea per 4. lib. 6. ut B A ad A S, ita D G ad G C. Quoniam itaque, ſi pondus in plano inclinato ad pondus in perpendiculari ſit ut inclinata B A ad perpendicularem A S, eorum momenta æqualia ſunt, & æquiponderant, etiam globus æqualia ad deſcendendum habet momenta, ac potentia habeat vires ad retinendum in parallelâ E C, ſi globi gravitas ad potentiam retinendum ſit ut D G ad G C. Verum quidem eſt globum non per lineam F D, ſed per C T à centro gravitatis perpendicularem horizonti deorſum niti : Sed quia C T ipſi F D parallela eſt, triangulum C T D triangulo D G C ſimile eſt & æquale; atque adeò parùm intereſt, utrùm lineis D G, G C, an verò lineis C T, T D eadem Ratio exponatur.

Sed jam retineatur globus per rectam C H; utique perinde ſecundùm eam directionem ſe habet, atque ſi eſſet planum H C K; globus enim ſuſtinetur per lineam D C, & retinetur ex H, ac proinde ſecundùm rectã H C K conatur deorſum eo ſitu : quamquam ſubjecti plani inclinatio obſtaret, ne ſecundùm rectam H C K procederet, ſi ſibi dimitteretur, & alia atque alia plana conſtituerentur. Planum itaque illud H C declinat à perpendiculari, cum quâ conſtituit angulum C I D æqualem externo K C T propter parallelismum perpendicularium F D, C T per 27. lib. 1. qui utique C I D minor eſt externo C G D per 16. lib. 1. & quidem differentia anguli I C G per 32. lib. 1. Fiat ergo angulus B A P æqualis angulo C I G; quia B A S oſtenſus eſt æqualis ipſi C G D, remanet P A S æqualis angulo I C G. Quare B P A externus æqualis eſt duobus internis, ſcilicet recto P S A, & acuto S A P, per 32. lib. 1. igitur idem angulus B P A æqualis eſt toti angulo D C I. Sunt itaque æquiangula & ſimilia duo triangula B A P & D I C, atque per 4. lib. 6. ut B A ad A P, ita D I ad I C. Atqui pondera ſuper B A & A P, quæ ſint

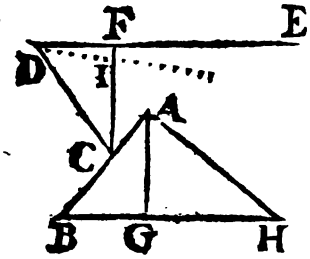
ut

ut B A ad A P, æquiponderant ex dictis cap. 13. ergo etiam æqualium momentorum eſt globus, & potentia retinens per H C, ſi globus ad potentiam ſit ut D I ad I C, hoc eſt ut C N ad N D, ſi ex D intelligatur exire D N parallela ipſi H C.

Eâdem ratione ſi linea obliqua, per quam globus retinetur, ſit infra parallelam C E, ut ſi ſit C X, oſtendetur globi gravitatem ad potentiam retinentem eſſe ut D Q ad Q C, eſt enim quaſi planum inclinatum faciens cum perpendiculari angulum D Q C majorem interno D G C, hoc eſt majorem angulo B A S illi æquali. Fiat igitur angulo D Q C æqualis angulus B A Y: & quia A B Y æqualis eſt angulo C D Q, ut ſuperiùs dictum eſt, triangula B A Y, D Q C ſunt æquiangula & ſimilia, ac per 4. lib. 6. ut B A ad A X, ita D Q ad Q C: ergo quia pondera ſuper B A, & A Y, quæ ſint in Ratione B A ad A Y, æquiponderant, etiam globi & potentiæ retinentis momenta æqualia ſunt, ſi fuerint ut D Q ad Q C.

Hìc autem tria obſervanda occurrunt. Primum eſt, quòd Rationes prædictæ momentorum potentiæ retinentis comparatæ ad pondus idem, quamvis pro diverſâ obliquitate aliis atque aliiis lineis explicentur D Q ad Q C, & D G ad G C, D I ad I C, omnes tamen exponuntur comparatè ad eandem B A in triangulo B A Y; in quo ipſæ quoque inter ſe invicem comparari poſſunt. Secundum eſt, quòd ſi obliquitas tàm ſupra, quàm infra parallelam C E æqualis ſit, hoc eſt angulus I C G æqualis ſit angulo G C Q, momenta potentiæ retinentis in H & X æqualia ſunt; inter ſe ſiquidem ſunt ut A P, & A Y, quæ lineæ æquales ſunt; nam anguli P A S, Y A S æquales ſunt ex hypotheſi, & conſtructione, anguli autem ad S ſunt recti & latus A S eſt utrique triangulo commune; ergo etiam per 26. lib. 1. latera A P & A Y æqualia ſunt. Tertium eſt, quòd in lineâ C E parallelâ minus virium exigitur ad retinendum globum, quàm in cæteris: nam & linea A S vires potentiæ repræſentans omnium minima eſt, utpote perpendicularis.

Ex his & illud colligitur, quod ſi linea, ſecundùm quam pondus retinetur in plano inclinato, ſit parallela horizonti, eadem eſt philoſophandi methodus. Si enim ſuper plano inclinato A B ſit pondus tangens in C, cujus gravitatis centrum ſit D, & linea retentionis D E horizonti parallela, ducatur



CF perpendicularis horizonti; & Ratio ponderis ad vires retinentes erunt ut CF ad FD. Fiat enim angulus BAH æqualis angulo CFD, qui utique eſt rectus, cum DE ex hypotheſi ſit horizonti parallela, FC verò perpendicularis: ergo ſuper AB, AH æquiponderant pondera, quæ ſint ut AB ad AH; paria igitur ſunt momenta, ſi pondus ad vires potentiæ retinentis in eâdem Ratione ſit ut AB ad AH, hoc eſt ut CF ad FD. Quia enim BAH angulus eſt rectus per 8. lib. 6. eſt ut BA ad AH, ita BG ad GA; eſt autem BG ad GA ut CF ad FD; quia nimirum FC perpendicularis horizonti eſt parallela ipſi AG, & anguli BAG, FCA alterni ſunt æquales per 27. lib. 1. DCA verò eſt rectus ex hypotheſi; igitur & DCF complementum recti æquale eſt angulo ABG: utrumque triangulum eſt rectangulum; ergo ut BG ad GA, ita CF ad FD.

Hinc apparet fieri poſſe, ut ad retinendum pondus in tali ſitu aliquando plus virium requiratur, quàm ad ſuſtinendum illud in perpendiculari; quando videlicet ex inclinatione plani AB conſequitur lineam CF minorem eſſe quàm FD: immò creſcit retinendi difficultas, ſi adhuc retentio fiat per lineam inferiorem horizontali DE, quæ cum perpendiculari CF conſtituat angulum DIC obtuſum; cum enim creſceret linea DI ſupra DF, & IC decreſceret infra FC, eſſet minor Ratio ponderis in perpendiculo ad potentiam obliquè retinentem, quæ proinde major eſſe deberet, ut fieret momentorum æqualitas.

Concipe autem ſublatum triangulum totum BAH, & DC eſſe columnam, quæ in eodem ſitu inclinata retineri debeat: jam ſatis conſtat ex dictis, quâ ratione diſponi oporteat funes, ut qui funium extremitates tenent, minus laboris impendant. Non eſt tamen eadem funis retinentis, & fulcri ſuſtentantis ratio: in ſupponendis enim fulcris illud potiſſimùm attenditur, quòd fulcrum ipſum integrum permaneat, citrà ſciſſionis aut fractionis periculum; id quod habetur, quò magis perpendiculari ad horizontem ſitui proximum collocatur; parùm ſcilicet

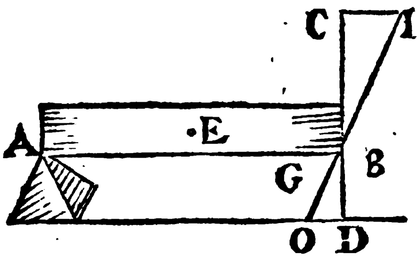
intereſt,

intereſt, quanto conatu ſubjectam tellurem urgeat modò certi ſimus de fulcri ipſius firmitate. Cæterùm ſi tu ipſe fuſtem manu tenens cogaris inclinatam columnam ſuſtinere, punctum autem ſuſtentatiónis, cui fulcrum applicatur, magis à ſubjecto plano diſtet, vel ſaltem non minùs, quàm centrum gravitatis columnæ, experieris minori conatu opus eſſe, ſi fulcrum axi columnæ perpendiculare ſit, qui ſitus reſpondet retentioni parallelæ plano inclinato, majorem verò adhibendum eſſe conatum, ſi fulcrum cum eodem axe acutum aut obtuſum angulum conſtituat; id quod obliquis elevationibus reſpondet.

Quòd ſi infra centrum gravitatis applicetur fulcrum, jam conſtat hoc ita eſſe collocandum, ut ei idem centrum immineat, alioquin aut columna corruet, aut multis viribus tibi contendendum erit, ut illam ſuſtentes à lapſu; ſi tamen ea ſit complexio tùm inclinationis, tùm obicis columnæ pedem retinentis, ne excurrat, aut elevetur, tùm poſitionis fulcri, ut aliquatenus ſuſtineri columna poſſit, ne prorsùs ruat.

Sed quoniam hìc columnæ mentio incidit, præſtat elevationes corporum, quæ non tota elevantur, ſed eorum altera extremitas ſubjecto alicui fulcro aut plano innititur, altera elevatur aut ſuſpenditur, conſiderare: neque enim hìc reputanda ſunt momenta gravitatis perinde, ac ſi totum corpus elevaretur aut ſuſpenderetur, quemadmodum paulò ante dicebatur; immò verè longè minora ſunt pro ratione diſtantiæ à centro gravitatis, ut ex inferiùs dicendis, ubi de æquilibrio, atque de vecte ſermo erit, conſtabit. Cavendum autem plurimum eſt ab æquivocationibus, quæ obrepere poſſunt, niſi animum advertas ad gravitatem, ſivè per totam longitudinem, quæ movetur, aut ad motum incitari poteſt, diffuſam, ſivè quaſi in unum punctum ibi collectam, ubi elevans applicatur, ut in vecte, aut librâ; hinc enim non modica momentorum inæqualitas oritur. Nam ſi puncto applicationis reſpondeat centrum gravitatis, multò majores ad elevandum, aut ſuſpendendum corpus requiruntur vires, quàm ſi centrum gravitatis à puncto applicationis aliquo intervallo ſejungatur.

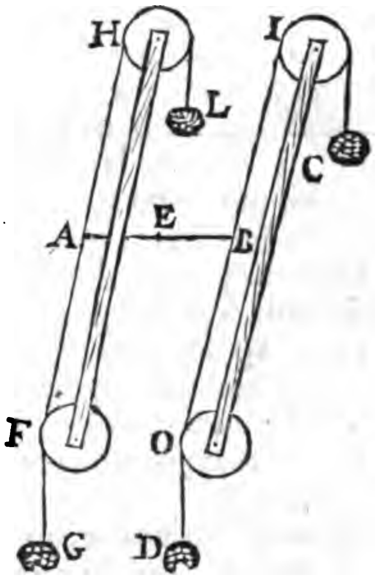
Hinc



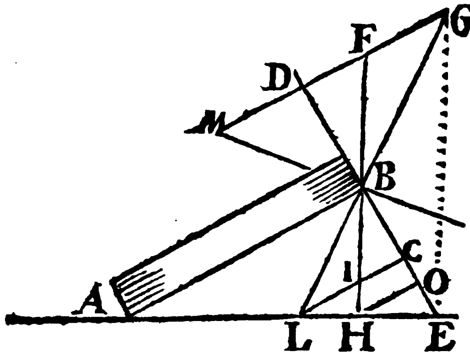
Hinc ſi ſit priſma AB horizontaliter collocatum, ejuſque extremitas A innitatur apici pyramidis, altera verò extremitas B ſuſpendatur perpendiculari funiculo CB, vel ſuſtentetur ſuppoſito ad perpendiculũ fulcro DB, æqualiter res ſe habet, & pares requiruntur vires tàm in ſuſpendente CB, quàm in ſuſtentante DB: hæ tamen vires non pares eſſe debent toti ponderi priſmatis; ſed quia centrum gravitatis E ab utroque extremo æqualiter diſtare ſupponitur, ſemiſſis tantùm gravitatis percipitur in B. Quod ſi in eodem horizontali ſitu retineatur priſma ſivè à ſuſpendente obliquo IB, ſivè ab obliquo ſuſtentante OB, utique retinentis, aut ſuſtentantis vires æquipollere debent viribus retinentis aut ſuſtentantis ad perpendiculum CB aut DB. Quemadmodum igitur pondera illa ſuper BO & BD æquiponderant, quæ ſunt ut BO ad BD, ita vires, quæ ſecundùm eaſdem lineas ac directiones æqualem effectum præſtare debent; in eâdem Ratione BO ad BD eſſe oportet: Vires ergo retinentis BI obliqui ad vires retinentis CB ad perpendiculum ſunt ut BO ad BD, hoc eſt, ductâ parallelâ CI, ut IB ad CB, propter triangulorum OBD, CBI ſimilitudinem.

Ut autem non hîc perperam nos philoſophari innoteſcat, finge ſublatam ex A pyramidem, & conſtitutam in G ita, ut ex B ad perpendiculum dependeat pondus aliquod æquilibrium efficiens cum priſmate: quo perpendiculari pondere ſublato, ut priſma horizontale permaneat, certum eſt ſuper plano inclinato BO requiri pondus, quod ad pondus perpendiculare ex BD ſit ut BO ad BD: igitur ſi loco ponderis applicentur ſecundùm eandem rectam lineam BO vires alicujus viventis, à quo retineatur priſma in eodem ſitu horizontali, ſatis apparet conatum debere eſſe ut BO ad conatum, qui ſecundùm perpendicularem requireretur ut BD. Sicut itaque conatus deorſum trahens, cum fulcrum eſt in G citrà centrum gravitatis E, ex inclinatione lineæ, ſecundùm quam fit, deſumitur, ita etiam conatus ſuſpendens IB,

aut ſurſum urgens O B, cum fulcrum eſt in A ultrà centrum gravitatis E, deſumendus eſt pariter ex inclinatione lineæ, ſecundùm quam applicatur priſmati, comparatè ad conatum perpendicularem C B, vel D B, habitâ ſemper ratione diſtantiæ fulcri à centro gravitatis.



Ne quid verò dubitationis ſuperſit, utrùm O B deorſum, & I B ſurſum trahentium pares ſint vires ſecundùm eandem rectam lineam O I, ſint rotulæ duæ H & F circa ſuum axem verſatiles infixæ extremitatibus regulæ, aut tigilli, & ex funiculo rotularum cavitatibus inſerto dependeant æqualia pondera L & G. Hæc pondera ſibi viciſſim æquiponderare manifeſtum eſt, quemcumque tandem ſitum ſivè perpendicularem, ſivè inclinatum, habeat regula, aut tigillus, cui rotulæ infixæ ſunt. Sit libræ jugum A B æqualiter in E diviſum, circa quod punctum ſtabile moveri queat, & in A adnectatur funiculo H F: ex B autem dependeat pondus D æquale ponderi G, ſed ita obliquè diſpoſitum, ut linea B O parallela ſit lineæ A F. Submove pondus L, remanent G & D, quorum neutrum prævalere poteſt; ſunt enim æqualia inter ſe, & per lineas ſimiliter inclinatas A F, B O agunt. Repone pondus L, & amove pondus G, item removeatur pondus D, & ſurſum ponatur æquale C; aio libræ jugum A B adhuc retinere eumdem ſitum; quia ſcilicet pondera C & D viciſſim æquiponderabant, ſicut etiam G & L: igitur quantum virium habebat pondus D ad æquiponderandum ipſi G, tantumdem virium habet pondus C ad æquiponderandum ponderi L, hoc eſt eidem ponderi G. Sivè igitur in ſuperiori ſchemate conſiderentur vires deorſum trahentes aut ſuſtentantes O B, ſive retinentes I B, perinde eſt, & æqualium momentorum cenſendæ ſunt.



Non jam horizontale ſit priſma A B, ſed inclinatum, & puncto A ſtabili innixum: momenta ad deſcendendum, ac proinde repugnantia ad aſcendendum, ut ſuperiùs innuimus cap. 14; æſtimanda ſunt in plano D C inclinato, quod cum A B angulos facit rectos, & cum horizonte A E concurrit in puncto E. Ducatur per B perpendicularis ad horizontem F H, & ex H ad B E perpendicularis H O. Momenta gravitatis priſmatis in perpendiculari ad momenta ejuſdem in inclinatâ ſunt reciprocè ut inclinata E B ad perpendicularem B H, hoc eſt per 8. lib. 6. ut H B ad B O, ſive (ductâ ex D ſuper D B inclinatam perpendiculari D G ſecante rectam H F in F) ut B F ad B D, propter ſimilitudinem triangulorum O B H, D B F. Vires ergo retinentes in D ad vires retinentes in F ſunt ut D B ad B F.

Retineatur priſma ſecundùm obliquam G B, quæ producta uſque ad Horizontalem concurrat in L. Iterum ex L ad D E cadat ad angulos rectos L C, quæ perpendicularem F H ſecabit in I: eſt autem I C parallela ipſi H O; ac propterea per 4. lib. 6. ut H B ad B O, ita I B ad B C, & per 11. lib. 5. ut I B ad B C, ita B F ad B D. Ad retinendum igitur priſma in eodem ſitu inclinationis B A E per obliquam G B, vires æquipollentes viribus retinentibus in perpendiculari F B eſſe oportet ut B L ad B I, quemadmodum retinentes per rectam D B ſunt ut B C.

Quare datâ corporis inclinatione, cujus gravitas retinenda eſt in eodem ſitu, ſumatur ejuſdem axis tranſiens per gravitatis centrum, & ad axis extremitatem mobilem ducatur ipſi axi perpendicularis D B, in quâ aſſumpto quolibet puncto D, ducatur prædicto axi parallela D G, quæ ſecans lineas quaſlibet obliquas, & perpendicularem ad Horizontem, dabit omnium obliquarum ſuſpenſionum Rationem: Sic recta D G ſecans perpendicularem F B & obliquam G B determinat Rationem virium in utrâque ſuſpenſione, ut ſcilicet ſint in Ratione B F ad B G, & ſic de reliquis.

Quòd

Quòd ſi in gradibus data ſit inclinatio priſmatis, & funiculi obliquè ſuſpendentis declinatio à perpendiculo, ſtatim ex tabulis Sinuum, aut etiam Secantium, apparebit Ratio quæſita linearum: angulus enim, quem perpendicularis ad axem facit cum perpendiculari ad Horizontem, æqualis eſt angulo inclinationis priſmatis; angulo ſiquidem B A E inclinationis priſmatis, æqualis eſt angulus E B H per 8. lib. 6. ac propterea etiam ex 15. lib. 1. qui illi eſt ad verticem D B F. Hinc ſi inclinationis angulus ſit gr. 36. D B ad B F erit ut Radius ad Secantem gr. 36. vel ut Sinus gr. 54. complementi gr. 36. ad Radium. At angulus, quem facit linea obliquæ ſuſpenſionis cum perpendiculari ad horizontem tranſeunte per priſmatis punctum; in quo ſuſpenditur, eſt æqualis angulo, quem eadem ſuſpenſionis linea facit cum perpendiculo tranſeunte per aliud extremum ejuſdem lineæ ſuſpenſionis, cui applicatur potentia retinens: duæ enim perpendiculares prædictæ ſunt inter ſe parallelæ, & linea ſuſpenſionis in eas incidens alternos angulos facit æquales per 27. lib. 1. Si igitur G B à ſuo perpendiculo, quod ex G in horizontem cadat, declinat gr. 25. etiam F B G eſt gr. 25. Totus igitur angulus D B G eſt aggregatum anguli inclinationis priſmatis, & anguli declinationis funiculi ſuſpendentis: igitur D B G eſt gr. 61, & poſitâ D B ut Radio, erit B G Secans gr. 61. Vel ſi comparanda ſit B G cum B F, qui angulus G F B externus per 32. lib. 1. æqualis eſt duobus internis oppoſitis trianguli D B F, erit G F B gr. 126; at F B G eſt gr. 25, igitur F G B eſt gr. 29. Quare B F ad B G eſt ut Sinus gr. 29. ad Sinum gr. 126, hoc eſt ſupplementi gr. 54.

Apparet ex his primò minimas vires exerceri, ſi linea retentionis cadat ad perpendiculum in axem corporis elevati cum inclinatione; quia ſcilicet cum in D ſit angulus rectus, recta B D eſt omnium linearum ex B puncto exeuntium, & in rectam D G cadentium minima: quò autem major fuerit obliquitas, eò etiam majores vires requiri, quia longiores ſunt Secantes angulorum majorum in B poſito Radio B D.

Secundò fieri poteſt, ut pares vires requirantur, ſi linea retentionis faciat cùm axe corporis elevati angulum acutum, ac ſi faciat cùm eodem angulum obtuſum, ut ſi fuerit recta M B; ipſa enim pariter opponitur angulo recto B D M, ac proinde

eò major eſt quàm recta B D, quò fuerit major angulus M B D, qui poteſt eſſe æqualis angulo D B F, vel D B G; quo caſu etiam ipſa B M æqualis erit ipſi B F aut B G. Ex quo ulteriùs ſequitur, ſi à retinente obliquè fiat tractio elevando magis ac magis priſma ſic inclinatum, mutari ſubinde momenta: hoc tamen intercedit diſcrimen, quod trahentis linea initio applicata, ut angulum faciat acutum cum axe priſmatis, in ipsâ tractione ſemper majorem facit cum ipſo axe angulum, donec veniat ad angulum rectum conſtituendum, ut ſi M B traheretur, donec coincidat cùm D B, quæ pariter moveri intelligatur: contrà verò trahentis linea applicata, ut cum axe faciat angulum obtuſum, in ipsâ tractione magis adhuc obtuſum angulum conſtituit, donec tractionis linea (ſi tamen fieri id poſſit) in unam rectam lineam cum axe priſmatis conveniat. Quare in primâ illâ tractione minuitur conatus, in hac ſecundâ augetur.

MECHANICORUM
LIBER SECUNDUS.

De cauſis motus Machinalis.

INNOTUIT, opinor, quantum ad præſens inſtitutum ſatis eſſe poſſit, centrum gravitatis ex iis, quæ libro ſuperiore dicta ſunt: nunc propiùs ad ipſam machinalem ſcientiam accedendum, quam Mechanicam dicimus. Hæc Geometriæ ſubjicitur; neque enim, ut illa, puram corporum quantitatem moliſque extenſionem abſtractè conſiderat, ſed quatenus gravitati illigatam aut levitati; nihil tamen ſolicita de ipsâ corporum materie, aureáne ſit, an lapidea. Quamvis autem ea quoque Statices pars, quam Hydroſtaticen indigitamus, ſe pariter in corporum gravitate conſiderandâ exerceat, aliam tamen ſibi contemplationem aſſumit; motum ſiquidem corporum ſingulorum naturæ congruentem, pro humorum, in quos incurrunt, diverſitate, potiſſimùm ſpeculatur: Mechanice verò eatenus ſolùm ingenitam corporibus propenſionem in motum aut quietem explorat, ut earum facultati perſpectæ vim poſſit opportunâ inſtrumentorum machinatione inferre. Quapropter ut certâ methodo machinas oneribus movendis pares conſtruere valeamus, motus machinalis cauſas antè cognitas habere neceſſe eſt, quàm machinas ipſas aggrediamur. His porrò jactis fundamentis operoſum non erit inædificare, & machinarum ſingularum vires, ſivè ſimplices illæ ſint, ſivè compoſitæ, exponere: adeò ut iis ritè intellectis, quæ hoc ſecundo libro diſputabuntur, vix quicquam in reliquo opere ſuperſit difficultatis.

CAPUT I.

Quem ad finem Machinæ inſtruantur.

FInis, quò demum unaquæque actio refertur, primus animo concipitur, præſtituiturque, & idonea ad agendum ſubſidia, quæ deligenda ſunt, moderatur. Hinc ille primus nobis in hâc contemplatione occurrit; quem ſcilicet ad finem machinæ inſtituantur, inſtruantúrque, conſiderandum; ut ad hanc quaſi regulam cæteræ cauſæ dirigantur, & formentur. Fortè dixerit quiſpiam magnificè, eo conſilio machinas à nobis excogitatas, ut naturam arte vincamus; quemadmodum enim ſcribit Antipho Poëta apud Ariſtotelem in quæſt. Mechan. ſub initium, τέχνῃ κρατοῦμεν, ὧν φύσει νικώμεθα. Sed hic planiſſimè philoſophandi locus eſt, non gloriandi inſolentiùs. Quare fatendum eſt apertè, adhiberi machinas in ſubſidium infirmitatis; ut quod virium imbecillitas onus loco movere, aut omninò, aut niſi ægerrimè ſola nequiret, illud demum facilè, quò libuerit, aut trahat, aut impellat, aut etiam expellat quantumvis reluctans, ſi machina accedat.

Dupliciter autem inſita corporibus gravitas obſiſtit moventi, ſi ab alio in alium locum transferenda fuerit: diſparibus enim momentis mora infertur motui, ſi hic fluido in corpore ac ſequaci, puta in aëre aut aquâ, perficiatur, ac ſi ſuprà ſolidam conſiſtentemque planitiem raptetur moles, ſive Horizonti parallela jaceat planities, ſive molli aut arduâ inclinatione erigatur in clivum. Et quidem ſi ſolidum in corpus non incumbat onus, ſed in aëre ſuſpenſum pendeat, ac ſurſum trahere oporteat, certos ad calculos revocari gravitatis momenta poterunt, quibus machina proportione reſpondeat: nam quamvis aër aëri præſtet tenuitate, non ea tamen eſt in levitatibus differentia, ut hinc in gravium corporum momentis diſſimilitudo notabilis oriatur. Quare ſicut laberetur turpiter, qui machinam ſaxo ab imo mari ad ſummam ſuperficiem elevando parem inſtrueret, ſi nullâ factâ virium acceſſione illud in aërem extrahi poſſe ſibi

perſuade

perſuaderet; ita nimis exiguè & exiliter ad calculos revocaret aërem, qui pro diſpari ejus levitate modum machinæ ſtatueret; in materiâ etenim, ex quâ machina componitur, nullus eſt huic minutæ ſubtilitati locus, quæ aciem omnem fugit, niſi cum veritas in diſputatione limatur. Id quod de eâ pariter gravitationis inæqualitate dictum velim, quæ ex inæquali à centro gravium diſtantiâ ortum habet, ut lib. 1. cap. 4. diſputatum eſt: Quia in tantulo Spatio, in quo nos labor noſter exercet, illa momentorum exuperantia ſub ſenſum non cadit. Quo circa ſatis ſupérque habemus, quòd moventis vires ac molis movendæ pondus reputantes ita inter ſe conferamus, ut virium imbecillitas adhibitâ machinâ convaleſcat, & repugnanti oneris gravitati non reſiſtat modò, ſed & præſtare poſſit, nullâ aut loci aut aëris habitâ ratione.

Verùm quàm facile eſt corporis gravitatem cùm ex materiæ ſpecie, tùm ex molis magnitudine inveſtigare; tàm multis difficultatibus impedita res eſt, ſi examinandum ſit, quantùm ex mutuo corporum ſe contingentium tritu retardetur motus: non enim quiſquis pendulum in aëre majoris campanæ malleum poteſt à perpendiculo dimovere, earum eſt virium, ut illum pariter in terrâ jacentem propellere valeat: & decennis puer arrepto fune illigatam cymbam, modicè fluctuante ſalo, ad ſe trahit; quam vix, aut ne vix quidem, robuſtioris lacerti vir dimoveat, ubi arenoſo vado inſederit: cum tamen eadem aut ligneæ cymbæ aut ferreo malleo gravitas innata permaneat. Eſt autem tùm ſubjecti corporis conſiſtentis, tùm impoſiti oneris movendi ſuperficies ſpectanda, quatenus ſe contingunt: Nam ſi lapideum globum pondo 100 in planitie conſtitutum non rotare modo, ſed & rectâ urgere poſſis, non itidem cubum pondere parem & materiâ ſimilem æquali facilitate urgebis; quia ſcilicet globus tenuiſſimâ ſui parte ſuppoſitam planitiem contingens minus invenit impedimenti ex proximè ſubjecti corporis aſperitate, quæ prominulas impoſiti globi particulas remoretur; at cubus longè pluribus ſui partibus plano adhæret, atque adeò multiplicatâ partium hujus in illius partes incurrentium reſiſtentiâ, augeri quoque movendi difficultatẽ neceſſe eſt.

Quoniam verò obtineri nequit, ut corporum ſe contingentium ſuperficies ſint continuo lævore lubricæ, earum autem

aſperitates

aſperitates anomalæ ſunt ac multiformes, reſiſtentia indè proveniens ſub certam legem non cadit; ſed quantum conjecturâ aſſequi valemus, illa potius ex antiquis experimentis æſtimanda videtur, quàm mathematicis ratiocinationibus indaganda. In hoc uno nimirùm facem præferre poteſt Geometria, ut ſi reliqua prorſus paria ſint, nec alia ſit quàm molis aut figuræ diſſimilitudo, quantum ex hoc capite movendi difficultas augeatur, minuaturve, innnoteſcat: cæterùm plenè atque perfectè explicare, quantum reſiſtentiæ ex aſperarum ſuperficierum conflictione oriatur, quis niſi temerè conetur?

Poſteriori huic malo, quod ſuperficierum aliqua aſperitas creat, occurritur, ſi pingui ſequacíque materiâ oblitæ lubricæ fiant: Sic Automatis, rotarum ſe ſe mutuâ collabellatione mordentium converſione, horas indicantibus velocitas conciliatur, ſi quis denticulos oleo leviter perungat: ſic plauſtrorum tarditatem, equorumque laborem, ut imminuant aurigæ, axes rotarúmque modiolos axungiâ illinunt; & cæmentarij majora ſaxa attollentes, trochleæ orbiculis ſapone perfricatis, quærunt laboris compendium. Hinc Amſtelodami paſſim obſervatur lubricas fieri trahas ceruiſiæ doliis, ſimilíve pondere, onuſtas; cum enim equus non procul abeſt à ponte, in quem aſcendendum eſt, is, qui equum agit, centonem unguine delibutum currenti trahæ ſubſternit, ut expreſſus ex centone pinguis humor inficiat duo illa longiora tigna, quibus traha inſiſtit, ac proinde lubrica machina faciliùs raptetur per vias lateribus ſtratas. Sic Dio lib. 50. de Auguſto loquens. *Audivi eum triremes ex mari exteriore per murum in ſinum tranſtuliſſe, & loco Palangum, per quos ducerentur, tergoribus animalium recens cæſorum oleo inunctis uſum*, Et Silius Ital. lib. 13. v. 444.

Lubrica roboreis aderant ſubſtramina plauſtris,
Atque recens cæſi tergo prolapſa juvenci,
Æquoream rota ducebat per gramina puppim.

Verùm nec frequens eſſe poteſt, nec commodum, remedium hoc ex pingui liquore petitum; illud certius erit ad imminuendam moram ex tritu corporum ortam, quod ea ſe invicem quàm minimùm contingant. Quoniam verò deducendi oneris ſuperficiem amplam mutare ſæpè nequimus, aut illud raptandum trahæ imponimus, quæ non niſi tigillis duobus læviga-

tis

tis ſubjectam planitiem tangit; aut in plauſtrum injicimus, cujus rotæ ſolum calcantes dum convertuntur, axem tantummodo terunt, compendio ſanè mirabili; nam dum rotæ modiolus axem ſemel terit, pedes circiter viginti provehitur onus, aut demum ſublato corporum mutuo tritu cylindros, vel ſcytalas illi ſubjicimus, ut nihil noceat ſoli aſperitas, niſi quatenus hæc cylindrorum vel ſcytalarum converſionem remoratur.

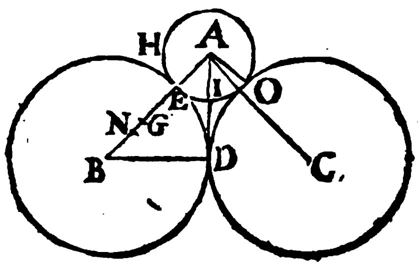
Huc ſpectat id, quod non ſine voluptate obſervare aliquando contigit Bononiæ. Tres erant viri nec admodum robuſti, qui ut aliquot ingentes ſaccos farinâ plenos in domum inferrent, paratum habuerunt axem binis rotulis circiter ſeſquipalmaribus inſtructum; axi jungebatur craſſiuſculus temo ſaccorum longitudinem vix ſuperans. Erecto ſacco machinulam applicabant, tùm ſaccum pariter cum temone reclinabant, & ne temoni incumbens juxtà longitudinem ſaccus in alterutram partem inclinaretur, duo hinc & hinc retinebant pariter, ac propellebant, ut tertium arrepto temone trahentem labore levarent: Hâc ratione alium atque alium ſaccum tenuiſſimo labore in domum importarunt; erectoque iterum temone delapſus eſt ex machinulâ ſaccus, ſtetitque erectus.

Ex his itaque conſtat in machinâ inſtruendâ non ſolùm ingenitæ corpori movendo gravitatis rationem habendam eſſe; ſed & plani, ſuper quò illud deducendum eſt, jacens-ne ſit? an erectum? læve, an aſperum? amplâ, an tenui ſuperficie contingat? hinc ſi quidem varia reſiſtentiæ momenta exurgunt. Illud tamen plerumque contingit, quod ſi attollendo ad perpendiculum oneri par fuerit machina, illa pariter ſufficiat ad onus idem ſuper plano horizontali, aut inclinato deducendum: vix enim fieri poteſt (niſi ſumma ſit ſuperficierum ſe contingentium aſperitas) ut quantum reſiſtentiæ demitur à plano ſuſtinente, tantumdem addatur ex mutuo prominentium particularum conflictu.

Quamquam & ipſa aſperitas facit aliquod laboris compendium: nam licèt continens ac perpetuus non ſit motus, ſed alternâ quiete interruptus ſuper arduo clivo, modico tamen conatu prohibetur moles, ne prolapſa ſiſipheum creet laborem; quia aſpera ſuperficies motui obſiſtens efficit ne corporis gravitas deorſum conetur pro plani inclinatione. Satis igitur fuerit

abſolutæ oneris gravitati machinam ita reſpondere, ut illi ad perpendiculum ſuſtollendo cæteroqui impares vires ſufficiant: qui enim valuerit, adhibitâ machinâ, molem attollere, poterit illam pariter, ejuſdem machinæ ope, in plano quocunque trahere aut propellere; ſi maximè cylindri aut rotæ ei ſubjiciantur.

Hîc autem fortè nec à præſenti inſtituto alienum, nec lectori injucundum accidat, ſi quæ, aliquando comminiſci placuit, ſubjiciam, cum narrantem quendam audirem de campanâ ingentis ponderis facillimè agitatâ ſubjectis æneis rotulis, quæ demum longo ævo confectæ diſſipatæ fuere; ſed quonam artificio, quóve ordine diſpoſitæ fuiſſent, ennarrare omninò non poterat. Quare mecum ipſe reputans, quî fieri id potuiſſet, in eam incidi ſententiam, ut exiſtimarem graviſſimam campanam potuiſſe facilè pulſari, imminutâ reſiſtentiâ, quæ oritur ex mutuo fulcri, & axis tritu.



Sint enim binæ rotulæ B & C ex ære ſolido, quarum diameter ſit in aliquâ Ratione multiplici ad diametrum axis, cui campana innititur. Axis autem ſemidiameter ſit A E, rotulæ verò B E in ratione duplâ; ergo & periphæriæ ſunt in eâdem Ratione: dum igitur punctum I in H perficit quadrantem, convertit pariter rotulam; cujus peripheriæ ſemiquadranti coæquatur. Quare ſi rotula infixa eſſet axi, cujus ſemidiameter B G eſſet æqualis ſemidiametro A E, fieret affrictus cum octante peripheriæ axis rotulæ B; ſed quia etiam in rotulâ C fieret æqualis affrictus cum ejuſdem axe, jam nihil ferè emolumenti haberetur, quia totus affrictus æquè eſſet, ac ſi quadrans E O in fulcro ſtabili & cavo converteretur: & potiùs laboris in agitandâ campanâ compendium eſſet, ſi rotulæ fixæ hærerent, axis ſi quidem cylindricus cum ſit, ſubjectas rotulas in lineâ tangeret modico ſcilicet tritu; rotularum autem axes concavis earum partibus congruunt in ſuperficie, quæ teritur, dum rotulæ convertuntur: niſi fortè cylindrica axis B G ſuperficies convexa paulò minor eſſet concavâ rotulæ ſuperficie, eæque propterea ſecundùm lineam ſe contingerent,

rent, ut ex 13. lib. 3. facilè eſt demonſtrare; id quod nec raro contingit.

Verùm non eſt neceſſe rotulis B & C tàm ſolidos axes dare; nam ſi axis A E toti campanæ oneri ferendo par eſt, bini æquales axes duplici ponderi reſiſtunt: ſatis igitur eſſet, ſi axes ſinguli B & C, oneris ſemiſſem ſuſtinerent. Cum verò cylindrorum reſiſtentiæ, ne frangantur, ſint in triplicatâ Ratione ſuarum diametrorum, ſufficeret inter ſemidiametrum A E, & ejus ſemiſſem duas medias proportione continuâ reperire, quæ enim proximè minor eſſet ipsâ A E, eſſet ſufficiens ſemidiameter cylindri ſubduplam habentis ſoliditatem ac reſiſtentiam. Sed adhuc minor requiritur ſemidiameter, quia onus axes rotularum B & C obliquè premit; ex quo fit campanæ gravitationem in axes illos eſſe ſecundùm lineas A B, A C, non autem juxtà perpendiculum A D: igitur ut A D ad A B, ita reciprocè gravitatio ſuper A B ad gravitationem ſuper A D: atqui gravitatio in alterutrum axium, ut ſummum ſubdupla eſt totius gravitationis; ergo gravitatio ſuper B A minor eſt ſubduplâ. Quâ autem Ratione minor ſit conſtat. Cum enim detur tùm ſemidiameter A E, tùm etiam B E, nota eſt tota B A, & B D, pariter, ipſi B E æqualis, nota eſt; igitur ex 47 lib. 1. etiam A D innoteſcit, cujus ſcilicet quadratum habetur, ſi ex B A quadrato dematur quadratum B D.

Cum itaque, ex hypotheſi, B A ſit 3, cujus quadratum 9, & B D 2, cujus quadratum 4, remanet quadratum 5, ejuſque Radix 2. 23′. eſt recta D A: gravitatio igitur ſuper B A ad totam campanæ ſuper utrumque axem B, & C, gravitationem eſt 223′ ad 600″. Quoniam verò ſolidorum ſimilium reſiſtentia eſt in triplicatâ Ratione laterum homologorum (in cylindris autem diametrorum ratio habetur) quærantur duo medij proportionales numeri inter 600″ & 223″. Id quod aſſequeris, ſi cujuſlibet extremi quadratum ducas in alium extremum, producti enim Radix cubica eſt terminus proximus illi numero, cujus quadratum aſſumpſiſti. Primi igitur 600 quadratum 360000 duc in 223, & producti 80280000, Radix cubica eſt $431\frac{1}{3}$ proximè: alterius verò extremi 223 quadratum 49729 ductum in 600 dat 29837400, cujus Radix cubica 310 proximè eſt alter medius. Sunt igitur quatuor numeri 600. $431\frac{1}{3}$.

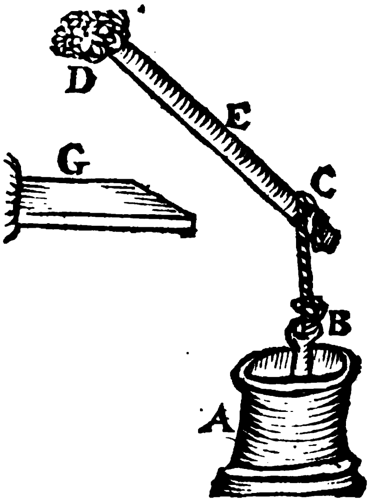
310. 223 continuè proportionales proximè, ſpretis fractiunculis. Quare ſi fiat ut 600″ ad 431″, ita ſemidiameter AE ad BN, erit hæc ſemidiameter quæſita ſufficienter reſiſtens.

Quoniam itaque BE dupla eſt ipſius AE, & AE ad BN facta eſt ut 600 ad 431, erit BE ad BN ut 1200 ad 431; & ſecundùm hanc eandem Rationem ſe habebunt ſemiquadrantes ab illis deſcripti. Atqui octans peripheriæ ex Radio BE æqualis eſt quadranti ex Radio. AE; igitur quadrans EO ad ſemiquadrantem ex Radio BN eſt pariter ut 1200 ad 431: Qui igitur affrictus axis campanæ cum fulcro ſtabili & cavo eſſet 1200, rotulæ B cum ſuo axe eſt 431, cui æqualis eſt alterius rotulæ C affrictus cum ſuo axe; ac proinde ſubjectis rotulis, quarum diameter ſit tantum dupla diametri axis campanæ, affrictus eſt ut 862, ad affrictum qui eſſet ut 1200. Si itaque rotularum diameter ad campanæ axem non tantùm dupla, ſed vel tripla, vel quadrupla ſit, multò minor erit affrictus, majorque in agitandâ campanâ facilitas.

Quamvis autem iſtâ conſimilivè diligentiâ induſtriâque plurimum imminui poſſit particularum conflictus, quæ ſe viciſſim terentes moram atque impedimentum motui inferrent; non illa tamen ex eo propriè veréque dicitur motio machinalis, quòd inſtrumento atque apparatu aliquo perficiatur, niſi, ſpectatâ dumtaxat oneris gravitate, potentia illi movendo cæteroqui impar, ſubſidium ſibi comparet ex machinâ. Machina autem non idem eſt, ſi plenè atque perfectè interpretari velis, ac inſtrumentum; licèt enim machina omnis inſtrumentum ſit, non tamen inſtrumentum quodlibet machinæ vocabulum continuò ſortitur, ſi motionem aliquatenùs juvet; ſed illud prætereà efficiat neceſſe eſt, quod ejus ope naturalem ac inſitam vim corporis loco dimovendi ſuperet vis minor extrinſecùs adhibita. Cum ergò onus hærere in ſalebrâ, non ex inſitâ vi, ſed ex proximi etiam atque continentis corporis aſperitate proveniat, & inſtrumenta, quibus hoc tantummodo impedimentum tollitur, idem planè efficiant, quod pinguis humor lubricum parans iter; neque hæc machinæ magis dici poſſunt, quàm centones unguine delibuti, ſi ritè ſubſternantur, neque motus propterea inter machinales numerandus videtur, quorum hìc cauſas veſtigare nobis propoſitum eſt. Quamquam negandum non ſit hæc pariter

ter ad mechanicam contemplationem pertinere; quippe quæ machinis, præcipuo nimirum mechanices ſcopo, affinia ſunt; etiamſi ad illas non velut ſubjectæ partes ad genus revocentur: & inſtrumentis hujuſmodi ſi machinæ appellationem tribuere placuerit, non admodum de nomine diſputabo; res enim hîc ſpectatur, non verba penduntur.

Sed neque hîc diſputare velim, utrùm in motuum machinalium cenſum irrepant, an verò iis ritè annumerandi ſint motus illi, quos ſurſum deorſum, ultrò citróque perficiendos eatenus expeditè, nec exiguo laboris compendio, molimur, quatenus eos intervallis ita diſtinguimus, ut nos quidem corpus deprimamus, ut adducamus, ab alio verò extollatur, aut reducatur: in his ſiquidem ſæpè nihil eſt, quod noſtram imminuat operam, ſi motiones ſingulæ attendantur; quamquam motui univerſo adjumentum importat continens illa conatûs noſtri, alienique ſubſidij, viciſſitudo. Hinc ſi quis ad contundendam in æneo mortario A contumacem aliquam materiam graviore piſtillo ferreo opus habeat, haud dubium quin ei multâ lacertorum vi contendendum ſit, ut illum extollat; cumque operoſius multo ſit inflexum corpus erigere, quàm erectum inclinare, multóque moleſtius brachia tanto pondere prægravata attollere, quàm eorum gravitati obſecundando deprimere, ſatis conſtat, quantum ſibi laboris detractum eat, ſi ſuperiore in loco tranſverſum tigillum CD circa axem E verſatilem ſtatuat, paribúſque intervallis hinc ex C pendeat fune ſuſpenſus piſtillus B, hinc verò in D plumbea maſſa adnectatur, quâ ita piſtillus præponderetur, ut, nemine hunc retinente aut deprimente, illa aliquanto gravior in ſubjectum prodeuntis è pariete tigni caput G recidens ſponte ſubſidat. Omnis ſcilicet extollendi piſtilli labore ſublato, vel ſolum brachiorum pondus piſtillo additum ſatis eſſe aliquando poterit ad leviuſculè tundendam materiam, licebitque



modò contento, modò remiſſo conatu opus urgere. Id quod pariter continget, ſi operâ unâ opus duplex efficere placuerit; nam ſi ex D plumbeæ maſſæ loco alius pendeat æque, ac plumbum, gravis piſtillus, pondere præpollens elevabit piſtillum B, aliámque viciſſim in altero ſubjecto mortario conteret materiam ſponte ſuâ cadens: cumque piſtillorum gravitates non admodum inter ſe diſpares ſint, neque multum laboris eum ſubire neceſſe erit, cui piſtillum B deprimendi munus incumbit.

Quâ in re, ſi motus univerſus ita tribuatur in partes, ut tundentis quidem motiones ſingulæ ſeorſim ſpectentur, non ille profectò ſe juvari ſentit, quippe quem, præter vires ad comminuendam materiam neceſſarias, conatum quoque adhibere oportet ad vincendam præponderantis plumbi, aut piſtilli gravitatem. Cæterùm ſi totius motûs, qui Arſi pariter conſtat ac Theſi, habeatur ratio, inficiari nemo poterit, minus multo laboris impendi, quàm ſi hæc omnia ſublata intelligantur. Quare nec incongruum prorſus videatur motûs machinalis vocabulum, cum verſatilis tigillus CD ad libræ Rationes manifeſtò revocetur, quam certè ex machinarum albo nemo expungit, niſi qui ſolas quinque facultates, & quæ ex his componuntur, machinas indigitare voluerit, & libram ad vectem referri poſſe pernegarit.

Nec diſſimilis ineunda videtur dicendi ratio, ſi quid alternis ciendum motibus ſic diſponitur, ut, cum primùm quidem movetur, corpus aliud vi flectatur, quod poſtmodum facultate elaſticâ, ſe reſtituens illud viciſſim moveat; quemadmodum paſſim in eorum officinis videre eſt, qui rudes arborum, aut elephantini dentis particulas in toreumata elaborant: primùm enim artifex pede ſubjectum vectem premens, toreuma in gyrum ducit, haſtulámque ſuperiore in loco poſitam pariter inflectit; quæ ſibi mox ſuam reparans rectitudinem, funiculúmque cylindrulo verſatili circumplicatum retrahens, illud iterum ſua per veſtigia verſat, ut accuratè exquiſitéque tornetur. Sic aliquid ſubtiliter ac delicatè ſecturus, ut ſerrulam rectâ adducas, reducáſque, operæ tantùm ſemiſſem tibi reſervans, arcum intentum ex adverſo ſtatuito, ac medio nervo ſerrulam alligato; hac enim adductâ magis flectetur arcus, qui ſe-ſe mox reſtituens illam viciſſim reducet.

Hæc

Hæc ſanè laboris in movendo compendia ex elaſmate, vel ex antiſacomate petita, quemadmodum & ea, quæ mutuum corporum tritum atque conflictum minuunt, ut pote Mechanico artificio conſtituta, eumdemque in finem ac machinæ, quibus hoc nomen præcipuè tribuitur, videlicet in infirmæ potentiæ ſubſidium excogitata, eſto illis primas deferant, non tamen omninò rejicerem, ſi in machinarum cenſu prodirent, iiſque ſe peterent adſcribi. Triplicem enim in ſpeciem tribui poſſe videtur univerſum machinarum genus: Prima eas complectitur facultates, quarum ope motui facilitas conciliatur, quocumque tandem ex capite ſivè tantummodo ex inſitâ in corporibus gravitate, ſivè non ex eâ dumtaxat, ſed ex partium aſperitate movendi difficultas conſurgat. Altera eſt, quæ mutuam quidem corporum ſe contingentium conflictionem minuit, ſed ad vincendam oneris gravitatem ipſi potentiæ momenta non addit. Tertia demùm eatenus per ſe, quia talis eſt, moventem juvat, quatenus ejus operam alternam efficit, cum tamen neque gravitatem vincat, neque quod ex partium triru impedimentum oritur, extenuet, niſi cum alterutra, aut utraque ſuperiori ſpecie, amico fœdere copuletur. Alternam autem operam appello, cum in motu ex duplici motione compoſito alterutram efficit potentia, ſivè illæ ſibi invicem adverſantes ſuccedant, ut Arſis ac Theſis, Adductio atque Reductio, ſivè in unam temperentur, ut cum premere ſimul oportet ac agitare: ſic plana vitra expolientes in ſpecula, inter ipſa, & lacunar bacillum inflectunt, qui ſe reſtituere tentans vi elaſticâ, ſpeculum validè, quantum opus eſt, admovet atque applicat ad ſubjectum planum, adeò ut ad artificem à preſſu immunem nil aliud ſpectet, quàm ſpeculum urgere, retrahere, contorquere. Verùm tametſi de his omnibus in hac tractione paſſim ſe offeret dicendi locus, primus tamen diſputationis noſtræ ſcopus erit prima illa ſpecies, ipſæ nimirum facultates, quarum potiſſimum momenta expendimus, cum motûs machinalis cauſas inquirimus.

CAPUT

CAPUT II.

Impetûs motum proximè efficientis natura explicatur.

QUicquid movetur, qualecumque eſt, cauſam habeat moventem neceſſe eſt, ut hoc quidem ſponte ſuâ, illud verò alienâ vi ex alio in alium locum migret. Suopte ingenio moventur tùm corpora gravia aut levia, ut ſi extrà præſcriptum ſibi à naturâ locum conſtituta fuerint, ſuo quæque ordine diſponantur; tùm rara aut denſa, ut ſi per vim hæc extenuata fuerint, illa concreverint, naturæ ſtatum ſibi reparent; tùm animantia, quibus cum à naturâ tributum ſit, ut ſe, vitam, corpuſque tueantur, ſtimulos admovet appetitus, ut ea declinent, quæ nocitura videantur, omniaque, quæ ſint ad vivendum neceſſaria, acquirant, & parent. Vi extrinſecus impreſsâ locum mutant, quæcumque in motu non ſerviunt naturæ, ſed alieno reguntur arbitrio; ut iis contingit, quæ raptantur, pelluntur, in gyrum ducuntur, projiciuntur, & hujus generis motibus cientur.

Quoniam verò gravium, & levium celeritatem naturâ urgente incitari, jaculorum autem, ac miſſilium, motum uſque eò ſenſim langueſcere, ut planè deficiat, obſervamus; etiamſi moventi naturæ, quæ ex Philoſophi decretis ſubſtantia eſt, motûs originem ultimam tribuamus, jure tamen optimo aliquid naturæ ipſi ac motui, interjectum agnoſcimus (Impetum nominamus) cujus intentionem ac remiſſionem velocitas ac tarditas conſequatur. Cum enim eadem deſcendentis lapidis natura perſeveret, nec illa in ſuâ poteſtate ſit, aut optione delatâ, ut eligat utrum velit, motum arbitrio ſuo incitare, aut remittere valeat; quî fieri poſſit, ut deſcendens velocitatem augeat, niſi ei, quem primùm produxit, alium atque alium momentis ſingulis impetum adjiciat? Illud certè extrà omnem controverſiam poſitum videtur, naturam gravem ſponte ſuâ non aſcendere:

dere: quid ergo illud eſt, quod eburneum globulum in ſubjectam rupem delapſum reſilire cogit, aut ſibi relictum plumbum ex fune ſuſpenſum ultrà perpendiculum, naturâ repugnante, ſurſum provehit, & eò quidem altiùs, quò ex altiore loco globulus aut plumbum deciderunt? niſi quia conceptus naturâ procurante impetus pergit motum efficere, ipsâ etiam naturâ quantum poteſt, obſiſtente. Quòd ſi corpus alienâ vi longiùs emiſſum moveatur, extrinſecùs impetum imprimi neceſſe eſt: quem ſanè non concipit, ubi primùm à projiciente ſejunctum fuerit; nihil enim prodeſſet ad longiorem lapidis jactum fundam iterum ac tertiò circumducere, niſi alium atque alium impetum lapis conciperet, quandiù funditori adhærens unâ cum ipſo movetur.

Quæcumque igitur moventur, impetum habent, quo feruntur; cui ſatis probabili conjecturâ, proxima vis motum efficiendi tribuenda videtur. Id quod in projectis quidem, iiſque omnibus, quæ naturâ repugnante moventur, ita manifeſtum eſt, ut id pluribus demonſtrare non oporteat; nulla ſiquidem adeſt inſita motûs cauſa; ab impetu igitur illo extrinſecùs impreſſo motum effici neceſſe eſt. At in cæteris, quibus ſe movendi principium ineſt, nemo jure negaverit aut in motu impetum acquiri, aut velocitatis incrementum ex impetus acceſſione oriri: quî enim fieret, ut excurrentes objectam foſſam ampliore ſaltu tranſilirent faciliùs, quàm nullo præcedente curſu, ſi in curſu ipſo conceptus impetus non augeretur? Jam verò ſi ſecundo temporis momento incitatur magis motus, quàm primo, urgente ſcilicet etiam impetu, quem corpus priore motu acquiſivit; hic utique impetus, quem nunc gignere non poteſt prior motus, cum perierit, extitit pariter cum priore motu: natura igitur movens priore momento & motum effecit & impetum. Atqui impetum ex eorum ſaltem genere eſſe, quæ motum efficiant, conſtat ex velociore motu poſterioribus momentis, naturâ prorſus immutatâ, factoque impetûs incremento: contrà verò motu, quâ motus eſt, impetum non augeri ſatis indicant miſſilia, quorum velocitas, dum moventur, ſenſim elangueſcit. Igitur & priore illo temporis momento non motus impetum; ſed impetus motum proximè effecit; impetum autem procreavit innata movendi vis; cui id circo motio tri-

S

buitur, quia id illa gignit, quod proximè motus conſequitur, & ad motum efficiendum natura deſtinavit. Quid? quòd motui per ſe, quia ex alio in alium locum continuata migratio eſt, efficientiam ægrè tribuere poſſumus: quippe qui, cum in fluxione conſiſtat, ita ut locus loco, ſeu potius, ut ſcholæ loquuntur, Ubicatio Ubicationi, priori ſcilicet pereunti ſuccedat poſterior æquè fugax, inferioris notæ cenſendus eſt quàm impetus naturâ ſuâ aliquandiù permanens: labentia enim ſtantibus deteriora eſſe, cæteris paribus, quis neget? effectum autem causâ præſtabiliorem eſſe non poſſe ipſa originis notio ſuadet, ne quid effectus habeat, quod non acceperit, aut aliquid cauſa dederit, quo ipſa careret. Non igitur impetum motus, ſed motum impetus efficit.

Porrò cum definitas ad agendum vires unaquæque cauſa obtineat, certa eſt impetûs menſura, quæ cum innatâ movendi facultate ita adæquatur, ut eo quaſi termino circumſcripta cenſenda ſit potentia movens, nec unquam validiore conatu poſſit ſe ipſa urgere; ſi tamen omnem impetum antecedente motu aſſumptum mente ſecernas. Et quidem omne animal (quippe cui ineſt appetitio & declinatio naturalis ejus, quod naturæ accommodatum eſt, aut infenſum) non ſemper univerſam illam impetûs menſuram exequitur, ſed ut vult, ita utitur motu ſui corporis, quem aucto aut diminuto impetu modò intendit, modò remittit, pro ut interiore motu, rerumque appetitu ſimulatur. Contrà verò inanimum non ſuo arbitrio motûs intentionem moderatur, ſed naturæ juribus obſequens nihil prætermittit impetûs, & quantum eniti poteſt, opportunum in locum, ſibique à naturâ conſtitutum, contendit. Cave tamen exiſtimes parem eſſe lapidis ejuſdem, & in aëre, & in aquâ deſcendentis impetum: natura ſcilicet ex medio dividendo, in quo perficiendus eſt motus, metitur impetûs modum.

Sed quoniam non pauca ſunt, quæ motui ſæpè adverſantur, hinc eſt non ſemper eandem eſſe corporis ſe moventis velocitatem, quamvis pari impetu producto connitatur: deteritur nimirum tantum impetus, quantum ſatis eſt ad impedimentum ſubmovendum. Sivè enim objectum corpus propellendum ſit, ſivè medij particulæ locum ægrè dantes divellendæ aut comprimendæ ſint, ſivè connexam molem pariter rapi oporteat, ſivè

quid

quid aliud hujuſmodi adſit, cui niſi vis inferatur, ut ex alio in alium locum migret præter naturam, irritus reddatur corporis in motum propenſi conatus; ſatis conſtat illud motu agitandum eſſe celeriùs: atque adeò quantum impetus illi imprimitur oppoſitæ propenſioni æquale, motui tantumdem ſubtrahitur.

In iis ſanè, quæ alienâ vi extrinſecùs moventur, quia infinitè progredi non licet, aliqua demum origo deprehenditur, cui naturalis ſit motus: natura ſiquidem vis eſt ciens motus in corporibus neceſſarios; ita tamen certis tenetur legibus univerſitatis rerum concinnitatem ſpectantibus, ut ne ab iis diſcedat, ſingularibus corporibus vim aliquam inferri permittat, ubi adverſis propenſionibus inter ſe confligentibus validior præſtat imbecilliori. Sic quia nefas eſt aut corpora inanitatibus interjectis conciſa hiare, aut unum in proximi corporis locum, niſi eo recedente, penetrare, aut diverticula flexioneſque in motu ſponte quærere; ideò & liquor in longiore ſiphonis, aut ſpiritalis diabetis, crure deſcendens continuum liquorem in breviore crure aſcendere cogit, totumque ex vaſe demum exhaurit; & rapidè lapſus torrens ſaxa rapit, objectaſque moles disjicit; & ad perpendiculum cadens lapis ſubjectum vitrum comminuit, ſuique veſtigium in terrâ validiùs preſsâ relinquit. Verùm illud firmum ac perpetuum eſt, quòd ubi plus violentiæ opus eſt, parem conatum languidior motus conſequitur. Id quod in ſiphone A B C obſervare in promptu eſt, ex cujus oſculo C inæqualis aquæ copia defluit paribus temporis intervallis: quò enim magis aquæ ſuperficies in vaſe deprimitur, eò lentiùs aqua ex ſiphone dilabitur: quamvis ſcilicet aquæ crus B C implentis pares ſint ſemper ad deſcendendum vires, ſi nihil, aut ſaltem non inæqualiter, repugnet, aquæ tamen crus B D brevius, & B I longius, & B A adhuc longius implentis diſpar eſt in aſcenſu repugnantia; ac propterea cum earumdem virium B C minor ſit Ratio ad majorem reſiſtentiam B I, quàm ad minorem B D, languidior quoque motus eſt deſcendentis aquæ ex B C, cùm graviorem aquam B I, quàm cùm minùs gravem B D ſurſùm trahere oporter. At



ſi externum ſiphonis crus ità decurtatum ſit in E, ut oſculum E & aquæ in vaſe ſuperficies I paribus abſint ab Horizonte intervallis, aquam ideò hærere, nec amplius ex E fluere conſtat, quia aquæ BE ad deſcendendum propenſionem, par aquæ BI repugnantia, ne aſcendat, elidit. Quòd ſi demum aquam in vaſe imminuas, ut ejus ſuperficies paulò infra I, atque adeò infra E oſculum deprimatur, non jam aqua hæret in E, ſed ſua per veſtigia in EB remeare cogitur, præponderatâ nimirum majore gravitate aquæ implentis crus paulò longiùs quàm BI, atquè adeò quàm BE, quod illi ex hypotheſi conſtituimus æquale; tantóque velociùs ab aquâ interioris cruris raperetur exterior, quantò depreſſior facta fuiſſet in vaſe aquæ ſuperficies.

Hinc itaque fit, ut pro variâ corporis motui obſiſtentis repugnantiâ modò plus, modò minus impetûs reliquum ſit, quo motûs celeritas aut tarditas perficiatur. Et ſi tanta ſit eorum omnium, quæ motui moram inferunt, obſiſtentia, ut ad eam vincendam plus impetûs neceſſe ſit, quàm pro potentiæ facultate, tunc nullus efficitur motus, quo corpus ex loco in locum transferatur, ſed aliqua ex peregrino impetu fit partium compreſſio, aut diſtractio; neque enim omnes corporis particulæ homogeneæ ſunt, aut ita compactæ citrà omnes poros, ut nulla tenuiorum particularum compreſſio aut diſtractio conſequi poſſit. Quod ſi ea ſit corporis per vim movendi natura aut poſitio, ut nullum planè ſivè lationis, ſivè rotationis, ſivè vibrationis, ſivè conſtipationis, ſivè dilatationis motum concipere poſſit, aut violento in ſtatu permanere languido illo impetu, quem vis extrinſeca efficere valeret, nullum quoque impetum recipit; quippe qui idcircò imprimeretur, ut motum præter naturam efficeret, aut ut naturalem motum retunderet, aut etiam prorſus impediret. Quemadmodum enim ſi corporis alicujus ſpecificam gravitatem in aquâ mutari non poſſe conſtet, inferre continuò licet, corpus idem neque raritatem neque denſitatem in aquâ aſſumere poſſe; ex his ſiquidem ſpecificæ gravitatis mutatio oriretur: ita pariter ubi nihil haberi poteſt eorum, quæ impetum extrinſecùs impreſſum neceſſariò conſequuntur, impetum quoque abeſſe non immeritò conjectamus.

Si quis tamen animum diligentiùs adverrat, manifeſtò deprehendet

prehendet corpus idem magis repugnare motui, ſi celeriùs movendum ſit, minùs verò, ſi tardiùs: ſic ferreæ anſæ cubiculi oſtio infixæ magnetem armatum applicui, & ſiquidem paulò velociùs magnetem traherem, disjungebatur ab anſâ; at lentiùs trahentem ſubſequebatur oſtium, magnetis ſcilicet vim non ſuperans, ubi lentè res peragebatur.

An non oneri, quod potentia præ ſui tenuitate propellere non poſſe videtur, motus, qui momentis ſingulis ſenſum omnem fugiat, conciliari poteſt, adeò ut, ſi illa quidem conſtanter urgeat, elapſo demùm longo temporis intervallo appareat? Sic incumbentem glebam tenerrimus naſcentis frugis cauliculus tandem diſcutit; duriſſima marmora ſcindens caprificus loco movet; & ædificia ſubſediſſe, ac inæquabile ſolum preſſiſſe, rimæ demùm loquuntur. Tota igitur corporis, quod præter naturam movendum eſt, repugnantia metienda eſt, quâ ex principio ipſo motum detrectante, quâ ex motûs celeritate, aut tarditate: adeò ut pro variâ horum connexione diſpar movendi difficultas oriatur.

Ex quo fit impetu eodem moveri celeriùs poſſe corpus, quod minorem ſubit violentiam, tardiùs verò, cui vis major infertur, &, ſi eadem ſit reciprocè Ratio tarditatis ad velocitatem, quæ eſt minoris violentiæ ad majorem violentiam, parem fore utrobique movendi difficultatem, cùm par ſit repugnantia, quæ ex motûs tùm ſpecie, tùm intentione componitur. Si enim moles aliquâ tantâ vi raptetur, ut, quo tempore decies arteria pulſum edit, paſſum unum conficiat; quantum virium adhiberi oporteat, ut paribus temporis momentis ad tres paſſus eadem moles promoveatur? utique, ſi cætera omnia paria ſint, triplo majorem conatum adhibendum concedes, intenſione extenſionem compenſante: nam quemadmodum iterùm ac tertiò repetendus fuiſſet prior ille conatus ad æquale ſemper ſpatium pari tarditate percurrendum; ita quamvis conatui conatus non ſuccedat, triplici tamen conatu opus erit, ut tempore eodem motus ille triplo major perficiatur. Nonnè & agricolæ terram ſubigentes foſſione glebarum, tam multiplices adhibent operas, quàm breviori tempore opus abſolvere meditantur? Eò igitur magis reſiſtit corpus motui, quò celeriùs agitandum eſt; contrà verò minùs repugnat, quò tardiùs.

Quare ſi duo ſint corpora, quorum alterum alteri præſtet triplo majori gravitate, atque hæc pari celeritate attollenda ſint, diſparem exigunt conatum pro gravitatis Ratione: ſi par ſit eorum gravitas, motus autem alterius reliquo triplo velocior eſſe debeat, inæqualem pariter exigunt conatum, ſed pro ratione velocitatis: ſi demùm & diſpar ſit gravitas, & inæqualis velocitas, eam eſſe conſtat repugnantiam, quæ tùm ex gravitate, tùm ex velocitate componitur; atque adeò ſi corpus alterum triplo gravius triplo etiam velociùs movendum eſſet, noncuplex eſſet ejus repugnantia; ſin autem triplo levius triplo majori velocitate quàm corpus triplo gravius, moveretur, par eſſet eorum obſiſtentia, paremque conatum exigerent.

Hinc ſatis apertè conſtat, datâ tum reſiſtentiarum, tum velocitatum Ratione, ſi gravitas altera nota ſit, reliquam facilè innoteſcere: ſi nimirùm nota gravitas per ſuam velocitatem ducatur, & in datâ Ratione reſiſtentiarum reperiatur huic producto terminus homologus; quo per ignotæ gravitatis velocitatem datam diviſo, prodibit Quotíens index quæſitæ gravitatis. Sint duo corpora inæqualia, & ad ea movenda requiratur conatus in Ratione ſeſquialterâ, motus autem eorum ſint ut 7 ad 8, & illud quod minùs reſiſtit, moveturque velocitate ut 7, numeret gravitatis libras 4. Reliqui corporis validiùs reſiſtentis, cujus velocitas eſt ut 8, gravitas ſic invenietur.

Libræ 4 ducantur per numerum ſuæ velocitatis 7, & fit 28. Quia igitur reſiſtentiæ ſunt, ut 2 ad 3 ex hypotheſi, & unius corporis reſiſtentiâ, quæ ex gravitate & motûs velocitate componitur, eſt 28, fiat ut 2 ad 3, ita 28 ad aliud, & erit 42 reſiſtentia alterius corporis compoſita ex ejus velocitate & gravitate. Atqui velocitas nota eſt 8; igitur diviſâ totâ reſiſtentiâ 42 per 8; prodibit quotiens $5\frac{1}{4}$ index quæſitæ gravitatis. Quare ad movendas libras $5\frac{1}{4}$ velocitate ut 8, requiritur conatus ſeſquialter conatûs neceſſarij ad movendas libras 4 velocitate ut 7. Eadem eſto de reliquis ac ſimilibus conjectura.

Ex his præterea manifeſtum eſt corporis per vim dimovendi reſiſtentiam ex ſolâ naturâ, & principio inſito, quod motui repugnat, abſolutè definiri non poſſe; motum ſi quidem ab omni prorsùs celeritatis aut tarditatis menſurâ ſejungere non poſſumus; idcircò non niſi habitâ ratione celeritatis, aut tarditatis,

ex quibus reſiſtentia componitur, reſiſtentia ipſa innoteſcere poterit. Quare & impetus à facultate movendi principium habente productus major ſit neceſſe eſt, quàm dimoti corporis repugnantia; quæ varia prorsùs cùm ſit, nunc quidem majorem, nunc verò minorem impetum exigit, ut ab eo vincatur; nam ſi pares confligerent vires, à neutrâ parte ſtaret victoria.

Quod autem ad ipſam motûs originem ſpectat, ea, quæ vivunt, ab iis, quæ vitâ omnino carent, ſecernenda ſunt: hæc enim (ſcilicet non viventia) propterea motum expetunt, ut violentiam, quam ſubeunt, excutiant, nec unquam à loco, ſeu ſtatu, ſecundùm naturam opportuno ſponte recedunt; quemadmodum eunti per ſingula conſtabit. Sic gravibus & levibus ſuis in locis quietem natura indixit, non motum; nec deorſum conantur aut ſurſum, niſi alieno in loco, hoc eſt, in medio diſpari gravitate aut levitate prædito conſtitutâ: ſic quæcumque elaſticâ facultate pollent, motum non moliuntur, niſi cum ſibi naturalem partium figuram, ſitumque reparare oportet. At motum, cujus origo vita eſt, natura perficit, etiamſi nulla præceſſerit violentia: ſic ſtirpes dum augentur, & creſcunt, earum particulæ locum mutant; ſic vitali facultate influentibus per nervos in animaliũ muſculos ſpiritibus, quos animales vocant, intenduntur muſculi, motuſque membrorum conſequitur: quamvis ante motum nec ſtirpis particulæ, nec animalis membra vim ullã ſubierint in loco minimè congruo retenta.

Quæcunque igitur ob id ipſum in motum prona ſunt, quia vim patiuntur, impetum illicò concipiunt, ac vis iis illata eſt, quo naturalem locum, ſeu ſtatum, recipere valeant, licèt ſæpè irrito conatu, niſi quatenùs adverſo hoc impetu illatam ab obſiſtente violentiam retundunt, vim aliquam illi viciſſim inferentes. Sic onera bajulorum humeros, quibus ſuſtinentur, premunt, aut penduli brachij; ex quo ſuſpenduntur, muſculos ac ligamenta fatigant: id quod pariter in corpore inanimo cernere licet; quemadmodum enim ex diuturnâ prementis deorſum ponderis, ac muſculorum ſursùm urgentium luctâ, diſſipatis ſpiritibus, laſſitudo in animali oritur, ita pariter ſubjectum aſſerem longâ temporis morâ pondus curvat, aut etiam demùm frangit, & funem, ex quo pendet, non intendit ſolùm, ſed etiam tandem aliquando corrupto particularum nexu diſjicit.

Quo id autem pacto contingat, explicare operoſum non fuerit funiculi texturam conſideranti; ex tenuiſſimis ſcilicet linei aut cannabini corticis longâ maceratione, & plurimâ tunſione extenuati particulis in ſpiram contortis filum cohæret; ex filis autem pluſculis in ſpiram pariter contortis funiculus, & pluribus funiculis craſſiores rudentes conflantur: quod ſi diſſolvatur omnis ſpira, non cohærent funiculi aut fili partes. Spira diſſolvitur factâ in contrarium revolutione; quò autem laxioribus gyris flectitur, eò faciliùs villi ſinguli ex cæteris, quibus implicantur, extrahuntur; & uno ab aliorum communione ſejuncto, amplitudo ſpatij faciliorem exitum proximis relinquit: ex quo fit faciliùs ſemper ac faciliùs poſſe funiculum frangi; filo enim uno rupto, aut extracto, facilior eſt in contrarium revolutio, & ſpira fit amplior, ac reliqua fila faciliùs extrahuntur. Obſervamus autem non rarò appenſum ex funiculo pondus aliquandiu in gyrum contorqueri; dum ſcilicet ſuâ gravitate deorſum connitens intendit funiculum, contorta fila in contrarium revolvuntur. Sed &, quamvis nulla fieret in contrarium revolutio, ſatis conſtat ex illâ intenſione funiculum diſtrahi, ac produci; atque adeò ſpiram laxiorem fieri, paulatimque unum aut alterum villum educi, locumque fieri vaporibus, qui proximum villum corrumpentes faciliori ſciſſioni parant, atque adeò, ſerpente lue, demùm non tot integri ſuperſunt villi, qui poſſint ponderis gravitati obſiſtere, quin diffringantur. Ex quo ſatis apparet ſuſpenſum pondus, licèt non omninò deſcendat, impetum tamen concipere, quo retinenti repugnat, & vim aliquam viciſſim infert.

Nec abſimili ratione in reliquis vim patientibus contingere obſervabimus, ea ſcilicet moliri illicò naturalis ſtatûs reparationem, aliquidque efficere, licèt tenuiſſimum, quod demum appareat, ubi temporis morâ augmentum ceperit. Sic haſtam per vim inflexam ſi continuò dimittas, illa ſeſe reſtituit, facultate elaſticâ; at ſi dies aliquot, aut etiam diutiùs per vim ſinuata permanſerit, ſibi dimiſſa antiquam rectitudinem non reparat; elanguit nimirùm facultas elaſtica, quæ ex violentâ particularum compreſſione aut diſtractione oriebatur. Cùm enim primùm haſta flectitur, particulæ concavam curvaturæ partem reſpicientes comprimuntur, contra verò, quæ convexam reſpiciunt,

ciunt, diſtrahuntur; quare tùm quæ raræ, tùm quæ denſæ factæ ſunt, dum vim illicò prorsùs excutere conantur, conſpirant, ut priſtinam haſtæ rectitudinem moliantur: Quod ſi id non licuerit, hæ quidem aliam ex anguſtiis evadendi, quâ facilior patet via, rationem tentant, ita ut demùm ſubtiliſſimas in rugas criſpentur, illæ verò ſeſe ad anguſtiora ſpatia ſenſim recipientes mutuum nexum ſolvunt, tenuiſſimoſque poros relinquunt, aut ſi qui priùs interjecti fuerint, ampliùs hiare permittunt. Id quod ubi jam contigerit, fruſtrà ſubmoves; quas admoveras impedimenta; & ſpontè curvaturam haſta ſervat, niſi fortè particulis omnibus adhuc per tempus non licuerit vim totam excutere; tunc enim ſe ſe languidiùs reſtituunt, pro ratione reliquæ violentiæ. Hinc patet arcum, quò fuerit contentus atque adductus vehementiùs, remitti aliquando, & manualium tormentorum rotas interdum laxari oportere, ne vis elaſtica languidior facta minùs utilis fiat.

Ex his igitur paulò enucleatiùs explicatis, in quibus longiore temporis fluxu motum aliquem tardiſſimum contigiſſe, atque adeò etiam impetum jam tum ab initio ſtatim fuiſſe productum conſtat, conjecturam in reliquis capio, & ab iis impetum concipi ſtatuo, quæ aut loco naturali dimota, aut incongruam partium poſitionem nacta id repetunt, quod natura exigit. Motus autem non pro impetûs tantum, ſed & pro reſiſtentiæ modo conſequitur.

CAPUT III.

Quâ ratione ſemel conceptus impetus pereat.

UT impetûs natura, quam inquirimus, explicatiùs atque diſtinctiùs innoteſcat, ex quo pariter, quæ corpora, quâve ratione, impetum reſpuant, intelligamus, hîc nobis eſt veſtigandum, quâ ratione conceptum ſemel impetum abjiciant: hinc nimirum in uberiorem ipſius reſiſtentiæ notitiam venientes ad explicandam motûs machinalis cauſam propiùs accedemus.

Et ſanè conceptum impetum, naturâ ſuâ, nec ſtabilem ſemper permanere, nec ad unicum temporis punctum durare, ſatis conſtat: ſivè enim ſpontè profluat ex naturâ debitum ſibi locum quærente, ſivè alienâ vi impreſſus ſuo loco corpus extrudat, perpetuus eſſe nequit; omnis ſcilicet motus terminum habeat neceſſe eſt; nam ſi violentus quidem eſt, perennis utique non eſt; ſin autem naturalis, quem violentus præceſſerit, certis definitur terminis; à loco enim, in quo quietem natura indixit, corpus infinito intervallo non abeſt, ac proinde ubi eum attigerit, demùm conquieſcet, nec impetu perpetuo opus erit, cùm motum ceſſare oporteat. Sed neque temporis momento circumſcribi impetum ſivè in naturali motu acquiſitum, ſive in violento impreſſum, plura ſunt, quæ palam faciunt: ut enim reliqua ſileam nullæ eſſent funependulorum oſcillationes, nullus emiſſæ ſagittæ motus, ſi conceptus impetus illicò periret.

In duo autem veluti genera tribuendus eſt Impetus ex naturâ dimanans; alius Innatus, ſeu quaſi inſitus, alius Acquiſitus dicitur. Innatum, ſeu quaſi inſitum, voco, non quem corpus jugiter obtineat, ſive ſuo in loco, ſive in alieno quieſcat; ſed eum, qui facultati ſe movendi præcisè reſpondet, nullo facto per continuam adjectionem incremento: quandiù enim corpus ita ſimili ſecundùm gravitatem corpore circumfunditur, ut naturali in loco conſiſtere dicendum ſit, quare conetur motum? conatum autem hîc àb impetu non diſtinguo: ſatis igitur citrà quemlibet impetum ſuo ſe tutatur in loco per hoc, quod eâ facultate ſit præditum, quæ in contrariam partem conniti valeat illicò, ac vis inferri cœperit. Hinc nullum aquæ impetum tribuo intrà aquam conſiſtenti; ſed tunc ſolùm cùm ſitula plena è lacu extrahitur, ea aquæ pars impetum habet, quæ ſuprà ſubjectam lacûs ſuperficiem aëre circumfuſa motum expetit, quo ſuum repetat locum repugnans ſuſtinenti. Impetum hunc, qui naturali ſe movendi facultati reſpondet, & eſt ipſa gravitatio, ſeu naturalis ad deſcenſum propenſio, Innatum voco, & is eſt, cui extrinſeca cauſa repugnat motum impediens. Quòd ſi ſuſpenſum corpus ſibi relinquatur, ita ſuum in locum contendit, ut vis naturalis æquè ſemper ad agendum applicata, nec impedita, momentis ſingulis novum impetum acquirat, qui propterea

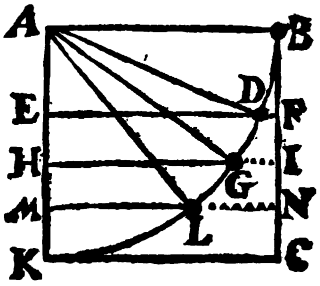
Acquiſitus

Acquiſitus dicitur, & poſterior priori additus intenſionem efficit: ſapienti ſanè naturæ inſtituto; nam ſi corpora per ſe ipſa ac ſuâ ſponte mota non accelerarent; ſed naturalis motus planè æquabilis eſſet, tardè nimis locum ſuum conſequerentur; atque adeò augendus continuò fuit impetus, ut & motus incrementum acciperet: at ſi innatus impetus valdè intēſus eſſet, corpora nonniſi ægerrimè aliò transferri, aut alieno in loco retineri pro animalium, & hominis utilitate poſſent; finge ſcilicet animo tibiam tanto impetu innato repugnare, ne attollatur, quanto impetu in aëre ex 200 paſſuum altitudine deſcenderet; quanto id tibi eſſet incommodo? Quare peropportunum accidit, ut vehemens non eſſet ſingularum particularum impetus innatus, qui tamen ubi motum efficeret, novâ acceſſione poſſet augeri.

Quod ad impetum Innatum ſpectat, quem à gravitatione ipsâ & proximâ motus exigentiâ non ſejungo, utique fruſtrà eſſet, ſi omni prorſus effectu careret; impetus autem motum aut efficit, aut ſaltem exigit: propterea illum ſtatim perire autumo, ac fuerit corpus in loco ſuo: Id quod hoc deprehendes experimento. Scrobem defoſsâ humo altè excavato; ſitulam aquæ plenam, & noti ponderis, intrà illam ſuſpendito; tùm aquam in ſcrobem tantâ copiâ derivato; ut ſitulam uſquequaque circumplectatur: illicò evaneſcet totius aquæ priùs in ſitulâ gravitantis pondus, quin & ſitula ipſa pro gravitatum ſecundùm ſpeciem diſſimilitudine levior apparebit, ut ex Hydroſtaticis conſtat. Periit ergo innatus impetus, quo aqua ſitulam replens deſcenſum moliebatur.

At impetum Acquiſitum non continuò perire, ac eò ventum fuerit, ubi quieſcendum eſſet, hinc ſaltem diſces, quod ligneum globum aquæ cæteroqui innataturum ſi in ſublime attollas, & ex illâ altitudine cadere permittas, infrà aquæ ſuperficiem deſcendere, ac penitùs immergi videbis; quamquam poſtea emergat, & ubi aliquoties ſubſultaverit, demùm pro gravitatum aquæ, & ligni diſparitate emerſus quieſcat. Quæ ſanè immerſio, niſi Acquiſitus impetus adhuc duraret, omninò non contingeret. Verùm nihil rem per ſe ſatis abſtruſam æquè in lucem evocat, ac funependulorum motus; plumbum enim ex filo ſuſpenſum, & à perpendiculo dimotum, ita deſcendens

arcum deſcribit, ut ferè parem arcum, & vix (aut fortè ne vix quidem) minori tempore aſcendens deſcribat. Cui autem, repugnante plumbi gravitate à naturâ inſitâ, tribuatur aſcenſus, niſi impetui acquiſito dum deſcenderet, adhuc poſt deſcenſum duranti? Quemadmodum verò in deſcenſu poſteriores motûs partes prioribus velociores ſunt, factâ nimirum novi impetûs acceſſione, ita ex oppoſito aſcenſus ex celeritate in tarditatem deſinit, factâ acquiſiti impetûs deceſſione continuâ, donec ita elanguerit, ut gravitas ipſa ſuperet, & iterum deſcendens alternas vibrationes efficiat. Perit igitur Acquiſitus impetus non totus ſimul; ſed ſenſim extenuatur; idque non aliâ ratione, quàm quâ proportione impeditur motus, quocumque tandem ex capite impedimenta oriantur. Cum enim impetus contrarium impetum non habeat, ſi præciſa quidem impetûs natura ſpectetur (quippe qui unus & idem contrariorum motuum origo eſt, ut ex funependulis ultrò citróque ſponte vibratis & ex pilâ luſoriâ deorſum cadente, ac vi concepti impetûs ſurſum reſiliente, conſtat) reliquum eſt, ut pereat pro ratione eorum, quæ aut motui corporis obſiſtunt, aut illud aliò quoquomodo dirigunt.



Præſtat autem hîc funependuli motum paulò attentiùs conſiderare. Sit plumbeus globulus B filo A B connexus clavo in A. Si globulo liceret, quâ impetus innatus urget viâ, deſcendere, utique rectam B C percurreret; ſed funiculo retinente cogitur arcum B K deſcribere, adeò ut ſemper in alio & alio plano inclinato conſtitutus, aliá, & alia habeat gravitatis momenta, ut lib. 1. cap. 15 explicatum eſt; hæc autem ſunt pro Ratione Sinuum angulorum declinationis à perpendiculo A K. Quare totum momentum, quod in B eſſet ut A B, ſingulis momentis in deſcenſu libero per rectam B C paribus ſaltem incrementis augeretur (Quicquid ſit an etiam pro Ratione duplicatâ temporum, de quo alias diſputabimus) ſed cum à rectitudine deflectat, cum venerit in D, non additur momentum ut E F, ſed ut E D; ſimiliter in G momentum non

eſt

eſt ut HI, ſed ut HG. Augetur igitur impetus in deſcenſu BK non omninò pro Ratione momentorũ temporis, quo motus durat, ſed prò Ratione momentorum gravitatis, quæ ſubinde obtinet minora & minora; pars ſiquidẽ impetûs ab inſitâ globuli gravitate producti deteritur in intendendo filo, quo retinetur. Quapropter ubi in K venerit per arcum BK, non tantum habet impetûs, quantum ſi per lineam perpendicularem arcui BK æqualem deſcendiſſet; in motu enim ad perpendiculum cum nihil retineat aut impediat, totus impetus ad deſcenſum urget velociùs, quàm ubi repugnat aliquid. Ex quo fit quod, cùm arcus BK ad Radium AB, hoc eſt ad BC æqualem, ſit proximè ut 11 ad 7, ex Cyclometricis, multò plus temporis in percurrendo arcu BK, quàm in rectâ BC, inſumitur; tardiùs ſcilicet movetur quàm in perpendiculari, quæ ad BC eſſet ut 11 ad 7. manente itaque, quamdiu corpus naturâ urgente movetur, impetu acquiſito, qui reſiſtentiam excedit, in fine deſcenſûs in K totus impetus eſt ut aggregatum omnium Sinuum Quadrantis: at in perpendiculari BC in fine deſcensùs in C eſſet ut aggregatum omnium parallelarum ipſi AB in Quadrato AC; ac propterea (in re Phyſicâ ſi liceat cum geometrizantibus per Indiviſibilia ratiocinari) erit impetus per arcum BK acquiſitus ad impetum per rectam BC acquiſitum ut Quadrans ABK ad Quadratum AC, hoc eſt ut 11 ad 14, ex iis quæ in Cyclometriâ demonſtrantur.

Quoniam verò ubi ad perpendiculum AK globulus deſcendens venerit, nihil objicitur, quod motum prorsùs impediat, quin ad eaſdem partes pergat ferri ex præconcepti impetûs directione, non ſiſtit in perpendiculo; ſed ulteriùs pergens aſcendit, nec niſi per arcum circà centrum A, funiculo ſcilicet retinente. Sed jam repugnat aſcenſui gravitas plumbi, non quidem quantum in perpendiculo KA, verùm pro ratione Sinuum angulorum declinationis; qui cum ſemper aſcendendo creſcant, major eſt etiam momentorum gravitatis Ratio nitentium contrà impetum deſcendendo acquiſitum. Quare tantum abeſt, ut novus ſingulis temporis punctis impetus ſurſum directus producatur, ut potius ex eo tantumdem demàtur, quanta eſt aſcendentis plumbi repugnantia. Hinc eſt aſcenſum initio velociorem eſſe, quia adhuc multus eſt impetus acquiſitus, & pro

Sinuum declinationis brevitate, exigua illius pars deteritur, atque adeò motus efficitur celerior: quia verò diminuto ſenſim impetu, & auctis cōtrariæ gravitatis momētis pro Sinuum declinationis incremēto, minor fit ipſius impetûs ad contrariū niſum Ratio, tardior ſequitur motus, & plus acquiſiti impetûs perit, donec demùm prorſus evanuerit, & ſuperante gravitate globulus iterum deſcendat. Quamvis autem ſi poſitio ſola ſpectetur, iiſdem Reciprocè gradibus minui videatur impetus, quibus fuit auctus, totidemque momentis temporis, ita ut quantum poſtremo temporis puncto acceſſit, tantumdem primo decedat, adhuc tamen aliqua eſt obſiſtentiæ appendicula ex aëre dividendo, ac propterea paulo ampliùs extenuatur impetus acquiſitus, quàm pro Ratione incrementi Sinuum declinationis: quò autem velocior eſt motus, magis etiam aër dividendus comprimitur, denſatúſque plus obſiſtit quàm rarus; quòd ſi medium non fuerit compreſſionis capax, ſaltem æquali tempore plures medij partes ſcinduntur, quàm in motu tardiori, ac propterea etiam multiplex eſt medij reſiſtentia: Ex quo fit arcum aſcenſûs paulò minorem ſemper eſſe arcu deſcenſûs, &, cum viciſſim globus remaneat ex humiliore loco ac priùs deſcendens, breviorem pariter ſecundi aſcenſûs arcum perfici, atque ita deinceps, ut ſervatâ eâ in motu ſemper minori reciprocando conſtantiâ demum quieſcat in perpendiculo.

At, inquis, dura magis obſiſtunt corpori, ejúſque motum validiùs impediunt, quàm mollia, quæ dum ſe comprimi patiuntur, & loco pauliſper cedunt, motui aliquantulùm & ex parte obſecundant: ſi igitur pro Ratione impedimenti debilitatur acquiſitus impetus, minus detrahitur impetûs corpori, quod ex alto decidens à ſubſtratis paleis excipitur, quàm ſi ad ſaxum allideretur; vehementiùs igitur à luto quàm à ſaxo reflecteretur, contrà quàm docet experientia.

Fateor eburneum globum ſegniùs reſilire delapſum in glebam humore perfuſam, quàm in marmor; non tamen his conſequens eſt, ut impetûs acquiſiti diminutioni alius ſtatuendus ſit modus, quàm ex impedimento: ubi enim globus cadens extimam ſubjecti corporis ſuperficiem attigerit, non quieſcit, ſed pergit moveri, aut deorſum comprimendo corpus molle, aut illicò ſurſùm reflexum à duro. Ita autem à corpore molli excipitur,

cipitur, ut licèt hoc cedat, impediat tamen & remoretur motum; ac proinde quò magis cedit ſubjectum corpus, eò diutiùs movetur globus cùm ipſo, vel intrà ipſum; atque interea plus impetûs perit: quid igitur mirum, ſi languidiùs poſtea reſiliat, cum exigua impetûs portio reliqua ſit? Quòd ſi durũ eſſet ſubjectum corpus, impetu nondum debilitato reflecteretur validiùs. Hinc fieri poteſt adeò molle eſſe ſubjectum corpus, ut dum illud penetrat decidens globus, tantum impetûs deperdat, ut, quod reliquum ſit, non ſatis ſit ad vincendam inſitam globo gravitatem, qui propterea neque reſilire valeat. Quamvis itaque corpus molle minùs obſiſtat quàm durum, diutiùs tamen reſiſtit; & per aliquot momenta aliquoties diminutus impetus minore menſurâ, eò decrementi venire poteſt, ut magis imminutus demum fuerit, quàm ſi unico momento magis obſtitiſſet corpus durum. Cæterùm paribus momentis plus perit impetûs ex alliſione ad corpus durum, quàm ad molle, quippe quod magis opponitur motui. Porrò huic rei explicandæ ſimilitudo aliqua peti poſſet ex luce, cui ſanè ſi contingat per medium diaphanum quidem, ſed denſum, pergere, languidiùs multò reflectitur à ſpeculo, in quod incurrit, ſi denſioris medij longior fuerit tractus, quàm ſi brevior, perinde atque eò minùs reflectitur corpus, quò molliori magiſque ſubſidenti corpori occurrit. ſed quoniam quæ de luce dicenda eſſent, fortè obſcuriora acciderent, ab hujuſmodi ſimilitudine prudẽs abſtineo.

Sed ex illud eſt in durorum corporum colliſione obſervandum, quod aliqua particularum compreſſio aliquando contingit ſivè in alterutro, ſivè in utróque, quæ ſe facultate elaſticâ reſtituentes motum reflexum juvant: id autem manifeſto experimento conſtat in pilâ ex gummi, ut vocant, Indico, quæ ad terram eliſa frequentiſſimè ſubſultat; at ubi in corpus molle incidit, neque hujus neque illius partes violentam compreſſionem ſubeunt, quam ſeſe reſtituentes excutere debeant. Sic & pilâ in ſphæriſterio ludentes ſatis nôrunt eam validiùs reflecti objecto recticulo, quàm ligneo batillo; intenti ſcilicet nervi ex contortis ſiccatiſque animalium inteſtinis reticulum conſtituentes cùm pilæ ictum excipiunt, flectuntur quidem aliquantulum; ſed illicò ſibi priſtinam rectitudinem reparantes pilam excutiunt (id quod ligneo baſtillo non contingit) novoque hoc

impetu

impetu auctus reliquus pilæ impetus motum quoquè efficit majorem: quòd ſi in reticulo flaccidi, & remiſſi ſint nervi, languidè pila reflectitur.

Ad quandam autem reflexionis ſpeciem pertinere cenſenda eſt concuſſio, ſive vibratio, aliquarum ſaltem corporis partium, ubi totum ex reliquo impetu reſilire nequit: ſic corpus ita attollens, ut ſummis pedibus innitaris, poſtmodum recidens in talos, eò validiorem partium concuſſionem percipies, quò velociùs recides. Simile quid etiam in inanimis contingere ratio ſuadet, neque enim ita ſemper ſolida aut prorſus homogenea tota moles eſt, ut nullæ omninò partes concuti valeant: quin etiam alliſi corporis partes, ſi non adeò tenaci vinculo inter ſe cohæreant, ex reliquo impetu aliæ aliò diſtractæ deſiliunt.

Hinc, docente naturâ, ex alto deſilientes ubi terram pedibus attigerint, genua antrorſum inflectunt, quaſi calcaneis inſeſſuri, ne conceptus ex ſaltu impetus ſuperiorem corporis partem deorſum validiùs urgens ſubjectas tibias, & genua ita premat, ut inde diviſio aliqua membrorum, aut oſſium luxatio, aut nervorum ſeu tendinum nimia diſtenſio dolorem gignat: hoc autem valet illa genuum inflexio ad extenuandum impetum, quod & flexili mollitiâ ſubſidens terra uliginoſa, ſi quando lapis in eam ex alto deciderit. Sic Atlas Sinicus pag. 123. in XI. Provinciâ Fokion, ubi ſermo eſt de flumine Min, quod violento curſu per ſaxa volvitur, ait naves, quibus ibi navigatur, ex diverbio vocari *Papyraceas, eo quòd tenuibus ac minimè reſiſtentibus conſtent aſſeribus, imò ne clavis quidem compaginatis; ſed vimine quodam lentiſſimo; unde tametſi in ſaxa impingat navis, ſæpè tamen minimè rumpitur, quia vix reſiſtit.* Et pag. 127. de catadupis aquarum in flumine per quod ad Jenping navigatur loquens ait. *Cum naves tranſeunt, ne cùm aquâ decidentes fractionis incurrant periculum, ſcitè præmittunt nautæ aliquot ſtraminis faſces, ad quos navis leviùs impingat, ac tranſeat.*

Jam verò ad impetum extrinſecùs impreſſum mentem oculoſque intendentes non illum ſemper momento perire animadvertimus, aut illicò, ac externus agitator ceſſat.

Unde enim fit, ut concitato navigio, cùm vela nautæ contraxerunt, aut remiges inhibuerunt, retineat tamen ipſa navis motum & curſum ſuum, intermiſſo ventorum incurſu, pulsúve

remorum?

remorum? niſi quia navis, etiam nullo impellente, vi impreſsâ urgetur. Quid rhedam curſu procedente faciliùs quàm initiò promovet, equis licèt languidius connitentibus? cùrve onus aliquod ingens protrudentes, aut trahentes hoc maximè cavent, ne contentionem illam quies interrumpat, experientiâ ſatis edocti incitatum ſemel minori labore propelli, quàm commoveri quieſcens? niſi quia reliquus ex priore motu impetus adhuc perſeverans poſteriorem motum juvat. Hoc tamen tria hæc differunt, quòd onus, ceſſantibus iis, qui protrudebant, conſiſtit illicò (niſi fortè volubilitatem habens, aut ſubjectis cylindris innixum, adhuc modicum quid volvi aut progredi pergat) rheda currentes equos ſubitâ funium abruptione disjunctos ſequitur ad paſſus aliquot non adeò multos pro viæ æquabilitate præcedentiſque velocitatis ratione; navigium verò ſubmiſſis antennis, remíſque ceſſatione torpentibus aliquandiu, intervallo non ſanè contemnendo, provehitur. Oneris ſcilicet motui, cui volubilitatem neque ars, neque natura dederit, impedimento eſt ipſa extremitas aſpera ſubjectam planitiem ſalebris quandóque non carentem contingens, gravitâſque ita validè premens, ut major futurus eſſet partium tritus, quàm pro impetûs modo, qui reliquus eſſet, ſuperari poſſet: Id quod currenti rhedæ idcircò non contingere planum eſt, quia licèt nihilo levior ſit quàm onus protruſum, minùs tamen rotarum modioli leniter cum axibus confligentes motum retardant. At navis ſponte ſuâ innatans, ventorum incurſione, remorúmve pulſu diutiùs acta, vix, aut fortè ne vix quidem, mole ſuâ reluctatur, niſi quatenus diffindenda eſt aqua; nec ſinè multo facilitatis compendio, prior ſiquidem unda, quam prora impellens excitat, aliam ante ſe urget ad eaſdem partes: propterea impreſſus navi impetus módicum nactus impedimentum diù durat, illámque promovet. Quare idem de impetu extrinſecùs aſſumpto dicendum eſt, quod de acquiſito; nimirùm minui pro Ratione eorum, quæ inſtituto motui obſiſtunt, aut etiam prorsùs perire.

Præter ea autem quæ utrique motui tùm naturali, tùm violento æquè opponuntur, (cujuſmodi eſt medium dividendum, objecti corporis occurſus; aut contingentis tritus atque conflictus, rètinaculum, quod certo limite motum definiat, & alia

id genus) illa eſt externo impulſui peculiaris repugnantia, quæ ex inhærente corpori gravitate oritur, ſivè illi innatus impetus, ſive acquiſitus modum ſtatuat. Neque id ſimpliciter tantùm, ſed comparatè conſiderandum eſt, quam ſcilicet in plagam impulſus motum dirigat, & quatenus gravitatis propenſioni opponatur. Quemadmodum enim qui in pilâ aromata pinſunt, nihil repugnantem, quin & impulſui obſecundantem, experiuntur piſtilli gravitatem deprimentes; contrà verò attollentes fatigat eadem gravitas directò deorſum urgens; medium autem quiddam tenet in obſiſtendo, ſi motio tranſverſa contingat; ſicut experiri licet, ſi ex funiculo pendens idem piſtillus à perpendiculo dimoveatur; minore enim conatu opus eſt: ita quò minùs in oppoſitam gravitati plagam dirigitur impulſus, eò etiam diutiùs perſeverat minus habens impedimenti. Hinc eſt quod gravitas æquabiliter toto corpore fuſa ſi aut ex centro ſuſpendatur, aut coni apici inſiſtat, levi negotio, ac ſatis diù, in gyrum convertitur; innatum videlicet gravitatis impetum vis ipſa ſuſpendens aut ſuſtentans elidit; nihil verò impulſum remoratur præter aut funiculi ſuſpendentis ſpiras paulò ſpiſſiores, aut tritum cum ſubjecto cono, aëriſque dividendi reſiſtentiam; quæ tamen ſi tollatur in corpore orbiculari circà centrum commoto, etiam longior fit converſio. Sic ferream ſagittam palmarem craſſiuſculam inſtar acûs magneticæ in æquilibrio conſtitutam leviſſimo impulſu ac diutiſſimè in gyrum agi obſervavi; vix enim acutiſſimum verticem, cui innitebatur, terebat, & aëris intrà eumdem gyrum circumducti modica erat reſiſtentia. Id autem multo luculentiùs apparet in verticillo, cujus axem perpolito alveolo inſiſtentem extremo pollice ac indice leviter comprimens, ac paulò celeriùs vertens, eò diuturniori vertigine contorqueri videbis, quò pauciores minoreſque offenderit in ſubjectâ tabulâ aſperitates, ad quas alliſus paululùm inclinetur, aut aliò reflectatur.

Quòd ſi magnetis polo ritè armato chalybeum axiculum congruo verticulo inſtructum admoveris, ut planè à magnete ſuſpendatur, tùm ſummis digitis opportunè axem terentibus vertiginem ei delicatè ac molliter conciliaveris, miraculi loco tibi erit tàm diuturna converſio; quippe cui non ſubjecti alveoli aſperitates ſaltitare cogentes, non gravitas ipſa premens, tritumque

que augens, non ſuſpendentis funiculi violenta contortio obſiſtunt, motúmve aliquatenus impedientes impreſſum impetum imminuunt; ſed magnetico radio ſuſpenſus intra ſe perpetuò volvitur læviſſimum chalybem magnetis polo adhærentem leniſſimè terens.

Illud etiam in motu, qui ab extrinſeco provenit, conſiderandum eſt, quòd contingere poteſt duos adeſſe motores, qui corporis motum in diverſas partes dirigant: quare alter alteri obſiſtit, & motus ex duplici directione compoſitus is eſt, qui non reſpondeat menſuræ duplicis illius impetûs, ſi ſinguli integrè accipiantur. Conſtat enim, ſi æquabili & æquali conatu urgeant corpus, moveri aut per diametrum Quadrati, ſi directiones ſint ad angulum rectum conſtitutæ; aut per Diagonalem lineam Rhombi, ſi directiones obliquæ ſint: ſi verò æquabiles quidem ſint, ſed inæquales conatus, per diametrum Rectanguli aut Rhomboidis moveri, pro ut ad rectum aut obliquum angulum directiones ſibi invicem reſpondent. Semper autem minor eſt motus quàm pro duorum illorum impulſuum ratione; diameter ſiquidem brevior eſt aggregato duorum adjacentium laterum. Quòd ſi æquabiles non ſint impetus, vel ſaltem alter æquabilis ſit, alter acceleratus aut retardatus, linea curva deſcribitur; quæ pariter minor eſt duabus rectis, quæ vi ſingulorum impetuum deſcriberentur; ab illis ſi quidem continetur.

Hîc tamen advertendus animus eſt, & obſervare oportet æquabilem impulſum (ſi continuus ſit, nec morulis interruptus) eſſe non poſſe, niſi ab animali ſemper æqualiter conante efficiatur; quia gravium deſcenſus naturaliter acceleratur; elaſmata verò dum ſe reſtituunt, ſemper languidiùs ſingulis momentis conantur, ſi quidem virtus elaſtica conſideretur: quamquàm poſteriore momento quod eſt reliquum prioris impetûs, intenſionem efficit additum poſteriori licèt remiſſo. Vix igitur contingere poteſt motum unum à duplici impetu extrinſecùs impreſſo fieri per lineam rectam niſi corpus à duplici motore æquabiliter urgeatur.

Cum itaque impetus acquiſitus, aut aliundè impreſſus, ſit qualitas propter motum inſtituta, quæ non niſi in motu producitur, ita pariter niſi in motu, & cum motu non conſerva-

tur. Quare ſi corpus eò deveniat, ut nullo prorſus pacto agitari queat, aut interiore motu cieri, quo momento impeditur motus, ne ſit, eo momento impetus perit, ceſſante videlicet causâ effectivâ ab ejus conſervatione eo ipſo quod ceſſat finis, propter quem impetus eſt. Quod ſi impedimentum occurrat non prorsùs motum tollens (ut ſi globus in plano horizontali rotatus veniat ad planum inclinatum, per quod ex concepto impetu aſcendat) tunc pro ratione impedimenti extenuatur impetus, donec tandem pereat.

CAPUT IV.

Quâ ratione vis movendi cum impedimentis comparetur.

Motus omnis nec in oppoſitas, nec in diverſas plagas, ſed per certam lineam dirigitur; unico quippe in loco, non in pluribus, eodem temporis puncto eſſe poteſt corpus.

Nihil igitur motui moram & impedimentum inferre poteſt, niſi directò aut obliquè illi ſecundùm eam lineam, per quam inſtituendus eſſet, antè, ponè, ad dextram, ad lævam, ſurſum, deorſum opponatur. Si enim duo corpora eâdem pergerent viâ, & maximâ velocitatis, aut tarditatis conſpiratione conſentirent, tunc neque poſterius ab eo quod antè eſt, traheretur, neque prius à poſteriore urgeretur, neque alterum alteri impedimento eſſet. Hinc manifeſtum eſt non poſſe impedimentum ſuperari, quin ei vis aliqua inferatur.

Rem porrò univerſam duas in partes tribuere poſſumus, ut duplex Reſiſtentiæ genus ſtatuatur; Formalem alteram, alteram Activam ſcholæ vocarent. Corpus enim, quod obſtat, aut retinet, ſi motum prorsùs nullum conetur inſtituto aut deſtinato motui adverſantem, reſiſtit quidem, ſed Formaliter; nihil ſcilicet efficit, quo repugnet, ſed ſuo tantùm ſe tuetur in loco: Sin autem & contrà nitatur, aut retrahat, jam non obſiſtit ſolùm, ne loco per vim dimoveatur; ſed etiam impetum in contrariam

trariam plagam directum efficit, cujus vi motum impedit, ac propterea Activè reſiſtit. Huic autem verbo, cùm *Reſiſtere* dicimus, ſubjecta notio eſt, in causâ eſſe ne motus fiat, aut ſaltem non eâ velocitate, quæ virtuti movendi non impeditæ cæteroqui reſponderet. Sic paries, in quem incurris, tibi reſiſtit Formaliter, ne procedas, & aqua ſtagnans, cui collo tenus immergeris, progredienti reſiſtit Formaliter, ne velociter, ſicut intrà aërem movearis pro ratione impetûs, quo conaris progredi: qui verò occurrens te repellit, ut ſi coneris contra ictum fluvij, non Formaliter tantùm, ſed etiam Activè reſiſtit; non ſolùm enim obſtat, quia ejus in locum ſuccedere non potes, niſi eum loco dimoveas, ſed etiam tibi adverſum impetum imprimit, ut te loco extrudat.

Cum itaque impedimenta motûs externo impetu ſubmovenda ſint, virtus autem movendi certa ſit ac definita, conſtat vires omnes, quæ in corpore promovendo, ſi nihil obſtaret, exercerentur, duas in partes diſtrahi, ad movendum ſcilicet corpus, & ad tollenda impedimenta, Concipit igitur impetum, qui motum efficiat, & obſtanti corpori impetum imprimit, ut loco cedat. Quid igitur mirum, ſi diſtractis viribus languidior ſequatur motus? Quia verò quò majori velocitate corpus obſtans propellendum eſt, aut trahendum, majori quoque impetu impreſſo opus habet, palàm eſt majorem quoque in propellente, aut ſecum rapiente, impetum requiri, ut majorem reſiſtentiam vincens ſe ipſum pariter moveat.

Hìc autem quid monuiſſe oporteat vim reſiſtendi ſuperandam eſſe à virtute movendi? quis enim ambigat, an, ſi pares illæ fuerint, nullus futurus ſit motus? Quòd ſi impedimentum prorsùs immotum adversùs conantem perſtat, nullum pariter recipit impetum; qui ſcilicet, etiam ſi priùs fuiſſet, motu ceſſante periret. Hinc in animali defatigatio membrorum oritur, quando prorsùs in irritum conatus cadit; impetus enim, quem concipit, ut æqualem motum imprimeret impedimento, ſi hoc ſuperari poſſet, in animali ipſo motum aliquem efficit, ſed quia progredi vetatur ab oſtante aut retinente impedimento, impetus ille non totius animalis motum ulteriùs promovet; ſed membrorum partes alias comprimit, alias diſtendit, unde & dolor aliquis, & laſſitudo provenit. At ſi corpus, cui motus debetur,

cùm inanimum ſit, nequeat impetum, quemadmodum animantes, ex arbitrio temperare, & quia ſolidum eſt ac durum, nullam pati compreſſionem aut diſtentionem partium poſſit, ſicut & corpus obſtans aut retinens compreſſionem omnem aut diſtentionem reſpuit; tunc nullum concipit aut imprimit impetum præter innatam gravitationem, aut levitationem, cùm per vim in loco non debito detineatur. Ex hoc conjecturam capere licet de eo, quod contingit, quando virtute movendi reſiſtentiam vincente impedimentum ſubmovetur; impediri videlicet, ne producatur motus, juxta reſiſtentiæ modum atque menſuram; quæ ſicuti non quâlibet minimâ vi ſuperari poteſt, ita majori cedit.

Verùm quonam id pacto contingat, ut explicare conemur, illud obſerva, quòd ſi corpus idem quadruplo velociùs moveri debeat, ac moveretur priùs certâ impetûs menſurâ, utique quadruplo majorem impetum exigit, ut pro impetûs intenſione aut remiſſione velocior aut tardior ſequatur motus. At ſi corpus aliud movendum quadruplo gravius exhibeatur, in hoc impetus ille quadruplex ſubquadruplam efficiet intenſionem, ac propterea etiam motum habebit tardiorem, ſi cætera ſint paria, pro impetûs intenſione. Si cætera, inquam, ſint paria; ſæpè enim aër, aut aqua plus velociori motui reſiſtunt, quàm tardiori, & moles major efficit, ut non omninò velocitas intenſioni impetûs reſpondeat. Hæc tamen nunc mente ſecernamus, perinde atque ſi nihil officerent motui.

Quoniam igitur motus ab omni velocitatis aut tarditatis menſurâ ſejungi nequit, finge corpus per vim movendum hujuſmodi eſſe, ut ſpectatâ mole ſeu materiâ, ac ſpecificâ gravitate, ad percurrendum ſpatium paſſuum 100 unius horæ quadrante, indigeret impetu, cujus intenſio eſſet particularum 4 in ſingulis corporis movendi partibus: molem autem, exempli gratiâ, diſtinctam concipe in particulas 100 minimas. Quare ſpectatâ tùm extenſione tùm intenſione impetûs, neceſſe eſt illi à motore imprimi impetûs particulas 400. Quòd ſi corporis per vim movendi moles ac materia eſſet quadruplex alterius, ſi nimirum ratione materiæ extenſionis particulas haberet 400, jam impetus idem ſubquadruplam efficeret intenſionem, & ſingulæ impetûs particulæ ſingulis corporis particulis ineſſent; atque adeò

adeò etiam hujus velocitas eſſet ſubquadrupla prioris velocitatis : par tamen utrobique eſſet, illud quidem velociùs, hoc tardiùs movendi difficultas, cum in utroque particulas 400 impetûs produci oporteret ; utriuſque enim impetûs extenſiones & intenſiones eſſent Reciprocè in eadem Ratione. In corpore itaque, ex quo motus originem ducit, tanta vis movendi ineſſe debet, ut & corpori impedienti, quod ſubmovetur, congruentem motui impetum imprimat, hoc eſt particulas 400, & ipſum ſe pariter promoveat : nihil enim accepto extrinſecùs impetu agitatur à motore prorsùs immoto, ut eunti per ſingula patebit.

Jam verò quoniam idem corpus modò remiſſiùs, modò concitatiùs moveri pro impetûs intenſione videmus, probabilis conjectura eſt in iis, quæ non ſuo arbitrio, ſed naturæ reguntur imperio, totum impetum produci, qui virtuti efficiendi reſpondet : hæc autem in impedimento, cujus reſiſtentia vincitur, impetum eâ intenſionis menſurâ imprimit, quæ illi motûs velocitatem conciliet ipſius corporis moventis velocitati congruentem, adeò ut movendi facultas totas ſuas vires exerat partim impetum imprimens ſubmovendo impedimento, partim motum efficiens in ipſo corpore : ex quo fit quod eò remiſſiorem motum in ſe motor efficiat, quò major ſecundùm intenſionem impetus impeditur ab impedimento. Sic plumbeus globus bilibris ſi, funiculo excavatæ volubilis orbiculi curvaturæ inſerto, connectatur cum globulo ſubduplæ gravitatis, non eâ velocitate deſcendit, quâ deſcenderet ſibi relictus abſque ullâ appendice ; velociùs tamen movetur, quàm ſi eſſet globuli adjuncti tantùm ſeſquialter ; quia ſcilicet ut ad æqualem velocitatem temperentur motus tùm impedimenti ſurſum, tùm corporis moventis deorſum, minor intenſivè impetus impediendus eſt à globulo ſubduplo quàm à ſubſeſquialtero ; ac propterea major eſt ſecundùm intenſionem reliquus impetus motum efficiens concitatiorem.

Quòd autem à globo deſcendente imprimatur impetus globulo, quem ſurſum trahit, hinc conſtat, quod ſi globulus ille non ſit admodum gravis, tùm demum ſubſilit, ubi globus velociter deſcendens ſubjectum planum attigerit : quid enim illum ſubſilire cogeret quieſcente jam globo, à quo trahebatur, niſi adhuc aliquid impreſſi impetûs remaneret ? At quòd impreſſus

preſſus hìc impetus non ab ipſo motore, ſed ab impetu, quem ille concepit, proximè efficiatur, hinc ſibi ſuadent plures, quia ex alterâ parte impetum ab impetu produci poſſe manifeſtum videtur ex percuſſionibus projectorum, ut cùm globus projectus in quieſcentem globum impactus illum trudit; ex alterâ cauſam proximam effectui homogeneam congruenter naturæ ſtatuimus; ſic enim & calorem in nobis à calore potiùs quàm à ſubſtantiâ ignis proximè produci exiſtimamus. Sed quid de percuſſionum impetu dicendum ſit, ſuo loco conſtabit inferiùs.

Motoris demùm velocitatem intenſioni impetûs concepti non reſpondere experimur, cum valdè conantes ut onus raptemus; parùm progredimur; at ſi funis ex improviſo abrumpatur, illicò corruimus, impetu ſcilicet concepto motum validiùs efficiente, ubi deſierit impetum oneri, quod raptabatur, imprimere.

Hinc fit quòd, ſi ea fuerit corporum diſpoſitio, ut impedimentum tardè ſubmovendum ſit, ac proinde remiſſiore impetu opus habeat, qui ſibi imprimatur; corpus verò, cui motus omnis tribuitur, non æquali tarditate c[illegible] impedimento ferri neceſſe ſit, ſed velociùs præ illo moveri p[illegible]it, hoc ſanè eò minùs habet reſiſtentiæ, quò minorem in inte[illegible]ione impetûs menſuram impedimento eidem imprimere debet, ut illud ſubmoveatur. Contrà verò ſi ita fuerint diſpoſita, ut impedimentum velociùs præ ipſo motore moveri oporteat, multò magis reſiſtit, quàm ſi pariter moverentur, plus enim impetûs imprimendum eſt, ut motus conſequatur.

Hactenùs reſiſtentiam potiſſimùm Formalem, impedimento nihil in adverſum conante, contemplati ſumus; jam ad Activam tranſeamus, cum ſcilicet duo corpora invicem aut omninò, aut ex parte repugnant, quia motum in diverſas aut oppoſitas plagas directum moliuntur. In medio vaſe aquâ pleno ſtatuatur lignea tabella craſſiuſcula, eique lapis imponatur: dum illa conatur aſcendere, hic deſcendere, ſe invicem urgent; ſed cum ſe viciſſim permeare nequeant, ſi paribus quidem viribus confligant, ſine motu conſiſtunt; ſin autem imparibus, aut ambo aſcendunt, aut ambo deſcendunt, pro ut ſive tabellæ levitas, ſive lapidis gravitas oppoſitam vicerit. Quod ſi lapis tabellæ non impoſitus, ſed ſuppoſitus, arctè tamen connexus

fuerit,

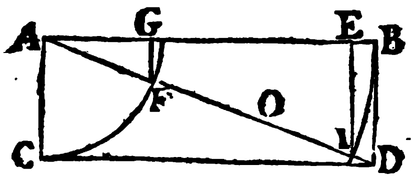
fuerit, adhuc contrarios motus conantur, non ſe tamen invicem urgent, ſed viciſſim retrahunt, quandiù vinculum non revellatur, aut rumpatur. Hîc verò ſubdubitet quiſpiam, utrùm corpora, quæ contrario niſu reluctantur, ſibi viciſſim impetum imprimant, nec ne, aut æqualem, ſi pares fuerint vires, aut, ſi impares, inæqualem: Quando enim ob virium æqualitatem utrumque corpus conſiſtit, eodem pacto quies ſequitur, ſi unumquodque ſuam gravitationem aut levitationem ſervans nihil alteri imprimat, ac ſi lignea tabella levitans partem impetûs ſurſum directi conferat impoſito lapidi, à quo gravitante viciſſim recipiat tantumdem impetûs deorſum directi; ex quo fiat, ut lapis habens concepti ac innati impetûs deorſum directi vires æquales viribus impetûs ſurſum directi conſiſtat, idemque in ligneâ tabellâ contingat. Cùm verò inæquales fuerint vires, id quod validius eſt, eodem modo ſuperat, ſive nihil contrarij impetûs ab infirmiore oppoſito recipiat, ſed minorem motum vi ſui impetûs producat pro ratione virium, quibus ſuperat; ſivè partem impetûs contrarij recipiat, quæ proprij impetûs vires attenuet.

Quotidianum eſt hujus æqualitatis aut inæqualitatis experimentum in iis, quæ innatant humori; hæc enim humori impoſita, quia in aëre gravitant, deſcendunt; pars verò immerſa levitat in humore; prægravata tamen à reliquâ parte extante deorſum adhuc urgetur, donec inter partem immerſam & extantem fiat æquilibrium, & tantumdem pars immerſa levitet in humore, ac extans gravitat in aëre. Sic maſſa plumbea argento vivo impoſita deſcendit, donec molis plumbeæ pars $\frac{2}{13}$ extet; eſt enim ſpecifica plumbi gravitas ad ſpecificam mercurij gravitatem ut 11 ad 13. levitat itaque plumbum in mercurio ut 2, gravitat in aëre ut 11; igitur plumbeæ maſſæ partes 11 levitantes ſingulæ ut 2 parem habent conatum ſurſum, ac partes 2 gravitantes ſingulæ ut 11 conantur deorſum. Quòd ſi ita deprimeretur plumbum, ut ejus partes 12 immergerentur, & una extaret; jam unica pars gravitans ut 11 vinceretur à partibus 12 levitantibus ſingulis ut 2, ac propterea adhuc pars una emergeret: quemadmodum ſi quatuor partes extarent, & novem immergerentur, harum levitas 18 ab illarum gravitate 44 vinceretur, ideóque adhuc duæ immergerentur.

X

Jam ſi dixeris à partis immerſæ levitantis momentis 18 impediri momenta 18 partis extantis gravitantis, adeò ut ſuperſint tantùm vires juxtà exceſſum gravitatis, ſcilicet momentorum 26, juxta quem exceſſum impetum imprimat parti immerſæ, ut deprimatur, tunc autem cum paria fuerint levitatis atque gravitatis momenta, jam non invicem agere, ſed ſe viciſſim impedire, probabilior fortaſſe videatur alicui philoſophandi ratio hîc, ubi directè ſibi invicem adverſantur directiones; alteruter enim aut neuter impetus movet oppoſitum corpus. Verùm quoniam ubi lineæ directionum motûs non ſunt in directum poſitæ; ſed inclinationem habent, motus mixtus, qui ſequitur, ex utroque impetu unum motum temperari indicat, in eam feror ſententiam, ut exiſtimem duo corpora obliquè ſibi invicem repugnantia viciſſim imprimere, & recipere impetum in diverſas plagas directum pro modo virtutis uniuſcujuſque, adeò ut ſi paria ſint momenta, medius planè inter utramque directionem ſequatur motus, ſi diſparia, ſequatur pro modo exceſsûs.

Fieri autem hanc mutuam impetûs communicationem hinc apparet, quòd ſi duo corpora, quorum virtus movendi ut A B & A C, in loco, ubi A, conſtituta moveri cœperint, alterum quidem, quod ad dexteram eſt, cum directione A B, alterum verò, quod ad ſiniſtram, cum directione A C, ita ſe impediunt,



ut quod ad lævam eſt, urgeat reliquum, ne per rectam A B procedat; hoc verò quod ad dexterã eſt, illud impediat, ne per rectam A C incedat; ſed propellat ita, ut ambo habeant directionem mixtam A D. Hæc autem linea A D cum major ſit ſingulis lateribus A B, A C in rectangulo, aut rhomboide, ut quadrato, aut rhombo, cavè nè putes ſingulis corporibus ſupra proprium impetûs modum factam eſſe aliquam ab externo impetu virium acceſſionem: quî enim fieri poſſit, ut corpus nullo repugnante poſſit certo tempore percurrere lineam A B, diminutis verò impetûs viribus ex reſiſtentiâ, pari tempore longiorem lineam A D percurrat? An quia recipiat à corpore repugnante impetum, cujus acceſſione augeatur proprius impetus, qui reliquus eſt? At ſi propter virium æqualitatem percur-

rant

rant Quadrati diametrum, utique tantumdem alterum ab altero recipit impetûs, quantum tribuit: igitur non eſt major vis impetûs, quàm ſi nihil repugnaret: ex quo fit neque motum velociorem eſſe poſſe, ut pari tempore diametrum percurrant, quo ſingula deſcriberent latus Quadrati.

Non igitur ex illâ mutuâ impetûs in diversâ directi communicatione fit in ſingulis corporibus impetûs intenſio major (ſi propriè loquendum ſit, habent enim impetus illi, conceptus ſcilicet, & impreſſus, directionem diverſam) quàm ferat propria ſingulorum virtus: id autem potiſſimùm conſtat, quando ſingulorū directiones valdè obtuſum angulū conſtituunt; corpora enim in motu breviorem Rhombi aut Rhomboidis diametrū deſcribunt, quæ linea aliquando minor eſt ſingulis lateribus.

Finge itaque corpus, quod percurreret A B, nullo impedimento prohiberi, quin moveatur eâdem velocitate per A D; utique ſolùm æquale ſpatium A I decurreret, impediret tamen, ne aliud corpus habens directionem A C, illique perpetuò adhærens, decurreret juxta ſuam directionem ſpatium æquale ipſi A C; ſed tantùm E I, hoc eſt Sinum anguli B A D loco Tangentis ejuſdem anguli, poſito Radio A I.

Finge iterum alterum corpus habens directionem A C eâdem velocitate moveri per A D; utique non niſi ſpatium A F, ipſi A C æquale, motu dimetiretur, prohiberetque, ne reliquum corpus habens directionem A B, illique perpetuò adhærens, progrederetur niſi in F, hoc eſt ſpatio æquali ipſi B D; ſed versùs B non procederet niſi juxta menſuram A G minorem ipsâ A C. Atqui utrumque ſuam habet directionem, & non per A D, ſeque viciſſim impediunt; igitur dum ſimul moventur, neque ſubſiſtunt in F, neque veniunt in I; ſed medio loco conſiſtunt, puta in O.

Dixeris fortaſſe A O æqualem ipſi A E ita, ut ſit ſicut D B ad B A, ita I E ad E A, hoc eſt ad A O, aut A O eſſe medio loco proportionalem inter A F & A I, hoc eſt inter A C & A B menſuras virium impetûs ſingulorum corporum. Hoc tamen ſecundo loco propoſitum non facilè admiſerim, quia ubi æquales ſunt virtutes movendi, medio loco proportionalis eſt æqualis ſingulis extremis, ac propterea utrumque corpus impeditum æque velociter moveretur, ac non impeditum. Primum verò,

quod ſcilicet A O æqualis ſit ipſi A E, gratis aſſeritur; neque enim potior ulla apparet ratio, cur ad inſtituendam analogiam aſſumatur potiùs I E, quàm quælibet alia minor linea cadens inter G & E. Ego autem libentiùs profiteor me neſcire, quâ Ratione analogia hæc inſtituatur, quàm aliquid certi divinando ſtatuere.

Verùm quamvis non utrumque corpus velociùs moveatur quàm pro ſuâ virtute, alterum tamen quod urgetur, ſeu rapitur à validiori, poteſt, factâ impetûs acceſſione, plus ſpatij percurrere, quàm pro ſuis viribus: impeditur ſiquidem motus non abſolutè, ſed juxtà eam directionem. Hinc fit corpus habens directionem & velocitatem A C minorem velocitate A B promoveri ultrà punctum F in linea mixti motûs A D.

At inquis: an ſi nautæ remis incumbant, veliſque obliquis ventum excipiant, tardior erit motus, quàm ſi navis vel à ſolis remigibus, vel à ſolo vento impelleretur? contrarium ſanè videtur experientia evincere. Verùm ſi rem attentiùs conſideres, aliam planè eſſe rationem deprehendes, cum duo corpora ſe moventia viciſſim ſe impediunt, aliam cùm unum à duplici extrinſeco impetu in diverſa directo impellitur: de illis hactenùs ſermo fuit, neque ulla ratio ſuadere poteſt velocius à tardiore incitari, quamquam tardius à velociore urgeatur, ut dictum eſt.

At ſi unum corpus à duobus æqualis aut inæqualis virtutis impetum recipiat, utique magis intenſus, vel ſi intenſionem propriè dictam neges, certè major eſt impetus, quàm ſi ab alterutro tantùm reciperet impetum: quare nil mirum, ſi ea motûs velocitas conſequatur, quæ utrumque impetum ſingillatim ſumptum vincat, quamvis utroque ſimul ſumpto minor ſit, quia habent directiones oppoſitas, ut alibi explicabitur. Hinc eſt navim velociùs agi velis remiſque, quàm ſi aut ſolâ ventorum vi, aut ſolâ remigum ope propelleretur, & cymbam, dum ſecundo flumine rapitur, ſimulque remis ad alteram ripam impellitur, velociùs moveri, quàm aut in ſtagno eâdem remigum operâ, aut à flumine ceſſantibus remis ageretur. Quemadmodum enim neque ventus remos impellit, neque ab his ventus impellitur, ita neque ſe viciſſim immediatè impediunt, aut ſibi mutuò repugnant; atque adeò non eſt hîc eadem philoſophandi ratio, ac cum duo corpora ſibi invicem immediatè reſiſtunt,

& alterum alterius vires extenuat impediens, ne juxtà propriæ virtutis menſuram motum concipiat.

Ex his quæ hactenùs dicta ſunt, illud ſatis conſtare videtur, quòd animal eatenùs in motu difficultatem ac reſiſtentiam percipit, quatenùs multum impetûs concipere debet, ex quo muſculorum contentio oritur, neque tamen ea ſequitur motûs velocitas, quæ tanto impetui reſponderet, dùm ſubmovendo impedimento maximam virium partem impendit impetum imprimens: unde fit plurimum influentis ſpiritûs animalis abſumi in tàm diuturnâ, vel tàm validâ muſculorum contentione, ac proinde laſſitudinem ſequi, atque aliquando etiam contentorum muſculorum dolorem, cum id non contingat ſine aliquâ partium compreſſione aut diſtentione. Quò igitur velociùs moveri poteſt animal pro ratione concepti impetûs, eò minorem percipit in ſubmovendo impedimento difficultatem; & quidem maximè ſi alternâ contentionis ac remiſſionis muſculorum viciſſitudine labor miteſcat.

Curioſiùs autem inquirenti, quam Rationem habeat motoris impetus ad impetum corpori, quod movetur, quatenus movetur, impreſſum, ut aliquatenus ſatisfaciam, aſſero ut minimum duplam eſſe, non quidem intenſivè, aut extenſivè; ſed entitativè. Quatenùs, inquam, movetur, hoc eſt quatenus vincitur ejus reſiſtentia: cæterùm potentia movens in ſe producit, & in mobili æqualem impetum; ſed quemadmodum ubi calor frigori permiſcetur illud vincens, non percipitur niſi quatenus excedit vim frigoris, ita impetus oneri impreſſus eatenus movet, quatenùs ejuſdem reſiſtentiam ſuperat: Hunc autem exceſſum ſubduplum impetûs motoris ſatis probabili conjecturâ affirmo. Illud enim hoc mihi ſuadet, quòd motoris virtutem metitur exceſſus impetûs, quem ille habet ſuprà impedimenti reſiſtentiam: reſiſtentiæ autem modus, ut ſæpiùs dictum eſt, ex velocitate motûs, quæ concilianda eſt gravitati corporis ſubmovendi, deſumitur; hoc enim ideò reſiſtit partibus ex gr. 100 impetûs, quia ſi ſolùm fuerint 100 partes impetûs, fieri non poteſt ut moveatur tantâ velocitate, ſed pluribus impetûs partibus indiget: exceſſus igitur virtutis motoris æqualis eſt ut minimum reſiſtentiæ mobilis; atque adeò tota virtus motoris, hoc eſt impetus ab eo conceptus, æquivalet tùm reſiſtentiæ mobi-

lis

lis juxta menſuram requiſitam ad motum, qui ſequitur, tùm principio motûs ejuſdem mobilis : atqui motus hic æqualis eſt motui, cui illud reſiſtit, totus igitur impetus motoris duplus eſt impetûs, qui motum efficit in mobili, quatenus movetur.

Hinc eſt eodem conatu motoris diſparem effici motum, ſi potentia æqualiter moveatur cum mobili, ut conſtat; quia nimirum impetus mobili impreſſus inæqualem habet intenſionem, quamvis entitativè æqualis ſit. Si enim tota motoris virtus ſit 20, & decem impetûs particulas reſiſtentiam ſuperantes mobili imprimat, in quo intenſio fiat ut 1, in mobili gravitatis ſeſquialteræ, particulæ eædem decem impetûs intenſionem efficiunt ut $\frac{2}{3}$; quare & hujus motus erit ſubſeſquialter, ac proinde motor, qui æqualiter cum mobili movetur, etiam tardiorem habet motum, quàm cùm motum priori mobili conciliabat.

Patet igitur ex his nunquam fieri poſſe, ut corpus grave minoris aut æqualis virtutis alterum moveat ita, ut planè in velocitate conſentiant; illud enim corpus minùs aut æquè grave concipere non poteſt impetum, qui & ſibi ad motum ſufficiat, & alteri impetum imprimat : finge ſcilicet animo fuiſſe impetum impreſſum corpori æquè vel magis gravi; hîc utique cum non excedat reſiſtentiam mobilis, nullum efficere poteſt motum; igitur neque impreſſus fuit impetus, ne ſit omninò inutilis. Quòd ſi eâ ratione diſponantur ut motor velociùs moveri poſſit quàm mobile, jam fieri poteſt, ut à minore majus moveatur : nam ſi motor certâ quâdam velocitate movere poſſit pondus unius libræ motu ſibi æquali, eodem conatu & eâdem velocitate ſe movens movebit pondus centum librarum, ſi hoc ita ſit diſpoſitum, ut centuplo tardiùs moveatur : quia nimirum idem entitativè impetus in hoc pondere centuplo remiſſior, quàm in pondere unius libræ, ſufficit ad motum centuplo tardiorem. Motus ſiquidem centum librarum ſubcentuplus in velocitate, æqualis eſt motui unius libræ centuplo in velocitate; ſi enim libra percurrit centum ſpatij digitos ſibi ſuccedentes in longitudine, pari tempore centum libræ percurrunt quidem unicum digitum longitudinis ſpatij, centum tamen ſpatia digitalia percurrunt, ſingulæ ſcilicet libræ digitum.

CAPUT

CAPUT V.

In quo Machinarum vires ſitæ ſint.

POtentiam oneri movendo cæteroqui imparem præſtare poſſe, ſi machina adhibeatur, quotidiano experimento diſcimus; adeò ut ipſa unica pluribus potentiis machinâ deſtitutis virtute æqualis ſit, & quæ pondus ſolitarium ac ſimplex loco prorſus movere non poterat, ubi ſe ad machinam applicuerit, jam non ponderi tantùm, ſed & machinæ motum conciliet. Quid ergo illud ſit, ex quo hujuſmodi virium incrementum oritur, hîc perveſtigandum eſt; & ad illud cauſæ genus revocatur, quam Scholæ Formalem appellant; eſt ſcilicet ratio, per quam fit, ut ſit, atque dicatur Machina: hoc autem incrementum virium, ut ex dicendis conſtabit, ex machinæ figurâ pendet ſecundùm quam potentiæ, & ponderis motus ſibi invicem pro ratâ portione reſpondent.

A machinâ quâ machina eſt, potentiæ moventis vires non augeri certum eſt; nihil enim illi interioris virtutis impertitur, & quâ machina eſt, ab omni innatâ gravitate ſejuncta intelligitur: vectis ſiquidem, ferreus ſit, ſive ligneus, machinæ rationem non immutat, ſi ſola intercedat materiæ gravioris aut levioris diſparitas.

Quòd ſi faciliùs ferreo vecte tricubitali deorſum premens attollas ſaxum, quàm ſi ligneo vecte pariter tricubitali utaris (quia nimirum ferreus vectis habet ſibi adnexam ex gravi materiâ, quâ conſtat, potentiam, quæ deorſum urgendo te juvat, ut ſaxum attollatur,) id planè eſſe extra vectis naturam, quâ vectis eſt, manifeſtum erit, ſi non deorſum, ſed ſurſum, aut à lævâ in dextram connitendum ſit, ut duo connexa disjungas; tunc enim ferrei vectis gravitas ſuſtentanda laborem potiùs creabit, quàm ut præ ſimili ligneo vecte motum hunc faciliorem reddat. Quare præter Mechanicæ facultatis inſtitutum machinis accidit, ut gravitate ſuâ potentiæ moventis vires adaugeant, non quidem illam immutando, facto interiore virtu-

tis

tis additamento; ſed aliam potentiam, quæ conjunctis cum illâ viribus agat, conſociando.

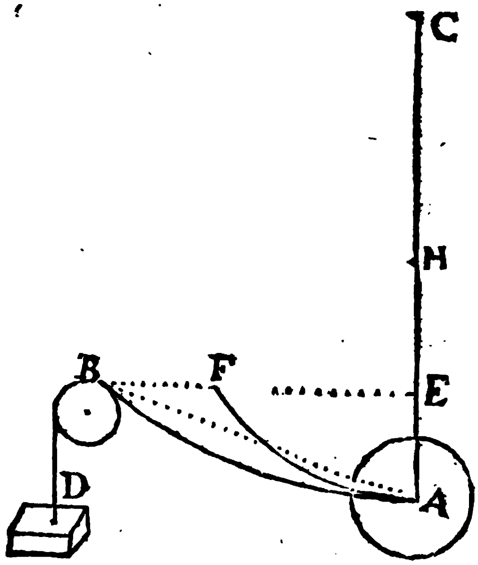
Sed & illud animadvertendum eſt, vix unquam fieri poſſe, ut potentia movens nihil prorſus impedimenti à machinâ recipiat: ſivè enim machinæ ipſius pars aliqua gravis elevanda eſt; ſivè membrorum, in quæ machina diſtribuitur, invicem confligentium, ſeque viciſſim terentium aſperitas obſiſtit; ſive motus (ut machinæ ipſi, cui applicatur potentia, obſecundet) à ſuâ directione inflectitur; ſivè quid hujuſmodi intercedit, quod aliquid de motûs velocitate imminuat, quæ cæteroqui conceptum potentiæ ab omni machinâ abſolutæ impetum conſequeretur. Ex his tamen aliqua ſunt, quæ ita motui potentiæ officiunt, ut ad retinendum onus juvent; hujus ſiquidem gravitas minùs adversùs potentiam valet, ſi & ipſum, quia machinæ illigatum à recto in centrum gravium tramite deflectere, vel mutuum partium ſe terentium conflictum vincere cogatur, ut vim potentiæ inferat. Verùm hæc, quamvis, ubi res ad praxim deducitur, per incuriam diſſimulanda non ſint, ſub ſtaticam conſiderationem hîc non cadunt, ubi machinarum vires expenduntur; harum enim figura perindè attenditur, atque ſi nihil adjumenti, nihil detrimenti ex materiâ accederet.

Ad rem itaque propiùs accedentibus recolenda ſunt ea, quæ in ſuperioribus hujus libri capitibus diſputata ſunt, proximam videlicet motûs effectricem cauſam impetum eſſe ſive ab interiore virtute manantem in iis, quæ ſponte ſuâ moventur, ſivè extrinſecùs aliunde impreſſum iis, quæ naturâ repugnante per vim cientur: ex cujus impetûs intenſione, quatenùs omnem reſiſtentiam ſuperat, motuum velocitas oritur: nunquam autem à velocitate aut tarditate motum ſejungi poſſe certum eſt, quippe qui nec ſinè ſpatio per quod decurratur, nec ſinè partium ſibi certâ lege ſuccedentium continuatione ac ſerie intelligi poteſt. Quare & reſiſtentiæ momenta tùm ex corporis movendi gravitate, tùm ex velocitate componi ſæpiùs innuimus, ut hinc innoteſcat fieri facilè poſſe, ut, ſicut ejuſdem gravitatis reſiſtentia inæqualis eſt, ſi velocitate inæquali movenda ſit, & gravitatum inæqualium diſparia ſunt reſiſtentiæ momenta, ſi Ratio, quæ ex gravitatum & velocitatum Rationibus componitur, ſit Ratio Inæqualitatis, quia gravior velo-

ciùs,

citas, minùs gravis tardiùs movetur; ita gravitatum inæqualium par ſit reſiſtentia, ſi quæ inter gravitates intercedit Ratio, eadem reciprocè inter velocitates inveniatur. Quemadmodum enim quæcumque calori adverſantur, vehementiorem quidem validiſſimè reſpuunt, tenuiſſimum verò facillimè admittunt; haud diſpari ratione pondera, ſi velociùs incitare velis, impensiùs reluctantur, minimo ac tardiſſimo motui leviſſimè obſiſtunt.

Quoniam igitur naturâ definitum eſt, quantam gravitatem, quantâque velocitate, pro certâ impreſſi impetûs menſurâ, movere poſſit Potentia concepto impetu, qui pro ratâ portione reſpondeat impetui quem illa oneri imprimit, ut Potentia, & onus æquali velocitate moveantur; ſatis conſtat eandem impetûs menſuram parem eſſe movendo oneri graviori, ſi quâ Ratione poſterior hæc gravitas priorem gravitatem vincit, eâdem Reciprocè Ratione prioris velocitas poſterioris tarditatem ſuperet; utrobique ſcilicet par eſt reſiſtentia, ac proinde ab eâdem potentiâ vinci poteſt. Cùm enim ea, quæ ſimul æqualiter moventur, æquali impetu ferantur; ſi Potentia tàm tardè moveretur ac pondus per machinam, indigeret impetu ex. gr. ſubquintuplo ejus quo illa movetur quintuplo velociùs ac ipſum Pondus. Verùm impetus hîc ſubquintuplus ineptus eſſet ad oneris reſiſtentiam quintuplo ferè majorem vincendam; ſed ſolum ſuperare poſſet ac movere $\frac{1}{5}$ ponderis. Quinque igitur impetus huic æquales poſſunt totam reſiſtentiam ſuperare. Cum itaque in motu quintuplo velociori Potentiæ ſit verè impetus quintuplus, poterit etiam elevare pondus, quod eſt quintuplo majus, quàm ſit $\frac{1}{5}$ ipſius. Verùm hîc ubi de motûs velocitate ſermo eſt, non is quidem abſolutè accipiendus eſt; ſed quâ parte gravium naturæ repugnat: ſi enim plumbeus globus A ex C dependeat funiculo C A, & circà verſatilem orbiculum B ſtabili axi infixum ducatur filum connectens globos A & D, certum quidem eſt globum A, ſi uſque ad B perveniat, tantumdem ſpatij in arcu A B percurrere, non tamen tantumdem aſcendere, quantum globus D ſecundùm rectam B D deſcendit; ſed aſcenſum metitur A E, nimirum Sinus Verſus arcûs A B, qui minor eſt eodem arcu (arcus ſiquidem major eſt rectâ A B lineâ ipſum ſub-



tendente, quæ oppoſita recto angulo E major eſt quàm trianguli baſis A E) ac propterea reſiſtentiæ momenta non ea ſunt, quæ ex velocitate motûs A B, ſed A E, & ipsâ globi A gravitate componuntur. Ex quo fit globum D quamvis minorem poſſe globo A graviori præſtare, ac illum ad certam altitudinem elevare, ut cuilibet experiri licet, cum tamen illi aſcenſum ſuo deſcenſui æqualem nullatenùs conciliare poſſit. Quòd ſi idem globus A ex breviore funiculo H A dependeat, experimento conſtat opus eſſe globo D gravitatem addere, ut valeat illum per arcum A F elevare ad eandem altitudinem A E: magis quippè laborioſum eſt breviore motu A F, quàm longiore motu A B ad eandem altitudinem aſcendere; atque adeò plus virium in D requiritur, ut globo A majorem impetum imprimat, ex cujus intenſione plus ſingulis temporis momentis aſcendat in hoc poſteriore motu, quàm in priore. Ne tamen motui globi D tribue menſuram arcûs A B ſed rectæ A B.

Sicut autem ubi potentiæ & oneris æquales eſſe debent motus, potentiæ vires gravitate oneris majores eſſe oportet, ut vim illi inferant; ita pariter ubi potentia & onus in motuum velocitate diſſentiunt, & illa quidem velociùs, hoc tardiùs movetur, neceſſe eſt majorem eſſe Rationem Potentiæ ad Onus (licet illa minor ſit onere) quàm ſit Ratio tarditatis hujus ad illius velocitatem; ut ſcilicet ratio Potentiæ ad onus, quæ ex motuum, & virium Rationibus componitur, ſit Ratio majoris inæqualitatis. Sit ex. gr. Ratio motûs Potentiæ ad motum Oneris ut 3 ad 2; ſi Ratio virium potentiæ abſolutè ſumptæ ad gravitatem oneris ſit Reciprocè ut 2 ad 3, Ratio ex his Rationibus compoſita eſt Æqualitatis, ſcilicet 1 ad 1, & motus nullus ſequitur; multò minùs ſi fuerit Ratio minor quàm 2 ad 3; proveniret

niret enim Ratio minoris Inæqualitatis : debet ergo eſſe major Ratione 2 ad 3. Sit ex hypotheſi Ratio 4 ad 5 ; jam Ratio compoſita ex Rationibus 3 ad 2, & 4 ad 5, eſt Ratio 6 ad 5 majoris Inæqualitatis.

Neque hoc ita dictum intelligas, quaſi motus ipſe Potentiæ, ejuſque velocitas, efficiendi vim haberet ; ſed ex ipsâ majore potentiæ velocitate innoteſcit impetum, qui radix eſt motûs, minus invenire impedimenti ex onere, quod minùs reſiſtit, eo quòd tardiùs movendum eſt, quàm ſi æqualem velocitatis gradum cum potentiâ ſortiri deberet. Quare licèt potentia minor ſit, ac pauciores entitativè particulas impetûs producere valeat, quàm potentia major, ſatis in aperto eſt fieri poſſe, ut potentia major majorem inveniens reſiſtentiam nequeat impetum imprimere, ac movere onus, quod movebitur à minore potentiâ, ſi onus idem minùs reſiſtat, cum ſit tardiùs movendum : impetus enim à minore potentiâ oneri impreſſus ſatis eſt ad vincendam minorem hanc reſiſtentiam ; cum tamen potentia major non ſatis habeat virtutis, ut eam impetûs menſuram oneri imprimat, quæ majorem illius reſiſtentiam ſuperaret.

In eo igitur totum Mechanices artificium conſiſtit, ut ſua inſtrumenta ita diſponat, locîſque congruis ita Potentiam, & Onus collocet, ut Potentiæ motus velocior ſit præ motu Oneris : tùm horum motuum Ratione attentè perſpectâ definies, quænam Potentia datum Onus movere, vel quodnam Onus à datâ Potentiâ moveri queat ; ſi nimirum Potentiæ vires ad oneris gravitatem majorem habeant Rationem, quàm ſit Ratio motûs Oneris ad motum Potentiæ. Neque enim Machina aut Potentiæ vires auget, aut oneris gravitatem minuit, ſed Ponderis reſiſtentiam ad Potentiæ virtutem accommodat.

Phyſica autem cauſa hæc eſt, quia impetus à Potentiâ productus, qui in onere minori movendo æque velociter cum potentiâ majorẽ haberet intenſionem, in onere majore ſed tardiùs movendo minorem quidem habet intenſionem, ſed quæ ſatis eſt pro minore reſiſtẽtiâ. Fac enim oneris particulas graves eſſe 20, illique à Potẽtiâ aliquãto graviore imprimi particulas 100 impetûs, quibus vincitur Oneris reſiſtentia : intenſio in ſingulis particulis gravitatis eſt particularum impetûs 5, juxtà quam intenſionis menſuram ſequitur motus æque velox. Potentiæ & oneris,

hujus quidem per vim ſursùm; illius verò juxtà naturam deorſum. Sit adhuc eadem Potentia; ſed offeratur Onus, cujus particulæ gravitatis ſint non jam 20; ſed 50: Potentiæ virtus eſt eadem; quapropter non niſi reſiſtentiam vincere poteſt, cui vincendæ ſufficiant particulæ 100 impetûs; hæ autem in Onere graviore ut 50 efficerent ſolùm intenſionem ut 2: Non igitur Potentia & onus æquè veloci motu, qui reſpondeat intenſioni ut quinque, ſicuti priùs, moveri poterunt; ſed ut onus moveri poſſit, impetúmque à potentiâ recipere, opus eſt ita illud collocare, ut quò magis Ratione gravitatis reſiſtit; eò minùs ratione tarditatis motûs reſiſtat, ſéque eâ ratione temperent duæ hæ reſiſtentiæ, ut una conſletur reſiſtentia non major illâ, quæ oriebatur ex onere gravi ut 20 æqualiter movendo: id quod fiet, ſi motus Potentiæ, quatenùs machinæ applicatur, ad motum oneris ſit ut 5 ad 2 in Reciprocâ Ratione intenſionum impetûs producti. Quare motus Potentiæ ad motum oneris eſt duplus ſeſquialter, quemadmodum poſterior hæc oneris gravitas ut 50 eſt prioris gravitatis ut 20 dupla ſeſquialtera: atque hinc manifeſtum eſt particulas gravitatis 50 reſiſtentes ut 2 ratione motûs comparati cum motu potentiæ, requirere particulas 100 impetûs, quemadmodum particulæ gravitatis 20 reſiſtentes ut 5 ratione motûs comparati cum motu ejuſdem Potentiæ requirunt particulas 100 impetûs. Quid igitur mirum, ſi potentia eadem eodem conatu movet onus ut 50 velocitate ut 2, quo conatu movet onus ut 20 velocitate ut 5?

Servatur itaque perpetua quædam juſtitia inter potentiæ vires, oneris gravitatem, ſpatia motuum, ac tempora; quò enim decreſcunt potentiæ vires, aut oneris gravitas augetur, eò breviora ſunt ſpatia, & longiora tempora motuum ipſius oneris; ſed ampliora ſpatia motuum potentiæ debilioris, quæ præ onere velociùs movetur. Hinc dato onere graviori ſubmovendo, aut potentiam augeri, aut, ſi illa immutata permaneat, oneris motum imminui, ſeu potentiæ motum augeri neceſſe eſt: Tenui enim potentiâ ingens pondus citò moveri non poteſt.

Formalem igitur Machinæ Rationem, quâ Machina eſt, in eo ſitam eſſe deprehendimus, quòd ea figura ſit, quæ potentiæ, & oneris motibus legem ita ſtatuat, ut Potentia velociter, Pondus lentè moveatur; ſic enim fit, ut minor oneris reſiſtentia vir-

tuti

tuti vim movendi, etiamſi minorem, habenti pro ratâ portione reſpondeat. Satis igitur erit, ubi ſingularum machinarum vires expendendæ erunt motuum inire rationes, qui ex machinæ agitatione oriuntur: nam ſi Potentia præ Onere velociùs moveatur, operæ pretium faciet Machinator; modò non adeò tenuis ſit motuum Ratio, ut quicquid utilitatis ex machinæ figurâ accedit, deferatur ex partium ſe terentium conflictu; nam perinde eſſet, ac ſi oneri gravitas adderetur.

Ex his liquet à non paucis plus operæ laboriſque conſumptum, quàm par eſſet, ut Ariſtoteli adhærerent in referendis machinarum viribus in circuli naturam planè admirandam: *Quapropter* inquit initio qq. Mechan. *non eſt inconveniens ipſum miraculorum omnium eſſe principium. Ea igitur quæ circà libram fiunt, ad circulum referuntur; quæ verò circa vectem, ad ipſam libram; alia autem ferè omnia, quæ circa mechanicas ſunt motiones, ad vectem.* Niſi enim fucum veritati faciamus, quæ demum miracula ita circulum à reliquo figurarum vulgo ſecernunt, ut in eum admiratio omnis corrivata confluat, nec niſi hinc in cæteras derivetur? An quòd linea eadem, quâ circuli ambitus definitur, omnis latitudinis expers, cava pariter atque convexa amico fœdere copulat, quæ ſibi invicem repugnant? Cavum ſi quidem à convexo, quæ recto interjecto diſcriminantur, perinde diſſidere cenſemus, atque minus à majori, inter quæ ſibi adverſantia id, quod æquale eſt, intercedit. At hæc ita vulgaria ſunt, ut non Hyperbolæ ſolùm, ac Parabolæ, aut Nicomedis Conchoidi, aut Archimedis Spiralibus, aut Dinoſtrati Quadratici, cæteriſque omnibus extrà Geometricas leges curvis lineis communia ſint; verùm etiam in angulo quocumque rectilineo facilè ab omnibus obſerventur; cum lineæ rectæ, quibus inclinatis angulus conſtituitur, hinc quidem ſibi mutuis nutibus annuere, hinc verò abnuere videantur; quibus oppoſitis nutibus media pariter interjacet directa poſitio, omni inclinatione ſubmotâ.

An ipsâ naſcentis Circuli exordia admiratione non carent, quòd æquè ex Radij ejuſdem in centro ſubſiſtentis quiete, ac circumlati motu oriatur? Sed quid hæc in circulo potiùs ſuſpiciamus, quàm in Helice, cui geneſis haud diſpar contingit? Quòd ſi circulo primas ideò deferendas exiſtimemus, quòd

in ſe recurrens peripheria ibi ſui motûs terminum inveniat, unde ſumpſit exordium; & circumacta, quæ ex adverſo ſunt, partes oppoſitis cieat motibus, ita ut progredientibus ſupremis infimæ regrediantur, & in ima detrudantur ſiniſtræ, dextris in altiora provectis: Quid Ellipſim præjudicio repellimus? cum & hæc unico limite cavo pariter atque convexo in ſeſe redeunte circumſcripta in contrarias partes incitetur; nec à rectâ tantummodo lineâ alternis auctâ crementis, imminutáque decrementis altero terminorum quieſcente, ſed ettiam (quod verè miraculo proximum eſt) utroque extremo flexilis lineæ in binis Ellipſeos umbilicis defixo ab illâ in alios, atque alios angulos ſinuatâ deſcribatur.

At, inquis, in circulo ſemidiametri partes eodem impellente circà centrum agitatæ ita diſpari velocitate feruntur, ut earum tarditas aut concitatio intervallo, quo ſingulæ à centro abſunt, ſit analoga. Verùm & hoc Ellipſi, ac plano Helicoidi aliquatenùs pro ſuo modulo commune eſt; ſemidiametri enim circumactæ puncta à centro remotiora velociùs feruntur. Partes autem quieſcenti centro propiores cunctabundas moveri, naturæ pro viribus oppoſita diſterminantis inſtituto conſentaneum eſſe nemo non videt, qui tarditatem interjici videt quietem inter, ac motûs velocitatem. Quare ſapientiſſimo conſilio factum, ut eorum, quæ firmo nexu invicem ſolidata ſubſiſtunt, vel particulæ omnes æquis paſſibus moveantur, vel ſi qua moræ diſpendium ſubeat, finitimarum velocitas, ſervatâ aliquâ vicinitatis analogiâ minuatur: ne ſcilicet ſolutâ compage diſſiliant.

Quæ verò ad explicandum, cur ea, quæ centro propiora ſunt, tardiùs in gyrum contorqueantur, Author illius libri Quæſt. mechan. comminiſcitur de duplici motu, naturali videlicet, ac præter naturam, quibus feratur ea, quæ circulum deſcribit linea (quaſi breviorem lineam vis major à trahente centro illata magis à naturali motu, qui ſecundùm Tangentem eſt, deflecteret) ea ſunt, quæ facillimè corruant, & minimè cum Ariſtotelis doctrinâ cohæreant, qui lib. 1. de Cælo. ſumma 4. circularem motum & ſimplicem, &

naturalem,

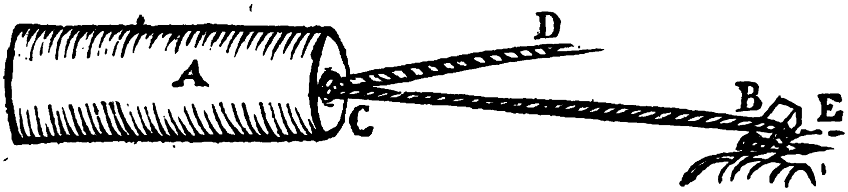
naturalem, & priorem recto diſertiſſimè pronunciat; *Perfectum enim*, inquit text. 12; *prius naturâ eſt imperfecto; circulus autem perfectorum eſt, recta verò linea nulla.* Quis ergo in circulo motus præter naturam? *neceſſarium eſt*, ait text. 8. *eſſe aliquod corpus ſimplex, quod natum eſt ferri circulari motu ſecundùm ſuam ipſius naturam.* Ea certè quibus inſita eſt in motum propenſio, in gyrum aguntur, ut ſydera; aut ſaltem motu in ſe recurrente circulum æmulantur, ut ex cerebri & cordis ſyſtole ac diaſtole ſpirituum ac ſanguinis circuitio oritur; aut plurium circularium motuum commixtione unum temperant motum, ut animalia cum progrediuntur; oſſa ſiquidem, quibus membra ſubſiſtunt, ita à muſculis commoventur, ut unumquodque ſui motus centrum conſtituat in eâ finitimi oſſis parte, cui ſivè Καθ' ἐνάρθρωσιν, ſive κατὰ διάρθρωσιν flexili compage inſeritur. At motu recto, ut potè breviſſimo, nihil fertur, niſi cui ex naturæ inſtituto cedit quies certo in loco, à quo abſtractum fuerit, eóque ſibi redditum ſpontè remigrat. Nihil igitur præter naturam in circuli motu deprehendi poteſt, ex quo diſpar illa intimarum atque extimarum partium velocitas petenda ſit; cum vix alium natura per ſe expetat ſimplicem motum præter circularem. Cur autem qui ſecundùm rectam extremæ ſemidiametro ad perpendiculum inſiſtentem lineam fit motus, naturalis cenſeatur? An quia gravia ſuis nutibus ad terræ centrum rectâ feruntur? Semidiametro igitur, niſi in verticali plano conſtituatur horizonti parallela, motus qui ſecundùm lineam circuli Tangentem eſt, præter naturam continget; quippe qui à rectâ, quæ gravia in centrum dirigit, deflectat: & in circulo horizonti parallelo circumacta ſemidiameter nullo naturali motu agitabitur; nulla enim recta linea circuli Tangens in eo plano eſt, quæ lineæ directionis gravium congruat: & tamen quemcumque demum ſitum circulus ejuſque ſemidiameter obtineat, eandem ſemper motuum analogiam ſervant partes pro ratione intervalli à centro, citrà ullam motuum naturalis, & præter naturam, commiſtionem.

Verùm mirifica ſit circuli natura; quid hæc ad explicandam Mechanicarum motionum cauſam? an ut hanc ignotam fateamur, quia admirandam prædicamus? ſed unico argumento, commenta hujuſmodi disjiciamus. Si minor potentia majori

ponderi

ponderi prævaleat, nullúſque intercedat circularis motus,certū eſt hoc virtutis incrementum neque in Vectem,neque in libram neque in Circulum referri poſſe:adeóque principium aliud eſſe magis latè patens,à circulo abſolutum: Atqui citrà omnem circularem motū minor potentia præpollet graviori ponderi:Manifeſtum eſt igitur fruſtrà ex circulo peti Mechanicarum motionum principium; ſed illud eſſe, quod à nobis indicatum eſt, quippe quod, ubicumque reperitur, hoc efficit, ut minor potentia majori ponderi motum conciliet, nec is unquam ſine illo contingit.

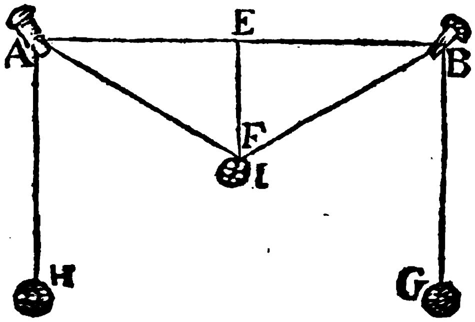
Aſſumptionis veritas ut innoteſcat, ingenſque pondus tardè movendum à tenui virtute ſine circulari motu propelli poſſe confirmem, non ego te in ſuburbanum campum deducam, ut tenerrimo germini ſuppullulanti incumbentes glebas demùm loco ceſſiſſe obſerves, aut marmora Meſſalæ ſcindentem caprificum obtrudam, turreſque longâ annorum ſerie labefactatas enatis fruticibus atque virgultis; ne mihi fortè herbeſcentes cuneos obtrudas, quos ad vectem, & circulum revocare velis.



Sed age raptandus ſit in plano horizontali, aut inclinato, aut etiam elevandus ſit ad perpendiculum cylindrus A. Experire primùm quanto labore id præſtes illum trahens illigato fune in C, & arreptâ extremitate funis B. Tùm in B infixo firmiter paxillo ductarius funis alligetur; hic porrò inſeratur annulo C optimè ferruminato, & quoad ejus fieri poterit exquiſitè polito, arreptáque alterâ funis extremitate D iterum trahe cylindrum, & quantò minori labore id perficias, tu te ipſe docebis. At hîc nulla circuli vides miracula; hîc libra nulla; nullus hîc vecti locus: motus enim tùm potentiæ trahentis, tùm cylindri, rectus eſt. Facilitatis autem diſcrimen non ex ullo circulari motu, qui nuſquam apparet, ſed ex eo oritur, quòd primùm potentia & onus æqualiter moventur; poſteà verò cylindri

dri velocitas ſubdupla eſt velocitatis potentiæ; quia cum ex C cylindrus venit in B funis ultrà B extenditur juxtà longitudinem CB uſque in E; ac propterea motus potentiæ duplus eſt, ſcilicet CE.

Statue item in pariete puncta duo A & B (quo autem majore intervallo disjuncta fuerint, res meliùs ſuccedet) ibique clavos rotundos nihil habentes aſperitatis infige. Tùm pondera duo H & G æqualia aſſume, eáque funiculo nullis nodis aſpero, ſive ſerico crudo, ſive crinibus equinis connexa impone claviculis A & B, ut liberè ex iis dependeant: ſuâ autem gravitate



funiculum AB intentum Horizonti parallelum ſervabunt, & neutro prævalente ob gravitatis æqualitatem prorsùs immota conſiſtent. Elige jam pondus tertium I, quod alteri datorum H & G æquale ſit, aut etiam ſingulis aliquantò minus; illudque in E extento funiculo AB adnecte: ſtatim pondus I ſecundùm rectam EF deſcendens videbis; pondera autem H & G per rectas HA, & GB aſcendentia, quâ menſurâ funiculi inflexi partes AF, BF ſimul ſumptæ excedunt rectam AB. Nullus igitur motus circularis hîc eſt; ſed omnes recti ad perpendiculum, & tamen potentia I minor commovet majus pondus, quod ex H & G conflatur.

Id autem ideò contingere, quia motus EF deſcendentis I major eſt motu aſcendentium H & G, hinc manifeſtum eſt, quòd pondus I uſque ad certum terminum deſcendit, ibique ſubſiſtit: quòd ſi illud manu apprehenſum adhuc deorſum trahens eleves pondera H & G, ubi manum indè abſtraxeris, pondera H & G prævalent, ac deſcendentia elevant pondus I ad certum illum terminum, ubi ſponte ſubſtiterat: quia nimirum ultrà illum terminum non jam major eſt Ratio ponderis I ad pondera HG, quàm ſit Ratio motuum H & G ad motum I. Hæc autem inferiùs, ubi de librâ & Æquilibrio ſermo erit, paulò fuſiùs & dilucidiùs explicabuntur; nunc enim ſatis eſt

pro inſtitutâ diſputatione oſtendiſſe minorem gravitatem præpollere citrà omnem motum circularem.

Ratum itaque eſto ad nullum certum machinæ genus cætera eſſe revocanda; ſed omnibus commune eſſe principium, ex quo vires deſumunt; impetûs ſcilicet à potentiâ producti proportio ad ponderis reſiſtentiam (quæ eò minor eſt, quò tardiùs moveri debet) ea eſt, quæ motûs facilitatem conciliat; nullus quippe adeò tenuis impetus reperitur, cui lentiſſimus aliquis motus non reſpondeat, ſi intereà à velociori motu potentia non prohibeatur. Ubi autem de potentiæ velocitate ſermo eſt, non ea intelligatur, quæ eſſet, ubi præter ſe nihil ipſa moveret, abſoluta ab omni reſiſtentiâ; ſed eam velocitatem intellige, quæ comparatè dicitur, ubi ejus motus cum oneris motu confertur. Semper tamen impetus, qui in Potentiâ reperitur quatenùs excedit reſiſtentiam ponderis, majorem in eâ intentionem habet, quàm in pondere; quamvis pares entitativè ſint impetus Potentiæ, & oneris. Hæc autem clariùs patebunt lib. 4. cap. 1.

CAPUT VI.

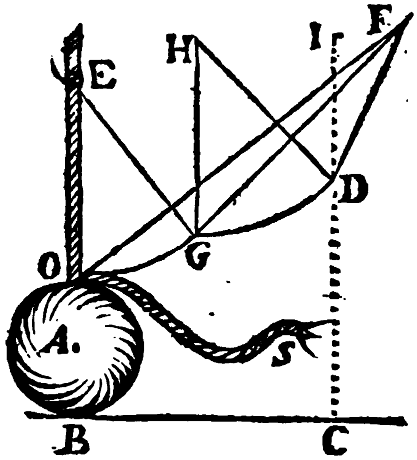
Quid attendendum ſit in Machinæ collocatione, atque materie.

QUamvis inſtructarum Machinarum vires ad calculos revocentur inſpectâ earum figurâ, ut Potentiæ atque oneris motus invicem comparentur; quo tamen loco & ſitu Machina ipſa collocetur, diſpiciendum eſt, ut innoteſcat, quanta illi vis inferatur tùm ab oneris gravitate, tùm à potentiæ conatu: ex hoc ſiquidem decernendum erit, quàm ſolidam conſtrui oporteat Machinam. Quotus enim quiſque eſt, qui ignoret longè ſolidiorem requiri machinam, ſi ex illa dependeat, aut illi incumbat onus, quàm ſi non machinæ; ſed ſubjecto plano, innitatur idem pondus, aut aliunde dependeat? alia ſcilicet ſunt gravitatis momenta contrà virtutem ſuſtinentem etiam citrà motum, alia verò momenta, quatenus motui adverſatur.

Hinc

Hinc operæ pretium fuerit non contemnendum, ſi res ita à Machinatore diſponantur, ut pondus, quàm minimum fieri poſſit, à machinâ ſuſtineatur: hâc enim ratione fiet, ut longiùs avertatur periculum luxationis aut fractionis membrorum, quibus machina diſtinguitur, etiamſi exilior illa fuerit; & machinæ gravitas aliqua ſubtrahetur, dum moles ipſa minuitur, atque proinde movendi oneris difficultas non augebitur ex machinâ; quæ etiam minore impendio parabitur.

Sit exempli gratiâ pondus A, quod ſit trochleâ attollendum in D. Poterit id duplici ratione fieri; primùm raptando illud in plano Horizontali ita, ut ex B veniat in C, tùm alligatâ trochleâ in I illud attollendo ad perpendiculum uſque in D: cum raptatur, totum incumbit pondus ſubjecto plano; cum attollitur, totum ex trochleâ dependet. At ſi trochleâ utaris, de cujus firmitate ſubdubites, & loci diſpoſitio ferat, ut poſſit ex E & H onus ſuſpendere, res faciliùs perficietur. Ponderi enim A adnecte funem O E, ex quo pendere poſſit in E, ac

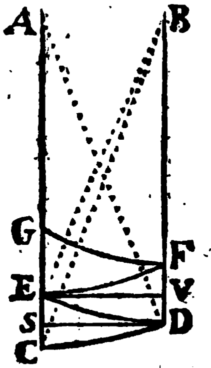


præterea tantumdem funis O S liberè vagantis; trochleam autem alliga in F: ubi verò ope trochleæ adduxeris pondus ex O in G, tùm funem O S liberè vagantem eleva, ac benè intentum adnecte in H, ut jam pondus ex H dependeat ad perpendiculum: Ex hoc fiet, ut reſoluto fune O E, liberéque vagante, ope trochleæ in F alligatæ adducas pondus ex G in D multò minori labore, quàm ſi ex B in C illud raptâſſes, & ex C in D ſuſtuliſſes. Conſtat autem pondus idem minùs conniti adversùs lineas F G aut F D, quàm adversùs perpendiculares H G, aut I D, ex iis quæ diſputata ſunt lib. 1. cap. 15, ac propterea etiam minùs dubitari poteſt de trochleæ firmitate.

Hoc autem compendium elevandi pondera perinde, atque ſi per planum inclinatum attollerentur, ea ſcilicet ſuſpendendo atque obliquè trahendo, ubi in praxim ritè deduxeris, appa-

rebit quanto labori, & quàm magnis ſumptibus parcatur: cum neque vincendus ſit partium tritus atque conflictus inter pondus, ac ſubjectum planum, neque ſternendum ſit multo robore planum ipſum, quod oneri ſuſtinendo non impar ſit. At ubi funem EO, quoad ejus fieri poterit, intenderis, aquâ largiter imbuito; hoc enim fiet, ut ſeſe contrahens etiam paulò intentior, atque ad deſtinatum opus evadat aptior.

Quæ cum ita ſint, alia ſe offert methodus elevandi pondera non levi laboris compendio, ſi nimirùm duplex adhibeatur



trochlea, altera quidem in A imminens ponderi ad perpendiculum, altera verò in B. Adhibita igitur trochlea B elevabit pondus ex C in D, ibique totum ex B pendebit: tùm viciſſim trochleâ A utere, & ex D in E aſcendet pondus, quod ibi totum ex A pendebit: iterum igitur adhibe trochleam B, ut ex E in F aſcendat; atque viciſſim, adhibitâ trochleâ A aſcendet ex F in G; & ſic deinceps.

Ubi vides motum ponderis aſcendentis per arcus C D E F G majorem eſſe quàm ſi rectâ ad perpendiculum elevatum fuiſſet ex C in G. Quia verò altitudines perpendiculares ſingulis arcubus reſpondentes ſubinde majores fiunt, propterea plus virium à potentia movente adhibendum eſt in progreſſu. Quâ autem Ratione altitudines illæ perpendiculares creſcant, facilè innoteſcet, ſi arcuum ſingulorum Sinus verſos ſuis Radiis reſpondentes ad calculos revocaveris; arcus enim ſuperiores & plurium eſſe graduum, & ex Radio minori, manifeſtum eſt: diſtantia autem parallelarum AC, BD perpendicularium eadem ſemper eſt; quapropter & æquales lineæ ſunt Sinus Recti arcuum inæqualium in circulis inæqualibus, videlicet arcuum majorum in circulis minoribus. Quamquam nec omninò neceſſe eſt ità ſingulis tractionibus pondus attollere, ut ad perpendiculum dependeat, ſi maximè trochleæ invicem non modicum diſtarent; ſed ſufficeret alternis operis trochleas agitare, ut aſcendens pondus modò ad hoc, modò ad illud perpendiculum accederet, ita tamen ut ultrò citróque tranſgrediatur perpendiculum, quod medium cadit inter extremas AC & BD; alioquin

alioquin par non eſſet utriuſque trahentis labor. Cæterùm ſatius eſt A & B parùm diſtare.

Ut autem exemplo aliquo res manifeſta fiat, ſtatuamus altitudinem A C eſſe pedum 70, diſtantiam verò A B pedum 30, cui æqualis eſt ea, quæ ex D cadit perpendicularis in A C, ſcilicet D S. Quare in triangulo A S D rectangulo nota eſt Hypothenuſa A D, quæ æqualis eſt ipſi A C, & nota eſt Baſis S D. Atqui conſtat Perpendiculum A S eſſe medio loco proportionale inter ſummam atque differentiam Hypothenuſæ ac baſis, ſcilicet inter 100 & 40; igitur ducta prima in tertiam, videlicet ducta ſumma in differentiam dabit 4000 Quadratum Mediæ (hoc eſt perpendiculi A S) cujus Radix ped. 63$\frac{1}{4}$ ferè eſt Perpendiculum A S. Igitur elevatio C S eſt ped. 6$\frac{3}{4}$.

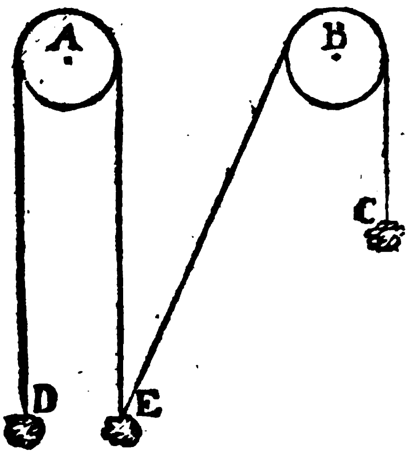
Cum itaque B D æqualis ſit ipſi A S (jungunt enim parallelas æquales A B & S D) iterum in triangulo B V E rectangulo nota eſt Hypothenuſa B E ped. 63$\frac{1}{4}$, & Baſis E V eſt ped. 30: Quare inter ſummam ped. 93$\frac{1}{4}$, ac differentiam ped. 33$\frac{1}{4}$ media proportionalis ped. 55. 67″. eſt Perpendiculum B V; atque adeò elevatio D V eſt ped. 7. 58″. major quàm C S. Et ſic de reliquis.

At ſtatue diſtantiam A B ſolùm ped. 20: reperies perpendiculum A S vix excedere ped. 67; quare elevatio C S erit ped. 3 ferè; ac propterea etiam Perpendiculum B V erit paulò majus ped. 63. 94″; & elevatio D V ped. 3. 06″; & ſic de cæteris.

Potentiæ verò elevantis motum metitur differentia, quæ inter lineas B C & B D intercedit: quando autem diſtantia A B eſt ped. 30, linea B C eſt ped. 76. 15″; at cum eſt ped. 20, B C eſt ped. 72$\frac{4}{5}$. Cum igitur in primo caſu B D ſit ped. 63$\frac{1}{4}$, motus potentiæ eſt ped. 12$\frac{9}{10}$; in ſecundo autem caſu cum B D ſit ped. 67; linea autem B C ſit ped. 72$\frac{4}{5}$, motus potentiæ eſt ped. 5$\frac{4}{5}$. Quare in primo Ratio motûs Potentiæ ad motum ponderis eſt 12$\frac{9}{10}$ ad 6$\frac{3}{4}$, in ſecundo Ratio eſt 5$\frac{4}{5}$ ad 3: & factâ reductione ad alias denominationes, prima Ratio eſt 86 ad 45, ſecunda Ratio eſt 29 ad 15, quæ ſi ad eumdem denominatorem 45 reducatur, erit 87 ad 45. Conſtat autem majorem eſſe Rationem 87 ad 45, quàm 86 ad 45. per 8. l. 5. Majorem igitur Rationem habet motus Potentiæ ad motum ponderis, quam-

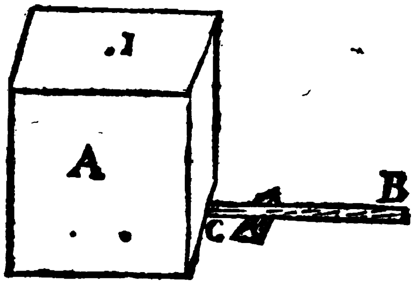
do A & B minùs diſtant, quàm cum ſeparantur intervallo majore; atque adeò major eſt etiam movendi facilitas.

Quòd ſi rei hujus minimè dubium experimentum ſumere placeat, ipſiſque oculis rem totam ſubjicere citrà omnem deludentis phantaſiæ ſuſpicionem, firmetur in A orbiculus circà ſuum axem verſatilis, & ex eo æqualia pondera D & E funiculo connexa dependeant ad perpendiculum; quæ propter gravitatis æqualitatem immota permanent. Tùm in B firmetur orbiculus circà ſuum axem pariter verſatilis, & aſſumatur pondus C ponderi E æquale, cui adnectatur funiculo EBC. Si manu retineas pondus C, ne gravitet, perſiſtit pondus E in ſuo perpendiculo: jam manu retine pondus D, ne prorſus moveatur, ac dimitte pondus C, videbis hoc quidem deſcendere, pondus verò E aſcendere, donec ex B dependeat, & in æquilibrio cum pondere C ſubſiſtat. Iterum retine pondus C, & dimitte pondus D, pariterque pondus D deſcendens videbis, E verò adhuc aſcendens; & ſic deinceps uſque eò, dum pondus E unicum ambobus D & C æquipolleat, ut ſuperiori capite indicatum eſt. Id igitur quod à ponderibus D & C præſtatur, à quâlibet potentiâ æquali in D & C conſtitutâ præſtari poſſe manifeſtum eſt. Si itaque ſimplicibus orbiculis fit, ut pondus æquale poſſit prævalere, multò magis id fiet, ſi trochleæ adhibeantur.



Ex his apparet, quid & in cæteris machinarum generibus, analogiâ ſervatâ, dicendum ſit, ex quarum opportunâ collocatione facilitas movendi augentur. Si enim, exempli gratiâ, cubus A marmoreus elevandus fuerit vecte BC, multò faciliùs id fiet, ſi ille ſupponatur cubo, quàm ſi ex I ad perpendiculum elevaretur eodem vecte ſuſpenſum: ex I ſcilicet totus cubus à vecte ſuſtineretur; at ſubjectus vectis

BC



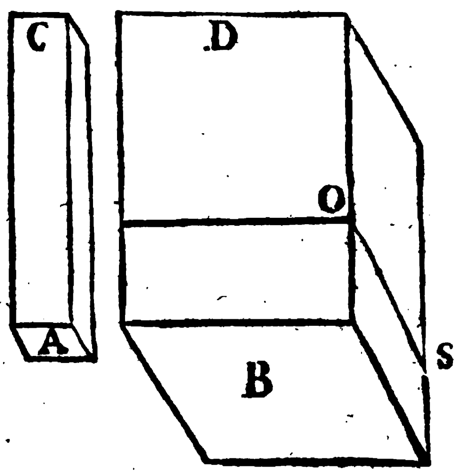
B C ita cubum ſuſtentat, ut etiam reliquo latere cubus idem ſubjecto plano incumbat.

Quemadmodum autem non quemlibet vectem cuilibet oneri elevādo parem eſſe omnes intelligunt; ſed habita ratione materiæ, ex quâ conſtat, congrua ſoliditas ei tribuenda eſt; ita pariter in cæteris omnibus, quæ huc ſpectant (ſive ſint machinarum membra, ſive paxilli ſint aut tigilli, quibus machinæ adnectuntur) materiæ ſoliditatem attendendam eſſe manifeſtum eſt, ne frangantur. Et quidem quod ad materiam attinet, non omnium ſolidorum partes pari nexu cohærent, ſed alia aliis fragiliora ſunt: ſic lignum quernum difficiliùs frangitur, quàm fraxineum aut populeum: neque enim in omni ligno æque operoſa ſimiliſque ſtaminum textura reperitur; cum etiam lignum idem quaqua verſum findi non poſſit pari facilitate; permagni quippe intereſt, recta ne juxtà venarum ductum? an obliquè? ſectio facienda ſit. Id quod in ipſis quoque lapidibus, atque marmoribus obſervare quandoque neceſſe eſt, ubi non æquè per omnes partes compacta materia venas habet ſciſſioni maximè obnoxias. In metallis pariter eorum natura conſideranda eſt, molliſne illa ſit, ac flexibilis? an verò dura? ut eam, quam ſemel induit figuram, conſtanter retineat. Ex quo fit, ut pro materiæ diſſimilitudine diſpar etiam craſſities requiratur: quis enim neſciat, quantum ligneum inter ac ferreum ejuſdem molis vectem interſit?

Verùm illud potiùs conſiderandum videtur, quod ad ſoliditatem ipſam ſpectat, etiamſi materies diverſa non ſit; pro variâ enim craſſitudine mutatur frangendi difficultas; & quia in mole majori plures inſunt partes diviſioni reſiſtentes, frangendi pariter difficultas augetur pro Ratione multitudinis partium, ſi cætera paria ſint. Dubitare videlicet nemo poteſt à duplici partium dividendarum numero duplicem oriri reſiſtentiam. Si cætera, inquam, ſint paria; nam ſi filum ſericum ut rumpatur, requirit vim ut unum, & decem fila ſerica paris

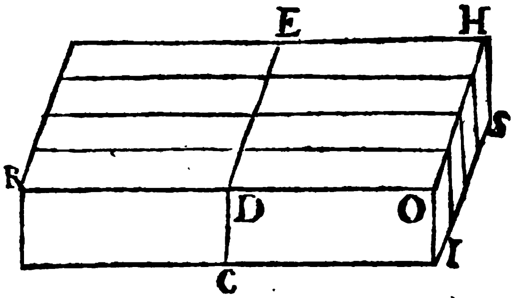
craſſitiei ac longitudinis parallela ſimul poſita requirant vim decuplam; ſi in unum funiculum decem illa fila ritè contorqueantur, multò majorem vim quàm decuplam requiri, ut funiculus frangatur, manifeſtum eſt: quemadmodum & ligneus tigillus multo validiùs reſiſtit fractioni, quàm virgarum faſciculus eidem tigillo æqualis; major eſt enim particularum unio, ubi in unum corpus coaleſcant, quàm ubi plura minora corpora conſtituantur.

Hinc ſi fuerint duo parallelepipeda quadrata A & B, quorum latera ſint in Ratione quadruplâ, altitudines verò A C, & B D æquales; conſtat ex 32. l.11 ea eſſe inter ſe ut baſes; baſes autem ſunt quadrata laterum; igitur parallelepipedum B eſt ſedecuplum parallelepipedi A. Finge ſexdecim parallelepipeda ipſi A æqualia in faſciculum colligata, & ſciſſionem faciendam juxta lineam O S vi oneris in O poſiti: certum eſt faciliùs frangi poſſe ſexdecim illa parallelepipeda, quàm parallelepipedum B illis omnibus æquale; ut enim ſcindatur, curvari oportet vi oneris incumbentis; illa autem ſexdecim faciliùs curvantur quàm ipſum B. Id quod manifeſtum fiat, ſi virgam ex ſalicto decerpens, eamque leniter inflectens obſerves, quâ quidem parte virga curvata eſt, tenerum corticem in rugas aſſurgere atque criſpari, quâ verò parte convexa eſt, corticem diſtrahi atque diſtendi. Ex quo facilè arguimus, quid durioribus corporibus contingat, quæ non adeò manifeſtè corrugari poſſunt; flecti ſcilicet nequeunt, quin aliqua fiat interiorum partium compreſſio, & exteriorum diſtractio. Hinc in parallelepipedo B, quod flecti intelligitur, ut ſcindatur, partes, quæ circa O, comprimuntur; quæ verò circà S, diſtrahuntur: huic autem motioni repugnant omnes particu-



læ vi nexûs, quo unaquæque cum ſibi proximè cohærentibus particulis colligatur. Cum autem ſexdecim illa parallelepipeda minora non ſint invicem connexa, quemadmodum particulæ omnes parallelepipedi B in unam molem coaluerunt, conſtat pauciores nexus faciliùs, quàm plures, diſſolvi.

Hoc verò ut pleniùs atque apertiùs explicetur, intellige ſolidum longiuſculum R S in plures tenues laminas plano R I parallelas diviſum, ſibique ita viciſſim congruentes, ut earum extremitates conſtituant planum H I. Omnes haſce laminas ſecundùm extremitates fulcris impoſitas pondus ſuper D C conſtitutum adeò premat, ut curvari aliquantulum cogantur.

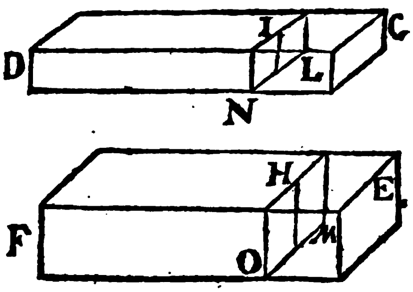


Obſervabis illicò extremitates illas non jam ampliùs in eandem planitiem H I exæquari; ſed eas quidem laminas, quæ cavitatem ſpectant, magis curvari; minùs verò eas, quæ convexitati reſpondent, ac propterea extimæ laminæ extremitatem ab extremitate intimæ laminæ, quæ ponderi impoſito cohæret, magis recedere, quàm intermediarum extremitates. Conſtat itaque in hoc motu ſingularum laminarum particulas, dum curvantur, non iis reſpondere adhærentis laminæ particulis, quas priùs contingebant, cùm omnis curvitatis expertes erant, atque faciliùs potuiſſe ſingulas laminas moveri, quia nullo nexu invicem copulantur. Quòd ſi ex iis unum ſolidum R S planè integrum coaleſcat, manifeſtum eſt planitiem H I permanere, ac propterea, dum curvatur, neceſſe eſt, ut interiores particulæ invicem connexæ diſtrahantur, cum nequeant aliæ ab aliis ſecedere, quemadmodum in laminis contingere obſervavimus. Hinc oritur major ſolidi, quàm laminarum, reſiſtentia, ne frangatur. Non negarim tamen aliquando ſatius eſſe duobus mediocribus tigillis uti, quàm craſſiore tigno illis æquali; quia nimirum alterutro labem patiente rimaſvè agente, alter faciliùs integer perſeverat; in craſſiore autem tigno, ſi rimam du-

cere occœperit, periculum eſt, ne malum ſerpat juxta venarum aut fibrarum ductum. Cæterum ſublato hujuſmodi periculo, ubi reliqua paria ſint, craſſiora corpora difficiliùs franguntur.

Quare ſolidorum reſiſtentia, ne frangantur, major eſt quam pro Ratione ſectionum; hæc ſiquidem Ratio ſectionum ſervari quidem intelligitur, ſi limâ aut ſerrâ ſecari corpora oporteat; illæ enim tantummodò particulæ reſiſtunt, quæ ſectionem admittunt; at ubi de fractione agitur, quæ præter motum particularum, quæ dividuntur, motum etiam aliquem exigit aliarum, quas comprimi aut diſtrahi opus eſt, plus, minùs, pro Ratione vicinitatis, longè alia eſt Ratio, pro ut compreſſio illa atque diſtractio particularum faciliùs aut difficiliùs perfici poterit. Hoc autem ex ipsâ figurâ potiſſimùm pendet: Solidi enim R S ſectio C D E eadem quidem eſt, ſivè illud circà D E longiorem lineam, ſivè circa C D breviorem, curvari debeat, ut frangatur; ſed non eadem eſt in fractione C D ac in fractione D E frangendi difficultas; nam cum propiores ſint puncto D partes, quæ ad C, quàm quæ ad E ſitæ ſunt, conſtat has quidem magis cum circà lineam C D curvatur ſolidum, illas verò, cùm circà lineam D E curvatur, minùs diſtrahi oportere, ut fractio ſequatur. Quò autem magis diſtrahi debent particulæ, quæ ex D versùs E recedunt, magis interim comprimi neceſſe eſt eas, quæ ad D accedunt ſecundùm lineam R O in plano R I. Major igitur eſt difficultas, ſi circà breviorem lineam C D curvetur, & fractio ſecundùm longiorem lineam D E ſequatur, quàm ſi contrà curvetur circà longiorem D E, & fractio fit juxtà breviorem C D.

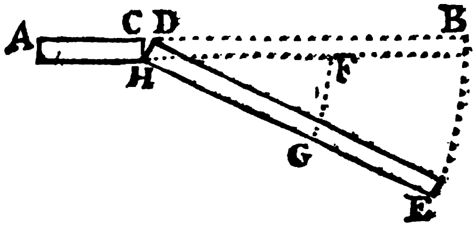
Jam igitur ſi duo ſolida invicem comparentur, quæ ejuſdem ſint materiæ ejuſdemque longitudinis, & in pari ab extremitatibus diſtantiâ frangi oporteat, ſtatuatur in utroque ſolido punctum fractionis, per quod intelligatur planum ſecans ſimiliter inclinatum, facienſque in utroque ſolido ſuperficies, quas vocemus *Baſes*. Item planum per quod movetur Potentia vim frangendi habens, ita productum intelligatur, ut Baſibus prædictis ſimili inclinatione occurrens deſcribat ſectionum lineas, quas vocemus Craſſities. Ut ſi fuerint duo ſolida



ta C D & E F æqualis longitudinis, parieti infixa ſecundùm æquales partes C I & E H, ut in punctis I & H fiat fractio, ex hypotheſi. Si per ea puncta agantur plana ſimiliter inclinata, erunt ſuperficies I L & H M, quas vocamus hîc *Baſes.* Jam in extremitatibus D & F æquè remotis à punctis I & H ſint Potentiæ vim frangendi habentes, & per lineam motûs hujuſmodi Potentiarum intelligantur plana cum ſimili inclinatione occurrentia baſibus I L & H M, ponamuſque communes horum planorum ſectiones eſſe lineas parallelas, & æquales lineis I N & H O; quas ſectiones vocamus *Craſſities* ſolidorum, atque pro earum menſurâ uſurpamus lineas I N & H O. Cum itaque frangendi difficultas oriatur tùm ex numero partium, quæ ſeparandæ ſunt, has autem ipſæ Baſes I L & H M definiunt, tùm ex violento motu diſtractionis partium, qui ex ipſâ ſolidorum craſſitie I N, & H O dignoſcitur; illud conſequens eſt, quòd Reſiſtentiæ ſolidorum Ratio ea ſit, quæ ex Ratione Baſium, & Ratione Craſſitierum componitur. Hinc eſt quòd ſi Baſes fuerint ſimiles, & quæ eſt Ratio laterum homologorum, ea etiam ſit Craſſitierum Ratio, reſiſtentiæ ad fractionem invicem comparatæ erunt in Ratione triplicatâ laterum homologorum; ac propterea cylindrorum reſiſtentia ad fractionem erit in Ratione triplicatâ Diametrorum, ſeu Craſſitierum.

Hanc, de quâ hactenus nobis ſermo fuit, *Reſiſtentiam abſolutam* dicimus, quam ſolidum habet, ne dividatur: quò enim plures partes debent præter naturam comprimi, aut diſtrahi, plures ſunt reſiſtentiæ; & quò magis hoc motu debent momento eodem præter naturam moveri, eò etiam magis reſiſtunt: quâ igitur ratione plures ſunt reſiſtentes, & quâ Ratione magis reſiſtunt, tota reſiſtentiæ ratio componitur; quæ ex ipsâ corporis ſoliditate pendet, nullâ habitâ ratione longitudinis ipſius ſolidi: Propterea *Abſoluta* dicitur. Nam ſi longitudines frangendorum corporum comparemus, quæ ſuâ varietate mutant frangendi difficultatem, aut facilitatem, re-

ſiſtentia hæc dicenda erit *Reſpectiva*; quæ aliquando ea eſſe poteſt, ut corpus majore reſiſtentiâ abſolutâ præditum reddatur magis obnoxium fractioni; longitudo ſiquidem auget frangendi facilitatem: ideo autem *Reſpectivam* dicimus, quia comparatè ad momenta potentiæ ſumitur; hæc verò momenta ex variâ longitudine, ſeu diſtantia à puncto fractionis pendere manifeſtum eſt. Sit enim



ſolidum A B, quod ita flectatur, ut fiat fractio C D: Potentia movens in B conſtituta dum perficit ſpatium B E, diſtractio particularum ſolidi fit ſolùm per ſpatium C D (aut verius per C H D, nam etiam partes inter C & H diſtrahuntur; Sed hîc claritatis gratiâ ſolùm extremæ C D conſiderantur) quod eſt multo minus ſpatio B E ſecundùm Rationem H D ad H E. At ſi ſolidum frangendum ſit A F, aut ſi ſit totum A B, tamen Potentia movens ſit ſolùm applicata in F, Potentia perficiens ſpatium F G (quod eſt minus quàm B E in Ratione H F ad H B) major eſſe debet quàm Potentia in B ſecundùm Rationem Reciprocam motuum B E & F G, ut ſequatur idem motus diſtractionis partium C D; nam ex 8. l. 5. minor eſt Ratio F G ad C D, quàm ſit Ratio B E ad eandem C D. Conſtat igitur à longitudine augeri facilitatem frangendi, ac proinde Reſiſtentiam hanc Reſpectivam eſſe ſecundùm Reciprocam Rationem longitudinum.

Ex quo obiter apparet, cur ſolida Horizonti perpendicularia magis reſiſtant fractioni, ſi potentiæ motus, ſeu conatus, ſit ad perpendiculum Horizonti: quia videlicet in hujuſmodi motu ad perpendiculum æqualiter moveri oportet Potentiam cum ſolidi particulis, quæ diſtrahi aut comprimi debent: ut autem Potentia ſuperet vim reſtititivam, aut major eſſe debet Ratio motûs potentiæ ad motum corporis reſiſtentis, quàm ſit Ratio virium reſiſtendi ad virtutem movendi, aut virtus movendi abſolutè major eſſe debet vi reſiſtendi: Cum itaque in motu perpendiculari intercedere non poſſit motuum inæqualitas, neceſſe eſt virtutem movendi vehementer augeri, ut ſuperet vim,

quâ

quâ particulæ ſolidi invicem connexæ repugnant, ne diſtrahantur, aut comprimantur.

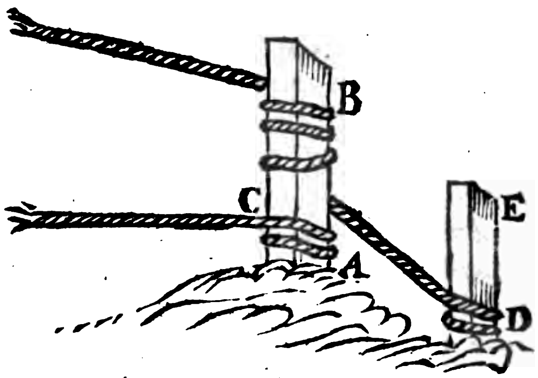
Hinc ex haſtâ ad perpendiculum ſuſpensâ pendebit ingens ſaxum, & tigillum perpendiculàriter terræ inſiſtentem premet moles, penè dixerim, immenſa, citrà haſtæ aut tigilli fractionem: quia omnes haſtæ atque tigilli partes & æqualiter cum onere ſuſpenſo aut incumbente moveri deberent, & omnes æqualiter reſiſtunt diſtractioni aut compreſſioni: At ſi ad horizontem inclinata aut parallela fuerint hujuſmodi ſolida (haſta videlicet atque tigillus) non eſt æqualis omnium partium diſtractio aut compreſſio, minùs enim diſtrahuntur, quæ puncto H proximæ ſunt, quàm quæ ad D accedunt (concipe H in media craſſitie) contrà verò illæ magis, hæ minùs comprimuntur; quemadmodum neque motui diſtractionis aut compreſſionis eſſet æqualis motus oneris deorsùm urgentis in haſtæ, vel tigilli non perpendicularium extremitate conſtituti, ſed multò major eſſet hîc oneris motus. Quoniam verò rerum natura magis repugnat corporum penetrationi, ad quam quodammodo accedere videtur compreſſio, quàm corporum unitorum diviſioni, ubi vacui metus abſit; hinc eſt majorem molem faciliùs ſuſtineri à fulcro ad perpendiculum ſubjecto, quàm ſuſpendi ex ſolido perpendiculari citrà fractionis periculum. Quamvis negandum non ſit ad hujuſmodi facilitatem, quam experimur in ſuſtinendo potiùs, quàm in retinendo onere, conferre plurimum, quòd tellus; cui fulcrum infigitur, demùm non ſubſidit; at laqueare ſeu fornix ex quo ſolidum pendet onere prægravatum, tantam gravitatem non ita facilè ferre poteſt. Quare ad tollenda in ſuperiores ædificiorum partes ingentia ſaxa multo cautiùs atque tutiùs ij operantur, qui longam trabem, aut plura tigna ritè connexa, quaſi navis malum rudentibus uſquequaque firmatum, ne à perpendiculo deflectat, ſtatuunt, cui ſuperiorem trochleam adnectant; quàm qui trabem Horizonti parallelam parieti infigunt ad idem munus præſtandum; hæc ſiquidem horizonti parallela magis fractioni obnoxia eſt, quàm perpendicularis; præterquam quod parietem aliquatenus labefactare poteſt, cum habeat ratio-

nem vectis in ſuperiora propellentis ſaxo deorſum urgente; niſi huic periculo ex arte obviam eatur.

Comparatis itaque invicem ſolidorum frangendorum longitudinibus, hoc eſt intervallis inter fractionum puncta & locum, ubi potentia vim frangendi habens conſtituta intelligitur, quò major eſt longitudo, eò minor eſt reſiſtentia ſolidi, ne frangatur. Quapropter ubi duo data ſolida conferantur, quæcumque demùm illa ſint, non ſolùm eorum Reſiſtentia Abſoluta, quæ ex Rationibus Baſium, & Craſſitierum componitur, attendenda eſt, ſed etiam Reſiſtentia Reſpectiva, quæ ex longitudinibus pendet: atque adeò adæquata Ratio reſiſtentiæ, ne frangantur, ea eſt, quæ componitur ex Rationibus Baſium & Craſſitierum atque ex Ratione longitudinum Reciprocè ſumptarum: cùm enim longitudini majori reſpondeat minor reſiſtentia, manifeſtum eſt longitudinum Rationem eſſe Reciprocè ſumendam, ut reſiſtentiæ, quæ ex illis oritur, Ratio habeatur. Hinc eſt fieri aliquando poſſe, ut ſolidum craſſius minùs reſiſtat fractioni, quàm ſubtilius, ſi hoc breve ſit, illud verò valdè longum, ſi videlicet longitudo craſſioris ad longitudinem ſubtilioris Rationem habeat majorem, quàm ſit ea, quæ ex Rationibus Baſium, & Craſſitierum componitur. Sic ſi duo fuerint cylindri, & alter triplo craſſior fuerit reliquo, ſed etiam trigecuplo longior fuerit illo, minùs etiam fractioni reſiſtet; quia reſiſtentia abſoluta majoris cylindri ad minorem eſt ut 27 ad 1, ſed reſiſtentia Reſpectiva ejuſdem majoris ad minoris reſiſtentiam pariter reſpectivam eſt ut 1 ad 30: Ratio ergo ex his Rationibus 27 ad 1, & 1 ad 30 Compoſita, eſt Ratio 27 ad 30, hoc eſt 9 ad 10, ac propterea major cylindrus reſiſtit fractioni ut 9, minor verò fractioni reſiſtit ut 10.

Deſine jam mirari, ſi quando paxillum maximis viribus reſiſtere videris; quia nimirùm potentia, quæ motum conatur, proximè applicata eſt parieti aut plano, cui paxillus infigitur: quòd ſi remotior illa fuerit, etiam minùs hic reſiſtet. Sic defixo in terram paxillo AB, cui funis AC alligatur, experientia docet paxillum eò reſiſtere validiùs, quò propiùs ad A alligatur funis, debiliùs autem reſiſtere, quò

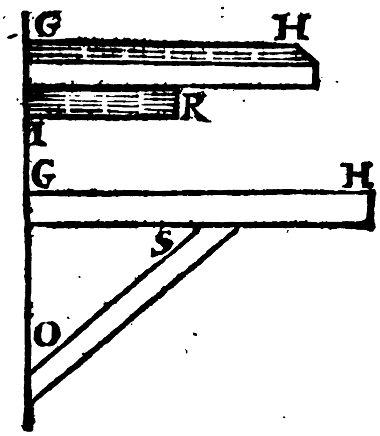
magis



magis ad B accedit; in A nimirùm motus potentiæ trahentis vix excederet motum paxilli, qui ibi flecteretur ex hypotheſi; at fune in B poſito, potentiæ ibi conſtituta, & per funem applicata multò velociùs moveretur, quàm paxilli partes propè A, quæ ibi flecterentur.

Quòd ſi loci conditio, aut ipſa oneris movendi conſtitutio id exigat, ut funis propè B alligetur, & de paxilli A B firmitate dubitetur, paxillum alterum D E paulò remotiorem commodo loco depange ita, ut funis primùm in D firmetur, deinde circa B convolutus extendatur, pro ut operis faciendi ratio fieret.

Eâdem ratione ſi tigillus, ex quo onus dependere debet, parieti ſit infixus, & ſit G H, fractioni magis erit obnoxius, quò propiùs accedet pondus ad H: propterea aut ei ſubjicitur brevior tigillus I R omninò contiguus, aut ſupponitur fulcrum O S inclinatum; quod fractionem eò validiùs impediet, quò minùs diſtabunt H & S, & quò acutior fuerit angulus, quem fulcrum S O cum pariete conſtituit, ſeu, quod eôdem recidit, quò magis ad recti anguli quantitatem accedet angulus G S O. Quæ omnia ita ex dictis aperta ſunt, ut ulteriori explicatione non egeant.



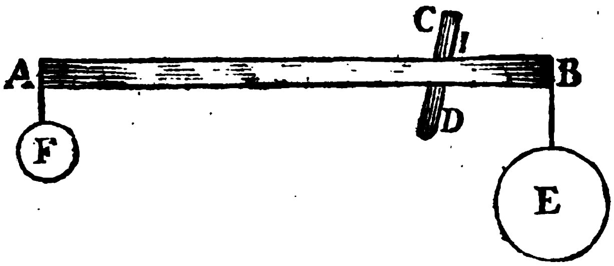
Sed & illud hîc, ubi de Reſiſtentiâ Reſpectivâ ſermo eſt, adjiciendum videtur, quòd ex ſolâ majori longitudine hæc non minuitur, niſi cùm longitudo ſolidi ad perpendiculum inſiſtit Horizonti;

Horizonti ; tunc enim gravitas ipſa ſolidi tota incumbit ſubjecto plano ; & tantùm Potentia oblique atque in tranſverſum trahens applicata extremitati longioris ſolidi plus habet momenti, quàm applicata extremitate brevioris, quia velociùs, & faciliùs movetur ſecundùm Rationem longitudinum illarum. At quando ſolida ſunt horizonti parallela, aut ad illum ita inclinata, ut centrum gravitatis partis illius, quæ erumpit ex corpore, cui ſolidum infigitur, non immineat baſi ſuſtentationis, non ſola longitudo attendenda eſt, ſed & ipſa gravitas, quæ etiam nullo addito extrinſeco motore ſua habet momenta, quibus deorſum connititur. Ex quo fit pro majori gravitate etiam frangendi facilitatem augeri, ipſa nimirum gravitas eſt potentia conjuncta, quæ augetur pro ratione materiæ ; materia autem augetur pro ratione longitudinis (cætera ſiquidem paria eſſe hîc claritatis gratiâ, ponamus) ac propterea longius priſma comparatum cum breviori priſmate, eo quòd majorem habeat gravitatem, minùs reſiſtit fractioni ſecundùm Reciprocam Rationem longitudinum. Atqui Ratio motûs hujuſmodi Potentiæ conjunctæ eſt ſecundùm Rationem longitudinum, & ex dictis Ratio Reſiſtentiæ in ordine ad hujuſmodi motum eſt permutatim ac Reciprocè ſecundùm eandem longitudinum Rationem : igitur Ratio duplicatur, & reſiſtentia longioris ad reſiſtentiam brevioris eſt ſecundùm ſubduplicatam Rationem longitudinum reciprocè ſumptarum. Id quod etiam hinc conſtat, quia cùm ſingula illius longitudinis puncta ſuam habeant gravitatem, ſua omnibus inſunt momenta pro Ratione diſtantiæ à puncto quod eſt veluti centrum motûs ; ergo aggregata momentorum ſunt ut ſectores ab illis longitudinibus tanquam à Radiis deſcripti : ſunt autem ſimiles ſectores in duplicatâ Ratione Radiorum. Quare ſi longitudines ſint ut 3 ad 2, Reſiſtentia reſpectiva longioris ad reſiſtentiam brevioris eſt ut 4 ad 9. Tota igitur ſolidorum reſiſtentia, ne frangantur, componitur ex Rationibus Baſium, & Craſſitierum, & ex ſubduplicatâ Ratione longitudinum permutatim ac reciprocè ſumptarum.

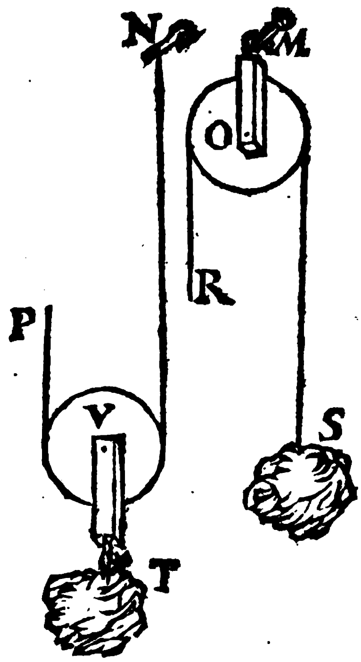
Ex his itaque, quæ de ſolidorum reſiſtentiâ, ne frangantur, hactenùs diſputata ſunt, conjecturam facilè accipiet prudens

prudens machinator, quàm ſolida & craſſa ſtatui debeant quæque machinarum membra, quóve loco collocanda ſint, ut & materia & forma reſpondeant fini, in quem machinæ deſtinantur: neque enim ſatis eſt concinno, & eleganti diagrammate machinam oculis repræſentaſſe, ejuſque vires ad calculos revocâſſe., quantum quidem ex machinæ figurâ colligitur, ſi demùm, inſtituto motu machina pondere prægravata luxetur.

Illud tamen præterea Machinator animadvertat, oportet, quod ſpectat ad momenta virium, quas potentia movens exercet; neque enim ſola ponderis gravitas machinam, aut corpus, cui machina alligatur, aut innititur, urget aut premit, ſed & ipſa potentia, dum adversùs ipſum pondus conatur machinam movens, aliquando auget gravitatem ex oppoſitâ parte, adeò ut & huic & ponderi reſiſtere debeat machina, aut id, quod machinam retinet. Si enim fuerit vectis AB innixus ſuper baculum CD, ex B pendeat globus plumbeus E, & extremitas A quieſcat aliquo corpore retinente, ut ſi fuerit parieti infixa; ſolo globo E gravitante minus periculum ſubeſt fractionis tùm vectis, tùm baculi CD ſuſtentantis, quàm ſi in A ſit potentia F; cujus conatus deorſum oppoſitus conatui deorſum ponderis E faciliùs curvitatem, aut etiam demùm fractionem vectis efficere poteſt in I, ut patet; immò & baculus CD ſuſtentans vectem, non ſolùm momenta ponderis E, ſed & momenta Potentiæ F, quæ in I uniuntur, in ſe recipit; atque adeò utriſque ferendis par eſſe debet.



Simile quiddam obſervare eſt, ſi ex orbiculo O, in clavo M ſuſpenſo, circà ſuum axem verſatili, dependeat pondus S, & Potentia in R deorſum conata cogat pondus S aſcendere: certum eſt enim ab axe orbiculi, & à clavo M ſuſtineri non



ſolùm pondus S, ſed & Potentiam, quæ eſt in R. Contrà verò ſi orbiculus V ſit adnexus ponderi T, funis autem orbiculo inſertus alligetur clavo in N, & potentia P ſurſum trahat, conſtat ab axe quidem orbiculi ſuſtineri ſolum pondus T; à clavo verò N non totum pondus T ſuſtineri, ſed ejus ſemiſſem, nam etiam Potentia P ſuſtinet pondus. Validior igitur eſſe debet clavus M quàm clavus N, hic enim ponderis ſemiſſem fert, ille verò plus quàm duplum. Potentia enim R major eſt pondere S.

Quòd ſi tàm pondera S & T, quàm clavi M & N, atque Potentiæ R & P non in plano Verticali, ſed in Horizontali conſtituantur, certum eſt pondera S & T non ſuſpenſa ſed jacentia, nihil adversùs clavos M & N; aut adversùs ſuorum orbiculorum O & V axes conari, immò neque adversùs Potentias R & P; quandoquidem toto niſu plano ſubjecto incumbunt, nullámque exercent Activam Reſiſtentiam; ſed Formalem tantúmmodo, quâ repugnent Potentiis moventibus: quæ quidem reſiſtentia, tùm ex ipſâ ponderum gravitate, tùm ex attritu ſubjecti plani componitur. Clavorum igitur M & N ea ſit, oportet, ſoliditas atque firmitas, quæ potentiarum R & P conatibus reſpondeat; ne forte clavi ipſi frangantur faciliùs, aut revellantur, quàm pondera ſuo loco dimoveantur. Sed hæc innuiſſe ſat fuerit, ut ſingula diligenter à machinatore circumſpicienda eſſe intelligatur; neque tamen in his ad nauſeam diutiùs immorandum.

CAPUT VII.

Præſtet-ne Machinam augere? an componere.

EX iis, quæ de Machinarum viribus diſputata ſunt ſatis liquet nullum dari finitum Pondus quod data Potentia movere non poſſit ſi congruens machina adhibeatur: cum etenim data ſit Ratio Ponderis ad Potentiam, eo artificio Machina diſponatur, ut Ratione illâ datâ fiat major Ratio motûs Potentiæ ad motum Ponderis; & Pondus cedet Potentiæ moventi. Sic viciſſim ſi oblata fuerit machina, examinandus primùm eſt locus, ubi Potentia applicanda eſt, ubi Pondus collocandum; tùm utriuſque motûs rationes ineundæ: & pronunciabis majorem requiri rationem Potentiæ ad Pondus, quàm ſit Ratio motûs Ponderis ad motum Potentiæ. Sit enim ex. gr. motuum hujuſmodi Ratio, quæ eſt 3 ad 8; Potentia vim movendi habens ut 3 non movebit Pondus, cujus vis reſiſtendi, & momentum, ſit ut 8; ſed opus eſt, ut illa major ſit quàm 3. At neque Potentiam augere potes, ut oportet, neque Ponderi quicquam detrahere: vide igitur utrum fieri poſſit, ut mutetur in machinâ motuum Ratio, aut Potentiæ motum augendo, aut ponderis motum minuendo.

Hinc manifeſtum eſt machinam majorem non plus afferre facilitatis præ minore, ſi illæ quidem omninò ſimiles fuerint (modò utraque ſatis ſolida ſit, ne fractioni ſit obnoxia) motuum enim Ratio eadem eſt in utráque. Sic Vectis 100 palmorum ſi ita ab hypomochlio diſtinguatur in partes ut hinc palmos 20, hinc 80 relinquat, non majorem movendi facilitatem præbebit, quàm vectis palmorum quinque ita diviſus ab hypomochlio, ut hinc palmus unus, hinc verò quatuor relinquantur. Ut igitur longior ille Vectis utilior accidat, ſi hypomochlium quidem transferri queat, remove illud à Potentiâ, & admove Ponderi, motuumque Ratio augebitur; patet ſcilicet majorem eſſe Rationem 85 ad 15, quam 80 ad 20: Quod ſi verò hypomochlium ita fixum ſit ac vecti adnexum,

ut mutari loco nequeat, abſcinde palmos $5\frac{15}{17}$, adeò ut hinc ſint palmi 80 ut priùs, hinc autem ſint palmi $14\frac{2}{17}$, & eadem erit Ratio, quæ eſt 85 ad 15. Quare breviore vecte plus ponderis movebis, quàm longiore; vis enim, quæ longiore illo 100 palmorum movebat pondus librarum 100, breviore hoc palmorum $94\frac{2}{17}$ movebit libras $141\frac{2}{3}$: Quia quamvis in utroque Vecte hypomochlium habente poſt palmum octuageſimum, Potentia eodem ſemper motu moveatur, non tamen idem eſt ponderis motus, qui in minore vecte minor eſt, in majore major, ac proinde motûs Potentiæ ad motum Ponderis Ratio major eſt in minore, minor in majore vecte. Quod ſi demùm nec hypomochlium transferre, nec vecte mutilato uti liceat, licebit ſanè fuſtem, vel quid ſimile, firmiter adalligatum Vecti adjungere, potentiamque ab hypomochlio longiùs removere: oporteret autem additamentum hujuſmodi eſſe palmorum $33\frac{1}{3}$; nam ut 15 ad 85, ita 20 ad $113\frac{1}{3}$; adeóque totus vectis eſſet palmorum $133\frac{1}{3}$.

Porrò hîc obſerva, quantò faciliùs ſit ponderis motum minuere, quàm potentiæ motum augere: in allato ſiquidem exemplo, manente eodem potentiæ motu, minuitur ponderis motus decurtato vecte ac diminuto palmis $5\frac{15}{17}$; manente autem eodem ponderis motu augetur Potentiæ motus aucto vecte palmis $33\frac{1}{3}$. Quia nimirum in Ratione majoris Inæqualitatis ſi Conſequens terminus minor minuatur, aut Antecedens terminus major augeatur, fit adhuc major Inæqualitas; ut autem eadem Ratio ſervetur aucto Antecedente ac diminuto Conſequente, manifeſtum eſt, quæ pars Conſequentis integri eſt conſequens diminutus, eam debere eſſe partem Antecedentis aucti Antecedentem datum: atqui Antecedens datus eſt major dato Conſequente; igitur plus addendum eſt Antecedenti, quàm dematur Conſequenti. Sic data ſit Ratio 8 ad 6: Conſequens bifariam ſecetur, ejuſque ſemiſſis fiat novus Conſequens; erit Ratio 8 ad 3 majoris adhuc inæqualitatis; hæc enim eſt dupla ſuperbipartiens tertias, illa verò erat ſolùm ſeſquitertia. Ut igitur retento priori Conſequente 6 fit eadem Ratio dupla ſuperbipartiens tertias, ſicut Conſequens fuit bifariam diviſus, ita datus Antecedens 8 eſt duplicandus, ut ſit Ratio

16 ad 6 : plus autem eſt totus antecedens major qui additur, quàm ſit ſemiſſis Conſequentis minoris qui demitur. In re autem noſtrâ ſemper Ratio motûs Potentiæ per machinam validioris factæ ad motum dati ponderis eſt Ratio Majoris inæqualitatis: Quapropter ſatius eſt Ponderis motum minuere, quam potentiæ motum auctâ machinâ augere.

Hæc quidem, quæ in vecte propoſita facilè ac in promptu eſt perſpicere, in cæteris pariter mechanicis Facultatibus, ut in Trochleis, Cochleâ, & reliquis intelligenda ſunt, ut ex iis, quæ inferiùs dicentur, ſuo loco manifeſtum fiet. Sed quoniam ad ponderis motum extenuandum certos quoſdam fines ipſa machinarum materia præſcribit; neque enim quemadmodum quantitatem omnem, & corporum molem in ſubtiliores, ac ſubindè ſubtiliores partes mente concidimus, ita etiam id re ipsâ perficere atque in praxim deducere poſſumus: propterea ut plurimum cogimur Potentiæ velociorem motum conciliare, ut majorem obtineat Rationem ad motum Ponderis. Quis etenim non incaſſum uti poſſit Vecte, cujus hypomochlium à pondere ſatis gravi non ampliùs diſtet, quàm per digiti ſemiſſem? aut Cochleam adhibere, cujus ſpiras intervallum capillaceum ſecernat?

Verùm cum id duplici methodo præſtare poſſimus, videlicet aut Machinam ipſam, ſpecie non mutatâ, augentes, aut illam ex pluribus membris componentes, ſivè ejuſdem generis ſint, ſive diverſi; operæ pretium fuerit perpendere, majuſ-ne in augmento? an verò in compoſitione? compendium inveniatur. *Augmentum* voco (ne ullus ſubſit æquivocandi locus) cum ejuſdem Facultatis ſpecies immutata permanet, factâ ſolum partis alicujus acceſſione; ut ſi, quia Vectis juſto brevior eſt, Potentiæ ab hypomochlio diſtantiam longiorem facias; cum Trochleæ adhibeantur oneri movendo impares, amplificatis loculamentis orbiculorum numerum augeas; quia Cochlea ob ſpirarum raritatem minùs valida eſt quàm oporteat, lineam ipſam ita inclines, ut ſpiſſioribus ſpiris circumducatur. At verò *Compoſita* dicitur Machina, cum invalidæ Facultati membra alia adjiciuntur, aut generis ejuſdem, ut cum Vectis Vecti, Cochleæ Cochlea, Trochleis Throchleæ adjunguntur; aut diverſi generis, ut cum facultates ipſæ permiſcentur, vecti trochleas,

Cochleæ vectem, Trochleis Cochleam, & deinceps, adjungendo. Prioris Compoſitionis intrà idem genus ſpecimen aliquod exhibui in *Terrâ Machinis motâ : Diſſertat.* 1. & inferius ſuis locis de eâ redibit ſermo: Poſterioris autem Compoſitionis diverſarum Facultatum, ubi de ſingulis diſputabimus, exempla aliqua ſubjiciemus, ut diſcat Tyro Machinarum vires ritè ad calculos revocare, ſolertiamque machinandi acquirat.

Quamvis autem quæſtio hæc multò dilucidiùs explicaretur, ſi unamquamque Facultatem ſingillatim attingeremus, quàm ſi unâ comprehenſione omnia complectamur ; hîc tamen doctrinæ ratio exigit, ut dimiſſis rivulis fontem ipſum aperiamus, ex quo in Machinam Compoſitam vis major, quàm in Amplificatam, majore compendio derivatur. Et quidem cum res tota ex potentiæ atque Ponderis motuum Ratione pendeat, quamdiu in ſimplici aliquâ facultate conſiſtimus, motus Potentiæ ad motum Ponderis ſimplicem habet Rationem; ſi verò Facultas una cum aliâ quâpiam facultate conjungitur, atque connectitur, jam Potentiæ motus ad motum ponderis eam habet Rationem, quæ ex ſingularum facultatum rationibus componitur. Voco autem *ſingularum Facultatum Rationem* eam, quæ inter ipſos Potentiæ ac Ponderis motus intercederet, ſi facultas illa ſolitaria adhiberetur; Atqui Ratio hæc motuum in ſingulis Facultatibus modum recipit ex Facultatis ipſius partibus, quarum altera ad Potentiam, ad Pondus altera ſpectare videtur; ut per ſingulas Facultates eunti conſtabit. In Vecte enim Ponderis ab hypomochlio diſtantia pertinet ad Pondus, Potentiæ autem diſtantia ab eodem hypomochlio penes potentiam eſt: In Trochleis ipſarum Trochlearum diſtantia Pondus reſpicit; funis autem explicatio Potentiam: In Axe in Peritrochio craſſities Axis Ponderi, Peritrochij amplitudo Potentiæ tribuitur: In Cuneo longitudo ad Potentiam ſpectat, craſſities ad Pondus: In Cochleâ demùm ſpiræ circumductæ perimeter ad Potentiam attinet, extremitatum ſpiralis lineæ intervallum, ad Pondus. Manifeſtum eſt igitur, ubi ſimplex motuum Ratio in ſingulis Facultatibus augenda fuerit, manente eâ parte, quæ ad Pondus ſpectat, neceſſariò ita augendam eſſe partem reliquam, quæ Potentiæ tribuitur, ut majori illi motuum Rationi reſpondeat. Sic dato Vecte palmorum ſex, quo potentia moveatur

veatur in quintuplâ Ratione ad Pondus, ſi maneat eadem ponderis ab hypomochlio diſtantia, & motuum Ratio eſſe debeat vigecupla, ſatis conſtat totum vectem requiri palmorum 21, ut unus Ponderi cedat, Potentiæ autem viginti.

At verò ſi motuum Ratio ex Rationibus componenda ſit, ſatisfuerit datæ Facultati minorem Rationem continenti, quàm oporteat, Facultatem aliam adjicere, cujus Ratio cum priori Ratione compoſita quæſitam Rationem conſtituat. Sic dato Vecti quintuplam rationem continenti adjunge aliam quamlibet facultatem quadruplæ Rationis; ex quadruplâ enim Ratione & quintuplâ componitur Ratio vigecupla quæſita. Ita autem ſecunda hæc Facultas priori Facultati adnectenda eſt, ut quemadmodum duorum Magnetum oppoſiti poli junguntur, Auſtralis videlicet unius Aquilonari alterius, ſic duarum Facultatum oppoſitæ partes connectantur, ut ſcilicet quo loco ad priorem Facultatem applicanda eſſet Potentia, eidem admoveatur locus Ponderi in ſecundâ Facultate deſtinatus: proinde ſiquidem ſe res habebit, atque ſi pondus diminutum pro Ratione prioris facultatis, videlicet ſub quintuplum, in ſecundam hanc Facultatem transferretur, in quâ ejus motus ad motum Potentiæ Rationem haberet ſubquadruplam: re enim verâ duabus hiſce Facultatibus junctis, Potentiæ motus vigecuplus eſt ad motum Ponderis; nam Pondus in vectis extremitate alterâ conſtitutum quintuplo tardiùs movetur, quàm reliqua vectis extremitas; hæc autem poſteriori Facultati loco Ponderis adjuncta quadruplo tardiùs movetur quàm Potentia; igitur Ponderis motus vigecuplo tardior eſt motu Potentiæ.

Statuamus exempli gratiâ ſecundam hanc Facultatem Vecti adjunctam eſſe pariter, Vectem ejuſdem generis quinque palmorum ita ab hypomochlio diſtinctum in partes, ut hæ in quadruplâ ſint Ratione: Ecce quanto compendio rem aſſequamur; id enim quod ſimplici Vecte palmorum 21 præſtandum eſſet, compoſitis vectibus duobus altero palmorum ſex, altero palm. quinque perficimus, ſervatâ ſemper eâdem Ponderis ab hypomochlio diſtantiâ, nimirum palmi unius. Hæc tamen de duobus hiſce vectibus dicta ita intelliges velim, ut ad motum ſimpliciter pertineant; non verò ad motûs quantitatem; ſatis enim

ſcio

ſcio non ad eam diſtantiam promoveri poſſe Pondus adhibito ſecundo hoc vecte, ad quam promoveretur Vecte palmorum 21: Verùm hîc ſola movendi facilitas conſideratur. Quòd ſi non alterum Vectem adhibeas; ſed aliud facultatis genus, ut Trochleas binis orbiculis inſtructas, & Vecti in loco Potentiæ adnexas, multò adhuc faciliùs movebitur Pondus, cujus motus erit ſubvigecuplus motûs Potentiæ funem Trochlearum trahentis, & tantus erit Ponderis motus, quantus eſſet, ſi extremitati Vectis palmorum ſex apponeretur Potentia quadrupla datæ Potentiæ. Idem planè de cæteris dicendum Facultatibus.

Hinc manifeſtum eſt compoſitis tribus, quatuorve, aut pluribus Facultatibus, Rationem Compoſitam motus potentiæ ad motum Ponderis fieri multò majorem; cui ſi æqualem Rationem habere velimus unicâ atque ſimplici Facultate, hujus magnitudinem aliquando enormem fieri neceſſe eſſet; ut ſuis locis infrà declarabitur.

In eo igitur elucebit Machinatoris induſtria, ſi Facultates ipſas aptè congruenterque diſponat, atque permiſceat, ſpectatâ materiæ ſoliditate, ſpatij amplitudine, Ponderis poſitione, Potentiæ virtute, temporis ad movendum conceſſi opportunitate: hæc enim omnia attentiſſimè perpendenda ſunt; ne, dum nimis ſollicitè laborem imminuere ſtudet, motum plus æquo imminuens, tardioremque efficiens temporis jacturam faciat, aut totum ſpatium machina implens in eas anguſtias Potentiam moventem conjiciat, ut motum expeditè perficere nequeat.

CAPUT VIII.

Cur majores Rotæ motum juvent præ minoribus.

ONera ſi ex alio in alium locum deportanda fuerint, gemino labore opus eſt, conatu videlicet, quo ſuſtineantur, & impetu, quo transferantur: propterea ſatius eſt ita res diſponere, ut vires omnes ad transferendum exerceantur, citrà conatum ſuſtinendi; ut eâ ratione vel gravius onus vel idem multò

multò faciliùs à potentia moveatur, quàm ſi ea illud ſuſtinere pariter atque transferre cogeretur. Quoniam verò (cum onera ſubjecto plano impoſita illud premant, atque tùm onerum tùm ſubjecti plani facies, quæ ſe invicem contingunt, non ita læves ſint, ut partes omnes in rectum directæ nihil habeant aſperitatis; quin immò ut plurimum, & ſalebris impedita via ſit, & movendi corporis partes aliæ præ aliis extent atque emineant) ex mutuo prominentium particularum tritu atque conflictu difficultas ad movendum orirетur; idcircò optimo conſilio factum eſt, ut oneribus ipſis ſubjiciantur Cylindri aut Rotæ, quæ dum in gyrum aguntur, conflictum illum partium tollunt, qui vitari non poſſet, ſi onera ſuper plano raptarentur. Hinc Ciſia, Sarraca, Vehes, Carri & genus omne plauſtrorum. Id quod etiam homines ipſi, ut terreſtre iter commodiùs habeant, & minori jumentorum labore illud perficiant, quàm ſi iis inſidentes veherentur, ſuos in uſus retulerunt: Hinc Belgæ ſua eſſeda, Galli petorita & rhedas, Hiſpani pilenta, Itali carpenta; & pro ſuâ quiſque voluntate diverſa vehiculorum genera excogitârunt, quæ ſubjectis rotis aguntur: dum enim Rota convertitur, ejuſque curvaturæ partes aliis atque ſubinde aliis ſùbjectæ planitiei partibus aptantur, adeóque currus promovetur, ſolus rotæ modiolus axis ambitum axungiâ lubricum terit; ex quo tritu aut nulla aut levis mora motui infertur.

Illud autem eſt omnibus exploratiſſimum, & quotidiano experimento confirmatum, quo majoribus rotis inſtructi currus (niſi diſcrimen aliquod in cæteris intercedat) multò faciliùs trahuntur, paſſimque obſervatur Romæ in vulgaribus illis vehiculis (ab antiquis Ciſiis aut parum aut nihil diſtant) quæ cum ex celeberrimi Architecti Bonarotæ præſcripto duas ingentes rotas habeant, tantis ponderibus onuſta cernuntur, ut miraculo proximum videatur ab unico equo tam ingentia onera trahi poſſe: id quod alibi neutiquam fieri poteſt, ubi minoribus Rotis vehicula hujuſmodi inſtructa longè minoribus oneribus deferendis paria ſunt, ſi unicus equus adhibeatur.

Hujus rei cauſam indaganti acquieſcendum non eſt iis, qui illam ex rationibus Vectis petendam eſſe exiſtimant, perinde atque ſi rotæ majoris ſemidiameter eſſet longior Vectis, minoris verò brevior; ac propterea majore rotâ faciliùs moveretur

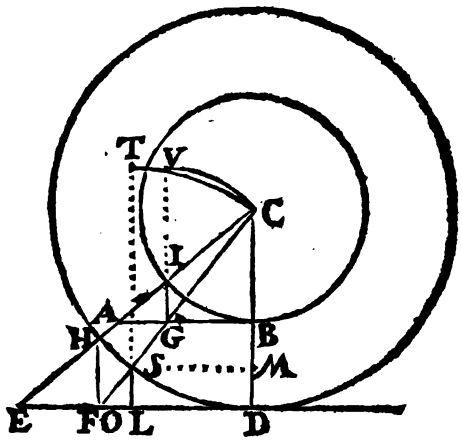
vehiculum onuſtum, quàm minore, quia & longiore vecte facilius pondera moventur, quàm breviore. Hoc, inquam, à veritate abeſſe palam fiet, ſi animadvertamus potentiam trahentem medio temone applicatam eſſe axi, cui pariter axi innititur onus; atque adeò tùm onus tùm Potentiam concipi quaſi in Rotæ centro, cujus ſemidiametri altera extremitas hypomochlij punctum deſignaret. Atqui Vectis, in quo Potentia & onus ab hypomochlio eandem aut æqualem diſtantiam habent, parùm aut nihil habet utilitatis: immò in Vecte, quâ vectis eſt, tria puncta diverſa tribuenda ſunt Potentiæ, oneri, & Hypomochlio, ut infrà, ubi de Vecte diſputabitur: in Rotâ autem duo tantummodo puncta conſiderantur, ſcilicet centrum & ſemidiametri extremitas. Igitur in Rotâ ratio Vectis non invenitur, ideóque neque major Rota accipienda eſt quaſi longior Vectis. Aliundè itaque petendam eſſe cauſam, cur majores rotæ præ minoribus motum juvent, manifeſtum eſt.

Et primùm quidem, quod ad moram illam attinet, quæ ex modioli Rotæ atque axis tritu oritur, eam minorem eſſe in majoribus Rotis, ſatis conſtàt, ſi attendamus axis craſſitiem, non Rotæ magnitudini reſpondere, ſed oneris gravitati, quam opus eſt ſuſtinere; quapropter axi ſatis valido pro ratione ponderis ſuſtinendi parùm refert, utrùm Rota, cujus radij bipalmares ſint, an verò tripalmares, infigatur: manente igitur eodem axe aut major, aut minor Rota vehiculo ſubjici poteſt. Sed quoniam Rota major, cujus diameter ſeſquialtera eſt minoris, dum converſionem unam perficit, ſpatium quoque ſeſquialterum decurrit, eumdem tamen axem, quem minor Rota, terit, hinc fit, per 8. lib. 5. eumdem axis ambitum ad majoris Rotæ perimetrum (hoc eſt ad ejus motum) minorem habere rationem quàm ad perimetrum minoris Rotæ (hoc eſt ad minorem motum) atque adeò tritus ille modioli, & axis minùs impedit majorem motum quàm minorem.

Deinde, ut cap. 16. lib. 1. ſubindicatum eſt ſuperiùs, majores rotæ efficiunt, ut axis magis à terrâ diſtet; ac proinde temo, cui alligatus eſt equus, vel ſubjecto plano parallelus eſt, vel minimùm à parallelismo recedit: ex quo fit tractionem aut parallelam eſſe, aut ſaltem minùs obliquam, quam ſi Rota minor eſſet, & axis depreſſior: quò autem minor eſt tractionis obliquitas,

obliquitas, minorem quoque eſſe trahendi difficultatem loco citato explicatum eſt.

Ad hæc viarum aſperitatem impedimento eſſe nemo neſcit; offendicula autem, in quæ vehiculorum Rotæ incurrunt, magis obſiſtere minori Rotæ, quàm majori, facilè oſtenditur; hîc enim pariter (id quod de magnitudinibus demonſtrat Euclides lib. 5. prop. 8.) idem majorem habet Rationem ad minus, quàm ad majus. Nam ſi Rotæ minoris ſemidiameter CB fuerit, majoris autem CD, & in planis parallelis BA, DE volvantur, ut impedimentum ſimile ſimiliterque poſitum invenient, multò majus eſſe oportet illud, quod majori Rotæ objicitur, quàm quod minori. Sit enim minoris offendiculum GI; ducatur ex centro per I recta, quæ



ſit CIE ſecans majoris Rotæ peripheriam in H: erit igitur arcus IB ſimilis arcui HD, & ille quidem minor, hic verò major, ut manifeſtum eſt. Ducatur in planum perpendicularis HF, & hoc erit impedimentum majoris Rotæ ſimile impedimento minoris IG, nam ſimilem arcum à converſione circà centrum cum plani contactu impedit; neceſſe quippe eſt Rotam majorem converti circà punctum H, ſicut & minorem circà punctum I, ut tranſgrediantur obſiſtens offendiculum. Porrò lineam HF majorem eſſe quàm IG ſic oſtenditur. Quoniam AB & ED parallelæ ſunt, triangula CBA, & CDE ſimilia ſunt: ergo per 4. lib. 6. ut CB ad CD, hoc eſt ut CI ad CH, ita CA ad CE; & permutando ut CI ad CA, ita CH ad CE; & dividendo ut CI ad IA, ita CH ad HE: at CI minor eſt quàm CH; igitur per 14. lib. 5. etiam IA minor eſt quàm HE. Item quia AB & ED ex hypotheſi parallelæ ſunt, recta IE in illas incidens facit angulos IAG & HEF æquales per 29. lib. 1. ſunt autem triangula IGA & HFE rectangula ad G & F ex conſtructione; ſunt igitur ſimilia, &

per 4. lib. 6. ut IA ad IG, ita HE ad HF: quare cum ex dictis IA minor ſit quàm HE, erit per 14. lib. 5. etiam IG minor quàm HF.

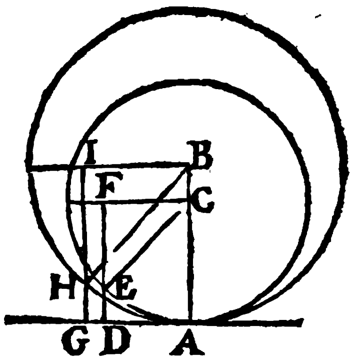
Cum itaque HF major ſit quàm IG (aſſumptâ DM æquali ipſi IG, & ductâ perpendiculari MS, donec occurrat peripheriæ in S) inter Tangentem ED & arcum circuli ſtatuatur perpendicularis SL æqualis ipſi IG; & ex centro C ducatur per S recta CO. In triangulo igitur CEO angulus internus E, per 16. lib. 1; minor eſt externo SOL; igitur etiam angulus SOL major eſt quàm IAG: adde utrique angulum rectum, ergo duo SLO, SOL ſimul majores ſunt duobus IGA, IAG ſimul; ac propterea etiam externus LSC major eſt externo GIC per 32. lib. 1. Quapropter ſemidiameter CS obliquior incidit in offendiculum SL, quàm ſemidiameter CI incidat in æquale offendiculum IG: minùs igitur impeditur Rotæ majoris converſio, quàm minoris, quippe cui minus directè opponatur æquale offendiculum.

Præterea cum trahendi difficultas hinc oriatur, quòd Rota incurrens in obſtantem lapidem, aut quid ſimile, jam non circà ſuum centrum convoluta aptatur ſubjecto plano, ſed, dum Rota adhæret atque inſiſtit offendiculo, neceſſe eſt plauſtrum cum impoſito onere elevari pro objecti impedimenti altitudine; faciliùs ab eâdem Potentiâ elevatur plauſtrum onuſtum, ſi major fuerit Rota, quàm ſi minor, quia videlicet motus Potentiæ ad eandem elevationem majorem habet Rationem in Rotâ majore quàm in minore, cum illâ enim plus movetur, quàm cum iſtâ. Sit majoris Rotæ impedimentum LS planè æquale impedimento GI minoris; producatur perpendicularis LS in T, & perpendicularis GI in V: tùm intervallo SC deſcribatur arcus CT, & intervallo IC deſcribatur arcus CV. Certum eſt in motu Rotæ majoris propter objicem LS manente puncto S transferri centrum C in T, ita ut ST ſit Rotæ ſemidiameter æqualis ſemidiametro CD, & ſimiliter in motu Rotæ minoris propter offendiculum GI manente puncto I transferri centrum C in V, ita ut IV æqualis ſit ſemidiametro CB. Quoniam verò CD, VG, TL ad angulos rectos ſubjecto plano inſiſtunt, & parallelæ ſunt, anguli alterni VIC, ICB æquales ſunt per 29. lib. 1, eorumque menſuræ, arcus videlicet VC &

IB,

IB, æquales ſunt; & ob eandem Rationem anguli alterni TSC, SCD, eorumque menſuræ arcus TC & SD, ſunt æquales. Atqui arcus SD major eſt quàm IB; igitur & arcus TC major eſt quàm VC; hi autem arcus TC & VC reſpondent motui Potentiæ trahentis: longiore igitur ac majore motu Potentiæ fit eadem elevatio, ac proinde faciliùs in Rotâ majore quàm in minore. Porrò arcum SD majorem eſſe arcu IB, magiſque diſtare punctum S à puncto D, quàm punctum I à puncto B, illicò manifeſtum fiet, ſi duos circulos datis duobus, æquales deſcripſeris ſe intùs contingentes, & ad contactûs punctum lineam Tangentem duxeris, quocumque enim poſito minoris circuli offendiculo inter Tangentem, & circulum minorem interjecto, illud idem offendiculum longiùs à contactûs puncto removendum videbis, ut inter Tangentem eandem, & circulum majorem interjici poſſit: Id quod adeò manifeſtum eſt, ut non ſit in eo explicando diutiùs immorandum.

Quòd ſi ad calculos rem hanc curioſiùs revocare libeat, ſit ex gr. Rotæ minoris ſemidiameter CA pedum duorum, ſcilicet digitorum 32, offendiculi verò DE altitudo digitorum 4. Cum igitur FD & CA parallelæ ſint, ſicut & FC ac DA per 34. lib. 1. FD & CA æquales ſunt, remanetque EF digit. 28, & eſt Sinus anguli FCE, quo cognito innoteſcit complementum, arcus ſcilicet quæſitus EA. Fiat itaque ut CE ad EF, hoc eſt ut 32 ad 28, ſeu ut 8 ad 7, ita 100000. Radius ad 87500 Sinum arcûs gr. 61. 2′ 42″; erit enim quæſitus arcus EA gr. 28. 57′ 18″. Jam verò poſitâ ſemidiametro CA digitorum 32, fiat ut 113 ad 355, ita data ſemidiameter digit. 32 ad ſemiperipheriam circuli digitorum ferè 100 $\frac{1}{2}$, ſcilicet 100. 53″: ergo arcus EA eſt proximè digitorum 16.



At Rotæ majoris ſemidiameter BA ſit ſeſquialtera (quicquid ſit quòd figura ſolùm exprimat ſeſquiquartam) pedum ſcilicet trium, hoc eſt digitorum 48, & offendiculum GH

pariter digit. 4. Quare HI eſt digit. 44 Sinus anguli IBH, ex quo innoteſcet arcus complementi HA. Fiat ut BH 48 ad HI 44, ſeu ut 12 ad 11, ita Radius 100000 ad 91666 Sinum arcûs gr. 66. 26′. 33″; & eſt quæſitus arcus HA gr. 23. 33′. 27″. Jam ſit ut 113 ad 355, ita ſemidiameter 48 ad ſemiperipheriam digitorum $150\frac{4}{5}$ ferè: igitur arcus HA eſt proximè digitorum 20. Cum itaque dum onus elevatur ut 4, Potentia in minore Rotâ moveatur ut 16, in majore autem ut 20 (ut paulò ſuperiùs oſtenſum eſt motum centri æqualem eſſe arcubus EA, & HA) facilitas movendi, quæ hinc oritur, erit ut 5 ad 4.

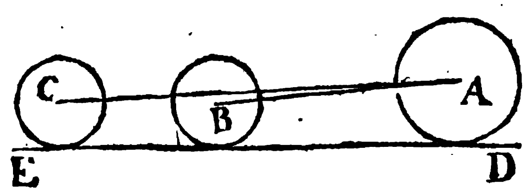
Ex his manifeſtum eſt, in vehiculis, quæ quatuor rotis inſtruuntur, quarum binæ priores minores ſunt, poſteriores verò majores, faciliùs ſuperari impedimenta à poſterioribus rotis quàm à prioribus, ac propterea minori labore currum ab equis trahi, quàm ſi poſteriores prioribus eſſent æquales. Id quod opportunè factum eſt, quia ut plurimum (quemadmodum in antiquioribus Rhedis viatoriis cernere eſt) in poſteriorem potiùs, quàm in anteriorem currus partem, onus rejicitur, atque adeò poſterior axis magis premitur: quærendum igitur fuit aliquod laboris compendium. Quamquam non negarim alio prorſus conſilio primùm excogitatam hanc Rotarum inæqualitatem; ut nimirum onus conſtitutum quaſi in plano trahentem versùs inclinato, faciliùs quoque illum ex impreſſo anterioris tractionis impetu ſequeretur, ſi in planitie quidem tractio fieret; ubi verò ſuperandus eſſet clivus, ut minùs adversùs trahentem repugnaret onus ſe ipſum in proclive urgendo; nam ſi Rotæ æquales eſſent, longè faciliùs vehiculum in poſteriora relaberetur, pro ipſius clivi inclinatione, cui parallelum eſſet planum oneri ſubjectum inſiſtens axibus æqualium Rotarum: at Rotis inæqualibus poſitis, & poſterioribus quidem majoribus, planum, cui onus incumbere intelligitur à poſteriori axe ad anteriorem deductum minùs inclinatur, quàm collis proclivitas ferat; ac propterea trahentibus equis minùs repugnat. Licèt autem non ſemper aſcendendum ſit in colles & clivos, quorum aſcenſus manifeſtè arduus eſt atque difficilis, rarò tamen, aut ferè nunquam, adeò æquata eſt viarum planities, quin leviter ſaltem inflexæ modò

aſcendere

aſcendere cogant, modò deſcendere: in quâ aſcenſuum atque deſcenſuum viciſſitudine non modicè utilis eſt illa Rotarum inæqualitas.

Hinc manualia illa curricula (ſeu ruſticæ vehes) quæ binis brachiis inſtructa unicam habent in anteriore parte rotam & ſublevatis brachiis converſa Rotâ promoventur, faciliùs conſtrui poſſent, ſi propè vectorem duæ eſſent Rotæ majores illâ anteriore Rotâ, ita ut harum diameter triplex eſſet diametri illius: hunc enim unicus homo multò majus pondus transferre poteſt vel impellendo, cùm in planitie eſt, aut clivum aſcendit, vel trahendo, cùm ex declivi deſcendit; levatur ſiquidem labore ſuſtinendi, & omnes vires exercet impellendo aut trahendo; & illa Rotarum inæqualitas in causâ eſt, cur faciliùs impellatur pondus versùs illam partem, in quam inclinatur.

Et quoniam in Rotarum inæqualium mentionem incidi, illud hîc pariter obſervandum videtur, commodiùs currum moveri, cùm anteriores Rotæ à poſterioribus aliquantulùm diſtant, quàm cùm valdè vicinæ ſunt (ubi tamen reliqua omnia paria fuerint, neque aliud præter Rotarum diſtantiam, intercedat diſcrimen) ſi in planitie quidem, & viâ minimùm flexuoſâ deducendus ſit. Quia nimirum quo propiores fuerint axes, planum, cui onus incumbit, magis inclinatur, ac propterea anteriores Rotas premens adversùs ſubjectam tellurem minus obliquè conatur, ideóque pondus illam validiùs urgens majorem creat movendi difficultatem: contrà verò ſi axes invicem paulò remotiores fuerint, minùs inclinato plano, minor eſt priorum rotarum preſſus in ſubjectam tellurem. Sic ſi Rotæ fuerint A & B, planum, cui onus inſidet, eſt A B, at ſi Rotæ fuerint A & C, planum eſt A C, quod utique minùs inclinatum eſt, magiſque



accedit ad paralleliſmum cum Horizonte D E, atque adeò Rota B magis terram premit, quàm Rota C. Si enim in utroque plano pondus fuerit ſimiliter poſitum (puta circà me-

dium) linea directionis à centro gravitatis ponderis ducta cadet ad angulos magis inæquales in planum A B magis inclinatum, quàm in A C minùs inclinatum, atque momentum gravitatis ponderis magis accedet ad B quàm ad C, ut infrà ſuo loco explicabitur, & ſubindicatum eſt ſuperiùs lib. 1. cap. 14. §. *Ex his fieri poteſt*. Hinc Hamburgenſia plauſtra, quibus merces Hamburgo Norimbergam devehuntur, longiora ſunt, quia nec altiores clivi in itinere frequentes occurrunt, nec anguſtæ ſunt viarum flexiones, ex quibus oriatur aut aſcendendi, aut plauſtrum inflectendi difficultas. Quare illis & majora onera imponi poſſunt, & ſex equi non bini & bini, ſed ſinguli recto ordine adjunguntur; quo fit ut non in diverſa trahentes, omninò ſimili impetu currum deducant. Quòd ſi viæ plus haberent difficultatis tùm ex clivis, tùm ex flexionibus, non expediret tàm longa plauſtra conſtruere, nec equos tam longâ ſerie diſponere, ut cuique rem vel leviter conſideranti ſtatim patebit.

CAPUT IX.

Quid Cylindri & Scytalæ ad faciliorem ponderis motum præſtent.

Adeò ingentia aliquando pondera transferenda proponuntur, ut ea carris imponere tranſvehenda aut nimis operoſum ſit, aut periculo non vacet, ne rotarum axes pondere prægravati diffringantur, aut propter ſoli mollitudinem rotæ devorentur: propterea rationem aliquam inire oportet, quâ voti compotes ſimus, citrà hujuſmodi pericula. Et quidem ſi corpus teres ſit, nec viarum ſalebræ, aut anguſtiæ impedimento ſint, ipſum verſari in gyrum poterit ſimili artificio, quo ad deportandos Epheſum ex lapicidinis ſcapos columnarum centum viginti ſeptem altitudine pedum ſexaginta uſus eſt Cteſiphon Gnoſſius (ſic eum vocat Plinius lib. 7. cap. 37. cum Vitruvio lib. 10. cap. 6, quem tamen idem Plinius lib. 36. cap. 14. cum

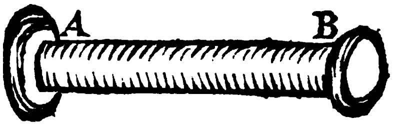
cum Strabone vocat Cherſiphronem) celeberrimo Dianæ templo conſtruendo præfectus, & quidem felici eventu: capitibus enim ſcaporum, ubi axis extremitates deſinebant, ſubſcudis in modum inſeruit, atque implumbavit ferreos axes: tùm de materiâ trientali ſcapos (hoc eſt ligneos tigillos craſſitudinis unciarum quatuor pedis, ſeu pollicum quatuor) duos longiores juxtà columnæ longitudinem, duoſque breviores tranſverſarios ita compegit, ut parallelogrammum conſtituentes columnam poſſent complecti; mediiſque tranſverſariis ferreas armillas inſeruit, quibus axes ferrei infigebantur, adeò ut liberè verſari poſſent, cum boves traherent; quemadmodum & in gyrum volvuntur cylindri marmorei aut lapidei, quorum uſus eſt in exæquandis ambulationibus. Eſt autem maximè veriſimile, & probabile, ita firmiter ligneum illud parallelogrammum fuiſſe compactum, ut non ſolùm extremis tranſverſariorum capitibus anterioribus alligari poſſent boves; ſed etiam per totam anterioris ſcapi longitudinem diſtribui, ut faciliùs columna transferretur.

Proſperum exitum conſecuta ſcaporum vectura animum adjecit Methageni Cteſiphontis filio, ut paternam induſtriam æmularetur in Epiſtyliis vehendis: cum enim horum figura non ea eſſet, quæ perínde atque cylindrica volvi poſſet, duabus rotis pedum circiter duodenûm ſingula epiſtylia firmiter incluſit; rotarumque centris ferreos axes infixit, qui in armillis ſimilem haberent verſationem, ac dictum eſt in ſcaporum vecturâ. Cum enim boves ligneo parallelogrammo alligati traherent, Rotæ volvebantur, atque cum illis pariter epiſtylia Rotis cohærentia in gyrum verſabantur; quippe quæ in ſubjectum ſolum non incurrebant, cum ſolæ Rotæ terram attingerent. Hâc methodo corporibus, quæ non ſunt ad volubilitatem rotundata, facilem converſionem conciliare poſſumus; ex Rotis nimirum & pondere moles una compingitur, cujus extremitatibus cylindricis tota innititur, nihilque refert, cujus demum figuræ ſit pars media, ſcilicet pondus, modò hæc à ſolo aliquantulum diſtans motum non impediat. Quâ autem ratione aut Rotæ conſtruantur, aut illis onus includatur, artificis ſeu architecti ſolertiæ relinquitur.

Methagenis artificium imitatus Paconius, teſte Vitruvio lib. 10. cap. 6. lapideam baſim longam pedes duodecim, latam pedes octo, & altam pedes ſex Apollinis coloſſo reſtituendam, duabus Rotis pedum circiter quindecim, ſimiliter incluſit: ſed aliâ ratione ac Methagenes deducere ſtatuit. A Rotâ ad Rotam circâ lapidem fuſos ſextantales, hoc eſt craſſitudinis pollicum duorum, ad circinum compegit ita, ut fuſus à fuſo non diſtaret pedem unum. Tùm circà fuſos funem involvit, qui bobus trahentibus explicabatur, & convertebantur Rotæ. Verùm quia funis circumvoluti ſpiræ ad unam, aut ad alteram partem ſpectabant, non poterat viâ rectâ ad lineam deduci moles illa; ſed modò in hanc, modò in illam partem deflectebat, ut opus eſſet retroducere, adeò ut ducendo & reducendo pecuniam contriverit, & operam luſerit Paconius. Potuiſſet tamen huic malo occurrere, nec ſui inventi laude fraudari, ſi circà fuſos non unicum, ſed duplicem funem ita involviſſet, ut funium ſpiris vel ab extremitatibus fuſorum, vel à medio, incipientibus, funis uterque paribus ſemper intervallis à ſibi proximâ Rotâ diſtarent; ſic enim factum fuiſſet, ut boves æqualiter utrumque funem trahentes, æqualiterque evolventes, molem illam rectâ viâ deducerent.

Quamquam autem ſuâ laude non careant hujuſmodi artificum inventa, expeditiſſimè tamen, & citrà impendium, onera ingentia traducuntur ſubjectis cylindris, qui pondere preſſi, cùm illud trahitur, convertuntur. Palangas peculiari vocabulo Veterès dixere freſtes teretes, qui navibus ſubjiciuntur, cùm attrahuntur ad pelagus, vel cùm ad littora ſubducuntur; ut apud Nonium Marcellum legiſſe me memini. Neque aliud quidpiam cenſendus eſt Cæſar intellexiſſe, ubi lib. 3. Belli Civil. ſcribit *Quatuor biremes ſubjectis ſcutulis* (fortaſſe *ſcutalis*, hoc eſt *ſcytalis*, antiquis enim Romanis *u* literam uſupari ſolitam loco *y* literæ Græcæ notum eſt) *impulſas vectibus in interiorem partem tranſduxit.* Sunt autem ſcytalæ ut apud Suidam, rotunda & polita ligna: aliquid tamen peculiare addit Ariſtoteles in Mechan. quæſt. 11. quærens, *cur ſuper ſcytalas faciliùs portantur onera quàm ſuper currus, cum tamen hi magnas habeant rotas, illa verò puſillas?* Scytalis nimirum puſillas

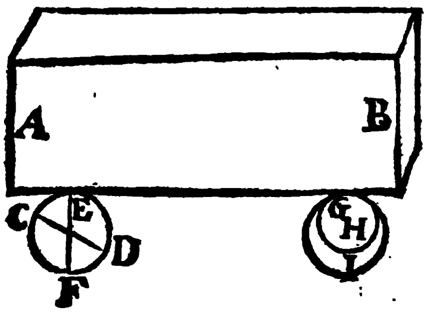
ſillas rotas adjectas intelligit, non eas quidem circà axem, ſed cum axe ipſo, cui adnectuntur, verſatiles ; cujuſmodi eſſent in hoc ſchemate rotulæ A & B cum ſuo axe connexæ.



Porrò duplicem hujuſmodi ſcytalarum uſum conſidero : ſi enim onus impoſitum incumbat Rotulis ipſis, vel quia plana ſit ejus ſuperficies, vel quia tabulato fuerit ſuperpoſitum, perinde res ſe habet, atque ſi cylindrus eſſet, cujus diameter idem eſſet cum rotularum diametro : neque tunc admodum refert, cujuſnam figuræ ſit axis, quem onus non tangit, ſive rotundus ille ſit, ſive angulatus. At ſi onus ipſi axi incumbat, promineantque hinc & hinc rotulæ, omninò neceſſe eſt axem rotundum eſſe, ut fieri poſſit rotularum converſio, atque ita longum, ut inter rotulas onus laxè intercipiatur ; maximè quippe cavendum eſt, ne rotulæ onus contingant, alioquin ex mutuo conflictu mora non mediocris motui crearetur. Ideò autem excogitatæ videntur hujuſmodi ſcytalæ, ut minimâ ſui parte ſecundùm extremitates tangerent ſubjectum planum, atque adeò in pauciora incurrerent offendicula, quàm cylindri totâ ſuâ longitudine incumbentes plano. Sed illæ ab uſu artificum jam diù intermiſſæ locum ſimplicibus cylindris conceſſere, quippe qui ob continentem ſibique ſemper ſimilem figuram ſolidiores ſunt, & periculo carent, cui obnoxiæ ſunt ſcytalæ, ne videlicet Rotulæ illæ labem aliquam faciant cum rotunditatis, atque adeò etiam motûs, detrimento. Illud verò commodum, quod ex offendiculorum evitatione oriebatur, obtinemus pariter, ſi duplicem planorum tigillorum ſeriem ſubſternamus capitibus cylindrorum ; hinc enim fit, ut viarum ſalebræ evitentur, & Cylindri modicâ ſui parte contingant ſubjectos tigillos, qui viam planam & æquabilem conſtituentes moram nullam motui injiciunt.

Sed & in hoc cylindrorum uſu communiter cenſetur aliquid ineſſe facilitatis majoris ad onera deducenda, quàm ſi illa currui imponerentur ; tùm quia currui ſua ineſt gravitas, quæ unâ cum impoſitâ ſarcinâ majus onus conſtituit, ac

propterea in utroque transferendo is, qui trahit, majorem impendit laborem; at ſubjectis oneri cylindris, horum gravitas nihil officit trahenti: Tùm quia currûs Rotæ, cum ſint circà ſuum axem, cui infigûntur, mobiles, aut hûc & illuc nutant, ſi laxa ſint capita, nec clavo exquiſitè coërceantur, aut ſi arctiùs axi cohæreant, axem quem complectuntur, & clavum quo coërcentur, validiùs terunt; & ex utroque hoc capite movendi difficultas oritur, cùm aliquid impreſſi impetûs aut in illâ inconſtantiâ, aut in hoc conflictu conteratur: nihil autem hujuſmodi cylindris contingit. Tùm etiam quia Rotæ modiolus ab axe premitur, & deorſum pondere urgente, & antrorſum impetu ad anteriora trahente; ex quo quantum difficultatis in movendo oriatur, hinc manifeſtum eſt, quod niſi axungiâ aut amurcâ illinantur curruum axes, ægrè convertuntur rotæ, & denſo ſtridore, quantus ſit partium tritus atque conflictus, teſtatum faciunt. At Cylindri quantumvis ab onere premantur, nullo pingui liquore oblinendi ſunt, ut lubrici fiant; nulla enim impoſiti oneris aſperitas cylindrorum converſionem impedire poteſt. Nam ſi fuerit ingens lapis A B cylindris ſubjectis impoſitus, & cylindri punctum C congruat puncto A lapidis, diametri C D altera extremitas D tangit ſubjectum planum; cum verò ſaxum ex B verſùs A propellitur, ſeu trahitur ex A, ita cylindrus convertitur, ut D F arcus ſenſim ad ſubjectum planum, contrà verò arcus C E ad impoſitum ſaxum accommodetur, citrà omnem ſaxi & cylindri affrictum.



Hinc tamen aliquid etiam incommodi cylindris adhæret, ſi cum plauſtrorum rotis conferantur; hæ ſcilicet motum continuant, cum ſine fine volvantur, quippe quæ axi infixæ, impoſito oneri pariter, ut ita loquar, cohærent; illos verò, nimirum cylindros, onus dum promovetur, poſt ſe relinquit; ac proinde aut cylindrorum copia non exigua ſuppetere debet,

qui

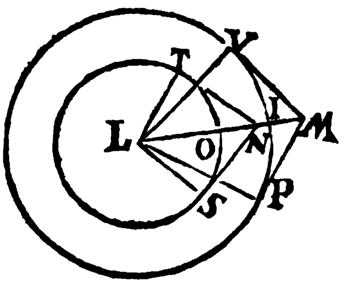
qui longâ ſerie diſpoſiti onus alij ex aliis excipiant, aut qui relinquuntur, ſubinde transferendi ſunt, ut iterùm oneri ſubjiciantur. Verùm hæc alterna cylindrorum tranſlatio non adeò gravis eſt; quin plus habeat adjumenti, quàm incommodi; cum enim plurimùm referat, utrùm qui ſubjicitur cylindrus, reliquis poſterioribus cylindris parallelus, an obliquus ſtatuatur, ut onus ad lineam viâ rectâ deducatur, aut motus ſui veſtigium inflectat; facillimum eſt opportunâ cylindri tranſlati collocatione parallelâ, aut obliquâ, deſtinatum oneris motum adminiſtrare.

Illud autem non immeritò hîc examinandum occurrit, utrùm majores cylindri minoribus potiores cenſendi ſint, & an præſtet ſubjicere oneri cylindrum G I majorem, an verò minorem G H. Et quidem ſi figuræ dumtaxat magnitudo atque parvitas ſpectetur, hoc unum diſcrimen invenio, quòd ad certam motûs menſuram perficiendam crebriùs volvi oportet cylindrum minorem, quàm majorem; onus verò à ſubjecto plano diſtare majoris diametri G I intervallo potiùs, quàm minoris G H, non videò, quid conferat ad motûs facilitatem; tantum enim promovetur onus, quantus eſt peripheriæ arcus, cui illud in motu aptatur, eíque æqualis eſt arcus oppoſitus, qui plano pariter in motu congruit: ac propterea parum refert, utrùm eadem arcus menſura ſit majoris circuli pars minor, an minoris circuli pars major.

Verùm ſi qua inter motum occurrant offendicula, hæc minùs officere majori cylindro, quàm minori, dicendum eſt, quemadmodum & de rotis majoribus dictum eſt ſuperiori capite; ſiquidem majoris cylindri diameter obliquior incidit in idem offendiculum, quod minùs directè opponitur motui, & longiore motu Potentiæ fit eadem ponderis elevatio, ut ibi explicatum eſt.

Aliud eſt præterea, nec ſanè nullius momenti, quod majori cylindro incitatiorem dat volubilitatem; quòd videlicet (quemadmodum & globo majori contingit) major cylindrus, quamvis Geometricam Rotunditatem non aſſequatur, tamen propiùs accedit ad figuram exquiſitè Rotundam, quàm minor: ſi enim à circulo Geometricè perfecto æqualiter recedant utriuſque cylindri majoris ac minoris baſes, non tamen æqua-

liter angulata eſt utraque baſis, ſed in majori major eſt angulus, in minori minor, atque adeò ille magis, quàm hic, ad rotunditatem accedit. In majori autem circulo angulum, qui peripheriam complectitur, majorem eſſe palam eſt, quia idem exceſſus majori Radio additus conſtituit ſecantem anguli minoris, quàm ſi minori Radio addatur; ac propterea angulus Complementi major eſt in majori, quàm in minori. Id quod, per ſe quidem ſatis clarum, dilucidiùs explicabitur, ſi ex minore circulo extet particula, cujus altitudo ſit O N, ex majore autem circulo æqualis altitudo emineat I M. Ductis Tangentibus & Radiis, certum eſt Secantis exceſſum O N ſupra Radium L O minorem, habere majorem Rationem ad ſuum Radium, quàm habeat æqualis exceſſus I M ad ſuum Radium L I majorem ex 8. lib. 5. Eſt igitur M L P angulus minor angulo N L S, & Complementum L M P majus eſt Complemento L N S quare totus angulus V M P major eſt toto angulo T N S, ac proinde magis ad rotunditatem accedit.



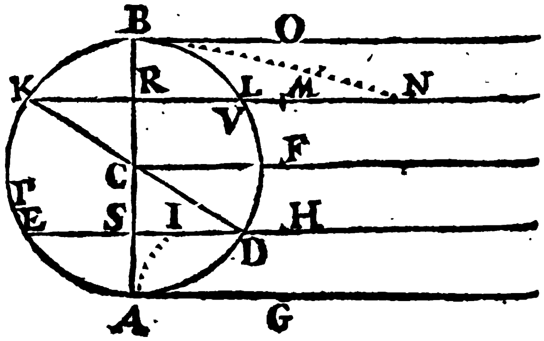
CAPUT X.

Circulorum Concentricorum motus explicatur.

Circuli motus, ob id ipſum quia circulus eſt, circa ſuum centrum perficitur eâ ratione, ut ſuperiores partes progrediantur, inferiores retrocedant, anteriores deſcendant, poſteriores aſcendant, ſervatâ ſemper pari oppoſitorum progreſsûs atque regreſsûs, deſcensûs atque aſcensûs menſurâ; pro ut unicuique rem vel leviter conſideranti patet. Quare dum in gyrum circulus agitur, centrum quidem manet, reliquæ verò partes ita ſingulæ ex alio in alium locum ſibi invicem

cem ſuccedentes commeant, ut circulus totus ſpatium, in quo volvitur, omninò non mutet. Quemadmodum obſervare eſt in Solis orbitâ, quam Eclipticam vocant; hæc enim diurnâ converſione circa Mundi axem Solem ſecum rapiens à ſuo loco non recedit, Sole ab ortu in Occaſum commigrante: id multò magis in ſingulorum circulorum circà ſua centra revolutione manifeſtum apparet. Quod ſi circulus aut horizonti parallelus, aut illi ad perpendiculum inſiſtens, raptetur; motus ille nihil habet circulari affine, cum circà centrum non perficiatur, ſed ſingula circuli puncta ſolo motu recto unâ cum centro moveantur.

Sin autem axis circulo verſatili infixus trahatur, jam circulus & cum axe pariter movetur, & circa axem volvitur: atque adeò ſingularum circuli partium motus is eſt, qui ex recto centri, & circulari ipſius orbitæ componitur. Hinc ſemicirculi ſuperioris partes cum progrediantur versùs eumdem locum, ad quem centrum tendit, ſuum motum motui centri addunt: Contrà verò inferioris ſemicirculi partes retrocedentes ſuum motum à centri motu detrahunt. Rotæ igitur puncta omnia, dum currus trahitur, ſi non ſummatim tota revolutio, ſed particulatim, accipiatur, non æquali velocitate moventur. Sit explicandi gratiâ, circulus B D A E, cujus centrum C moveatur verſus F, & ſit tangens G A, cui in motu applicatur ipſius circuli orbita; in quâ accipiatur ſextans hinc & hinc A D, & A E. Igitur in Converſione, dum



Centrum C trahitur ad F, punctum D venit in G, & arcus D A æqualis eſt rectæ G A, cui in motu ſubinde per partes congruit: atque adeò, quarum partium ſemidiameter C A eſt 21, earum arcus A D, & recta A G eſt 22, & motus centri illi æqualis C F eſt pariter 22. Quoniam verò in motu orbitæ

bitæ circa ſuum centrum, punctum A aſcendens in E retrocedit juxta menſuram ſinûs S E (qui ad Radium C A 21 eſt ut 18) hinc eſt poſt converſionem, in qua D eſt in G, punctum A ita aſcendiſſe, ut ſit in lineâ H E parallelâ Tangenti G A, ſed motui centri tantum detraxerit, quantus eſt ſinus S E. Quia igitur Radius C D ubi congruit punctis F G, ſecat in H rectam H E, ſumatur H I æqualis ſinui S E, & puncti A totus progreſſus remanet S I partium 4, quarum S H, ſeu C F eſt 22. Quare A eſt in I, quando D eſt in G.

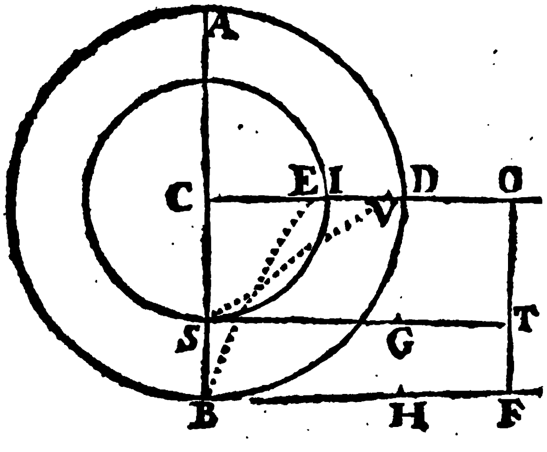
Contrà verò in ſuperiore ſemicirculo ſumatur item ex B hinc, & hic ſextans B K & B L; atque in converſione ubi centrum C venerit in F, & punctum orbitæ D in G, erit K in O, & diameter D K ſecabit parallelam K N in M. Igitur punctum B ita deſcendit ad parallelam N K, ut motui centri C F, hoc eſt B O ſeu R M, addiderit ſuum progreſſum juxta menſuram R L Sinum Sextantis B L, hoc eſt 18. Venit igitur B in N; atque additis R M 22, & M N 18, totus progreſſus puncti B eſt R N 40. Comparatis itaque invicem curvis lineis A I & B N, manifeſtum eſt puncta B & A non æque velociter moveri, cum eodem temporis ſpatio inæqualia loci ſpatia percurrant.

Eadem erit methodus, ſi reliquorum orbitæ punctorum velocitates aut tarditates conſiderandæ ſint: ſi tamen adverteris non eandem eſſe omnium circuli Quadrantum rationem in determinandâ menſura motûs addendi, aut demendi motui centri. Nam in anteriori Quadrante ſuperioris ſemicirculi, & in poſteriori Quadrante inferioris ſemicirculi, menſura progreſsûs addendi in illo, & regreſſus demendi in iſto, attendenda eſt ex Sinu Recto arcûs, qui deſcribitur in motu circa centrum à puncto, cujus velocitas inquiritur, aut tarditas: Et quidem integer Sinus Rectus accipitur, ſi punctum à ſummo vertice deſcendens, vel ab infimo contactûs puncto aſcendens movetur, ut ex B vel ex A: ſin autem punctum conſideretur, quod intrà eoſdem Quadrantes diſtet ab extremitatibus diametri ſubjecto plano inſiſtentis, puta L aut E, quæ moventur in V, aut in P, progreſsûs aut regreſsûs menſura deſumitur ex differentiâ Sinuum Rectorum, qui reſpondent arcubus B L & B V, aut arcubus A E & A P. In poſteriori verò Quadrante ſuperioris

rioris ſemicirculi, & in anteriori Quadrante inferioris ſemicirculi, progreſſus addendus, aut regreſſus demendus, motui centri, menſuram deſumit ex Sinubus Verſis, aut ex eorum differentiâ, pro ut puncti motus aſcendens aut deſcendens incipit ab extremitate Quadrantis, aut à loco medio, ut facilè cuique conſtat: neque enim ſchema multiplici linearum deſcriptione ad confuſionem implere operæ pretium eſt.

Cum itaque in oppoſitis Quadrantibus ſimilem menſuram recipiant incrementa atque decrementa ſive à ſinubus Rectis, ſive à Verſis, addenda aut demenda motui centri, manifeſtum eſt punctum quodlibet in integrâ converſione demùm progreſſum fuiſſe pari menſurâ cum motu centri. Si enim Algebricè ſtatuatur motus Centri Z, incrementum in ſuperiore ſemicirculo addendum +A, decrementum in inferiore ſemicirculo tollendum − A; manifeſtum eſt totum motum, qui componitur, Z +A − A non eſſe niſi Z.

His ita conſtitutis, quæ ita clara ſunt, ut nihil habere videantur dubitationis, nec in controverſiam vocari queant, jam eximendus eſt ſcrupulus, quem philoſophantibus injecit Ariſtoteles Mechanic. quæſt. 24. de circulorum concentricorum motu, quando alter ad alterius motum promoto communi centro movetur. Sit enim major circulus, cujus Radius C B, minor autem, cujus Radius C S; quos tangant parallelæ BF & ST, quibus item recta per centrum ducta parallela ſit C O, quam videlicet percurrit centrum, dum trahitur. Negari non poteſt in



hâc circulorum tractione & converſione peripherias tùm majoris, tùm minoris Circuli ſuis Tangentibus ita coaptari, ut factâ Quadrantis B D converſione, fiat pariter Quadrantis S I

converſio, & ubi punctum D venerit in F, punctum I ſit in T, & centrum C in O, atque adeò Radius C D mutato ſitu factus ſit O F. Major igitur Quadrans percurrit ſpatium B F, & minor ſpatium S T. At quia æquales rectæ O F & C B perpendiculares ſunt ad eandem rectam B F, etiam ſunt parallelæ, jungúntque parallelas S T & B F, quæ propterea etiam ſunt æquales, ex 34. lib. 1. Igitur arcus S I minor arcu B D, coaptatur ſpatio æquali ipſi arcui Quadrantis B D, cui ſupponitur æqualis recta B F. Quarum itaque partium 7 eſt Radius C B, earum eſt Quadrans B D, hoc eſt recta B F 11, eſtque pariter S T 11. At quarum partium 7 eſt Radius C B, earum ſit Radius C S 4; igitur Quadrans S I eſt $6\frac{2}{7}$ multo minor quàm recta S T, cui ipſe Quadrans S I in motu congruit.

Id enim verò tantum præ ſe fert difficultatis, ut mirum ſit, quot Ixiones rota hæc torqueat, & quàm varias in partes ſe alij aliter verſent; quorum ſententias ſi examinare liberet, in longum nimis ſermonem me vocaret iſta diſputatio, nec ſatis ſcirem, utrùm plus aliquid lucis propoſitæ quæſtioni affunderetur. Quid igitur probabilius dicendum videatur, paucis expono.

Priùs tamen obſerva in dictâ Quadrantis revolutione, quando Centrum C venerit in O, & D in F, & in I in T, tunc punctum B eſſe in E (eſt enim O E æqualis Radio C B) atque punctum S in V (eſt ſcilicet O V æqualis Radio C S) ita ut B aſcendat per curvam B E, punctum autem S aſcendat per curvam S V, & ſimiliter punctum D deſcendat per curvam D F, punctum verò I deſcendat per curvam I T. Ex quo patet punctum S minoris circuli plus promoveri, quàm punctum B majoris circuli; hujus enim progreſſus eſt C E, illius autem eſt C V: & pari ratione conſtat magis ad anteriora promoveri punctum I minoris circuli, cujus progreſsûs menſura eſt I O, quàm punctum D majoris circuli, cujus progreſſus eſt D O.

Et hæc quidem, quando centri motus legem accipit à peripheriâ majoris circuli; ad cujus motum minor circulus concentricus movetur; eo quod major circulus inſiſtit ſubjecto plano, cui orbita ſubinde coaptatur rectam lineam ſibi æqualem deſignans ex hypotheſi, dumque movetur, ſecum rapit interiorem circulum.

Quod

Quod ſi minor circulus inſiſtat ſubjecto ſibi plano; legemque det motui centri; quia minor peripheria deſignat rectam ſibi æqualem, res contrario modo procedit, quia dum ad minoris circuli motum circulus major movetur, hujus orbita deſignat in plano ſubjecto lineam minori peripheriæ æqualem. Hinc ſi arcus S I deſignat rectam S G ſibi æqualem, ubi I venerit in G, etiam D erit in H, atque totus Quadrans B D deſignabit ſolùm rectam B H æqualem rectæ S G. Erit igitur recta S G æqualis Quadranti S I $6\frac{2}{7}$; cui pariter æqualis eſt B H: Ex quo fit punctum B, quia diſtat à centro C partibus 7, non ſolùm non procedere in revolutione Quadrantis; ſed retrocedere per $\frac{5}{7}$ interea, dum commune centrum C promovetur per $6\frac{2}{7}$.

Non abſimili ratione punctorum B, & S jam in E & V tranſlatorum motus per conſequentes circuli Quadrantes, donec integra revolutio perficiatur, conſiderandus eſt: & quæ de uno puncto cujuſque circuli deprehenduntur, de ſingulis ejuſdem orbitæ punctis dicta faciliùs intelliguntur, quàm ut uberiori explicatione opus ſit.

Ex his apertè liquet eam lineam rectam in ſubjecto plano deſignari à peripheriâ tùm majoris, tùm minoris circuli, quæ æqualis ſit motui centri, prout ille legem accipit à majore aut à minore orbitâ, ad cujus motum altera movetur; ac proinde modò longiori, modò breviori lineæ rectæ in motu coaptantur ambæ peripheriæ; ut enim rectè loquitur Ariſtoteles loc. cit. *Quando hic quidem movet, ille verò movetur ab iſto, quantum utique moverit alter, tantum alter movebitur.*

Cur igitur parem lineam rectam deſignat in plano utraque orbita major & minor? conſtat ex dictis: quia nimirum cujuſlibet circuli quodlibet punctum dum trahitur ſimul, & volvitur, promovetur non niſi pro ratione motûs centri: ſed concentricorum circulorum unum & idem eſt centrum; ergo unicus eſt centri motus, & ſecundùm unam eandemque menſuram motûs centri, omnia puncta tùm majoris, tùm minoris orbitæ, demum abſolutâ converſione, promota ſunt; ſingulorum enim incrementa, dum ſuperiorem ſemiperipheriam motu deſcribunt, ab oppoſitis decrementis eliſa in inferioris ſemipe-

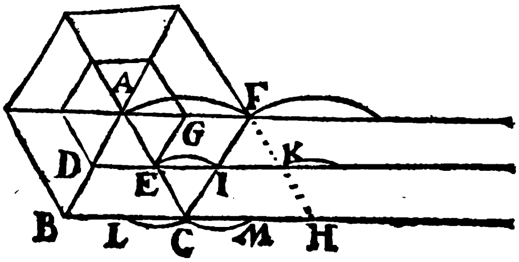
ripheriæ deſcriptione, ſolum centri motum relinquunt. Nil itaque mirum, ſi tres lineæ, quarum primam centrum percurrit, ſecundam orbita minor deſignat, tertiam orbita major, planè æquales ſunt; pendent enim ab unico & communi motu centri, cui nihil additur, aut demitur ex integrâ converſione circa centrum, ſivè illa latiùs excurrat in majore circulo, ſivè arctiùs in minore coërceatur.

At, inquis, difficile eſt cogitatione aſſequi, & oratione explicare, quî fieri poſſit, ut peripheriâ utráque ſubjectum ſibi planum ſemper tangente, nullóque puncto manente ſine motu, ita ut plana ſubjecta ab aliis ſubinde atque aliis punctis tangantur, pauciora puncta minoris peripheriæ totidem punctis rectæ lineæ coaptentur, ac plura puncta majoris peripheriæ.

Sunt qui difficultatem hanc declinant adſtruentes infinita puncta tùm in circulorum peripheriis, tùm in lineis rectis, negantéſque inter infinitas multitudines, quæ invicem comparentur, affirmari poſſe totidem in unâ infinitâ multitudine, ac in aliâ pariter infinitâ unitates reperiri, nulla enim eſt infiniti ad infinitum Ratio, ac proinde nulla fieri poteſt, perinde ac in multitudinibus finitis, comparatio minoris, aut majoris, aut propriè, &, ut aiunt, poſitivè æqualis. Hæc tamen (quamvis quod ad infinita Ratione carentia ſpectat, à me ultrò admittantur, Rationem ſcilicet habere dicuntur inter ſe magnitudines, idem & de multitudinibus dicendum, quæ poſſunt multiplicatæ ſe mutuò ſuperare, ut definit Euclides lib. 5. ubi autem nullus eſt terminus, ut in infinito, nullus pariter exceſſus intercedere poteſt quavis factâ multiplicatione) non facient ſatis comparanti omnia puncta unius lineæ cum omnibus punctis alterius lineæ, non quâ infinitæ punctorum multitudines ſunt, ſed quâ finitæ magnitudines ex punctis illis quantumvis infinitis conſtituuntur: finitas autem magnitudines comparari invicem poſſe, ac Rationem inter ſe habere nemo negaverit. Supereſt igitur explicandum, quomodo peripheria minor coaptetur lineæ rectæ æquali illi eidem, cui commenſuratur peripheria major.

Propterea, duce Galilæo Dialog. 1. de motu, obſervant ſimilium polygonorum concentricorum motum ac converſionem, in quâ polygonum, ex quo centri motus legem accipit, ſingula

la latera ita æqualibus lineæ rectæ partibus accommodat, ut in integrâ converſione linea recta ſubjecti plani ſit æqualis perimetro polygoni: at non item partes omnes lineæ, cui alterum polygonum in motu coaptatur, ſi unica comprehenſione ſumantur, lineam æqualem polygoni majoris perimetro conſtituunt. Res, claritatis gratia, explicetur in Hexagonis, quorum commune centrum ſit A, & latera B C, D E incumbant parallelis lineis B H, D K. Det primùm legem motui centri po-



lygonum exterius, & majus, fiatque converſio circa punctum C, demùm latus C F congruet rectæ C H, & centrum A per arcum A F erit tranſlatum in F; latus verò minoris polygoni E G congruet parti I K, intactam relinquens partem E I, ita tamen; ut tota E K æqualis ſit ipſi C H. Id quod eſt manifeſtum, quia factâ tranſlatione centri in F, ſemidiameter, quæ ex F pertingit ad H, eſt parallela ipſi A C, cum ad ſimiles angulos incidat in ſubjectam lineam; ſunt autem parallelæ etiam A F, D K, & B H; igitur tres lineæ A F, E K, C H ſunt æquales, ex 34. lib. 1. Atqui quod uni lateri contingit, etiam reliquis lateribus commune eſt; igitur factá integrâ converſione Hexagonum majus deſignabit lineam ſextuplicem ipſius C H æqualem toti perimetro, & Hexagonum minus percurret lineam ſimiliter ipſius E K ſextuplicem, quæ æqualis eſt perimetro majoris Hexagoni, ſumendo tàm partes lineæ D K, quas intactas relinquit, quàm quæ tangunrur. Cæterùm ſi eæ ſolùm, quæ ab Hexagono minore tanguntur, accipiantur, patet illas ſimul ſumptas non eſſe majores perimetro ejuſdem minoris Hexagoni.

Deinde polygonum interius & minus det legem motui centri, & converſio fiat circa punctum E, poſtquam latus E G congruit lineæ E I, & centrum eſt in G (in hoc enim exemplo ad vitandam in Schemate confuſionem literarum aſſump-

tum eſt Hexagonum minus ſubquadruplum majoris, latera ſcilicet minoris ſubdupla ſunt laterum majoris) cum interim punctum C retroceſſerit in L, & demum latus CF congruat lineæ LM. Igitur majus polygonum ſolùm deſignat in motu, quo progreditur, lineam CM æqualem lateri minoris polygoni EI; & factâ integrâ converſione, deſignata erit linea ſextuplex ipſius CM & ipſius EI; atque adeò utrumque polygonum æqualem lineam progrediendo deſignat.

Hæc quæ de Hexagonis concentricis exempli gratiâ dicta ſunt, de omnibus ſimilibus atque concentricis polygonis dicta intelliguntur, quotcumque ſint laterum. Jam verò Authores illi concipiunt circulos tanquam polygona infinitorum laterum: & quemadmodum minus polygonum totidem ſpatia ſubjectæ lineæ intacta relinquit, totidemque tangit, quot habet latera; ita pariter in circuli minoris converſione, infinita ſpatia vacua non-quanta (ne ſcilicet ſi quanta eſſent, opus eſſet lineâ infinitâ) intermiſta ſpatiis, quæ tanguntur, adſtruunt, adeò ut demùm ex omnibus ſpatiis tactis ſimul & intactis coaleſcat linea æqualis ei, quæ tangitur à majore peripheriâ majoris circuli.

Mihi tamen arridere non poteſt illa loquendi formula, quæ circulum polygonum infinitorum (& quidem infinitorum ſimpliciter) laterum dicit. Polygonum enim utique regulare circulus eſſet; polygonum autem eſſe non poteſt illud, quod angulis caret; neque anguli eſſe poſſunt, ubi non eſt lineæ ad lineam inclinatio; in peripheriâ verò circuli linea nulla eſſe poteſt, eſſent ſiquidem infinitæ lineæ æquales invicem, quæ utique conſtituerent extenſionem ſimpliciter infinitam. Quod ſi infinita dixeris puncta; non eſt puncti ad punctum inclinatio, quæ poſſit angulum conſtituere; ac proinde circulus non eſt polygonum infinitorum laterum, niſi vocabulis ad opinandi licentiam immoderatè abutamur. Adde quod omnia diametri puncta ad omnia puncta peripheriæ eſſent in Ratione, quam Archimedes *lib. de dimenſione circuli* definivit contineri inter Rationem 7 ad 22, & Rationem 71 ad 223: non igitur infinita eſſe poſſunt aut diametri, aut peripheriæ, aut utriuſque puncta; ab infinitis enim Rationem omnem ablegant iidem Authores. Si

itaque

itaque circulus polygonus non eſt, adhuc indiget explicatione, quomodo ad circulos concentricos traducantur ea, quæ de polygonorum concentricorum converſione conſiderata ſunt.

Quòd ſi circulum ita in polygonum convertamus, ut nec illi fixum definitumque laterum numerum tribuamus, nec ſimpliciter infinitum; ſed liceat minora ſemper atque minora latera concipere, ut laterum ipſorum numerus ſemper augeatur, ita ut non ſimpliciter infinitus, ſed indefinitus dicatur, non abnuo: propoſita enim difficultas ſatis commodè hâc ratione explicabitur. Verùm in hac laterum extenuatione, ſi ad minimam extenſionem deveniamus, quæ à puncto phyſicè non differat; non infinitus eſt hujuſmodi punctorum numerus, ſed certus eſt atque definitus: Nec ipſis punctis, ſeu minimis Phyſicis ſua figura detrahenda eſt, in majori enim peripheriâ minùs curvantur interiùs, minúſque convexa ſunt exteriùs, propiúſque ad lineam rectam accedunt; in minori autem orbitâ puncta hæc circularia curvantur magis, magiſque convexa ſunt exteriùs, & à rectitudine magis deflectentia ita abſunt à ſubjectâ rectâ lineâ, ut, dum converſio fit circuli, & trahitur, deſcribant in motu lineam curvam magis obſecundantem motui centri, quàm quæ deſcribitur à punctis ſimiliter poſitis in majore peripheriâ.

Cæterùm cavendum eſt maximè ab eo, quod quia ſubeſt æquivocationi, difficultatem in hâc quæſtione auget; illud autem eſt, quod punctum peripheriæ cum puncto lineæ Tangentis perperam comparatur, quaſi in contactu coæquarentur; id quod à veritate longè abeſt; ſe enim contingunt circulus & linea incommenſurabiliter, ſi contactus præciſè ſpectetur: at ſi contactus & motus componantur, jam quædam extenſio concipitur, quæ aliquâ ratione comparari poteſt cum ſpatio lineæ, quæ tangitur, quatenùs huic aut illi parti lineæ in motu coaptatur circulus, aut ejus pars. Quare circuli minoris, qui ad majoris circuli motum movetur, ſingula puncta non aptè comparantur cum ſingulis ſubjectæ rectæ lineæ punctis, quaſi circuli punctum, quod eſt tertium à contactu, antequam incipiat motus, in converſione tangat tertium rectæ lineæ punctum; ſed tanget fortaſſe quintum aut ſextum pro ratione magnitudinis

aut

aut parvitatis ipſius circuli ; pro ut in polygonis concentricis obſervare eſt ; quò enim majus eſt interius polygonum, eò etiam minora ſunt intervalla, quæ intacta relinquuntur. Et quamvis in circuli contactu intervalla hujuſmodi intacta non admittantur, non eſt tamen abs re puncto circuli, quod volvitur ſimul & trahitur cum ipſo circulo, vim tribuere tangendi plus quàm unum ſubjectæ rectæ lineæ punctum, quemadmodum majoris peripheriæ punctum in motu contingit ex punctis ſubjectæ lineæ rectæ non communicantibus minus quàm unum, ſi ad interioris circuli motum circulus exterior moveatur: nam ad majoris, & exterioris motum minor, & interior promovetur; ad minoris verò & interioris motum major & exterior circulus retroagitur. Quapropter ſi interior circulus in primo caſu velociùs, & exterior in ſecundo caſu tardiùs movetur comparatè ad ſpatium collocatum cum eorum peripheriis, nil mirum in motu perfici ab illius puncto Phyſico plus ſpatij, quàm ferat ejus magnitudo, ab hujus autem puncto Phyſico minus ſpatij: in continuâ enim quantitate partes minores ſubinde ac minores vera, ut opinor, Philoſophia admittit. Sed quia hæc eſſet infinita, concertationumque plena diſputatio, ſatis ea ſint, quæ diximus, & ad utiliora gradum faciamus.

MECHA

MECHANICORUM
LIBER TERTIUS.

De Libra.

EXPLICATIS ſuperiore Libro Cauſis motûs Machinalis, ordinis ratiò poſtularet, ut ad ipſas Machinas, ſeu, ut ab Antiquioribus apud Pappum lib.8. Collect. Mathem. prop.10. vocantur, Facultates, ad quas Machinamenta ab artificibus excogitata reducuntur, aut ex quibus hæc componuntur, examinandas & explicandas progrederemur: Et fortè alicui videatur ab inſtituto noſtro alienum libram hîc conſiderare, quippe quæ non ad motum oneribus conciliandum inventa eſt, ideóque nec inter Facultates enumeratur, ſed uſum omnem habet in motu prohibendo, ubi factum fuerit ponderibus æquilibrium. Nec eo quidem conſilio libræ momenta hîc expendo, ut indè Vectis rationes explicentur (quemadmodum non paucis placet) non enim Vectis vires ad libræ Rationes revocandas exiſtimo, cum ſua cuique Facultati cauſa inſit, communis illa quidem, ſed quæ perinde in Vecte reperitur, atque ſi nulla prorſus exiſteret libra. Verùm eatenus libram Mechanicæ contemplationi inſerendam cenſeo, quatenus non minoris artis eſt ea, quæ in motum prona ſunt, cohibere & ſiſtere, quàm onera quieſcentia per vim ſuo loco dimovere: Cum maximè ad libram pertineat Statera, in qua modicum pondus multò majori ponderi æquipollet, æquatis in diſpari gravitate gravitationum

momentis, ut infra in loco oſtendetur. Præterquam quòd explicato æquilibrio, faciliùs declaratur in motu Machinali, quid præſtet major illa Ratio momentorum agendi ad momenta reſiſtendi, quàm ſit reciproca Ratio gravitatum, ſeu virium oppoſitarum, abſolutè ſumptarum extrà machinam; ex qua majore Ratione momentorum, etiam Potentiæ moventis virtus innoteſcit. Nihil autem officit libræ dignitati, quod Cain authorem agnoſcere videatur, qui, ut Joſephus lib. 1. Antiq. Jud. cap. 2. loquitur, *Simplicem hactenus vivendi rationem excogitatis menſuris & ponderibus immutavit, priſtinamque ſinceritatem & generoſitatem ignaram talium artium, in novam quandam verſutiam depravavit.* Quid enim ſi quis præclaro artificio ex naturæ theſauris deprompto abutatur? Dolos & fallacias, aut errores, quibus infici poteſt libræ uſus, ideò retegemus: ut nimirum quod Juſtitiæ commutativæ ſymbolum datur, omni injuſtitiæ ſuſpicione vacet. Cæterùm quæ nobis ineſt arbitrij libertas, potiſſima naturæ rationis compotis prærogativa, libræ, aut ſtateræ jure merito comparatur, quâ iniqui abutentes dicuntur Pſalm. 61. *Mendaces filij hominum in ſtateris:* ubi S. Baſilius hom. in Pſalm. 61. ait *Cuilibet noſtrûm intus ſtatera quadam eſt à Conditore omnium apparata, per quam rerum naturam poſſis probè dignoſcere.* & infra: *Tibi namque propria datur libra, qua ſufficiens diſcrimen boni, ac mali demonſtrat. Corporea enim pondera in libra lancibus probamus; quæ verò ad inſtituendam vitam eligenda veniunt, per liberum arbitrium diſcernimus: quod & ſtateram nominavit, quòd momentum æquale ad utrumlibet poſſit capere.*

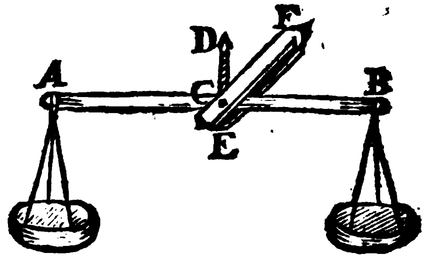
CAPUT I.

Libræ forma, & natura exponitur.

EO conſilio inſtituta eſt libra, ut certis, ac notis ponderibus, ignotæ gravitatis quantitas indagetur, quæ demùm innoteſcit, cum æquatis hinc & hinc ponderum libræ adnexorum momentis, neutro prævalente, libra conſiſtit. In hoc

inſtru

inſtrumento conſideratur primùm *Iugum*, ſeu *ſcapus*, ſeu *librile* A B: hoc bifariam dividitur in C, quod, *Centrum* libræ dicitur, non quia ſit neceſſariò Centrum gravitatis libræ, ſed quia eſt Centrum, circa quod agitur, ſeu verſatur jugum, infixo nimirum in C axiculo, qui & *Agina* Latinis, Græcis apud Ariſtotelem in quæſt. Mechan. *Spartum* dicitur. Partes autem jugi videlicet C A, & C B. *Brachia*, *Radÿ*, aut etiam ab aliquibus *Librilia* vocantur. Ex medio jugi ad perpendiculum aſſurgit lingula C D, quæ inſeritur anſæ E F complectenti capita axiculi, adeò ut ſuſpenſâ ex F anſâ, quæ horizonti ad perpendiculum immineat, tùm demùm intelligatur factum æquilibrium, cum lingula anſæ congruit, & jugum conſiſtit horizonti parallelum. Utrùm autem *Trutina* dicenda ſit ipſa lingula, an verò anſa, non conveniunt Authores: litem Grammaticis dirimendam relinquo.

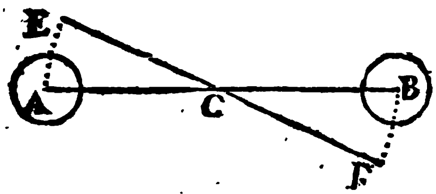


Extremis brachiorum punctis A & B adnectitur utrumque pondus, tam notum, quod eſt alterius menſura, quàm ignotum, cujus gravitas examinatur. Nihil autem refert, an pondera uncinis adnexa dependeant, an verò lancibus indè pendentibus imponantur; id quod vulgare eſt magiſque uſitatum, & libræ fecit nomen *Bilanci*. Illud enim præcipuum eſt, ac maximè attendendum, quòd omnia hinc & hinc æqualia ſint, nimirum pondus unius lancis cum funiculis ſeu catenulis æquale ſit ponderi alterius lancis cum ſuis appendiculis (pondus, inquam, ponderi æquale ſit; nil enim intereſt æquales ne? an inæquales fuerint utriuſque lancis funiculi ſecundùm longitudinem, modò in æquali diſtantiâ à centro adnectantur) & brachium alterum majus non ſit reliquo brachio non ſolùm quoad gravitatem, quæ materiæ jugi ineſt, ſed potiſſimùm quoad ipſorum brachiorum longitudinem.

Porrò hæc brachiorum longitudo non eſt deſumenda, ut ita loquar, materialiter, à centro jugi ad extremitatem, ubi materia deſinit, ex quâ conſtat, ſivè ferrum ſit, ſivè lignum, ſivè aliud quidpiam: ſed brachiorum longitudinem definiunt

puncta jugi, ex quibus pondera dependent: horum etenim diſtantiam à centro omnino æqualem eſſe oportet. Hujuſmodi autem puncta non alia ſunt, quàm puncta contactûs jugi & annulorum ſeu uncinorum illi infixorum, quibus deinde lances aut pondera adnectuntur. Hoc illud eſt, in quo maxima artificis induſtria, atque diligentia collocanda eſt, ut exactiſſimam brachiorum æqualitatem aſſequatur.

Data itaque hac, quam diximus, brachiorum æqualitate, ſi æqualia pondera hinc & hinc addantur, manifeſtum eſt jugum libræ ex aginâ ſuſpenſum ad neutram partem inclinari, ſed manere horizonti parallelum; fieri namque non poteſt, ut extremitas altera deſcendat, quin oppoſita extremitas cum adnexo pondere aſcendat, & quidem æquali motu propter brachiorum æqualitatem. Finge enim pondus B deſcendere in F, utique



pondus A aſcendet in E, atque deſcribent arcus BF & AE æquales, quippe qui æqualibus angulis ad verticem in C ſubtenduntur, & ab æqualibus radiis CB, CA deſcribuntur. At æqualis eſt in B vis deſcendendi atque in A repugnantia ad aſcendendum; illa igitur præpollere non poteſt. Siquidem vis deſcendendi componitur ex ponderis gravitate, & non impeditâ motûs naturalis velocitate; repugnantia verò ad aſcendendum componitur & ex ponderis contranitentis gravitate, & ex velocitate motûs præter naturam: ſunt autem gravitates ex hypotheſi æquales, motus etiam per arcus BF & AE eſſent æquales; ac proinde vis tendendi deorſum inveniens æqualem oppoſitam repugnantiam ad motum ſurſum nequit illi imprimere impetum, quo per vim moveatur: ut enim ſequatur motus, aut gravitates diſpares eſſe oportet, aut motuum Potentiæ moventis & Ponderis moti velocitates inæquales, ut major ſit Ratio hujuſmodi velocitatum, quàm ſit reciproca Ratio gravitatum: alioquin nulla eſſet virium movendi & reſiſtentiæ inæqualitas, ubi omnia eſſent æqualia. Cum itaque in librâ ſic conſtitutâ intercedat omnimoda æqualitas & brachiorum, quibus definitur motus, & gravitatum, quæ ſibi invicem æqualiter obſiſtunt, ac proinde eadem ſit reciproca Ratio gravitatum

& motuum, jugum libræ horizonti parallelum conſiſtere neceſſe eſt; & in alteram partem ſi inclinetur, manifeſtum eſt in illâ lance plus ponderis fuiſſe impoſitum, quàm in reliquâ.

Ut autem quàm exactiſſimè ponderum ignota gravitas examinari queat, opus eſt ut axiculus jugo infixus (ſaltem in ſuperiore parte, cui ſcapus incumbit) exquiſitè cylindricam figuram obtineat; hinc enim fiet, ut cum rotundo foramine ſcapi contactus fiat in lineâ, quamcumque tandem poſitionem habeat ipſe ſcapus: nam quemadmodum ex prop. 13. lib. 3. duo circuli ſe intùs contingentes tangunt in puncto, ita duæ ſuperficies cylindricæ, cava altera, altera convexa, ſe tangunt in lineâ. Id ſi fiat facilè ab æquilibrio deflectet ſcapus, ſi vel modica intercedat ponderum inæqualitas. At ſi angulatus fuerit axiculus, vel ſuperior foraminis pars rotunditatem non fuerit aſſecuta, jam non in unâ lineâ, ſed in pluribus contactus fieret, atque adeò iners eſſet ad motum ſcapus, etiamſi non omninò æqualia eſſent pondera lancibus impoſita.

Quare artifices illos non probo, qui axem ita efformant, ut ſuperior pars in aciem deſinat, illud ſibi perſuadentes, quod minore partium conflictu ſe tangentes axis & ſcapus faciliorem relinquant in alterutram partem motum libræ. Id quod ut verum ſit, non tamen vacat periculo, ne, dum axis capita inſeruntur anſæ, acies illa planè ſursùm non dirigatur, ſed modicum in alterutram partem vergat: quæ declinatio ſi contingat, foramen autem exactè rotundum fuerit, miraculo proximum cenſe, ſi libra vacua æquilibrium conſtituat, ita ut lingula ritè collocata congruat anſæ; acies ſi quidem illa dividit inæqualiter ſcapi longitudinem, & brachium alterum altero longius eſt, atque præponderat. Hoc vitium ubi libra contraxerit, inepti artifices nihil ſuſpicati ab axe malè conformato, aut perperam diſpoſito, ortum duxiſſe, vel brachium extenuant, vel lancem immutant, donec æquilibrium inveniant. Verùm libram hujuſmodi doloſam eſſe inferiùs conſtabit propter brachiorum inæqualitatem: quæ quidem levem infert ponderum differentiam in rebus exigui momenti contemnendam; ſed in iis, quæ exquiſitam ponderis menſuram exigunt, non leve damnum hinc poteſt emergere.

Quod ſi axis non ſit anſæ, ſed ſcapo, firmiter infixus, volua-

tur autem in anſæ foraminibus (id quod artificibus non paucis magis arridet) jam non ſuperior; ſed inferior axiculi pars attendenda eſt; quippe quæ inferiorem foraminum anſæ partem contingit; & eadem, quæ de ſuperiore parte dicebantur, obſervanda ſunt. Illud tamen præterea in anſæ foraminibus obſervandum venit, quod eorum infima pars ita ſit conſtituta, ut axis illis incumbens parallelus ſit horizonti, quando anſa ſuſpenditur, ut liberè pendeat, vel ita collocatur, ut ad perpendiculum horizonti immineat: alioquin axe inclinato, jugum urgeret alteram anſæ partem, ab alterâ recederet; ex quo jugi cum anſâ conflictu aliqua motui difficultas crearetur.

Jam verò quod ad pondera attinet, ſupervacaneum eſt monere non omnia pondera omnibus libris convenire: quamvis enim libra, quâ libra eſt, nullam prorſus reſpuat ponderum gravitatem, ſed omnem quorumcumque ponderum æqualitatem apta ſit indicare ſuo æquilibrio; quia tamen ex materiâ conſtat, quæ definitam habet ſoliditatem atque partium firmitatem (ut nihil dicam de certis atque definitis viribus retinentis anſam, & cum anſâ libram, ac utrumque pondus) fieri poteſt, ut adeò gravia lancibus imponantur onera, quæ brachiorum rectitudinem inflectant, & eorum æqualitatem corrumpant: Quare tenuioribus libris parva pondera examinantur, craſſioribus majora. Illud potiùs cavendum eſt, ne pondera, quibus tanquam menſurâ utimur, fallacia ſint, quia falſa, aut excedendo legitimam gravitatis quantitatem, aut ab illâ deficiendo.

Quamvis autem tot pondera minimæ menſuræ adhibere poſſemus, quot numerare oporteret ad explorandam propoſitæ gravitatis ignotæ quantitatem, hoc tamen valde incommodum eſſet; quid enim, ſi lanius carnem in macello vendens grana numerare cogeretur, quæ æquilibrium cum carne conſtituunt? ſed & inutilis eſſet labor, nam multa ſunt, quorum quantitas non eſt ad vivum reſecanda, & minutiſſimæ particulæ fruſtra inveſtigantur. Subtilitas hæc relinquatur gemmariis, aurificibus, auríque monetalis cuſoribus, quibus damnum eſſet minutias contemnere. Quamquam nec iſtis author fuerim, ut ſingularibus granis uterentur, ſed potiùs ponderibus, quæ pluribus granis æquivalerent; ſi enim ſingula grana à legitimo pondere deficiunt per centeſimam grani partem, quæ facilè ſenſûs

aciem

aciem fugit, additis centum hujuſmodi granis error eſt integri grani deficientis; & in unciâ libræ Romanæ ponderalis ad monetam pertinentis cum grana 576 contineantur, in unciâ auri error eſſet granorum ferè ſex deficientium, & in integrâ librâ, quæ eſt granorum 6912, eſſet error granorum 69; qui tamen error vix contingat, ſi aſſumatur integra uncia, aut libra: illud ſi quidem, quod ſolitarium præ ſuâ tenuitate in conſpectum non cadit, cum pluribus ſimilibus conjunctum evadit demum notabile atque conſpicuum. Quare ad paranda pondera hujuſmodi ſubtiliora, aſſume laminam metallicam pondere unius libræ, ſed æquabiliter extenſam, ejuſque duodecimam partem accipe; hæc erit Uncia, quam ſepones. Alterius Unciæ octavam partem aſſumens habebis Drachmam. Drachmæ pars tertia dabit ſcrupulum. Scrupuli ſemiſſis eſt obolus. Oboli triens eſt ſiliqua. Demùm ſiliquæ quadrans eſt Granum. Ex hac minutâ diviſione ſatis conſtat, quàm obnoxiæ errori ſint minores particulæ præ majoribus; idemque error, qui in unciâ ſingularis eſſet, & ut nullus conſideraretur, toties repetitus, quot grana in unciâ continentur, jam non eſſet contemnendus. Id autem dictum intelligatur etiam in majoribus ponderibus, ubi unciæ non reputantur, ſatius eſſe majora pondera habere, quàm minimam menſuram ſæpiùs multiplicatam aſſumere.

Sed quoniam adhuc incommodum accideret tot habere menſuras, quæ juxta ſeriem naturalem numerorum creſcerent, ut propoſitæ paucitatis examinandæ quantitas indagetur; obſervatum eſt non leve compendium, quod offert progreſſio Geometrica ab unitate incipiens, & in Ratione duplâ aut triplâ progrediens. Nam maximum terminum progreſſionis duplæ ſibimet ipſi additum ſi mulctaveris unitate, & in progreſſione triplâ maximo termino unitate mulctato ſi reſidui ſemiſſem addideris, numerum habebis gravitatum omnium, quæ paucis illis ponderibus examinari poſſunt. Sic dentur octo pondera in Ratione duplâ incipiendo ab uncia 1; octavum eſt unc. 128: hunc numerum duplica, & à 256 aufer unitatem, reliquus numerus 255 indicat octo illis ponderibus poſſe in librâ examinari omnes gravitates ab uncia 1 ad uncias 255. Simili modo in Ratione triplâ dentur quatuor pondera 1. 3. 9. 27.

aufer

auſer ab ultimo unitatem, remanet 26, cujus ſemiſſis 13 additus numero 27 dat 40: cujus igitur gravitatis eſt primum pondus ut 1, tot gravitates uſque ad 40 examinari poſſunt illis ſolis quatuor ponderibus. Præſtat autem uti ponderibus in Ratione duplâ, quia licèt plura pondera requirantur, omnia tamen ſeórſim in propriâ libræ lance collocantur: at ſi Ratio ponderum ſit tripla, aliquâ commutatione uti neceſſe eſt, ut in adjecta Tabella obſervabis, quæ uſque ad numerum 40. extenditur: Ubi etiam vides in Ratione triplâ ſufficere quatuor pondera 1. 3. 9. 27, at in duplâ exigi ſex videlicet 1. 2. 4. 8. 16. 32.

Pondera in Ratione Dupla
1. 2. 4. 8. 16. 32.

Res	Pondus	Res	Pondus	Res	Pondus	Res	Pondus
1	1	11	8. 2. 1.	21	16. 4. 1.	31	16.8.4.2.1.
2	2	12	8. 4.	22	16. 4. 2.	32	32.
3	2. 1	13	8. 4. 1.	23	16.4.2.1.	33	32.1.
4	4.	14	8. 4. 2.	24	16. 8.	34	32. 2.
5	4. 1	15	8.4.2.1.	25	16. 8. 1.	35	32. 2. 1.
6	4. 2.	16	16.	26	16. 8. 2.	36	32. 4.
7	4.2.1.	17	16. 1.	27	16.8.2.1.	37	32. 4. 1.
8	8.	18	16. 2.	28	16. 8. 4.	38	32. 4. 2.
9	8. 1.	19	16. 2. 1.	29	16.8.4.1.	39	32. 4. 2. 1.
10	8. 2.	20	16. 4.	30	16.8.4.2.	40	32. 8.

Pondera in Ratione Tripla 1. 3. 9. 27 & 12.

Res	Adde	Pondus	Res	Adde	Pondus	Res	Adde	Pondus	Res	Adde	Pondus
1	1	1.	14	9.3.1.	27.	27		27.	40		27. 9. 3. 1.
2	1	3.	15	9.3.	27	28		27. 1.	41	1	27. 12. 3,
3		3.	16	9.3.	27. 1.	29	1.	27. 3.	42		27. 12. 3.
4		3. 1.	17	9. 1.	27.	30		27. 3.	43		27. 12. 3. 1.
5	3. 1.	9.	18	9.	27.	31		27. 3.1.	44	3. 1.	27. 12. 9.
6	3.	9.	19	9.	27. 1	32	3. 1.	27. 9.	45	3.	27. 12. 9.
7	3.	9. 1.	20	9. 1.	27. 3.	33	3.	27. 9.	46	3.	27. 12. 9. 1.
8	1.	9.	21	9.	27. 3.	34	3.	27. 9. 1.	47	1.	27. 12. 9.
9		9.	22	9.	27. 3. 1.	35	1.	27. 9.	48		27. 12. 9.
10		9. 1.	23	3. 1.	27.	36		27. 9.	49		27.12.9.1.
11	1.	9. 3.	24	3.	27.	37		27. 9. 1.	50	1.	27.12.9.3.
12		9. 3.	25	3.	27. 1.	38	1.	27. 9. 3.	51		27.12.9.3.
13		9. 3. 1.	26	1.	27.	39		27. 9. 3.	52		27.12.9.3.1.

At contingere poteſt paratis hiſce ponderibus in Ratione duplâ aut triplâ aliquid abundare, & maximum terminum cæteris additum excedere quæſitum numerum, (ut hic, ſi opus eſſet provenire ſolum ad 40, maximus terminus 32 eſt abundans) propterea retentâ cæterorum ſummâ adde aliud pondus, ut quæſitum numerum compleat, & eſt illud, quo opus eſt; ſic 1. 2. 4. 8. 16. conficiunt ſummam 31; aufer 31 ex 40, reſiduum eſt 9; ſit igitur ſextum pondus 9, & ſatis erit uſque ad 40; quia cum habeantur reliquis ponderibus omnes numeri infra 31, jam ex 23 & 9 fit 32, ex 24 & 9 fit 33, & ſic de reliquis deinceps. Idem dic de aliâ qualibet ſummâ majore quàm ferant data pondera, minore tamen quàm opus ſit, ſi adhuc unum pondus in eâdem progreſſione adderetur; ſufficit enim reſiduum. Exemplum habes in ſuperiore Tabella ponderum in Ratione triplâ, ubi quatuor conficiunt 40, ſed ſi adderetur quintum in eadem Ratione 81, eſſet nimis magnum,

ſi ſolùm habere velimus pondera infra 121 : quæratur uſque ad 52, & quia inter 40 & 52 differentia eſt 12, quintum pondus ut 12 ſufficiet. Hinc quia ad libram requiruntur ſolum 24 ſemunciæ, ad unciam 24 ſcrupuli, ad ſcrupulum 24 grana, ſi pondera ſint in Ratione triplâ, ſufficiunt tria ponderâ 1. 3. 9. quæ conficiunt 13, & quartum pondus ſit 11, ut compleatur ſumma 24 : & in Ratione duplâ ſufficiunt quatuor pondera 1. 2. 4. 8. quæ conficiunt 15, & quintum pondus 9 complens ſummam 24 illud eſt, quod requiritur, ut ex adjectis Tabellis liquet.

Pro 24 ſemunciis ad libram, aut 24 ſcrupulis ad unciam, aut 24 granis ad ſcrupulum 1.2.4.8.9.

Res	Pondera.
16	9. 4. 2. 1.
17	9. 8.
18	9. 8. 1.
19	9. 8. 2.
20	9. 8. 2. 1.
21	9. 8. 4.
22	9. 8. 4. 1.
23	9. 8. 4. 2.
24	9. 8. 4. 2. 1.

Pro ſemunciis 24
1. 3. 9. 11.

Res.	Adde	Pondera.
14		11. 3.
15		11. 3. 1.
16	3. 1.	11. 9.
17	3.	11. 9.
18	3.	11. 9. 1.
19	1.	11. 9.
20		11. 9.
21		11. 9. 1.
22	1.	11. 9. 3.
23		11. 9. 3.
24		11. 9. 3. 1.

Unum hîc, ubi de Ponderibus ſermo eſt, obiter moneo, libræ nomen apud Romanos æquivocum fuiſſe, alia enim erat libra Ponderalis aridorum, alia Menſuralis liquidorum (& potiſſimum olei, quod cornu librali metiebantur) quam inciſis & inſculptis lineis in uncias 12 partiebantur, quemadmodum & libra pondo in uncias pariter 12 diſtinguebatur: ſed inter utramque libram, ſi materia ipſa ad pondus revocabatur, non exiguum erat diſcrimen; ut enim ex proprio experimento teſta-

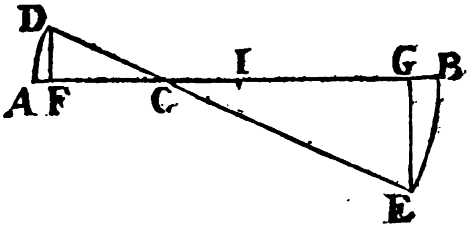
tur

tur Galenus lib. 6. cap. 8. *de compoſitione medicam. per genera.* Libra menſura ſolùm uncias decem continebat, quarum libra pondo erat duodecim: quapropter uncia menſuralis ad unciam ponderalem erat ut 5 ad 6 ſpectatâ gravitate & quantitate materiæ.

CAPUT II.

Libra inæqualium brachiorum expenditur.

USus libræ brachiorum inæqualium minùs neceſſarius eſt, ac propterea neque communis aut vulgaris, niſi quatenus ad ſtateram traductus eſt: illam tamen hîc conſiderare erit operæ pretium, ut æquilibrij rationes magis innoteſcant. Sit libra A B, cujus centro C dividatur jugum in brachia inæqualia C A & C B. Certum eſt, etiam ſi nullum addatur pondus, jugum ex centro C ſuſpenſum retinere non poſſe poſitionem A B horizonti parallelam; quia licet punctum C ſit centrum motûs libræ, non eſt tamen centrum gravitatis illius; hoc enim eſt in puncto jugum (quod hîc æquabiliter ductum ponitur) bifariam dividente, videlicet in I, quod æquales gravitates I A & I B circumſtant. Verùm interim ex hypotheſi fingamus lineam A B omni gravitate carentem; & in ipſis libræ extremitatibus ſtatuamus pondera eam inter ſe reciprocè Rationem habentia, quæ eſt Ratio brachiorum, & ut C A ad C B, ita ſit pondus B ad pondus A. Pondera hæc, quæ in lancibus libræ vulgaris æqualium brachiorum magnam momentorum inæqualitatem haberent, quia inæqualiter gravia, hîc æquilibrium conſtituunt, quamvis inæquales ſint eorum gravitates abſolutæ, quia libræ brachia reciprocè: ſecundùm eandem Rationem inæqualia: quatenus enim alligantur pondera hæc extremita-



tibus libræ, æqualia obtinent momenta, nec jugum A B poteſt in alterutram partem inclinari, cum neutrum pondus poſſit ab altero aſſumere vim, qua ſursùm moveatur, majorem oppoſitá virtute innatâ deſcendendi, qua repugnat, ne elevetur. Sit C A ad C B ut 1 ad 4, & viciſſim pondus B ut 1 ad pondus A ut 4. Si gravitates dumtaxat conſiderentur, virtus ponderis A eſt ut 4, virtus verò ponderis B ut 1: ſed quia à centro motûs C retinentur, nec liberè rectâ viâ moveri poſſunt, impedimentum recipiunt pro brachiorum longitudine, minûſque impeditur deſcenſus aut aſcenſus rectus ponderis, quod longiori brachio adjacet, magis, quod breviori. Illud igitur pondus, quod majori brachio adnectitur, ſi deſcendat, magis deſcendit, ſi aſcendat, magis aſcendit; quod verò breviori, ſi aſcendat, minùs aſcendit, & ſi deſcendat, minùs deſcendit: atque adeò ſi B deſcenderet in E, menſura deſcensûs eſſet perpendicularis E G, aſſenſum autem ponderis A in D metiretur perpendicularis D F: idem dic ſi A deſcenderet, & B aſcenderet. Porrò D F & E G ſunt in Ratione brachiorum C A & C B ut patet, quia triangula rectangula C F D, & C G E, præter rectos angulos ad F & G æquales, habent etiam æquales ad C angulos ad verticem, & per 32. lib. 1. ſunt æquiangula; igitur per 4 lib. 6. ut C D ad C E, ita D F ad E G; at C D æqualis eſt ipſi C A, & C E ipſi C B (eſt enim eadem linea, quæ mutatâ poſitione A B venit in D E) igitur ut C A ad C B ita D F ad E G. Quare ratione poſitionis pondus B vim habet deſcendendi, & reſiſtit aſcenſui, ut 4, pondus autem A vim habet deſcendendi, ac proinde etiam reſiſtendi, ne aſcendat, ſolùm ut 1.

Cum itaque momentum deſcendendi (idem eſto judicium de momento repugnantiæ, ne aſcendat) componatur tùm ex gravitate ponderis, tùm ex propenſione ad motum, hoc eſt ex motûs, qui conſequi poſſet, velocitate, manifeſtum eſt gravitatem ut 4, cujus motus eſſet ut 1, nec poſſe vincere gravitatem ut 1, cujus motus eſſet ut 4, nec viciſſim poſſe ab illâ vinci; eſt ſiquidem inter gravitatem quadruplum ſemel, & gravitatem ſubquadruplam quater Ratio æqualitatis; victoria autem obtineri non poteſt, niſi intercedat virium inæqualitas. Si enim pondera eſſent æqualia, ponderis A reſiſtentia ratione

motûs

motûs eſſet ſubquadrupla, ſed quadruplicatur ratione gravitatis, ergo reſiſtentia eſt æqualis: item ſi longitudines eſſent æquales, reſiſtentia ponderis B eſſet ſubquadrupla ratione gravitatis, ſed quadruplicatur ratione diſtantiæ CB; ergo in B eſt æqualis.

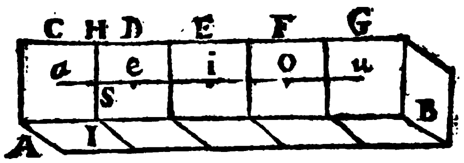
Neutrum igitur pondus poteſt oppoſito ponderi impetum imprimere, quo elevetur; quia nimirum unaquæque gravitas majorem impetum alteri communicare non poteſt, quàm poſſit ipſa concipere, ac propterea impetus gravitatis B, quæ eſt ut CA, potens conari deorſum ut GE, ſi imprimeretur gravitati A, quæ eſt ut CB, deberet illam elevare ut FD: Atqui gravitas ipſius A, quæ eſt ut CB, conatur deorsùm ut FD, & ejus impetus ſi gravitati B, quæ eſt ut CA, imprimeretur, illam elevare deberet ut GE: igitur in unaquæque gravitate æqualis eſſet ejuſdem conatus deorsùm & vis illata nitens ſursùm, nec plus præſtare poſſet impetus impreſſus, quàm innatus. Utraque igitur conſiſtere debet, & neutra impetum acquirit, aut ab alterâ impetum accipit, quia fruſtra eſſet impetus acquiſitus aut impreſſus, quem nullus conſequi poteſt motus. Quare cùm eadem ſit gravitatum Ratio ut CA ad CB, atque motuum reciprocè ut FD ad GE, ex 16 lib. 6. rectangulum ſub extremis CA, hoc eſt pondere B, ut 1, & motu GE, ut 4, æquàle eſt rectangulo ſub mediis CB, hoc eſt pondere A ut 4, & motu FD ut 1: ſunt igitur æqualia momenta, quæ componuntur ex gravitate ut 1 & motu ut 4, atque ex gravitate ut 4 & motu ut 1.

Ex his apertiſſimè liquet, cur ſuperiori capite tantopere inculcata ſit brachiorum æqualitas in libræ jugo, ut ex æquilibrio innoteſcat propoſiti ponderis ignota gravitas; hæc enim æqualis cenſetur notæ gravitati, ubi cùm oblato pondere illa æquâ lance libratur: quia ſcilicet, ſi inæqualia eſſent brachia, inæquales eſſent propenſiones ad motum, ſeu motuum velocitates, quæ ad componendam momentorum Rationem concurrunt; adeóque fieri non poſſet, ut æquales eſſent gravitates in lancibus; nam minor gravitas ex brachio longiore plus habet momenti, quàm ex breviore, pro ratione inæqualitatis brachiorum. Verum eſt libram hujuſmodi brachiorum inæqualium vacuam poſſe priùs ad æquilibritatem reduci, deinde, illâ ſic

æquilibri conſtitutâ poſſe lancibus imponi Reciprocè pondera pro Ratione inæqualium brachiorum, & ex æquilibrio argui ponderum illorum Rationem, non tamen æqualitatem: ſed artificium hoc, quod peritioribus nihil officeret, anſam non modicam furacibus, & doloſis mercatoribus præberet decipiendi imperitos; quamvis enim libræ hujuſmodi æquilibri impoſitis, hinc & hinc ponderibus adhuc fieret æquilibrium, ſignum quidem eſſet æqualibus momentis addita eſſe æqualia momenta gravitatis, non tamen verùm eſſet additas eſſe æquales gravitates, ut rudioribus fortaſſe videretur. Hinc eſt libram brachiorum inæqualium in uſu non eſſe, ne locus pateat dolis.

Dixi autem expreſsè priùs ſtatuendam eſſe libræ vacuæ æquilibritatem, deinde ſumenda pondera reciprocè pro Ratione longitudinis brachiorum: niſi etenim priùs æquilibritas illa ſtatueretur, ſi pondera impoſita eſſent reciprocè in Ratione longitudinis brachiorum, ſemper pondus minus additum brachio longiori præponderaret, quia etiam ipſa brachij longioris gravitas ſua habet momenta, & quidem non modica, majora momentis brachij brevioris, quæ omninò computanda ſunt: nam ſi ponderum in ea Ratione reciprocè poſitorum momenta ſint æqualia, illiſque adjiciantur inæqualia gravitatis brachiorum momenta, manifeſtum eſt momentorum ſummam, cui plus additur, majorem eſſe reliquâ, cui additur minus.

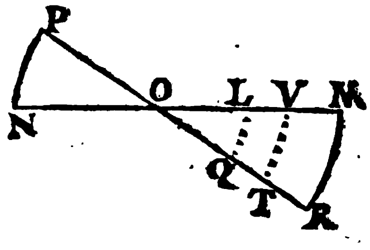
Sed quænam ſunt, & quanta utriuſque brachij momenta? Ut hæc inveſtigemus, & certâ ratione definiamus, ponamus jugum ipſum ſecundùm ſuas omnes partes uniuſmodi, & gravitatem æquabiliter fuſam per totam illius longitudinem. Sit igitur datum priſma A B, quod in quinque partes æquales dividatur, ſingulas pondo libram unam; & per ſingula gravitatis centra ducatur recta *a u*: fiatque ſecundùm rectam H I, à qua pars una C abſcinditur à reliquis, totius priſmatis ſuſpenſio, ita ut centrum motûs ſit in S. Proculdubio unaquæque pars à cæteris ſejuncta ſi appenderetur ſecundùm longitudinem jugi *a u*, quod infigeretur per centra gravitatum *a*, *e*, *i*, *o*, *u*, obtineret ſuum



ſuum momentum juxtà diſtantiam centri ſuæ gravitatis à centro motûs. Quid autem refert (quod quidem attinet ad hanc momentorum Rationem) ſi in unum continuum corpus unitæ illæ partes coagmententur, an verò diviſæ ſolo contactu ſibi invicem adhæreant? eadem quippe eſt gravitas ſingulis inſita, eadem ſingularum à centro diſtantia. Cum itaque centra gravitatum *a* & *e* æqualiter diſtent ab S centro motûs, partes C & D æquiponderant: at diſtantia *S i* tripla eſt diſtantiæ *S a*; ergo momentum partis E triplum eſt momenti partis C; ſimilique ratione pars F habet momentum quintuplum, & pars G ſeptuplum. Igitur componendo, momentum totius aggregati quatuor partium D, E, F, G, eſt ſedecuplum momenti partis C; neque enim ſingulæ partes ex hoc quod cum cæteris pendeant, illiſque cohæreant, ſuum amittunt momentum. Hinc fit momenta brachiorum eſſe inter ſe ut Quadrata longitudinum eorumdem brachiorum: ſiquidem oſtenditur ſingularum partium momentum creſcere ſecundùm Rationem numerorum imparium, prout ſecundùm eandem Rationem creſcunt diſtantiæ centrorum gravitatis illarum. Sic brachiorum longitudines ſi eſſent in Ratione 2 ad 7, illorum momenta ratione ſuæ gravitatis innatæ & ratione poſitionis eſſent ut 4 ad 49.

Hæc Ratio momentorum in Ratione Quadratorum longitudinis, ſi res attentè perpendatur, omnibus eſt manifeſta: Nam ſingulorum brachiorum gravitates juxta hypotheſim æquabiliter fuſæ per totum libræ jugum Rationem inter ſe habent, quam illorum longitudinis propenſiones ad motum, ſeu, quod eòdem recidit, diſtantiæ à centro motûs eandem pariter Rationem habent, quam brachiorum longitudines: Quoniam igitur (ut ſæpiùs dictum eſt, ſæpiúſque iterùm inculcandum) momenta componuntur ex gravitatibus ratione materiæ, & ex propenſionibus ad motum ratione ſitûs ſeu poſitionis, componuntur duæ Rationes longitudinum; atque adeó momentum unius brachij ad momentum alterius brachij eſt in duplicata Ratione ſuarum longitudinum, hoc eſt, ut ipſarum longitudinum Quadrata. Id quod adhuc ulteriùs ſic explicari poſſe videtur. Sit libræ jugum M N, & motûs centrum O: intelligatur moveri, ut obtineat poſitionem

nem P R. Momentum brachij minoris O M referre videtur ſector M O P, momentum verò brachij majoris O N referre videtur ſector N O R; ſingularum quippe partium motus ab arcu deſcriptus illarum momentum ob oculos ponit, & totius brachij momentum illius motus, ſcilicet ſector in motu deſcriptus. At ob æqualitatem angulorum ad verticem in O, ſectores M O P, N O R ſunt ſimiles, &, quia uterque ſector eſt



ſimilis pars ſui circuli, eam inter ſe habent ſectores Rationem, quæ eſt circulorum, per 15. lib. 5. circuli autem ſunt in duplicatâ Ratione diametrorum, ex 2. lib. 12. ſeu Radiorum O M & O N; igitur & ſectores ſunt in duplicatâ Ratione O M ad O N, hoc eſt quadrati O M ad quadratum O N.

At quæris. In propoſito priſmate A B, momentum brachij S A ad momentum brachij S B eſt ut 1 ad 16: An, ut habeatur æquilibrium in S, addendum erit in A pondus librarum 15? quandoquidem pars C eſt libræ unius, reliquum autem brachium lib. 4, & longitudo S B eſt quadrupla longitudinis S A.

Hoc ſanè non eſt iis, quæ dicta ſunt, conſequens, nec ex illis efficitur: aliud quippe eſt momenta brachiorum eſſe ut 1 ad 16, aliud verò perinde ſe habere, atque ſi ex brachiorum gravitate carentium extremitatibus penderent libræ 1 & 16, ut ad æquilibrium conſtituendum opus ſit breviori brachio addere libras 15. Primum illud verum eſt, etiam ſi extremitatibus adnecti intelligamus hinc quidem libræ ſemiſſem, hinc verò libras octo, manet ſcilicet eadem Ratio 1 ad 16. Alterum à formâ veritatis prorsùs alienum videtur, nam licet libræ 4 in extremitate B poſitæ æquivaleant libræ unciæ ſimul cum pondere lib. 15. in extremitate A; non eſt tamen eadem ratio librarum 4 ſecundùm longitudinem brachij S B diſtributarum; quo enim propiores ſunt partes centro motûs, eò minus habent momenti: non igitur libræ 4 ſic diſtributæ æquivalent libris 16, nec addendum erit pondus librarum 15 in oppoſitâ extremitate ad æquilibrium conſtituendum, quandoquidem nec ipſæ

unica

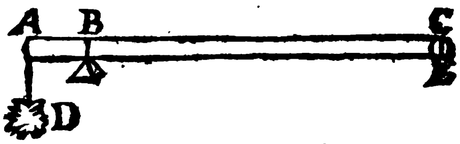
unica libra partis C tantumdem habet momenti, quantum haberet ſi totâ ex A penderet.

Equidem ex his, quæ paulò ante dicebam de ſectoribus referentibus momenta brachiorum, aliquando eò deveni, ut ſuſpicarer totam gravitatem brachij O N (idem dic de reliquo O M) intelligendam eſſe ibi exercere totum momentum, ubi eſt quaſi centrum omnium ſuorum momentorum, hoc eſt, ubi momenta bifariam dividuntur. Si autem ſector N O R refert totum momentum brachij O N; non eſt intelligendum centrum hoc momentorum eſſe punctum L, ubi eſt ſemiſſis brachij O N; quia Sector L O Q ad Sectorem N O R eſt in Ratione Quadrati O L ad Quadratum O N, quod eſt illius quadruplum. Quod ſi inter O L & O N ſumatur media proportionalis O V, jam ſector V O T eſt ad Sectorem N O R in duplicatâ Ratione Radiorum O V, & O N, hoc eſt ut O L ad O N, hoc eſt ut 1 ad 2; ac propterea Sector V O T æqualis eſt Trapezio N V T R; proinde in V videbantur diviſa æqualiter momenta. Hinc arguebam vel totam brachij gravitatem cenſendam eſſe ſua exercere momenta in puncto diſtantiæ à centro motûs mediæ proportionalis inter ſemiſſem brachij & totam brachij longitudinem, vel in extremitate brachij cenſendam eſſe pendere gravitatem, quæ medio loco proportionalis ſit inter totam brachij ejuſdem gravitatem & ejus ſemiſſem.

Verùm, ut quod res eſt ſincerè eloquar, quamvis in Sectoribus illis, quos paulò ante commemorabam, imaginem quandam momentorum gravitatis ſecundùm brachiorum longitudinem diſtributæ agnoſcerem, non tamen in re Phyſicâ ſatis fidebam Geometricæ illi commentationi: quippe qui obſervabam à Sectoribus quidem poni ob oculos Rationem momentorum ſingulorum brachiorum ex motu, qui idem eſt, ſivè multa, ſivè modica ſit gravitas, ſivè in uno, ſivè in alio puncto conſtituta intellig[illegible], non tamen definiri ipſius gravitatis momenta. Quare [illegible]s duxi ad experimenta potiùs confugere, ut hinc lux aliqua ſuboriretur, qua gravitatis quæſita momenta innoteſcerent.

Primùm igitur aſſumptus eſt ligneus cylindrus, cujus diameter C E unc. 1. 06″ pedis Romani antiqui, & addito in A

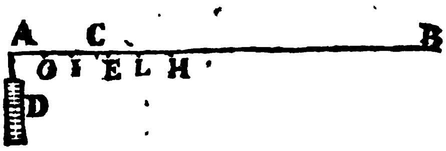
pondere D unciarum 40 $\frac{1}{2}$ collocatus eſt in æquilibrio, quod factum eſt in B puncto. Fuit autem longitudo B A unciarum pedis Romani 7 $\frac{2}{5}$ B C verò unc. 42 $\frac{17}{50}$. Reſecto demùm ſubtiliſſimè cylindro, repertum eſt pondus A B unciarum 2 $\frac{1}{8}$, pondus autem B C unc. 13 $\frac{1}{2}$.



His obſervatis cum nullus dubitarem, quin momenta brachiorum eſſent ut quadrata longitudinum, ipſas longitudines A B unc. 7 $\frac{2}{5}$, & B C unc. 42 $\frac{17}{50}$ ad unicam denominationẽ reduxi, videlicet $\frac{370}{50}$ & $\frac{2117}{50}$: & aſſumptis numeratorum Quadratis 136900 atque 4481689 hanc poſui Rationem momentorum. Tùm ſic ratiocinatus ſum Algebricè; ut 136900 ad 4481689, ita momentum B A 1 ℞ ad 32. 73″ ℞ momentum B C. Cum igitur æqualitas eſſet inter momentum brachij B C, & momentum brachij B A plus ipſo pondere D; hæc enim conſtituebant æquilibrium, æquatio Algebricè eſt inter momentum B C 32. 73″ ℞ & B A + D, hoc eſt 1 ℞ + unc. 40 $\frac{1}{2}$: & per Antitheſim demptâ utrinque 1 ℞, æquatio eſt inter 31. 73″ ℞ & unc. 40. $\frac{1}{2}$. Factâ itaque numeri abſoluti 40 $\frac{1}{2}$ diviſione per numerum Radicum prodit pretium 1 ℞ pondo unc. 1. 27″, quod eſt momentum brachij B A; ac proinde momentum brachij B C eſt pondo unc. 41. 57″. Quare perinde eſt atque ſi gravitas unc. 1. 27″ poneretur in extremitate A lineæ Mathematicæ, ac in extremitate C poneretur gravitas unc. 41. 57″. At in A fuit additum pondus unc. 40 $\frac{1}{2}$: ergo momentum brachij B C æquivalet ponderi D, & præterea unc. 1. 07″, qui eſt ſemiſſis gravitatis brachij A B obſervatæ unc. 2 $\frac{1}{8}$, hoc eſt in centeſimis paulò ultra 2. 12″. Si verò momentis brachij B A pondo unc. 1. 27″ addatur gravitas D pondo unc. 40. 50″, fit aggregatum 41. 77″, quod excedit inventum momentum brachij B C unc. 41. 57″. exceſſu $\frac{20}{100}$ unciæ [illegible] diſcrepantia facillimè potuit oriri ex aliquâ exili, ac minimè notabili differentiâ vel in dimetiendis brachiorum longitudinibus, vel in ponderandis eorum gravitatibus; cum maximè reſegmina illa, & ſcobs, non computarentur in gravitate. Quod ſi fiat ut longitudo B C 2117 ad longitudi

longitudinem A B 370, ita pondus in A unc. 41. 77‴ ad pondus in B unc. 7. 30″, conſtat eſſe ferè ſemiſſem gravitatis unc. $13\frac{1}{2}$: ſed eſt exceſſus ſemunciæ ob minùs accuratam obſervationem.

Qua propter aliud experimentum quàm accuratiſſimè inſtitui ligneo parallelepipedo, cujus longitudo palmorum Romanorum 7. unc. 6. 566‴, ejus verò pondus lib. 1. unc. $1\frac{1}{4}$. Alteri extremitati additus eſt plumbeus cylindrus ad perpendiculum pendens, cujus pondus unc. 20. Impoſitum eſt parallelepipedum rotundo claviculo ferreo, qui horizonti parallelus erat, & factum eſt æquilibrium in puncto, ubi tota longitudo in duas partes dividebatur, quarum minor ponderi adhærens fuit menſurâ unc. $18\frac{1}{6}$, partes verò major fuit menſurâ palm. 6. unc. $\frac{2}{5}$. Cum itaque longitudo CB obſervata fuerit unciarum menſuralium 72. 40″, & A C unciarum menſuralium 18. 16″, in eadem pariter Ratione ponuntur brachiorum gravitates abſolutæ. Quare CB pondo unc. 1059″, A C verò pondo unc. 2. 66″. Igitur ut longitudinis B C quadratum 52417600 ad longitudinis A C quadratum 3297856, ita momentum BC 1 ℞ ad $\frac{3297856}{52417600}$ ℞ momentum brachij A C: cui additur cylindrus D unc. 20: Eſt ergo æquatio inter A C + D, hoc eſt $\frac{3297856}{52417600}$ ℞ + unc. 20. 00″ & 1 ℞; & factâ Antitheſi eſt æquatio inter unc. 20. 00″ & $\frac{49119744}{52417600}$ ℞: demum inſtitutâ diviſione conſurgit pretium 1 ℞, hoc eſt momentum BC, unc. 21. 342‴ & paulo amplius: atque momentum brachij A C eſt pondo unc. 1. 343‴, cui additâ gravitate cylindri fit ſumma unc. 21. 343‴ planè æqualis momento brachij BC.



Et ut hanc operandi methodum confirmarem, iterum inſtitui argumentationem aſſumendo quadrata gravitatum utriuſque brachij, ſunt enim ex hypotheſi gravitates in Ratione longitudinum. Cum igitur ſit CB pondo unc. 10. 59″; & A C pondo unc. 2. 66.″ fiat ut quadratum CB 1121481 ad quadratum A C 70756, ita ipſius CB momentum 1 ℞ ad $\frac{70756}{1121481}$ ℞ momentũ ipſius A C. Quoniam verò A C + D hoc eſt $\frac{70756}{1121481}$ ℞

+ unc. 20. 00″ æquatur momento B C hoc eſt 1 ℞, factâ per Antitheſin communi ſubtractione $\frac{79756}{1121481}$ ℞, remanet æquatio inter pondus unc. 20. 00″ & $\frac{1050725}{1121481}$ ℞, & factâ diviſione emergit pretium 1 ℞, hoc eſt momentum B C pondo unc. 21. 347‴. atque adeò momentum ipſius A C eſt pondo unc. 1. 347‴; cui ſi addatur cylindri D gravitas unc. 20, totum momentum in A eſt unc. 21. 347‴, omnino æquale momento ipſius B: id quod ab initio vix ſperare audebam, cum hæc operatio à ſuperiore differat ſolùm per $\frac{1}{1000}$. Hîc pariter brachij A C gravitas abſoluta pondo unc. 2. 66″. habet momentum unc. 1. 347‴, cum ejus ſemiſſis ſit unc. 1. 330″, quæ eſt minima atque prorsùs contemnenda differentia: quî enim fieri potuit, ut, quantalibet adhiberetur diligentia in metiendo, & ponderando, ne pilum quidem à verò aberrarem? aut quis omninò certus ſit omnes parallelepipedi partes æquali prorsùs fuiſſe præditas gravitate, itaut quæ pars ad arboris radicem vergebat, non fuerit paulò denſior, aut interiùs nodulum aliquem latentem habuerit, quo factum fuerit, ut vera gravitas inſtituto calculo non exactiſſimè reſponderet? ſimili ratione ſemiſſis gravitatis brachij B C intelligitur in extremitate B: nam fiat ut longitudo B C 72. 40″ ad longitudinem A C 18. 16″, ita reciprocè pondus in A unc. 21. 347‴ ad pondus in B unc. 5. 354‴: erat autem brachij B C gravitas abſoluta unc. 10. 59″ cujus ſemiſſis 5. 295‴. differt ab invento pondere ſolùm per $\frac{59}{1000}$ unciæ, hoc eſt ferè ſeſquiſcrupulum, ſeu grana 34.

Ex his quidem ſatis apparebat brachij gravitatem in libræ jugo intelligendam eſſe, quaſi ejus ſemiſſis in ipſâ extremitate conſtitueretur, ſeu, quod idem eſt, tota gravitas brachij ad mediam longitudinem applicaretur (eadem ſiquidem eſſe momenta totius gravitatis in dimidiatâ diſtantiâ, ac dimidiæ gravitatis in totâ diſtantiâ, ex ſæpiùs dictis eſt manifeſtum) mihi tamen ſatisfactum non exiſtimabam, niſi ulteriore experimento veritatis veſtigia perſequerer. Quare eundem plumbeum cylindrum, cujus longitudo erat palmi 1. unc. 1. $\frac{2}{10}$; ita in extremitate A collocavi, ut ſuper A I jaceret, & factum eſt æquilibrium in E, eratque E A longitudo unc. 22 $\frac{4}{10}$. Tùm diviſo bifariam in O ſpatio A I, quod cylindrus jacens occupabat, ex puncto

puncto O ſuſpendi cylindrum, & factum eſt pariter æquilibrium exactiſſimè in E, ſicut priùs, cum jacebat ſuper AI. Deinde cylindrum eumdem iterum parallelepipedo impoſui jacentem, ſed ea ratione illum ultrò citróque promovebam, ut omnino propè fulcrum conſiſteret, donec demùm factum eſt æquilibrium in H, & fuit HA palm. 2. unc. 10 $\frac{7}{10}$: Factâ verò ſuſpenſione cylindri ex L, ita ut HL eſſet dimidiata cylindri jacentis longitudo, æquilibrium pariter in H factum eſt.

Relictâ igitur illâ ſectorum analogiâ, deprehendi per illas quidem ob oculos poni motum, non verò momentum, ſeu propenſionem ad motum, quæ ex diſtantiâ à centro motûs in ipsâ longitudine definienda eſt: & quod ad gravitatem attinet, nullus mihi relictus eſt dubitandi locus ita computandam eſſe totius brachij gravitatem per ipſum æquabiliter diffuſam, quaſi tota in dimidiatâ diſtantiâ à centro motûs collocaretur: quamvis enim particularum gravium, quæ ultrà ſemiſſem longitudinis magis à centro removentur, momentum creſcat pro Ratione diſtantiæ, reliquarum tamen numero æqualium citrà longitudinis ſemiſſem centro propiorum momentum ſimiliter pro Ratione minoris diſtantiæ minuitur; ac propterea tantùm iſta momenta ſimul ſumpta decreſcunt, quantum illa ſimul ſumpta augentur. Ex quo oritur quædam quaſi æqualitas, perinde atque ſi momenta omnia majora & minora in illam particulam confluerent, quæ media eſt Arithmeticè inter extrema (momenta ſi quidem ratione diſtantiæ Arithmeticè creſcunt, prout Arithmeticè ipſa diſtantia creſcit). hæc autem eſt in ſemiſſe longitudinis brachij. Ex quo iterum confirmatur momenta brachiorum eſſe ut quadrata longitudinum; ſunt enim in duplicatâ Ratione illarum; ſemiſſes quippè ſunt in Ratione integrarum longitudinum, gravitates ſunt in Ratione earumdem longitudinum, ergo Ratio compoſita eſt duplicata ejuſdem Rationis longitudinum.

Hinc datâ jugi æquabilis, & uniformis gravitate abſolutâ, & datâ Ratione longitudinum brachiorum inæqualium libræ, dividatur data gravitas ſecundùm datam Rationem brachiorum: tùm fiat ut longitudo minor ad longitudinem majorem, ita dimidia gravitas majoris brachij ad aliud, ex quo quarto ter-

mino invento ſi auferatur dimidia gravitas brachij minoris, reſiduum indicabit pondus addendum extremitati brachij minoris, ut fiat æquilibrium cum ſolâ gravitate brachij longioris. Vel potiùs fiat ut quadratum longitudinis brachij minoris ad differentiam inter quadrata brachiorum, ita ſemiſſis gravitatis brachij minoris ad pondus ipſi addendum.

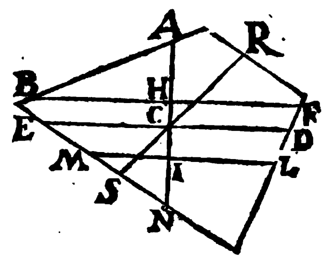
CAPUT III.

Quomodò corporum æquilibria explicentur.

QUamvis libro primo plura de Gravitatis centro, prout hujus operis inſtituto congruebat, diſputata ſint, eorum tamen plenior explicatio ex his, quæ duobus præcedentibus capitibus dicta ſunt, petenda eſt, ſi quidem Phyſicam æquilibrij cauſam noſſe velimus. Neque enim Gravitatis centrum illud eſt, quod æquales gravitates, ſed quod æquales gravitationes, aut æqualia gravitatis momenta, hoc eſt æquales ad deſcendendum propenſiones ac vires circumſtant. Nam gravitas eâ Ratione per univerſum corpus grave diſtribuitur, quâ Ratione materia ipſa, cui illa ineſt, diffuſa intelligitur; quæ ſi uniuſmodi ſit & homogenea, ibi centrum habet, ubi eſt molis ipſius centrum; ubi ſiquidem bifariam moles & materia, ibi pariter gravitas illi inſita bifariam dividitur. Quoniam verò fieri poteſt, ac ſæpiùs contingit, materiam quidem corporis & molem invariatam permanere, figuram autem mutari; ex quo nunc in hanc, nunc in illam partem migrat gravitatis centrum, quia alia atque alia fiunt gravitatis momenta pro variâ corporis ſecundùm ſuas partes poſitiones; propterea hujuſmodi momentorum æqualitas ex libræ Rationibus deſumenda eſt, ſivè æqualium, ſivè inæqualium brachiorum libra intelligatur, prout varia corporis gravis ſuſpenſio aut ſuſtentatio contingit.

Sed quia in communi uſu non adeò frequens eſt illa ſuſpenſio, qua corpus pendeat quaſi ex puncto lineæ directionis tranſeuntis per centrum gravitatis, & ad univerſi centrum deductæ, aut illa ſuſtentatio, qua corpus grave acutiſſimo apici incumbat,

incumbat, cui immineat idem gravitatis centrum; quinimmò ita plerumque ſuſpenditur, aut ſuſtinetur corpus, ut ductâ per Gravitatis centrum lineâ, aut ex hujus extremitatibus tanquam polis illud ſuſpendatur, aut ſubjecto fulcro lineæ huic parallelo illud ſuſtineatur; ideò hujuſmodi lineam per centrum gravitatis ductam liceat appellare *Diametrum Gravitatis*; quæ diameter quaſi in librâ locum Axis ſeu Aginæ obtinet, corporis verò partes hinc & hinc poſitæ rationem habent brachiorum libræ, atque pro diſtantiarum ſeu longitudinum Ratione ſua habent momenta. Sit propoſitum Trapezium, cujus gravitatis centrum C puncto reſpondeat, & ſuſtineatur ſecundùm rectam lineam ACN (ſimilis eſſet philoſophandi ratio, ſi aſſumeretur recta RCS) quæ propterea *Diameter Gravitatis* à me dicitur, quia ſicut circuli diameter per centrum ducta illum in ſemicirculos æquales diſtinguit, ita hæc per gravitatis centrum tranſiens dividit Trapezium in momenta æqualia, itaut in neutram partem inclinetur, juxta dicta de centro Gravitatis. Sed cur fiat æquilibrium intelliges ex Rationibus libræ Brachiorum inæqualium: ducatur enim ad rectam AN per C perpendicularis DCE, & fiunt brachia CD, CE inæqualia; ſunt igitur momenta CE longioris majora momentis CD brevioris. Ductis verò ipſi DE parallelis BE & ML; ſecatur diameter gravitatis AN in punctis H & I: quare inæqualia ſunt brachia HB longius, & HF brevius, & viciſſim IM eſt brevius, & IL longius: Ex quo fit momenta in L & E majora eſſe momentis in M & D, at momentum in F minus eſſe momento in B; atque adeò componendo majora cum minoribus ex eâdem parte, fieri compoſitum momentum unius partis æquale toti momento oppoſitæ partis. Vel ſi non placeat particulatim Trapezium diſtinguere quaſi in tot libras, quot ductæ intelliguntur parallelæ, dic totius gravitatis ADN ſemiſſem intelligi in D, & totius gravitatis AEN ſemiſſem intelligi in E; & quamvis pars ADN abſolutè & ſeorſim accepta major ſit & gravior parte AEN abſolutè ſumptâ, quia tamen ſunt reciprocè in Ratione diſtantia-



rum C E & C D, propterea æquilibrium conſtituere; pars enim minùs gravis ex poſitione majorem habet própenſionem ad motum, qui eſſet velocior; partis verò gravioris minor eſt propenſio ad motum, qui eſſet tardior; atque adeò hæc minùs reſiſtit ratione motûs, magis autem ratione gravitatis; at illa ex adverſo magis reſiſtit ratione motûs, ſed minùs ratione gravitatis, ſervatâ reciprocè eâdem Ratione inter gravitates & motus. Nil igitur mirum ſi æquatis hinc & hinc viribus agendi, & reſiſtendi ſequatur conſiſtentia.

Hinc manifeſtum eſt; cur mutatâ figurâ centrum gravitatis ad eam partem transferatur, quæ longiùs à ſuſtentationis vel ſuſpenſionis loco recedit; quia nimirum creſcunt ex illâ parte comparatè ad oppoſitam momenta ratione diſtantiæ majoris, ac proinde, ut fiat momentorum æqualitas, centrum ad illam partem ſecedit. Sic ceſpitantes à naturâ docentur in partem oppoſitam illi, in quam inclinantur, brachium illicò extendere, ut brachij gravitas longiùs à corpore tranſlata plus habeat momenti, quàm cùm reliquo corpori adhæret, atque hinc ſequatur centri gravitatis in illam partem tranſlatio. Veritas hæc ſatis nota eſt ipſis funambulis, cùm corpus univerſum ſuper extento fune librant; neque enim temerè crura & brachia extendunt aut contrahunt, ſed certâ lege, ut centrum momentorum gravitatis totius corporis hac vel illâ ratione diſpoſiti immineat, & incumbat funi. Sic plumbeæ virgæ rectæ ex medio ſuſpenſæ, & in æquilibrio manentis, ſi brachium alterum inflexeris, fieri non poteſt, ut reliquum brachium rectum ſervet poſitionem horizonti parallelam, ſed deorſum inclinabitur, quia cum longius ſit brachio inflexo, majora habet momenta ac prævalet. Quod ſi ob inæqualem virgæ craſſitiem non planè ad mediam illius longitudinem facta ſit ſuſpenſio, ſed æquilibritas contingat in puncto, quod própius eſt craſſiori extremitati virgæ, factâ alterutrius brachij inflexione tollitur æquilibrium, quia non jam ampliùs eadem eſt reciprocè Ratio longitudinum, quæ & gravitatum.

Ex his pariter conſequens eſt aliquando minimam virtutem ſatis eſſe ad dimovenda ab æquilibrio ingentia corpora, ſi ita ſuſtineantur, ut fulcrum vel in puncto, vel in lineâ contingant: quoniam ſi corpus grave inſiſtat apici coni, aut pyramidis, aut

angulo

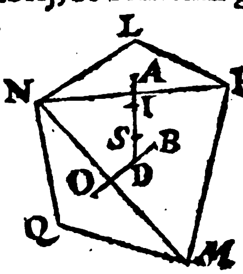
angulo ſolido, aut portioni ſphæricæ, quam contingat idem corpus ſive planâ, ſive ſphæricè cavâ, ſive ſphæricam æmulante ſuperficie, contactus in puncto efficitur, ac propterea quacunque in extremitate corporis addatur vis movendi, æquilibrium tollitur, & quidem eò faciliùs, quo magis à puncto contactûs extremitas illa removetur; in illâ quippe diſtantiâ vis movendi apta velociorem motum efficere, quàm ſi propior eſſet, plus habet momenti: Id quod adhuc faciliùs accidit, ſi ab extremitate, ubi vis movendi applicatur, ductâ per contingentis fulcri punctum rectâ lineâ ad oppoſitam extremitatem, inæqualiter diviſa ſit in puncto contactûs, & vis ipſa movendi in magis diſtante extremitate conſtituta fuerit; tunc enim non ſua tantùm momenta addit, ſed illa multiplicat pro Ratione exceſsûs ſuæ diſtantiæ; quemadmodum de inæqualibus libræ brachiis dictum eſt. Sin autem fulcrum ſuſtinens, quod horizonti parallelum ponitur, ſit acies priſmatis, aut latus pyramidis jacentis, aut portio cylindrica ſeu conica jacens; tunc in lineâ fit contactus, ſi vel plana ſit, vel circulariter concava corporis inſiſtentis ſuperficies: ſed ſi vis movendi, quantacumque ſit, addatur ſecundùm rectam lineam, quæ efficit Gravitatis diametrum, puta in A vel N, non mutat æquilibritatem, ſi fulcrum congruit toti diametro A N: ſi verò fulcrum brevius eſt quàm A N, & ex. gr. congruit ſolùm ipſi A I, jam centrum motûs eſt I, & oportet vim movendi tantam eſſe in N, ut aggregatum ex parte M L N ac virtute additâ in N habeat ad partem M A L reliquam majorem Rationem, quàm ſit Ratio diſtantiæ I A ad diſtantiam I N. Quare in hujuſmodi contactu lineari vis movendi, æquilibrium facilè tollens, eſſe debet ad latus diametri gravitatis, & pro ratione diſtantiæ majus erit momentum; maximum autem erit momentum in E diſtantiâ maximâ.

Non igitur facilè inter fabulas rejicienda ſunt, quæ Atlas Sinicus pag. 32. de Montibus circa urbem Peking loquens ait, *Púon mons altiſſimus ac præruptus varios attollens vertices, in cujus ſummitate ingens eſt lapis, qui minimo contactu movetur ac titubat:* fieri ſiquidem potuit, ut lapis ille in infimâ parte excavatus innitatur ſubjecto ſaxo, à quo vel in puncto, vel in lineâ tangatur, ſicuti dictum eſt; & cum ſit perfectè libratus, modico impulſu tangentis, quâ ſaltem parte ad illum patet acceſſus, po-

teſt ab æquilibrio dimoveri: quòd ſi uſquequaque circumobeundo lapidem quâcumque in parte tangatur, ſequitur illius trepidatio, ſignum eſt contactum ſubjecti fulcri eſſe in puncto. Simili ratione explicanda ſunt, quæ idem Atlas Sinicus in XI Provincia Fokien habet pag. 125, ubi ait, *Versùs Urbis Changcheu Orientalem partem mons eſt Cio dictus, in quo lapidem eſſe ſcribunt altum perticas quinque, craſſum decem & octo, qui quoties tempeſtas imminet, titubat omninò, ac movetur*: hic enim lapis in perfecto æquilibrio conſtitutus ſuprà fulcrum, à quo in puncto, vel in lineâ tangatur, & fortaſſe etiam ab eodem fulcro diſtinctus in longitudines inæquales, violento impulſu halituum aut infernè ſubeuntium, aut ex ſuperiore nubium parte obliquè reflexorum, facilè moveri poteſt ac titubare, ſi extremitas à fulcro remotior impellatur.

Et quoniam de Sinenſibus mentio incidit, non injucundum fuerit hîc aliud addere pertinens ad eorum induſtriam in ſervando æquilibrio. Idem Atlas Sinicus, cum ſermo eſt de Provincia Peking, ubi ſolum eſſe arenoſum atque planiſſimum teſtatur, hæc habet pag. 28. *Modus itineris faciendi hiſce locis non infrequens, nec incommodus eſt. Plauſtrum adhibent cum unâ rotâ ita conſtitutum, ut uni illius medium occupandi, & quaſi equo inſidendi ſit locus, aliis duobus ab utroque latere adſidentibus; auriga plauſtrum retro ligneis vectibus urget ac promovet non ſecurè minùs, quàm velociter.* Si rem conjecturis indagare liceat, ego rotam concipio ita incluſam ligneo loculamento majoris ſegmenti circuli figuram habente, ut huic inſitus ſit rotæ axis, ad dextram autem & ad lævam extantia tabulata tantæ latitudinis, ut quis modò propè rotam, modò longiùs adſidere queat ad æquilibrium conſtituendum inter duos viatores inæqualiter graves: Aurigæ locus eſt in ſuprema parte loculamenti, cui quaſi equitans inſidet, binoſque contos, ſeu vectes concinnè locatos, ut manubrium ante ſe habeat, extremitas altera (fortaſsè in acumen deſinens, ut leviter ſolo infigatur) poſt ſe terram reſpiciat, utrâque manu apprehendens ſolum obliquè premit, & currum in anteriora velociter promovet. Id quod nemini difficile videatur, qui ſæpiùs obſervaverit à puero fabri lignarij aut ferrarij rotam curulem identidem impulſam per urbis vias velociter deduci; quæ dum impreſſo impetu velociter

ter converſa in anteriora promovetur, licet huc atque illuc nutabunda inclinetur, ob velocem converſionem immunis eſt à caſu: quemadmodum etiam ſtanneum aut argenteum orbem apici cultri impoſitum, ſi in gyrum velociter agatur, à caſu immunem videmus, etiamſi punctum ſuſtentationis non exactiſſimè centro reſpondeat. Sic aliquis ſuppoſitam ſphærulam altero pede, etiam ſummis digitis premens, celeriter in gyrum totum corpus contorquet, qui non ita facilè citrà cadendi periculum eidem ſphærulæ inſiſtens quietus conſiſteret; ipsâ nimirum converſionis celeritate gravitatis propenſionem eludente. Non abſimili igitur ratione in hujuſmodi rotæ Sinici plauſtri converſione veloci deteritur, quicquid in alterutram partem inclinationis oriretur vel ex modicâ viæ inæqualitate, vel ex æquilibrio non adeò exactè ſervato, ut etiam conſiſtente plauſtro inſidentes viatores conſiſterent æqualiter librati abſque alicujus artificij ſubſidio: Quod artificium in promptu eſſe non dubito; neque enim Sinenſes ita ſibi præfidentes exiſtimo, ut aliquâ ratione ſibi non præcaveant à periculo caſûs, ſi fortè rotâ in obicem incurrente plauſtrum ſeu loculamentum in anteriorem, aut in poſteriorem partem improvisâ inclinatione convertatur. Sed ſingula perſequi nec otium eſt, nec operæ pretium: quapropter generatim dicendum corporis æquilibrium ibi fieri, ubi in duas partes ita diſtinguitur, ut illarum gravitates ſint reciprocè in Ratione longitudinum ſeu diſtantiarum à puncto ſuſpenſionis ſeu ſuſtentationis, quemadmodum in librâ dictum eſt. Quare ſi tota moles propoſita eâdem gravitatis ſpecie prædita fuerit, nec facile ſit in illâ centrum gravitatis invenire, quia nimis irregularis eſt, diſtingue illam in duas partes, & ſingularum inventa centra gravitatis junge rectâ lineâ, quæ quaſi libræ jugum dividatur in reciprocâ Ratione illarum partium; eſt enim punctum illud, in quod cadit diviſio, punctum æquilibrij, & centrum gravitatis totius. Sic Trapezij, NPMQ invenies punctum æquilibrij, ſi duorum triangulorum NQM, NPM, in quæ dividitur, ſingularia centra gravitatis invenias O & B: hæc jungantur rectâ OB; tum fiat ut triangulum NQM ad triangulum NPM, ita reciprocè BD ad DO,

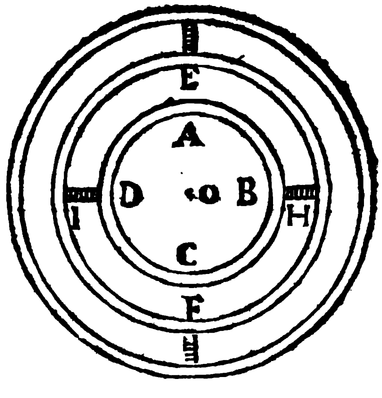


& eſt D punctum æquilibrij, ſeu centrum gravitatis Trapezij quæſitum. At ſi Trapezio addatur triangulum N L P ejuſdem ſpecificæ gravitatis, emergit Pentagonum irregulare LPMQN: inveniatur additi trianguli centrum ſingulare gravitatis A, & jungatur recta A D; tùm fiat ut Trapezium ad triangulum additum, ita reciprocè A S ad S D, & eſt punctum S centrum commune gravitatis totius Pentagoni, in quo fit æquilibrium; perinde enim eſt ac ſi in jugo libræ A D inæqualiter diſtributæ appenderetur ex A quidem triangulum N L P; ex D verò Trapezium N Q M P, quæ in illis diſtantiis à centro motûs æqualia haberent momenta.

Quòd ſi tota moles propoſita conſtet partibus non ejuſdem ſpecificæ gravitatis, non jam ſatis eſt inveniſſe ſingularia centra, ut ducatur jugum libræ illa connectens, & notam eſſe Rationem molis ad molem; ſed prætereà opus eſt notam habere Rationem gravitatis ſpecificæ ad gravitatem ſpecificam; quia Ratio gravitatum abſolutarum componitur ex Rationibus quantitatum, & gravitatum ſecundùm ſpeciem. Quamobrem ſi additum triangulum habeat ſpecificam gravitatem majorem gravitate ſpecificâ Trapezij, quia hoc ligneum eſt, illud ferreum, non cadet in S punctum æquilibrij, ſed accedet ad punctum A, quia factâ hujuſmodi Rationum compoſitione, minor eſt inæqualitas gravitatum abſolutarum; ſi enim Trapezium excedit mole Triangulum, cedit illi ſpecificâ gravitate. Ponamus namque Rationem molis Trapezij ad molem Trianguli eſſe ut 7 ad 2; ſpecificæ verò gravitatis Rationem ut 5 ad 42, gravitas abſoluta Trapezij lignei eſt ut 35, gravitas Trianguli ferrei ut 84: ſunt igitur gravitates in Ratione 5 ad 12: dividatur itaque jugum A D in I reciprocè, ut ſit A I 5, I D 12, & erit I centrum gravitatis compoſitæ, ac punctum æquilibrij, quia ab illo inæquales gravitates habent ſuas diſtantias in Ratione reciprocâ ipſarum gravitatum. Eadem eſt in corporibus omnibus Ratio, & methodus deprehendendi punctum æquilibrij, ſeu centrum gravitatis, per quod deinde duci poteſt diameter gravitatis, ut fiat opportuna ſuſpenſio.

Quia tamen aliquando evenit ſuſpenſum corpus aut ſuſtentatum, dum poſitionem horizonti parallelam ſervare contendit, aliquod incommodum ſubire in motu corporis, cui innititur; propterea

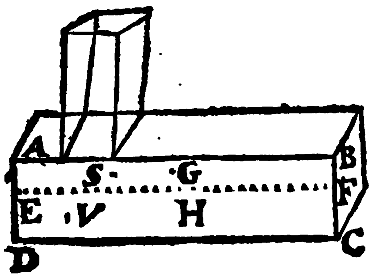
propterea huic occurrendum eſt artificio, quo ſitum eumdem perpetuò ſervet. Rem exemplo declaro. In pyxide nauticâ inſiſtit cuſpidi acus magnetica æqualibus momentis librata, ut horizonti parallela jaceat, quamcumque in partem dirigatur. Si alicui navis plano pyxis ipſa adhæreret ita, ut infimâ ſui parte illi congrueret, quamcumque in partem navis inclinaretur, ipſum pariter pyxidis fundum inclinari manifeſtum eſt, & alteri acûs magneticæ poſitionem horizonti parallelam ſervantis extremitati occurrens illius motum impediret, aut ſaltem retardaret. Ut igitur ſemper pyxis tùm acui magneticæ, tùm horizonti parallela conſiſtat, ſuſpendenda fuit, non quidem funiculo, ne incertis motibus jactaretur, ſed duobus polis, ſuper quibus opportunè verſaretur æqualiter librata. Verùm duobus hiſce polis non tollitur omne incommodum; ſi etenim poli reſpiciant navis latera, elevatâ aut depreſsâ prorâ juvant, ſed navi in dextrum aut in ſiniſtrum latus inclinatâ, alter deprimeretur, alter elevaretur, niſi & ipſi infigerentur circulo ſuper alios polos proram & puppim reſpicientes verſatili. Sit pyxis ipſa A B C D, in qua venti deſcripti ſint, & in centro O acus magnetica volubilis inſiſtat: pyxidem circulus E I F H complectatur, cui poli D & B facilè verſatiles infigantur, ut inclinatâ navi in A vel in C pyxis horizonti parallela maneat; & ut eumdem paralleliſmum ſervet, etiam ſi navis in B aut D inclinetur, circulus ille E I F H duos pariter polos facilè verſatiles habeat in E & F externæ pyxidi immobili infixos:



hac enim ratione fiet, ut in quacumque navis inclinatione pyxis nautica à ſuo paralleliſmo & æquilibrio non recedat.

Hoc eodem artificio conſtruitur lucerna ferreo aut æneo globo incluſa multipliciter perforato, ut fumo exitus pateat, quæ citrà effuſionem olei in ſolo rotata non extinguitur; eſt ... quidem vaſculum plumbeum, ut ſua gravitate ſecuriùs de... ſum vergat, polis verſatilibus ſuſpenſum in circulo, qui pari...

ligneum priſma A C aquæ imponatur, & immergatur ita, ut pars demerſa & levitans ſit E C, pars verò extans in aëre & gravitans ſit A F, centrum gravitatis eſt G, centrum levitatis eſt H, quæ ſibi directè adverſantia in oppoſitas partes conantur æqualibus viribus, atque propterea nullus ſequitur motus. Quòd ſi aut H recederet versùs D, aut G versùs B, & hoc poſſet deſcendere, & illud aſcendere neutro contranitente.



Jam verò quieſcenti priſmati imponatur aliquod pondus, certum eſt partem in aëre extantem, conflatam ex parte priſmatis & ex addito pondere, graviorem eſſe, ac proinde prævalere viribus partis in aquâ levitantis, illamque deprimere, quoaduſque fiat æqualitas inter levitatem & gravitatem. Sed multùm intereſt, utrùm additi ponderis centrum gravitatis in eodem perpendiculo ſit cum centro gravitatis G, ut rectâ deprimatur priſma infrà ſuperficiem aquæ; an verò ſit extrà illud perpendiculum; id quod ſi accidat, commune centrum gravitatis transfertur verſus A, aut B. Sit ex. gr. ad partes A propè S; cumque non immineat puncto H centro levitatis, deſcendit priſma ad partes A, & oppoſitâ pars aſcendit, ita ut E deprimatur infrà ſuperficiem aquæ, F verò emergat. Sed dum ad partes C F priſma emergit ex aquâ, ad partes autem D E deprimitur, centrum levitatis non manet in H, ſed ad majorem partem depreſſam ſecedit, donec fiat V, atque in eodem perpẽdiculo ſit cum centro gravitatis S; & tunc quieſcit priſma, nec amplius demergitur in E, aut emergit ex F. Suſtinetur itaque centrum gravitatis S à centro levitatis V, & viciſſim centrum levitatis V retinetur à centro gravitatis S; & fit tùm inter gravitates, tùm inter levitates æquilibrium, quia gravitas in A major minùs diſtat à puncto, vel potius à lineâ ſuſtentationis factâ à plano tranſeunte per V, & gravitas in B minor magis diſtat; ideóque neutra prævalet: & ſimiliter levitas in D E major minùs diſtat à lineâ detentionis facta à plano tranſeunte per S, ac levitas minor in C magis diſtat;

diſtat; quare vis tardiùs aſcendendi major prævalere non poteſt minori virtuti repugnanti ad deſcendendum velociùs.

Quemadmodum verò ſi tantum ponderis adderetur in A, ut centrum commune gravitatis non poſſet imminere centro levitatis partis demerſæ, nemo non intelligit futuram omnimodam depreſſionem partis A infrà ſuperficiem aquæ, & omnimodam emerſionem oppoſitæ partis C; ita in Acrobarycis fluitantibus manifeſtum eſt, quò altiùs attollitur gravitas, eò faciliùs factâ inclinatione transferri commune centrum gravitatis ultrà perpendiculum, in quo eſt centrum levitatis partis demerſæ. Sic ſi juſto longior ſit in navi malus, factâ ex fluctibus inclinatione in latus, aut ſaltem impulſu venti ſuprema carbaſa implentis, facilis erit navis ſubmerſio, quia plus momentorum gravitatis eſt ex alterâ parte, quàm ex oppoſitâ, tranſlato in navis latus, aut ultra illud, centro gravitatis totius partis extantis in aëre. Sed de his, Deo dante, pleniùs in Hydroſtaticis diſſerendum erit, ubi oſtendetur ad navium ſtabilitatem neceſſariam eſſe eam centrorum diſpoſitionem, ut centrum gravitatis totius navis cum omnibus impoſitis ſit infrà centrum levitatis partis demerſæ in eodem perpendiculo, in quo pariter erit centrum gravitatis partis extantis.

CAPUT IV.

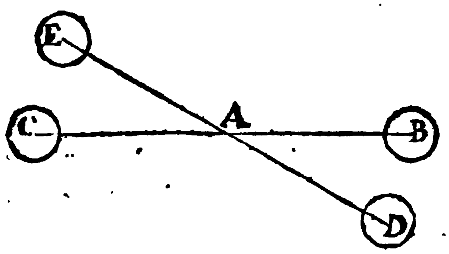
An, & cur libra ab æquilibrio dimota ad illud redeat.

NEmini dubium eſſe poteſt æquilibrium tolli ob momentorum gravitatis inæqualitatem, vel quia in unâ libræ æquilibris lance additum eſt pondus, vel quia altera jugi extremitas, alicujus elevantis aut deprimentis vi, recedit à poſitione horizonti parallelâ. Illud in quæſtionem revocari poteſt, an ſublato ponderis exceſſu, aut ceſſante impulſu extrinſeco, libra redeat ad æquilibrium, & poſitionem horizonti parallelam ſibi ipſa reſtituat. Certè Keplerus in Aſtronomiâ Opticâ cap.1.

prop. 20. aſſerit eum, qui negat libram brachiorum æqualium ad horizontis æquilibrium redituram, *non antiquitati tantùm, ſed rerum naturæ, ſed utilitati generis humani bellum indicere.* At ex adverſo Authores ferè omnes, qui de his accuratiùs ſcripſerunt, triplicem libræ ſpeciem diſtinguentes unam tantummodo agnoſcunt, quæ ſe reſtituat horizonti parallelam. Hoc ſiquidem tanquam certum aſſumunt, corpus quodcumque grave, quod ſuſpenſum, aut ſuſtentatum liberè in aëre pendeat, in eò tantum ſitu quieſcere, in quo gravitatis centrum cum ſuſpenſionis aut ſuſtentationis puncto in eâdem directionis lineâ reperiatur; deſcendit enim quantum poteſt, neque ei opponitur punctum ſuſpenſionis aut ſuſtentationis, niſi in eodem perpendiculo ad univerſi centrum ducto utrumque ſit. Cum itaque libra ſit corpus grave ſuſpenſum, & ſuum habeat centrum gravitatis, tunc demùm quieſcet, ubi eam poſitionem obtinuerit, in quâ ſuſpenſionis punctum, & gravitatis centrum in eâdem ſint directionis lineâ. Punctum verò ſupenſionis libræ non illud hîc intelligitur, ex quo pendet anſa, cui libra inſeritur, ſed ipſa Agina, ſeu ſpartum, ut Ariſtotelico vocabulo utar, eſt ſuſpenſionis punctum; ex illo enim proximè libra ſuſpenditur.

Hinc oritur triplex libræ ſpecies, quia tripliciter componi poſſunt centrum motûs, & centrum gravitatis; primò ſcilicet poſſunt in uno eodemque puncto convenire, deinde centrum motûs poteſt eſſe ſuperius, demum inferius centro gravitatis.

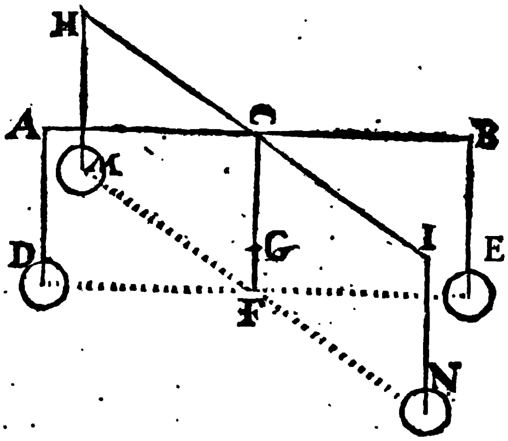
Et quidem ſi unum idemque punctum ſit motûs & gravitatis centrum A, & æqualibus brachiis AB, AC æqualia ſint adnexa pondera B & C, utique æquilibrium horizontale manet, propter momentorum æqualitatem tùm ratione gravitatum æqualium, tùm ratione æqualium propenſionum ad motum. Si igitur applicatâ manu in B deprimatur libra, ut ſit DE; amotâ manu, cur redeat libra ad priorem poſitionem BC? adhuc enim momenta utrinque ſunt æqualia, & tantumdem aſcendere deberet D, quantum deſcenderet E: par igitur eſt reſiſtentia



reſiſtentia ipſius D propenſioni ad motum ipſius E : neutro itaque prævalente fiet in eo ſitu D E conſiſtentia.

Attamen huic argumentationi, quamvis legitimæ, non acquieſcunt nonnulli, qui libram hujuſmodi in quâcumque poſitione quieſcentem ſe viſuros deſperant, quia nunquam viderunt : quare potiùs cauſam inquirunt, cur ad æquilibrium redeat libra æqualium brachiorum, quamvis ex medio jugo ſuſpendatur. Exiſtimant aliqui poſſe vim argumenti eludi, ſi concedant quidem in uno eodemque puncto convenire centrum motûs & centrum gravitatis jugi, non tamen libræ : nam ſi præter jugum aſſumantur etiam uncini aut lances, quibus adnectuntur aut imponuntur pondera, multò magis ſi eadem pondera aſſumantur, centrum gravitatis hujuſce molis compoſitæ reperiri aſſerunt infrà ipſum jugum, ac propterea nullam eſſe hujuſmodi primam ſpeciem libræ.

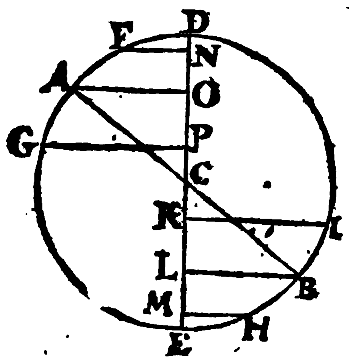
Sit libræ jugum A B ; centrum motûs & gravitatis jugi ſit C : pendeant lances D & E, ſingularúmque cum ſuis appendiculis gravitas ſit æqualis gravitati jugi, ut facere conſueverunt accuratiores monetarij. Lancium igitur ſimul ſumptarum commune gravitatis centrum eſt in F : jungantur centra gravitatum C & F ; & erit demum totius libræ vacuæ D A B E commune gravitatis centrum in G. Quod ſi lancibus D & E imponantur æqualia pondera, commune centrum gravitatis erit inter G & F, atque quò graviora erunt pondera, eò propiùs accedet ad F. Eſt igitur manifeſtum centra motûs & gravitatis totius libræ non in eodem puncto convenire, ſed gravitatis centrum eſſe infrà centrum motûs, ſeu ſpartum C.



Verum effugium hoc nullum eſſe cenſeo : inclinetur enim libra, & acquirat poſitionem H I, jam H M & I N lineæ di-

rectionis lancium ſunt æquales, quia eædem cum AD & BE, & ſunt parallelæ, quia ambæ perpendiculares ad horizontem; ac propterea ex 33. lib. 1. æquales ſunt ac parallelæ HI & MN. Cúmque CF linea directionis centri gravitatis jugi ſit iiſdem HM & IN parallela, & exeat ex C medio rectæ HI, cadet pariter in medium rectæ MN ex 34. lib. 1. & idem punctum F eſt commune centrum gravitatum M & N; atque proinde libræ MHIN commune centrum gravitatis erit in eâdem rectâ lineâ CF. Si itaque quieſcit corpus grave ſuſpenſum, quando in eâdem directionis lineâ eſt punctum ſuſpenſionis, & gravitatis centrum, etiam in poſitione HI deberet libra quieſcere, eſto in C non conveniant contra motûs & gravitatis totius libræ.

Nicolaus Tartalea lib. 8. quæſito 32. ideo libram ad paralleliſmum horizontis redire exiſtimat, quia in inclinatione jugi putat majora eſſe momenta brachij elevati, quàm depreſſi. Id quod hâc methodo conatur oſtendere. Si ex C æqualiter



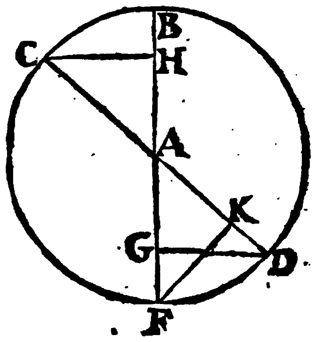
diſtent pondera æqualia A & B, fuerintque ab æquilibrio remota, deſcribunt circulum, in quo ſumptis partibus æqualibus, dum A deſcendit ex F in A, vis deſcendendi eſt NO, at ex A in G vis deſcendendi eſt OP major, quàm NO, ut conſtat ex doctrinâ Sinuum. Similiter vis deſcendendi ipſius B ex I in B eſt KL major, quàm LM vis deſcendendi ex B in H. Eſt autem KL ipſi OP, & LM ipſi ON æqualis; igitur OP eſt etiam major, quàm LM. Cum itaque in ſitu ACB pondus B gravitet ſolùm ut LM, & pondus A gravitet ut OP, major eſt potentia ipſius A, quàm ipſius B: igitur ad æquilibrium deſcendere oportet pondus A.

Sed peccat hæc Tartaleæ argumentatio, quia in pondere B non eſt conſideranda vis deſcendendi in H, ſed repugnantia ad aſcendendum in I, ſecundùm quam obſiſtit oppoſito ponderi A; hujus autem reſiſtentiæ menſura eſt LK æqualis ipſi OP potentiæ ſeu propenſioni ipſius A ad deſcendendum:

æquatur

æquatur ergo potentia reſiſtentiæ, nec ullus fieri poteſt motus, quamdiù hæc æqualitas permanet.

Joannes Keplerus Aſtronomiæ Opticæ loco citato, cur libræ brachia revolvantur ad æquilibrium, infert ex eo, quòd altero brachiorum prægravato additione ponderis, ita jugum libræ conſiſtit, ut quod eſt gravius non planè imum locum petat, & quod eſt levius, non planè in apicem attollatur. Cujus rei cauſam inquirens ſtatuit libræ jugum C D biſariam in A diviſum; & centro A deſcripto circulo ducit perpendiculum B A F; ex quo manifeſtum eſt neutrum pondus poſſe deprimi infra F, aut attolli ſupra B. Sed quia pondus D ponitur gravius, quàm pondus C, & utrumque naturâ ſuâ ad imum tendit, contenduntque invicem, partiuntur inter ſe deſcenſum BF in proportione, quâ ipſa ſunt: adeò ut BH deſcenſus ponderis C ſit ad BG deſcenſum ponderis D, ut pondus C ad pondus D. Eſt autem F G linea æqualis lineæ B H, quia ex æqualibus A B & A F auferuntur æqualia latera A H & A G, cum enim triangula C H A, D G A rectangula ſint, & angulos ad verticem A æquales habeant, & latera A C, A D æqualia; etiam per 26. lib. 1. latus A H eſt æquale lateri A G. Igitur ut pondus C ad pondus D, ita F G ad G B.



Ducatur ex F ad A D perpendicularis F K: ſimiliter triangula A G D, A K F rectangula, & cõmunem angulum in A habentia, cum latere A F æquali lateri A D, per eandem 26. lib. 1. habẽt latera A G & A K æqualia: ergo & reſidua F G, D K æqualia ſunt. Igitur propter æqualitatẽ diametrorũ F B & D C, erit etiam G B linea æqualis lineæ K C. Quare ut põdus D ad pondus C, ita G B ad G F, hoc eſt ita K C ad K D: ac propterea factâ jugi ſuſpenſione in K pondera C & D inæqualia ſecundùm Rationem brachiorum reciprocè poſita æquiponderabunt & conſiſtent. Cum igitur in hac eâdem Ratione ſit deſcenſus B H & B G, ut eſt pondus C ad pondus D, fiet conſiſtentia in ſitu C A D. *Ergo per ſubſumptionem patet*, ſubdit Keplerus, cujus ſuperiorem doctrinam conatus ſum paulo clariùs exponere, *cur libra brachia*

revolvuntur ad æquilibrium; cum enim æque ponderent, æquales etiam in circulo fieri deſcenſus par eſt.

Meam hebetudinem diſſimulare non poſſum, qui hujuſce Keplerianæ argumentationis vim ſatis aſſequi non valeo: quid enim, ſi fieret æquilibrium horizontale ponderum, facta in K ſuſpenſione? an propterea conſequens eſt fieri æquilibrium etiam in ſitu C A D, niſi aliunde probetur? ſed quod ad rem noſtram attinet, pondera alligata, & adnexa libræ non ita conſideranda ſunt, ut ambo deſcendant, ſi comparatè ſumantur, ſed alterius propenſio ad motum deorſum comparanda eſt cum alterius repugnantiâ ad motum ſurſum, & viciſſim hujus propenſio ad deſcendendum cum illius reſiſtentiâ, ne aſcendat. Quapropter ſi ex D pondere majore auferatur exceſſus ſupra pondus C, & fiant æqualia pondera, non poſſunt ad æquilibrium horizontale redire, niſi C deſcendat, D verò aſcendat: Cum autem hujus aſcenſus G A ſit æqualis deſcenſui H A, nulla eſt ratio, cur propenſio ponderis C vincere debeat æqualem ponderis D reſiſtentiam.

Deinde quid intelligendum eſt, cum dicitur ipſius C deſcenſus eſſe B H, ipſius verò D deſcenſus eſſe B G? ex B enim non utrumque deſcendit, ſed alterutrum: & ſi pondus D deſcendiſſet ex B, ex adverſo pondus C aſcendiſſet ex F; cúmque illius deſcenſus eſſet B G, hujus aſcenſus eſſet F H; ſunt autem B G & F H æquales: Quòd ſi non motus præcedens, ſed ſola propenſio ad deſcendendum & repugnantia ad aſcendendum conſideretur pro ratione poſitionis, pondus D habet menſuram propenſionis ad deſcendendum, non motum (qui fortaſſe tranſiit) ex B in D, ſed quem in eo ſitu poſſet perficere ex D in F: atque adeò ipſius D deſcenſus eſt G F, ejuſque reſiſtentia, ne aſcendat uſque ad ſummum eſt G B, & viciſſim ponderis C propenſio ad deſcendendum non eſt ex B in C, ſed ex C in F, ſi uſque ad imum deſcendat, habens menſuram H F, ejus verò repugnantiam ad aſcendendum metitur H B. Eſt igitur manifeſtum uniuſcujuſque ponderis propenſionem habere oppoſitam reſiſtentiam æqualem (eſt enim propenſio G F æqualis reſiſtentiæ H B, & propenſioni H F æqualis eſt reſiſtentia G B) ac proinde nullum ſequi poſſe motum ponderum æqualium à centro A æqualiter diſtantium. At, inquis, quid cauſæ eſt, cur

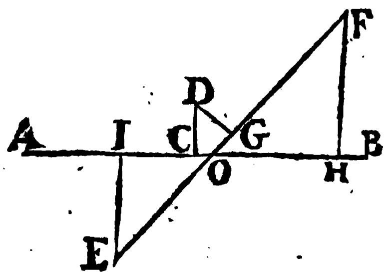
cur ſimilem libram in quâcumque poſitione quieſcentem non habemus? ſed omnis libra ea eſt, ut vel ad æquilibrium redeat, vel omninò quantum poteſt deſcendat, quâ parte habet brachium inclinatum? Reſponſio in promptu eſt; quia ſcilicet difficillimum eſt duo illa puncta exquiſitè convenire, hoc eſt centrum motûs & centrum gravitatis, nimirùm punctum illud, quod brachiorum longitudinem diſcriminat. Quòd ſi vel minimum duo illa centra diſcrepent, natura omnes ſui juris apices exactiſſimè perſequitur, & eſt ſpartum non in medio, ſed aut in ſuperiore, aut in inferiore parte jugi (ſi quidem brachia ſint æqualia; nam ſi ad latus eſſet in eâdem rectâ lineâ, libra eſſet inæqualium brachiorum, & tunc non adnexorum ponderum æqualitas eſſet conſideranda, ſed eorum Ratio, ſumptâ reciprocè brachiorum Ratione) ex quo ſequitur aut reditus ad æquilibrium, aut ulterior deſcenſus brachij inclinati.

Hinc eſt de illâ duplici tantummodo libræ ſpecie locutum fuiſſe Ariſtotelem in Mechan. q. 2. omiſsâ priore hac, quæ videtur ſpeculantis intellectûs terminis coërceri, nunquam in praxim niſi fortuito deducenda. Non enim ſatis eſt accuratiſſimè inquirere centrum gravitatis jugi, ut illud ſit pariter centrum motûs, ſed neceſſe eſt punctum hoc in eâdem rectâ lineâ eſſe, quæ jungit puncta contactuum jugi & annulorum, ex quibus lances dependent: nam niſi hoc contingat, centrum illud gravitatis aſſumptum non eſt punctum, à quo brachiorum longitudines diſcriminantur, ut inferiùs conſtabit dilucidiùs ex iis, quæ de librâ curvâ dicentur.

Quærendum eſt itaque, cur libra aginam habens in ſuperiore loco, ſi ab æquilibrio horizontali dimoveatur, ad illud redeat. Et ne locus æquivocationi pateat, dum ad hoc demonſtrandum aſſumuntur puncta notabili intervallo inter ſe diſtantia (ne videlicet linearum brevitas confuſionem aut obſcuritatem pariat) obſerva linguæ nomine non eam ſolùm partem intelligi, quæ ſupra libræ jugum intrà anſam excurrens extat; ſed linguæ, ſeu, ut aliis placet, trutinæ pars eſt etiam linea, quæ in ipſa jugi craſſitie deſcripta intelligitur perpendicularis ad lineam longitudinis brachiorum, & tranſiens per centrum motûs. Quare hujus lineæ pars intercepta inter centrum motûs, & lineam longitudinis brachiorum, ſivè exigua

ſit,

ſit, ſivè valde notabilis (quod quidem ad præſentem conſiderationem attinet) nihil intereſt, nam eadem planè ſemper eſt ratio, atque demonſtratio. Sit libra æqualium brachiorum A B, cujus puncto medio C inſiſtat perpendicularis C D, & ſit in ipsâ jugi craſſitie centrum motûs punctum D, impoſitiſque æqualibus ponderibus in A & B, maneat in æquilibrio horizontali A B. Deprimatur extremitas A, ut veniat in E, reliqua extremitas B aſcendit in F, & C venit in G.

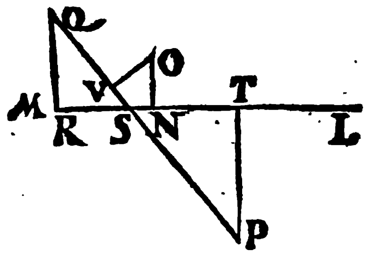


Non poteſt igitur manere libra in poſitione E F ſublato deprimente in E, ſed manentibus æqualibus ponderibus redit ad æquilibrium, ſeque reſtituit in A B; tùm quia centrum gravitatis non eſt in lineâ directionis tranſeunte per D punctum ſuſpenſionis, tùm potiſſimum quia momenta ipſius F majora ſunt momentis ipſius E ratione poſitionis & propenſionis ad motum; poteſt enim F deſcendere juxta menſuram F H, dum E aſcendit juxta menſuram E I; eſt autem major Ratio motûs F H ad motum E I, quàm ſit Ratio ponderum, quæ eſt Ratio æqualitatis, nimirum ut F G ad G E. Nam per 8 lib. 5. F O ad G E majorem habet Rationem quàm F G ad G E, & F O ad O E majorem habet Rationem quàm F O ad G E; ergo multo major eſt Ratio F O ad O E, quàm F G ad G E. At ſimilia ſunt triangula F H O, E I O, quia æquiangula (nam propter parallelíſmum linearum directionis F H & I E, alterni E & F, & alterni I & H; qui etiam recti ponuntur, & qui ad verticem O, æquales ſunt) igitur per 4. lib. 6. ut F O ad O E, ita F H ad E I. Eſt igitur major Ratio deſcenſûs F H ad aſcenſum E I, quàm ſit Ratio ponderum, quæ eſt ut F G ad G E.

Hinc patet clara ſolutio quæſtionis à Keplero propoſitæ: quia ſi pondus E majus ſit pondere F, illud non ad imum locum deſcendet, ſed ibi libra obliquè ſubſiſtet, ubi pondera erunt in Ratione reciprocâ motuum; quando ſcilicet ratione poſitionis ita propenſio ad deſcendendum ponderis F erit ad reſiſtentiam ponderis E, ne aſcendat, ut eſt viciſſim pondus E ad pondus F: & tunc perpendicularis linea directionis ex D puncto

puncto ſuſpenſionis demiſſa cadet in centrum gravitatis compoſitæ libræ & ponderum. Cujus rei argumentum eſt manifeſtum, quod libra quieſcens in poſitione E F ſi moveatur ab aliquo deprimente ulteriùs aut elevante, ſibi relicta non minùs redit ad eumdem ſitum obliquum, quàm redeat ad æquilibrium horizontale, ſi pondera ſint æqualia. Quæ omnia ex dictis plana ſunt & aperta; ſed an hoc idem ritè probaverit Keplerus, viderint alij.

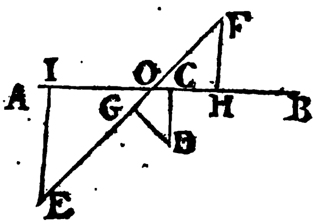
Eadem philoſophandi ratio erit in librâ brachiorum inæqualium L M, in qua ſint pondera L & M (computatis ipſorum brachiorum gravitatibus juxta momenta, quæ habent in illâ eâdem longitudine, ut dictum cap. 2. hujus libri) reciprocè in Ratione brachiorum N M & N L. Deprimatur L in P, & elevabitur M in Q, & N in V.



Dico libram ſummoto deprimente, ad æquilibrium L M redituram. Ducantur perpendiculares P T & Q R, productâ L M horizontali, ſi opus fuerit. Triangula S Q R, S P T ſunt ſimilia; igitur per 4 lib. 6. ut Q S ad S P, ita ponderis Q propenſio ad deſcendendum Q R, ad ponderis P reſiſtentiam, ne aſcendat, P T. Eſt autem major Ratio Q R ad P T, quàm ſit ponderis P ad pondus Q; igitur pondus Q prævalebit. Majorem autem eſſe Rationem ſic oſtenditur. Pondus P ad pondus Q eſt ut N M ad N L ex hypotheſi, hoc eſt ut Q V ad V P: ſed per 8. lib. 5. major eſt Ratio Q S ad V P, quàm Q V ad V P, & major Ratio Q S ad S P, quàm Q S ad V P: igitur major eſt Ratio Q S ad S P, quàm Q V ad V P, hoc eſt quàm pondus P ad pondus Q. Eſt autem demonſtratum ita eſſe Q S ad S P, ut Q R ad P T; igitur major eſt Ratio deſcenſûs Q R ad aſcenſum P T, quàm ſit Ratio ponderis P ad pondus Q: Ergo vis deſcendendi major eſt, quàm oppoſita reſiſtentia, ac propterea reſtituet ſe libra in æquilibrio horizontali.

Ex his manifeſtum eſt rem contrario modo ſe habere, quando ſpartum eſt in craſſitie jugi ita collocatum, ut ſit infra lineam, quæ conſtituit longitudinem brachiorum; tunc enim al-

tero brachiorum inclinato, tantum abeſt, ut libra revertatur ad priorem paralleliſmum cum horizonte, ut potiùs, nullo ulteriùs deprimente, brachium inclinatum deſcendat omninò, donec impediatur ab anſâ, in quam incurrit alterum brachium elevatum: quod ſi ſuperiori aut inferiori brachio nullum occurreret impedimentum, ita fieret totius libræ converſio & revolutio, ut ſpartum eſſet in loco ſuperiore, & tunc demùm in æquilibrio horizontali jugum quieſceret. Quæ omnia licet perſpicua ſint, ſi ſuperiores duæ figuræ invertantur, clarioris tamen explicationis gratiâ, ſit iterum jugum A B æqualiter diviſum in C, & in perpendiculari C D ſit axis, & centrum motûs inferiùs in D: poſitis æqualibus ponderibus A & B ſit æquilibrium horizontale: & quoniam æqualia ſunt pondera, atque æquales ad motum propenſiones, centrumque gravitatis eſt in eâdem perpendiculari lineâ directionis cum puncto ſuſtentationis D, manent in æquilibrio.



Deprimatur A in E, elevatur pariter B in F, & C deprimitur in G. Dico libram, ſi ſibi ipſa dimittatur, non redituram ad poſitionem A B ſupra punctum D; ſed pondus E ulteriùs deſcenſurum. Ductis enim perpendicularibus E I & F H, propenſio ponderis F ad motum deorſum, ut ſe reſtituat in priore æquilibrio, eſt F H, reſiſtentia ponderis E ad motum ſurſum eſt E I. Eſt autem major Ratio reſiſtentiæ E I ad propenſionem deorſum F H, quàm ſit Ratio ponderis F ad pondus E, aut viciſſim; hæc enim æqualia ſunt ex hypotheſi, & eſt eorum Ratio ut A C ad C B, hoc eſt ut E G ad G F: Non igitur poteſt à pondere F, cujus momenta minora ſunt elevari pondus E, cujus momenta ſunt majora ex diſpoſitione ad motum. Conſtat verò major Ratio reſiſtentiæ E I ad propenſionem F H, quàm ponderis F ad pondus E, quia in triangulis O I E, & O H F ſimilibus eâdem eſt Ratio E I ad F H, quæ eſt E O ad O F; ſed ex 8 lib. 5. E O ad O F majorem habet Rationem quam E G ad G F: igitur major eſt Ratio E I ad F H, quam E G ad G F, hoc eſt ponderis ad pondus. Deſcendet itaque E, & nullo occurrente obice ea fiet totius libræ revolutio circà centrum D, ut

demum

demum jugum EF ſit infrà punctum D, & quod initio fuit punctum ſuſtentationis, fiat punctum ſuſpenſionis libræ. Eadem dicta intelligantur de librâ brachiorum inæqualium, quæ ſupervacaneum eſt iterum inculcare.

Oblatâ itaque librâ facilè dignoſces, cujus ſpeciei illa ſit, quamvis ob punctorum propinquitatem, ſcilicet centri motûs, & puncti brachiorum longitudinem diſcriminantis, non valeat oculus dijudicare: impoſitis enim æqualibus ponderibus, ut habeat æquilibrium horizontale, aliquantulum deprime alterutrum brachiorum, & ſublato deprimente, ſi quidem manſerit obliqua (id quod rariſſimè continget) pronunciabis centrum motûs convenire cum puncto brachiorum longitudinem diſcriminante: ſin autem ad æquilibrium redierit, centrum motûs erit in ſuperiore loco; ſi ulteriùs deſcenderit, centrum motûs erit infra lineam longitudinis brachiorum. Vel etiam facto æquilibrio horizontali, adde pondus alteri lanci; ſi deſcendat ita, ut jugum obliquè conſiſtat aut magis aut minùs, prout major aut minor factus eſt exceſſus ponderis, pronunciabis centrum motûs eſſe in ſuperiore loco: at ſi factâ ponderum inæqualitate lanx gravior uſque ad imum deprimatur, quantùm poteſt, indicabit centrum motûs eſſe in inferiore loco, aut convenire cum puncto brachia diſcriminante: ſed hoc ultimum temerè non affirmabis, niſi reſtitutâ ponderum æqualitate, ſequatur quies in quacumque poſitione, aut converſâ deorſum anſâ non contingat obliqua jugi conſiſtentia: ſi enim factâ anſæ ſuſpenſione centrum illud fuiſſet in inferiore loco, factâ converſione eſſet in ſuperiore loco, & contingeret æquilibrium in poſitione obliquâ.

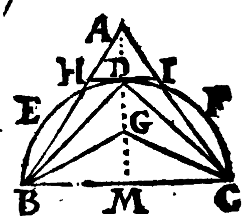
CAPUT V.

An fieri poſsit libra Curva.

Quamvis ad ponderum examen inſtituendum rarò contingere poſſit, ut librâ Curvâ uti cogamur, quia tamen in machinamentis aliquibus ita aut loci anguſtiæ, aut opportuna

corporum movendorum diſpoſitio, exigunt collocari pondera, ut & libræ Rationes ſerventur, & tamen jugi rectitudo nulla appareat; non erit hîc inutile libram curvam examinare, ut, ſi quando eâ uti contigerit, innoteſcat, quænam ſint brachiorum, & motuum Rationes. Libram autem curvam voco, quæ à communi formâ deflectens latera habet non in directum poſita, ſed in angulum concurrentia, aut in arcum ſinuata, quorum extremitates ſivè ſurſum, ſivè deorſum reſpiciunt: factâ enim ſuſpenſione ſivè ubi angulum latera conſtituunt, ſivè in aliquo arcûs puncto, ea fieri poteſt hinc & hinc ponderum additio, quam horizontale æquilibrium conſequatur. Sed quia imperitis fucum facere poſſet apparens hæc laterum longitudo, caveant, ne ex illis jugum libræ deductum intelligant: contingere ſcilicet poteſt, ut planè varia ſit hujuſmodi libræ forma, & magnitudo, idem tamen ſit ſemper libræ jugum, in quo brachia deſumenda ſunt.

Sint enim in angulum compacta duo latera recta AB & AC; non eſt tota jugi magnitudo computanda ex horum laterum longitudinibus; ſed ex ipsâ extremitatum B & C diſtantiâ BC; quæ ſemper eadem eſt, ſivè ſit arcus BEFC, ſivè alia ſint latera DB & DC, aut GB & GC, atque ſuſpenſio fiat ſivè in A, ſivè in D, ſivè in G, ſivè in quocumque alio puncto, quod ſit intra ſpatium à lineis AB, AC, BC comprehenſum. Eſt igitur idem jugum BC, quia in B & C adnexa intelliguntur pondera, eorúmque diſtantia, prout libræ adnectuntur, ea eſt, quæ jugi longitudinem determinat. Verùm an libra æqualium ſit potiùs, quàm inæqualium brachiorum, definiendum eſt ex puncto ſuſpenſionis, à quo ad extremitates B & C deducendæ ſunt rectæ lineæ; quæ ſi æquales fuerint, libra eſt æqualium brachiorum; ſin autem inæquales, inæqualium. Hinc ſi latera AB & AC jungantur tranſverſario HI, in eóque ſumatur punctum ſuſpenſionis D, nil refert æqualia-ne, an inæqualia ſint latera AB & AC? ſed attendenda eſt æqualitas aut inæqualitas linearum ex D ductarum ad extremitates B & C.



Neque me arguas, quòd dixerim jugum eſſe BC, & attendendam

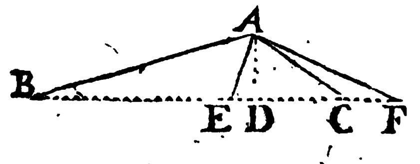
dam æqualitatem aut inæqualitatẽ linearũ ex puncto ſuſpenſionis ductarum, puta D B & D C; brachia ſiquidem in ipſo jugo conſideranda ſunt; illæ autẽ lineæ nihil habent cum jugo commune præter puncta extrema B & C. Quamvis enim lineæ hujuſmodi brachia libræ non ſint, ſi res propriè conſideretur, inferunt tamen æqualitatem aut inæqualitatem brachiorum, quatenus ex puncto ſuſpenſionis D ducta intelligitur ad B C jugum perpendicularis D M, quæ jugum dividit in partes B M & C M æquales aut inæquales. Nam quia triangula B M D & C M D ſunt rectangula, quadrato B D, ex 47. lib. 1. æqualia ſunt duo quadrata D M & M B, & quadrato D C æqualia ſunt duo quadrata D M & M C. Si igitur lineæ D B & D C æquales ſunt, earum pariter quadrata ſunt æqualia; ex quibus dempto communi quadrato D M, remanent quadrata B M & C M æqualia, ac proinde lineæ M B & M C æquales. Si verò lineæ B D & C D ſunt inæquales, quadrata earum ſunt inæqualia; ex quibus dempto communi quadrato D M, reſidua ſunt quadrata B M & C M inæqualia, eorumque latera (ſcilicet lineæ M B & M C) inæqualia erunt pronuncianda.

Brachia itaque hujus libræ curvæ propriè ſumpta non illa ſunt, quæ apparent, & quia ex illis libræ curvæ moles conſtat, vulgariter hoc vocabulo donantur; ſed ſunt ſegmenta lineæ jungentis extremitates, quibus pondera adnectuntur; in quæ ſegmenta dividitur à perpendiculo, quod ad illam ducitur ex puncto, quod eſt motûs centrum. Cum igitur punctum hoc, quod tanquam centrum legem dat motui, ſit extrà lineam extremitates illas jungentem, aut in ſuperiore, aut in inferiore loco erit; ac propterea altera erit ex duabus illis ſpeciebus libræ, de quibus capite ſuperiore ſermo fuit, habentibus ſpartum aut ſuprà, aut infrà; & huic curvæ ea omnia convenient, quæ ibi dicta ſunt, ut fiat æquilibrium horizontale, aut obliquum. Si enim ſit libræ ſcapus rectus A B bifariam diviſus, centrum motûs habens in C & pondera adnexa in D & E æqualia, habet æquilibrium horizontale, ad quod redit, ſi ab illo dimoveatur; & ſi pondera D & E ſint inæqualia, habet æquilibrium obliquum pro Ratione diſcriminis ponderum;



quia ſcilicet centrum motûs C eſt ſupra lineam D E jungentem puncta contactuum, quibus pondera adnectuntur. Factâ autem figuræ converſione, ut C ſit in inferiore loco, & linea D E in ſuperiore, in ſolo æquilibrio horizontali manet, à quo ſi removeatur, ad illud non redit, neque ullum habet æquilibrium in poſitione obliquâ, ut dictum eſt. Jam ex jugo A B omnia ſuperflua reſecentur, & remaneant virgulæ C D & C E connexæ in C centro motûs: manifeſtum eſt non eſſe immutata ponderum momenta, & eundem eſſe motum libræ curvæ D C E ac rectæ A B; ſivè C intelligatur in parte ſuperiori, ſivè in inferiori. Quare & de hac curvâ, quod ad æquilibrium ſpectat, eadem dicenda ſunt, quæ de librâ ſpartum ſuperiùs aut inferiùs habente ſunt dicta.

Et quidem ſi latera illa, quibus libra curva conſtat, ſecundùm longitudinem æqualia ſint, & paris gravitatis, additis hinc & hinc æqualibus ponderibus fiet æquilibrium horizontale; quia vera linea jugi in ſegmenta æqualia dividitur, ſunt autem omnes Rationes Æqualitatis, omninò ſimiles. At ſi latera illa ſint inæqualia, non erunt addenda reciprocè pondera (etiam computatâ ipſorum laterum gravitate) in Ratione illarum longitudinum; ſed in Ratione ſegmentorum jugi, ut fiat æquilibrium: quia ex laterum illorum inæqualitate ſtatim quidem infertur etiam veram lineam jugi dividi in ſegmenta inæqualia; ſed non illico conſequens eſt ſimilem eſſe Rationem Inæqualitatis: Immò ſi inæqualia ſint illa latera, fieri omnino non poteſt, ut ſegmenta, quæ fiunt à perpendiculari cadente in baſim, videlicet in lineam jugi, ſint in eâdem Ratione; alioquin ſi baſis ſegmenta eſſent in Ratione laterum adjacentium, angulus, ex quo perpendicularis demittitur, eſſet bifariam ſectus, per 3 lib. 6. atque adeò duo triangula haberent duos angulos duobus angulis æquales, nimirum rectum & acutum, atque latus haberent commune; ergo per 26. lib. 1. & reliqua latera eſſent æqualia, contra hypotheſim. Sit enim libra curva laterum inæqualium B A C, linea recta B C eſt vera linea jugi, in quam cadens perpendiculum A D definit brachiorum



rum

rum D B & D C longitudinem. Non eſt autem D B ad D C ut B A ad A C, alioquin angulus B A C eſſet bifariam ſectus, & duo triangula D A B, D A C haberent præter rectos ad D, etiam acutos ad A æquales, atque latus A D commune, ac proinde eſſent etiam latera B A & A C æqualia contra hypotheſim.

Sunt igitur anguli ad A inæquales, & minor eſt, qui adjacet minori lateri A C, quàm qui adjacet majori lateri A B: quia in triangulo B A C major eſt angulus C oppoſitus majori lateri B A, quàm angulus B oppoſitus minori lateri A C, ex 18. lib. 1. igitur in triangulis B D A, C D A rectangulis ad D, complementum C A D minus eſt complemento B A D. Quapropter ſi angulus B A C ſit bifariam dividendus, recta A E auferet aliquid ex majore angulo B A D, & conſtituens angulum B A E cadet in baſim inter B & D. Eſt itaque, per 3. lib. 6. ut B A ad A C, ita B E ad E C: ſed minor eſt Ratio B E ad E C quàm B D ad E C, & multo minor quàm B D ad D C. per 8. lib. 5. igitur minor eſt Ratio B A ad A C, quàm ſit Ratio brachij B D ad brachium D C. Si igitur pondera in C & B eſſent reciprocè ut B A ad A C, haberent minorem Rationem, quàm B D ad D C, ac propterea non eſſent apta ad conſtituendum æquilibrium horizontale. Retento igitur pondere B, augendum eſſet pondus C, vel retento pondere C, minuendum eſſet pondus B, ut eſſent in reciprocâ Ratione brachiorum B D & D C.

Hinc etiam conſtat retentis eodem latere A B eadémque lineâ horizontali B C cum eodem angulo B, ſi velis uti minori pondere, quod cum pondere B faciat æquilibrium, addendum eſſe in A latus majus latere A C, puta latus A F, itaut tota B F ſit jugi longitudo, & brachia ſint B D & D F. Manifeſtum eſt autem ex 8. lib. 5. majorem Rationem eſſe ejuſdem B D ad D C minorem, quàm ad D F majorem; ad pondera debent eſſe in F & B ut B D ad D F; igitur minus pondus in F æquivalet eidem ponderi B, cui in C æquivalet pondus majus. Porrò nemini dubium eſſe poteſt, an latus A F majus ſit latere A C, quippe quod in triangulo C A F opponitur angulo obtuſo A C F, per 19. lib. 1.

Sed ſi res fuerit in praxim deducenda, indicare oportet, quâ methodo utendum ſit, ut quæſitam ponderum Rationem, hoc

eſt

eſt ipſa jugi ſegmenta inveniamus, quippe quod ſolâ mente concipitur ad laterum extremitates jungendas deductum. Hæc autem eſſe poterit praxis. Laterum A B & A C longitudines metire, tùm ex B ad C extentum funiculum ad ſimilem menſuram revoca. His paratis certum eſt hanc jugi longitudinem communiter majorem eſſe longitudine ſingulorum laterum, ſemper tamen ſaltem alterius, tanto exceſſu, ut poſſit ab eâ auferri pars, de quâ mox dicetur; debet ſcilicet excedere mediam proportionalem inter aggregatum laterum, & eorum differentiam. Cum enim linea jugi à perpendiculo cadente ex angulo verticali dividenda ſit, utrumque latus cum jugo facit angulos acutos; alioquin ſi alteruter angulorum rectus eſſet, aut linea jugi non eſſet parallela horizonti, aut latus eſſet idem perpendiculum; & ſi obtuſus eſſet, perpendiculum caderet extra lineam extremitates jungentem. Debet igitur tanta eſſe jugi longitudo, ut differentia partium, in quas dividitur ad differentiam laterum ſit ut ſumma laterum ad totum jugum.

Quare fiat ut jugi longitudo funiculo deprehenſa ad laterum ſummam, ita laterum differentia ad partem auferendam ex longitudine jugi; cujus reſiduum bifariam diviſum dabit minoris brachij longitudinem. Hujus operationis ratio manifeſta eſt ex corollario primo prop. 36. lib. 3, & ex 3. ejuſdem lib. 3. Sit exempli gratia latus A B partium 20, latus A C partium 9, diſtantia B C partium 23. Fiat ut 23 ad 29 ſummam laterum, ita laterum differentia 11 ad 13 $\frac{20}{23}$ partem auferendam ex jugi longitudine 23: Reſiduum partium 9 $\frac{3}{23}$ bifariam dividatur, & ejus ſemiſſis 4 $\frac{13}{23}$ eſt longitudo brachij minoris D C; quod reliquum eſt jugi partium 18 $\frac{10}{23}$ dat longitudinem alterius brachij majoris B D. Eſt igitur brachiorum (atque adeò etiam ponderum reciprocè) Ratio ut 424 ad 105.

Quod ſi his cognitis inveſtigare oporteat, quanta ſit hujus lineæ horizontalis B C diſtantia à puncto ſuſpenſionis A, nimirum quanta ſit perpendicularis A D, ſtatim ex 47. lib. 1. innoteſcet, ſi ex quadrato lateris A C 81 auferas brachij D C quadratum 20 $\frac{445}{529}$; nam reſiduum 60 $\frac{84}{529}$ eſt quadratum perpendiculi A D, quod proinde eſt partium 7 $\frac{17}{23}$ proximè.

At ſi pro ratione tui inſtituti nimia ſit hujus perpendiculi

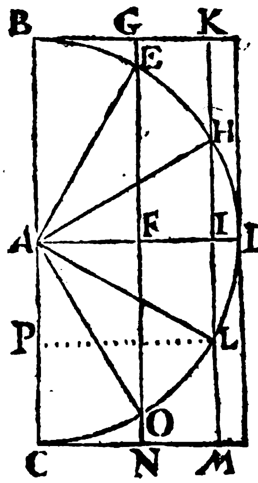
longitudo,

longitudo, & opportuniùs accidat jugum B C horizontale minùs diſtare à puncto ſuſpenſionis A, jam cònſtat latera A B & A C explicanda in majorem angulum; quapropter etiam major erit jugi longitudo, ex 24. lib. 1. Sit ergo definita perpendiculi A D altitudo partium 4: hujus quadratum 16 aufer ex 81 quadrato lateris A C, & reſiduum 65 eſt quadratum brachij minoris D C, quod idcircò eſt partium 8 $\frac{1}{16}$ ferè. Similiter ipſius A D quadratum 16 aufer ex 400 quadrato lateris A B, & reſiduum 384 eſt quadratum brachij majoris B D, quod eſt partium 19 $\frac{23}{39}$ proximè; & totum jugum B C eſt partium 27 $\frac{25}{39}$. Quare brachij B D ad brachium D C Ratio eſſet ut 764 ad 314, quæ reciprocè eſſet & ponderum.

Ex quibus perſpicuum eſt, poſitis iiſdem libræ curvæ lateribus, diſparem eſſe ponderum Rationem: in priore enim poſitione Ratio eſt 424 ad 105, hoc eſt proximè ut 4 ad 1. in poſteriore poſitione, ubi in majorem angulum latera explicantur, Ratio eſt 764 ad 314, hoc eſt ut 2. 43″ ad 1; quæ minor eſt Ratio, quàm prior ut 4 ad 1. Si autem latera eadem eſſent in directum conſtituta, eſſet ponderum Ratio ut 20 ad 9, hoc eſt ut 2. 22′ ad 1; quæ eſt minima Ratio omnium, quæ intercedere poſſunt inter pondera æquilibrium horizontale conſtituentia ex illorum laterum extremitatibus: quæ extremitates quominùs diſtabunt, inflexis ſubinde lateribus, eo majus pondus requiretur in extremitate lateris brevioris, ut æquè ponderet cum uno eodemque pondere collocato in extremitate lateris longioris.

Porrò ubi de ponderum Ratione ſermo eſt, cave ne ipſorum laterum inæqualium libræ curvæ gravitatem contemnas; ſi enim æqualia illa eſſent, æqualia quoque eſſent eorum momenta tùm ratione gravitatis, tum ratione poſitionis, nam perpendiculum caderet in medium jugum, & latera eſſent ſimiliter inclinata, ac proinde ſola ponderum æqualitas ſpectaretur: at laterum hujuſmodi inæqualium momenta ſunt ex utroque capite inæqualia, videlicet & ratione gravitatis inſitæ, quæ ex hypotheſi ſingulis lateribus ineſt pro Ratione molis inæqualis, & ratione poſitionis, quæ valde diverſa eſt, cùm non ſint latera illa ſimili angulo ad perpendiculum inclinata; ſed magis in-

clinatur latus longius faciens cum perpendiculo majorem angulum: pro variâ autem inclinatione ipſam ejuſdem lateris gravitatem varia obtinere momenta manifeſtum videtur. Ponamus laminam metallicam A B clavo infixam in A, circa quem quaſi centrum deſcribat ſemicirculum B D C. Si obtineat perpendicularem poſitionem A B, tota gravitas innititur clavo A ſuſtinenti, & nullam vim habet deſcendendi; ſimiliter in perpendiculari poſitione A C tota gravitas retinetur à clavo A, nec poteſt deſcendere. At ſi poſitionem habeat A D horizonti parallelam, omnino nec ſuſtinetur, nec retinetur à clavo, ſed toto conatu ſuas deſcendendi vires exerit. In locis igitur intermediis partim ſuſtinetur aut retinetur à clavo A, partim conatum deorſum exercet: ſic ex B veniens in E ſuſtinetur juxta menſuram F E, & deorſum tendit juxta menſuram G E; at ex B veniens in H ſuſtinetur juxta menſuram I H, & deorſum tendit juxta menſuram K H. Simili modo contingit in quadrante inferiore; nam in poſitione A L retinetur juxta menſuram I L, nec deſcenſum poteſt habere niſi ut L M; atque in O impedimentum à retinente eſt ut F O, conatum deorſum metitur O N. Quia ſcilicet ſi ab aliquo ſuſtineatur in L, perinde ſe habet ac ſi eſſet in plano habente inclinationis angulum C A L; in quo plano gravitatio eſt ad gravitationem in perpendiculo ut Radius ad ſecantem, ſeu ut Sinus Complementi ad Radium, hoc eſt ut I L ad A L: ac propterea vires clavi retinentis in eâ inclinatione ad vires retinentis in perpendiculo debent eſſe ut I L ad A C, hoc eſt ad A L: At gravitatio, quâ urgetur planum inclinatum, eſt ut P C Sinus Verſus anguli inclinationis, qui planè æqualis eſt ipſi L M. Cùm autem hîc nullum habeatur ſubjectum planum, quod prematur à gravitante laminâ metallicâ, exerit hunc conatum deorſum adversùs aliud oppoſitum pondus, quod elevare conatur, vel cui conanti reſiſtit, ne ab eo elevetur. Si igitur in lineâ A C perpendiculari lamina A C



contra

contra clavum A exercet momenta totius gravitatis deorſum nitentis, & in A L impeditur, ac retinetur ſecundùm menſuram I L, fiat ut A C ad I L, ita tota gravitas laminæ ad aliud, & prodibit quantitas gravitationis contra retinentem, reſiduumque L M erit illa gravitatio, quæ conſideranda eſt in eâ poſitione inclinata A L.

Sed quoniam A L à centro motûs A diſtantiam habet A I, comparanda erit hæc diſtantia cum diſtantia oppoſiti lateris libræ, ut habeantur momenta invicem comparata. Obſervandum tamen eſt non rem perinde ſe habere, ac ſi tota gravitatio laminæ inclinatæ A L poſita eſſet in L, atque adeò in diſtantiâ A I; ſed quia diſtribuitur ſecundùm totam ipſam longitudinem A L, & partes remotiores plus habent momenti, quàm propiores centro, juxtà Rationem diſtantiarum, propterea vel tota gravitas lateris A L, quæ eſt L M, intelligenda eſt in mediâ diſtantiâ inter A & I, vel ſemiſſis gravitationis A L, hoc eſt ſemiſſis ipſius L M, intelligendus eſt in I, quemadmodum hujus libri 3. cap. 2. dictum eſt totam gravitatem A D intelligendam in mediâ diſtantiâ inter A & D, aut ejus ſemiſſem in extremitate D. Quamvis autem ex inclinatione C A L oriatur diſtantia A I, hæc tamen venire pariter in computationem debet, quia comparari debent hæc momenta cum momentis diſtantiæ oppoſitæ, quæ momenta orta ex Ratione diſtantiarum eadem ſunt, ſive A L ſit lamina, ſive trabs; quamquam valde diſpares ſint gravitates, quæ aſſumendæ ſunt ex eâdem inclinatione; ac propterea & L M indicans gravitationem comparatè ad totam gravitatem abſolutam, & A I definiens momentum ex diſtantiâ, conſiderari debent. Hoc pacto habetur totum momentum lateris A L; ſimiliterque habebitur momentum lateris oppoſiti. Ex quo patet laterum inclinatorum in librâ curvâ momenta componi & ex Ratione diſtantiarum, & ex Ratione momenti, quod habent ſingula latera ex inclinatione ad perpendiculum.

At ſubdubitas, utrùm iſta, quæ hîc dicuntur, cum iis aptè cohæreant, quæ lib. 1. cap. 15. dicta ſunt, ubi ponderis in L conſtituti vires ad deſcendendum definiri diximus à Sinu anguli declinationis à perpendiculo C A L, qui æqualis eſt ipſi A I: hîc verò laminæ A L gravitationem conſtituimus ex

Sinu complementi ejuſdem anguli C A L, nimirum ex lineâ I L.

Quapropter obſerva non eandem eſſe rationem gravitationis lateris A L libræ, atque ponderis adnexi in extremitate L; hujus enim momenta perinde computantur, ac ſi eſſet in I; quia ſcilicet A I æqualis eſt brachio libræ P L, & planum inclinatum, in quo pondus L conſtitutum intelligitur, non eſt A L, ſed Tangens in L ad angulos rectos, ut loco citato explicatum eſt. At libræ latus A L ſuam habens gravitatem aliter ſe habet: nam quemadmodum ſi inniteretur clavo in A, non tamen illi infigeretur, atque ab aliquo ſuſtineretur in puncto L, certum eſt planum inclinatum, in quo moveretur, eſſe A L, contra quæ momenta deſcendendi in plano inclinato reluctatur clavus in A poſitus, & retinens; ita ſublato ſuſtinente in L, & poſito contranitente reliquo latere libræ, non tollitur munus clavi A retinentis, ſed ſubſtituitur latus illud oppoſitum loco ſuſtinentis in L: igitur contra illud latus hoc latus A L exercet eadem momenta gravitationis, quæ exerceret adversùs ſuſtinentem in L, hoc eſt in planum inclinatum; quæ momenta ea ſunt, quæ remanent demptis I L momentis gravitationis in plano inclinato, nimirum reſiduum L M. Quia verò qui ſuſtineret latus A L in L, non eſſet unicum ſuſtinens, ſed planum inclinatum eſt A L, & ita latus retinetur in clavo A, ut etiam ab eo aliquatenus ſuſtineatur, atque adeò lamina inclinata ſuſtineatur à duobus in A & L; retineaturque ſolùm ab A; propterea non totum momentum L M, ſed ejus ſemiſſem accipiendum diximus, ut habeantur momenta, quibus contranititur oppoſitum latus, ſi addantur momenta, quæ oriuntur ex diſtantiâ à centro motûs, ut dictum eſt.

Hæc autem ut exemplo clariora fiant, ſint eadem, quæ priùs in præcedente figurâ poſita ſunt, latera libræ curvæ B A C, longius B A partium 20, brevius C A partium 9, & quidem in eâ poſitione, ut perpendiculum A D cadens in jugum ſit partium $7\frac{17}{23}$, & brachium jugi D C adjacens minori lateri ſit partium $4\frac{13}{23}$, reliquum verò jugi brachium D B partium $18\frac{10}{23}$. Primùm quære momenta laterum ex eorum inclinatione; Cumque perpendiculum A D ſit æquale Sinui Complementi anguli inclinationis

nationis D A C, poſito Radio A C, notus eſt Sinus Verſus ejuſdem anguli inclinationis, ſcilicet differentia inter A D & A C, quæ eſt partium $1\frac{6}{23}$: & ſimili methodo Sinus Verſus anguli inclinationis D A B eſt partium $12\frac{6}{23}$. Ratio igitur gravitationis lateris A B ad gravitationem lateris A C ex inclinatione eſt ut 282 ad 29; Ratio momentorum ex diſtantiâ à centro, ut ſupra diximus, eſt ut 424 ad 105. Compoſitis igitur duabus hiſce Rationibus, eſt totius momenti lateris A B ad totum momentum lateris A C Ratio ut 119568 ad 3045, hoc eſt in minimis terminis ut 39. 267‴ ad 1. Sit igitur gravitas abſoluta lateris A B unciarum 20; gravitatio reſpondens ſemiſſi Sinus Verſi anguli inclinationis eſt unciarum $6\frac{3}{23}$. Item gravitas abſoluta lateris A C ſit unc. 9: gravitatio reſpondens ſemiſſi Sinus Verſi anguli inclinationis eſt unc. $\frac{29}{46}$. Hæc gravitatio $\frac{29}{46}$ ducatur in diſtantiam à perpendiculo partium $4\frac{13}{23}$, & eſt momentum 2.878‴. Similiter gravitatio unc. $6\frac{3}{23}$ ducatur in diſtantiam à perpendiculo partium $18\frac{10}{23}$, & eſt momentum 113.013‴. Diviſo itaque majore numero 113013 per minorem 2878, in minimis terminis Ratio eſt ut 39. 268‴ ad 1: quæ minimùm differt à priore illa Ratione propter neglectas fractiunculas in diviſionibus.

Nunc inquiramus, quantum ponderis addendum ſit lateri minori, ut fiat æquilibrium cum ſolâ majoris lateris gravitate. Statuatur pondus addendum Algebricè 1 ℞, cujus diſtantia à perpendiculo cum ſit partium $4\frac{13}{23}$, ponderis additi momentum eſt $\frac{105}{23}$ ℞ addendum momento lateris minoris invento. Quare 2. 878‴ + $\frac{105}{23}$ ℞ æquantur momento 113.013‴ lateris majoris: & utrinque demptis 2. 878‴, remanet æquatio inter $\frac{105}{23}$ ℞ & 110.135‴. Demum inſtitutâ diviſione prodit pretiũ 1 ℞, hoc eſt ponderis addendi, unciarum $24\frac{1}{8}$. Huic itaque ponderi additâ gravitatione lateris minoris A C unc. $\frac{29}{46}$ hoc eſt in milleſimis 630‴, erit in C totum pondus unc. 24.755‴; & in B intelligitur gravitas unc. $6\frac{3}{23}$, hoc eſt in milleſimis unc. 6. 130‴ ferè. Vides igitur hæc pondera eſſe reciprocè poſita in Ratione diſtantiarum D B & D C: & quamvis demum in his Rationibus non ſibi exactiſſimè reſpondeant numeri, ſatis pa-

tet exiguum hoc diſcrimen oriri ex neglectis fractiunculis.

Cæterùm hæc tam minutè perſequi in librâ curvâ, cujus latera non adeò notabili gravitate ſunt prædita, labor quidem videtur inutilis: ſed quoniam hujuſmodi libræ præcipuus uſus eſſe poteſt in machinationibus, ubi latera libræ ſunt tigilli craſſiores non mediocris gravitatis, operæ pretium fuit indicare, quâ methodo ipſorum laterum gravitates & momenta computari oporteat, ut non caſu, ſed ex certâ ratione pondera collocentur, & æquipondia ſtatuantur.

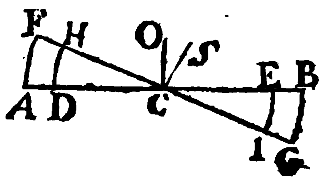
CAPUT VI.

Quænam libræ ſint omnium exactiſsimæ.

INſtrumenti cujuſque bonitas æſtimatur ex fine, ad quem fuit inſtitutum, prout ad illum aſſequendum aptum fuerit, aut ineptum, eóque melius cenſetur inſtrumentum, quò certiùs per illud propoſitus finis obtinetur; quemadmodum per ſingula eunti facilè conſtabit. Ut igitur exactiſſimum libræ genus innoteſcat, ſatis patet inquirendum eſſe, quænam libra facillimè ab æquilibrio recedat; quo receſſu indicans vel minimam ponderum inæqualitatem, etiam ſuo æquilibrio exquiſitam ponderum æqualitatem oſtendit; id quod per libram veſtigamus. Hîc autem de librâ æqualium brachiorum ſermo eſt, quâ communiter uti ſolemus: quamquam aliqua etiam ad libram inæqualium brachiorum proportione traduci queant. Ex duplici capite libram, quà libra eſt, ponderum gravitates præ aliis libris exquiſitè examinare contingit, videlicet aut ex brachiorum longitudine, aut ex ſparti, ſeu centri motûs, poſitione; reliqua enim impedimenta, aut adjumenta materiam potiùs ſequuntur, quàm libræ formam.

Et quidem quod ad brachiorum longitudinem ſpectat, adeò certum Ariſtoteli videtur majoribus libris, majori ſcilicet brachiorum longitudine præditis, accuratiùs examinari ponderum æqualitatem, ut in Mechanicis quæſtionibus hoc primum ab

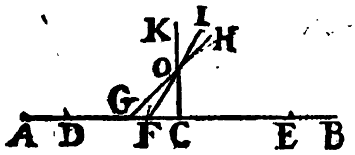
ab eo quæratur, *Cur majores libræ exactiores ſunt minoribus?* Cauſam autem ex eo deſumendam putat, quòd ſpartum ſit centrum, brachia verò quaſi lineæ à centro exeuntes; & quia Radij longiores ab eodem centro cum brevioribus exeuntes ſi pariter moveantur, majorem arcum deſcribunt, propterea etiam citius moveri neceſſe eſt extremitatem libræ, quò plus à ſparto diſceſſerit. Hinc eſt in minore librâ poſſe aliquando ex tenui inæqualitate ponderum fieri motum non conſpicuum, atque adeò illam occultè diſcedere ab æquilibrio; id quod in majore librâ contingere non poteſt, quia longioris brachij extremitas notabili motu inclinatur. Sit enim libra longior A B, cujus ſpartum ſit C; moveatur, & deſcribat arcus B G, & A F, qui ſunt multò magis conſpicui & majores, quàm qui à librâ minore D E habente idem motûs centrum C, deſcribantur arcus E I & D H. Conſtat igitur motum puncti E prorſus fugere omnem oculorum aciem, ſi motus extremitatis B vix ſit conſpicuus. Ex quo illud etiam conſequens eſt, quod major libra clariùs indicat æquilibrium.



Verùm ſi hæc ita accipiantur, prout communi huic interpretationi ſubeſt Ariſtoteles, vix aliquid habent momenti: quis enim pondera vix inæqualia bilance ſubtiliter examinans jugi extremitates reſpicit, ut videat, an lineæ horizonti parallelæ congruat jugum? & non potiùs lingulam C O conſiderat, an cum anſâ perpendiculari illa conveniat? Quod ſi lingula attendatur, idem eſt ejus motus ſive longior ſit libra A B, ſive brevior D E; factâ enim inclinatione aut majore motu B G, aut minore motu E I, eadem eſt lingulæ poſitio C S. Hoc tantùm habent emolumenti brachia longiora, quod faciliùs dividuntur bifariam æqualiter quàm breviora: & ſi minimum aliquod diſcrimen intercedat, hoc minorem habet Rationem ad brachium longiùs, quàm ad brevius. Quare aliâ ratione accipienda eſt libra: nam ſi in uno eodemque puncto C conveniant ſpartum & jugi diviſio, aut ſpartum ſit inferius, ſive longiora, ſive breviora ſint brachia, ponderum inæqualitas illicò innoteſcit, quia extremitas præponderans, ad imum locum, quantum

tum poteſt, deſcendit. Locutus igitur videtur Ariſtoteles de librâ ſpartum habente in ſuperiore jugi loco extrà lineam, quæ jugi longitudinem definit.

Sit iterum libra longior A B, & brevior D E, utraque bifariam diviſa in C; & ſit linea lingulæ perpendicularis C K, in

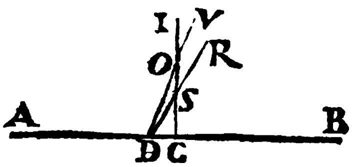


quâ ſumatur ſpartum, ſeu motûs centrum O, & reſiduum O K ſit lingula, ex cujus declinatione à perpendiculo anſæ, dignoſcitur ſublatum æquilibrium. Sit pondus A ad pondus B ut 5 ad 3: centrum gravitatis jugi & ponderum commune non poteſt eſſe C, quod brachia C A & C B æqualia conſtituit; ſed erit ut pondus A ad pondus B, ita reciprocè longitudo B G ad longitudinem G A, eritque punctum G centrum gravitatis, nec libra conſiſtet, niſi recta G O H fiat perpendicularis horizonti: lingula igitur O K declinabit à perpendiculo anſæ juxta angulum H O K. Eadem pondera transferantur in minorem libram D E; & ſi fiat ut pondus D 5 ad pondus E 3, ita E F ad F D, erit F centrum gravitatis libræ D E & ponderum: quare libra non conſiſtet, niſi recta F O I ſit horizonti perpendicularis, & tunc à perpendiculo declinabit lingula O K juxta angulum I O K. Quoniam verò eſt ut 4 ad 1, ita A C ad C G, ita D C ad C F, & A C major eſt quàm D C, erit etiam ex 14 lib. 5. G C major quàm F C; igitur angulus C O F minor eſt angulo C O G, pars minor toto; ac proinde ad verticem angulus K O I minor eſt angulo K O H. Poſitis igitur ponderibus iiſdem in libræ longioris A B extremitatibus, declinabit lingula à perpendiculo, cum eo conſtituens angulum majorem, quàm ſit angulus ab eadem lingulâ conſtitutus cum perpendiculo, quando pondera illa inæqualia adnectuntur libræ breviori D E. Hinc eſt quòd ſi inæqualitas ponderum exigua ſit, centrum gravitatis in utrâque librâ non multùm recedat à puncto C, parùm in majore, minimùm in minore, ac proinde lingulæ deflexio fortaſſe inobſervabilis erit in minore librâ, quæ in majore evadet notabilis atque conſpicua. Hinc etiam patet, cur extremitas A deſcendens magis moveatur, quàm extremitas D minoris libræ; quia ſcilicet angulus O G A, per 16. lib. 1. major eſt quàm

angulus

angulus O F D, ac propterea ubi O G facta ſit perpendicularis, linea A G cum illâ faciens obtuſiorem angulum, magis deprimetur infrà lineam A B horizontalem.

Sed jam inquirendum eſt, utrùm expediat centrum motûs magis diſtare à lineâ jugi, an verò illi propiùs admoveri, ut clariùs innoteſcat receſſus jugi ab æquilibrio horizontali : illa quippe ſparti poſitio eligenda eſt, quæ etiam minimum motum indicet notabili lingulæ declinatione. Dico itaque ſpartum lineæ jugi proximum utilius eſſe, quàm remotum. Sit enim libra A B bifariam in C diviſa, & ex hoc puncto exeat perpendicularis C I; in quâ pro centro motûs eligatur punctum S; ponantur verò pondera A & B ita eſſe inæqualia, ut centrum gravitatis commune ſit D. Igitur D S R eſt linea, quæ facta perpendicularis conſtituit cum lingulâ S I angulum I S R. Deinde reliquis omnibus manentibus, ſit centrum motûs O remotius à lineâ jugi, & linea D O V facta perpendicularis declinabit à lingulâ O I juxta angulum I O V, quem conſtat eſſe minorem angulo I S R; nam angulus D S C externus major eſt interno D O S, per 16. lib. 1. eſt autem huic ad verticem I O V, & illi ad verticem I S R; igitur I S R angulus eſt major angulo I O V.



Quòd ſi centrum motûs adhuc propiùs admoveatur medio jugi puncto C, adhuc majorem angulum conſtituet cum lingulâ, ac propterea adhuc multò notabilior erit deflexio lingulæ à perpendiculo, etiam ſi exiguus ſit motus ex eo, quod centrum gravitatis D proximè accedat ad punctum C: eſt ſiquidem extrà controverſiam, quò minor eſt ponderum inæqualitas, eò etiam minorem eſſe puncti D à puncto C diſtantiam. Ex quo manifeſtum evadit exiguam ponderum differentiam non dignoſci, ſi ſpartum notabili intervallo receſſerit à lineâ jugi; hæc enim ſparti diſtantia habet rationem Radij, diſtantia centri gravitatis à medio jugi locum obtinet Tangentis; igitur ſi fiat major ſparti diſtantia, eadem Tangens ad majorem Radium minorem Rationem habebit, atque adeò ſubtendet multò acutiorem angulum, qui propterea minùs obſervari poterit.

Quare pro eâdem ponderum inæqualitate dignoſcendâ, ſi concurrant minima ſparti à jugo diſtantia, & ob longitudinem majorem brachiorum libræ major centri gravitatis diſtantia à medio jugi puncto, patet multò faciliùs dignoſci inæqualia eſſe pondera, quia majore angulo linea deflectit à perpendiculo; & poſito minimo Radio Tangens major angulo majori opponitur.

Hæc quidem de librâ ſpartum habente ſuprà lineam jugi dicta accommodari poſſunt libræ ſpartum habenti infrà jugi lineam, ſi eadem ſchemata inverſo ſitu poſita intelligantur: quò enim majore angulo deflectit à perpendiculo linea jungens gravitatis centrum, & centrum motûs, eò faciliùs brachium, in quo eſt gravitatis centrum, inclinatur. Verùm ſi duplex hæc libræ ſpecies, quæ ſuprà, & quæ infrà jugi lineam ſpartum habet, invicem comparetur, ſatis apertum eſt multò faciliùs à poſteriore hâc ſpecie indicari ponderum inæqualitatem; quia videlicet ſi centrum gravitatis in alterutram partem vel minimùm recedat à medio jugi, non ampliùs imminet ſparto in eodem perpendiculo, neque poteſt ſuſtineri, ſed illicò, quantùm poteſt ad imum locum deſcendit. At in priore illâ ſpecie libræ ſpartum in ſuperiore loco habentis, recedente in alterutram partem centro gravitatis, deſcendit illud quidem; ſed non niſi pro ratione exceſsûs ponderis; qui deſcenſus inobſervabilis erit, ſi exigua ſit ponderum differentia. Hinc non ſemel animadverti accuratiſſimas bilances, quibus aurearum monetarum pondera examinantur, eas eſſe, quæ ſpartum in inferiore loco habent; lanx enim, quæ pondere prægravatur, ad imum, quantùm poteſt deſcendit: factâ autem libræ converſione ita, ut anſa inferiùs ſuſtentata libram ſuſtineat, iiſdemque ponderibus impoſitis, lanx prægravata non deſcendit ad imum locum; ſed manet libra in obliquâ poſitione, quæ ponderum inæqualitati congruè reſpondet; &, ſi ea ſit ponderum inæqualitas, quæ omnem obſervantis ſubtilitatem effugiat, videtur libra in æquilibrio horizontali poſita, cum tamen in priore ſitu, antequam libra inverteretur, non poſſet in ullo æquilibrio conſiſtere.

Non ita tamen hæc dicta intelligi velim, ut nulla ſit habenda ratio materiæ, ex qua libra conſtat; hæc ſiquidem tantæ gravitatis eſſe poteſt, ut axem vehementiùs premens motum aliquatenus impediat, ac propterea levis illa virtus effectiva motûs, qui

qui ponderum adnexorum inæqualitatem cæteroqui conſequeretur, ex hâc preſſione, & prominularum particularum ſe viciſſim contingentium conflictu elidatur, atque jugi æquilibrium horizontale permaneat. Gravitatem autem motui impedimento eſſe ex eo conſtat, *quòd faciliùs quando ſine pondere eſt, movetur libra, quàm cum pondus habet*, ut obſervavit Ariſtoteles 9. 10. Mechan. Cui tamen in aſſignandâ hujus difficultatis causâ non aquieſco, licet ultrò concedam *in contrarium ei, ad quod vergit onus, movere difficile eſſe*; ſi enim libræ vacuæ lances minùs graves ſunt; impoſito autem pondere fiunt graviores, & propterea lanx elevanda facta gravior difficiliùs movetur contra inſitam gravitati propenſionem, etiam viciſſim lanx deprimenda facta gravior ex adnexo pondere faciliùs obſecundat naturali gravium propenſioni, atque adeò augere deberet movendi facilitatem, vel ſaltem hanc imminui non permitteret. Non aliunde igitur ortum ducere videtur hujuſmodi difficultas movendi libram onuſtam, quàm ex majore prementis gravitatis conatu: preſſione autem motum impediri quis neget, ſi ſuper planam ſuperficiem continuo lævore lubricam ducat regulam metallicam exquiſitè politam, quam nunc tenui, nunc validiori conatu premat? utique percipiet pro vario prementis conatu aliam atque aliam eſſe trahendæ regulæ metallicæ difficultatem.

Adde graviori libræ craſſiorem axem, ut ei proportione reſpondeat, neceſſariò adjungi; hic autem ſi non ſit exquiſitè cylindricus, quâ parte fit contactus, ſed aliquatenùs angulatus duobus in locis contingat, ſatis manifeſtè apparet magis impediri motum libræ, quàm ſi axis tenuior eſſet, atque ſubtilior; licet enim hic pariter ſimilique ratione angulatus eſſet, quia tamen anguli minùs diſtarent invicem, quàm in axe craſſiore, minùs etiam libræ converſionem impedirent. Idem accidit, ſi axis quidem cylindricus, foramen autem, cui axis inſeritur, non exquiſitè rotundum ſed angulatum fuerit. Cur autem libræ converſio impediatur, ſi fiat contactus in duobus punctis, palàm eſt; quia nimirum quamdiu centrum gravitatis compoſitæ interjicitur inter duos illos contactus (vel ſaltem linea directionis per illud centrum ducta tranſit per intervallum illud duorum contactuum) non poteſt fieri libræ in alterutram partem

uæ proinde ut convertatur, tantum ponderis alte- eceſſe eſt, ut centrum gravitatis omninò cadat um, quod à contactibus comprehenditur.

r libræ craſſiores, & majores ingentibus ſar- ertes fiant ad motum, etiam ſi adnexis ponderi- liquot unciarum, aliquando fortaſſe etiam librarum, itas. Contrà verò aurificibus, & gemmariis, quibus mi- nútias contemnere damno eſſet, valdè exiguæ libræ in uſu ſunt; quippè quæ ſubtiliſſimo axe contentæ ſunt, & levi jugo conſtant, cujus gravitati æqualis eſt ſingularum lancium gravitas: quare cum nec vehemens preſſio contingat, nec axis adeò tenuis facilè angulos admittat, exilioribus hujuſmodi libris etiam minima ponderum inæqualitas exploratur, ſi cæteróqui fuerint ritè conſtructæ.

At quærat hìc quiſpiam. Proponitur libra, quæ vacua æquilibrium oſtendit, nec ita gravis eſt, ut de validiore axis preſſione dubitetur: ut inquiratur, quàm facilè mobilis illa ſit; alteri lanci ſingula ſubinde grana delicatè imponuntur, quot ſatis ſint ad primò tollendum æquilibrium, tùm aliâ librâ tenuiori examinatum granorum omnium pondus (rejecto ultimo grano, cujus additione primò facta eſt libræ inclinatio) deprehenditur unciæ unius, exempli gratiâ. Quæritur, an, ſi eidem lanci imponantur merces, & oppoſitæ lanci legitima pondera, ſit ſemper numeranda uncia una amplius, ut verum mercis pondus habeatur; quandoquidem deprehenſum eſt non mutari æquilibrium, niſi uncia addatur.

Ut quæſtioni ſatisfaciam, tanquam certum ſtatuamus hanc libræ inertiam non oriri ex multâ jugi & lancium gravitate axem premente; ſi enim ex hujuſmodi preſſione oriretur, additis hinc & hinc ponderibus multò major fieret preſſio, ex quâ movendi difficultas major crearetur; & ſi minorem preſſionem vix unius unciæ exceſſus vincit, utique majorem preſſionem non niſi plurium unciarum exceſſus vincere poterit. Definire autem hujuſmodi preſſionum vires motum libræ retardantes, meæ tenuitatis non eſt; quippè qui nec divinare audeo, nec certam rationem preſſiones illas dimetiendi invenio. Illud igitur reliquum eſt, ſeclusâ preſſione, quòd axis contactus non omninò in unico puncto, ſed in pluribus fiat, ac

propterea

propterea alterutri vacuæ libræ lanci imponendam unciam, ut primò diſpoſita ſit libra ad recedendum ab æquilibrio. Hoc autem indicat, libræ prorſus vacuæ centrum gravitatis eſſe inter extrema puncta contactûs axis; ſed additâ unciâ compoſitæ gravitatis centrum convenire cum extremo puncto contactûs axis.

Quærendum eſt igitur, quo intervallo extremum hoc punctum, quod etiam eſt gravitatis centrum, diſtet à medio jugi puncto. Id quod ut innoteſcat, obſervetur jugi & lancium gravitas; tùm in extremitatibus jugi intelligatur ſemiſſis ſingulorum brachiorum, & addatur ſingularum lancium gravitas: ſint autem hinc & hinc ex. gr. unciæ duodecim tota gravitas: alteri addatur uncia, & erunt hinc quidem unciæ 12; hinc verò unciæ 13. Quare jugum reciprocè diſtinguatur in duas partes, quarum altera ſit 13, altera 12: igitur punctum hoc diviſionis jugi diſtat à medio jugi puncto parte unâ quinquageſimâ totius longitudinis ejuſdem jugi: hæc ſiquidem longitudo diſtincta intelligitur in partes 25 æquales; punctum medium ab extremitate diſtat partibus 12 $\frac{1}{2}$, centrum gravitatis compoſitæ diſtat partibus 12; igitur punctorum iſtorum intervallum eſt $\frac{1}{50}$.

Jam imponatur alteri lanci merx, quæ cum pondere legitimo lib. 2. faciat æquilibrium: aio non poſſe pronunciari mercem eſſe unc. 25: nam ſi ponatur merx unc. 25: additâ gravitate lancis & brachij unc. 12 ex hypotheſi, hinc quidem eſſent unciæ 37, hinc verò unciæ 36; igitur diviſo jugo in partes 73, centrum gravitatis diſtaret à medio jugi puncto parte $\frac{1}{146}$. At punctum extremum contactûs axis & jugi diſtat parte $\frac{1}{50}$, igitur multo majus pondus ſupra unciam addendum eſt merci, ut æquilibrium exquiſitè faciat cum pondere legitimo lib. 2. Nimirum inſtituenda eſt analogia ut 12 ad 13, ita unciæ 36 ad uncias 39; dempto igitur pondere lancis & brachij libræ, quantitas mercis eſt unc. 27. Ex quo liquet, quò majora pondera lancibus imponuntur, eò majorem eſſe differentiam à pondere legitimo. Hinc ulteriùs patet hujuſmodi librâ ſatius eſſe multam mercem ſimul ponderare, quàm per partes: pone enim eſſe uncias 12 legitimi ponderis, cum quo

æquilibrium conſtituitur, merx erit unicarum 14, quia ut 12 ad 13, ita unc. 24 ad 26, & demptis unciis 12 ad brachium & lancem ſpectantibus, remanent mercis unciæ 14: quare bis factâ ponderatione erit differentia unc. 4; unica autem ponderatio dabat tantùm uncias 3: quia videlicet ſingulis vicibus additur id, quod reſpondet gravitati lancis oppoſitæ; atque adeò differentia ſæpiùs repetita major eſt, quàm ſimplex: ſic quatuor libris ponderis legitimi reſponderent in alterâ lance mercis lib. 4. unc. 5; quòd ſi quatuor vicibus operando ſingulas libras expendiſſes, differentia demùm eſſet unciarum 8.

Unum adhuc ſupereſſe videtur hîc obſervandum, quoniam longioribus brachiis exquiſitiùs indicari æquilibrium diximus: cavendum ſcilicet, ne in aliud incommodum incidamus, quo illud idem pereat, quod perſequimur. Si enim longiora fiant brachia, additur gravitas, quæ magis axem premens motui aliquam difficultatem creat: quod ſi retentâ eâdem brachiorum gravitate illorum craſſities extenuetur, & in longitudinem extendantur, vide ne nimis exilia evadant ita, ut flexioni obnoxia ſint, vel ſuâ ipſorum, vel expendendorum ponderum gravitate. Præterquam quod longiora brachia plus habere videntur momenti ad premendum axem, etiam ſi par ſit longiorum atque breviorum libræ brachiorum gravitas abſoluta; cujus ſemiſſis in extremitate brachij longioris plùs habet momenti ad deſcendendum, quàm in extremitate brevioris. Et ſi longior haſta ex medio ſuſpenſa faciliùs ſponte ſuâ flectitur circa medium (id quod breviori non accidit) indicio eſt obicem retinentem magis premi; idem igitur & axi libræ contingere poteſt, cujus preſſio major eſſe videtur ex longioribus brachiis, etiamſi in cæteris nullum intercedat diſcrimen. Sic Ariſtoteles quærit quæſt. 27. Mechan. *Cur ſi valde procerum fuerit idem pondus, difficiliùs ſuper humeros geſtatur, etiam ſi medium quiſpiam illud ferat, quam ſi brevius ſit?* cujus difficultatis cauſam ille tribuit validiori vibrationi extremitatum magis diſtantium ab humero ſuſtinente: ſed hoc non niſi in motu contingit, & cùm flexile eſt pondus, cujuſmodi eſſet longior haſta aut bractea ferrea mediocris craſſitiei. Certè longiori columnæ marmoreæ jacenti, cujus medio recens fulcrum ſubjectum fuit, jam putreſcentibus extremis fulcris, ſua longitudo obfuit, ut frangeretur:

retur : id quod æqualis ponderis columnæ breviori ex graviore ſecundùm ſpeciem marmore non ita facilè accidiſſet : non niſi quia gravitas magis à fulcro diſtans plùs habet momenti, etiamſi non contingat vibratio corporis, quemadmodum in motu.

Illud poſtremò non omittendum, quod ad lingulam pertinet, hanc enim longiuſculam eſſe præſtat, quàm brevem, ut vel levi inclinatione libræ, apex lingulæ magis conſpicuo motu extra anſam ad latus ſecedat, & ſublatum æquilibrium indicet. Dum tamen lingulæ longitudinem affectas, cavendum, ne illa momentum addat ſuâ gravitate brachio, quod inclinatur ; quamvis enim hoc nihil referat, ubi ſublatum horizontale æquilibrium indicatur ; in librâ tamen, quæ in æquilibrio obliquo poteſt conſiſtere, videretur indicare majorem ponderum inæqualitatem, quàm revera ſit. Cæterùm communiter libræ hoc periculo vacant ; ſola enim ponderum æqualitas horizontali æquilibrio inquiritur, non ponderum Ratio obliquo æquilibrio inveſtiganda proponitur : quare communiter nil de lingulæ gravitate timendum eſt, quod nos ſolicitos habeat.

Quare præter exquiſitam brachiorum æqualitatem, & accuratam lingulæ cum ipſo jugo poſitionem ad angulos rectos, ad libram exactiſſimam conſtituendam concurrunt brachiorum & lingulæ longitudo, jugi & lancium modica gravitas, axis ſubtilitas, ſparti & jugi quàm maxima propinquitas, & ipſius ſparti infrà jugi lineam poſitio. Quæ tamen omnia cum rectâ ratione ſunt adminiſtranda, ut ponderibus examinandis proportione reſpondeant libræ partes ; majoribus enim ſarcinis validior axis, & craſſiora libræ brachia conveniunt ; & ſic de reliquis.

CAPUT VII.

Libræ doloſæ vitia reteguntur.

LIbram doloſam voco, quæ ſolitariè accepta ſinè ponderibus juſta apparet, & æquilibrium oſtentat, re tamen verâ injuſta eſt, quia adnexis ponderibus ſuo æquilibrio non tribuit æqualita

æqualitatem, vel quia ponderum æqualitatem non indicat vero æquilibrio. Quare nullus mihi ſermo de iniquorum venditorum ſycophantiis, quibus, juſtam licèt libram adhibentes, rudem ac ſimplicem emptorem circumveniunt, aut imprimendo impetum ſurſum brachio, cui legitimum pondus adnectitur, ut merx præponderare videatur, aut ponderibus iniquis & juſto minoribus utendo, aut ſubjectam menſam, cui lanx mercis incumbit, materiâ aliquatenus tenaci illinendo, ut ſublatâ in aërem librâ priùs attollatur lanx ponderis quàm mercis, quæ omninò præponderans apparet, ſi libra ſpartum habeat infrà jugum, aut ſimiles impoſturas excogitando: ſed de illis tantum deceptionibus agendum, quæ ex ipſius libræ conſtructione, aut poſitione ortum habere poſſunt.

Et primò quidem ſe offert dolus, cujus meminit Ariſtoteles quæſt. 1. Mechan. familiaris eo tempore vendentibus purpuram, & ea, quorum modica quantitas pretium exigebat non contemnendum: hi enim librâ utebantur, quæ brachiis non omninò paribus conſtabat, ita tamen, ut hæc inæqualitas non ſe oculis ſtatim proderet. Ut autem lateret dolus, ſcapum ſeu jugum libræ ex ligno conſtruebant, cujus partes omnes non eandem ſpecificam gravitatem obtinerent, quamvis nulla ſecundùm molem diverſitas intuenti occurreret: quia enim nodi, & partes radici propiores, ut potè magis denſæ, graviores ſunt, quàm reliquæ partes à radice remotiores & nodis carentes, partem illam graviorem breviori brachio tribuebant, vel ſi materia planè uniuſmodi eſſet, & æquabili gravitate prædita, breviori brachio aliquid plumbi infundebant, ut materiæ gravitate momentum, quod ratione poſitionis deerat, ſupplente, appareret æquilibrium lancium in vacuâ librâ. Sed ubi demum merx lanci longioris brachij imponebatur, hæc erat juſto minor, quamvis cum oppoſito pondere eſſet æquilibris; non enim erat illi æqualis, ſed in Ratione reciprocâ longitudinis brachij minoris ad longitudinem majoris. Hûc ſpectat inæqualitas brachiorum orta ex eo, quòd jugi ferrei pars altera ex validiore, & diuturniore percuſſione mallei facta denſior, etiam gravior eſt; nam puncto longitudinem jugi bifariam dividenti non reſpondet centrum gravitatis; ſed recedit à medio versùs extremitatem denſiorem, atque graviorem; ac propterea, ut æquili-

brium

brium appareat, centrum motûs inæqualiter dividit longitudinem jugi. Similiter ſi jugi quidem materia æquabiliter ſit gravis, ſed brachiorum inæqualitatem ſuppleat lancium gravitas reciprocè inæqualis; æquilibris erit libra vacua; ſed damno emptoris merx longiori brachij adnectitur. Quare ut pateat dolus, facto æquilibrio inter mercem ac pondus, ſtatim commuta lances, & pondus majus ex longiore brachio multò plus habebit momenti, quàm merx ex brachio breviore: idcircò, ſi ex pondere dematur, quantùm ſatis ſit ad æquilibrium cum merce iterum ſtatuendum, plus mercis habebit emptor, quàm pro oppoſiti ponderis menſurâ.

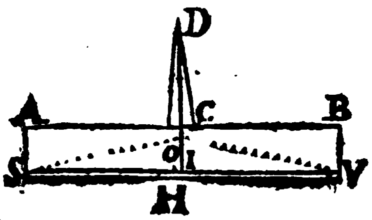
Secundò ſit jugi materia planè æquabilis, & ab axe jugum dividatur omnino bifariam: ſed puncta contactuum annulorum, ex quibus pendent lances, non æqualiter diſtent à medio: etiamſi lancis propioris gravitas ſuppleat momentum, quod deeſt ratione ſitûs, & æquilibris appareat libra vacua, non tamen æqualia pondera lancibus impoſita conſtituent æquilibrium, ſed illud gravius apparebit, quod ex diſtantia majore appendetur: & ſi pondera æquilibrium faciant, inæqualia erunt reciprocè juxtà Rationem inæqualitatis diſtantiarum à medio. Similiter igitur facto ponderum æquilibrio, lances commuta, & quidem ſi poſt commutationem iterum æquilibrium fiat, juſta eſt libra, ſecùs verò ſi alterum gravius appareat, quod priùs æquale videbatur.

At quæris, quâ methodo poſſis deprehendere, quanta ſit brachiorum inæqualitas, quando quidem non habetur æquilibrium poſt factam lancium commutationem, & planè ignoratur, quanta ſit mercis gravitas. Ut quæſtioni ſatisfaciam, accipio legitima pondera, & primùm facto æquilibrio obſervo legitimi ponderis quantitatem: Commuto deinde lances, & cum non fiat æquilibrium cum eâdem merce, tantum accipio legitimi ponderis, quantum requiritur ad æquilibrium. Demum inter hæc duo pondera legitima invenio terminum medio loco proportionalem, & hoc eſt mercis pondus, quod collatum cum alterutro ex legitimis ponderibus dat reciprocè longitudinis brachiorum Rationem. Hanc methodum eſſe certam patet, quia cum bis fiat æquilibrium, bis inter pondera eſt eadem Ratio reciproca brachiorum. Sint brachia, quæ brevitatis gratia

vocemus R & S; igitur ut R ad S ita primum pondus legitimum in S ad mercem in R: & factâ commutatione ponitur merx in S, & iterum fit ut R ad S, ita reciprocè merx eadem in S ad ſecundum pondus legitimum in R: igitur, per 11. lib. 5. ut primum pondus ad mercem, ita merx ad ſecundum pondus: ſunt autem nota duo pondera legitima; igitur & innoteſcit mercis gravitas: quæ ſi comparetur ut conſequens terminus cum primo pondere, aut ut Antecedens cum ſecundo pondere, habebitur Ratio R ad S. Sit itaque ex. gr. in primo æquilibrio primum pondus legitimum unc. 72, in ſecundo æquilibrio ſecundum pondus legitimum ſit unc. $69\frac{18}{100}$. Eſt ergo merx medio loco proportionalis unc. $70\frac{576}{1000}$; ac propterea R ad S eſt ut 72 ad $70\frac{576}{1000}$, aut ut $70\frac{576}{1000}$ ad $69\frac{18}{100}$, hoc eſt ut 4500 ad 4411. Sit demum totius jugi longitudo diſtincta in partes 200: addantur termini Rationis inventæ, & fiat ut 8911 ad 4411 ita 200 ad 99, & hæc eſt longitudo brachij brevioris, erit autem longioris brachij longitudo partium 101: diſtat ergo ſpartum à puncto medio per unam ducenteſimam partem totius jugi. Quòd ſi res ſubtiliſſimè ad calculos revocanda eſſet, hujus ducenteſimæ partis gravitas, quæ eſt ſemiſſis gravitatis differentiæ brachiorum eſſet computanda, atque ſubducenda, vel addenda, ut mercis pondus exquiſitè innoteſcat.

Tertiò. Accidere poteſt lingulam ex medio libræ ſcapo aſſurgere ad angulos rectos, lineamque lingulæ tranſeuntem per centrum motûs ita occurrere lineæ jungenti puncta, ex quibus lances pendent, ut eam bifariam æqualiter dividat, in eam tamen ad angulos inæquales cadat. Aio nec brachia eſſe verè æqualia, nec lingulam, quamvis anſæ congruens videatur, indicare æquilibrium horizontale, eſſe veram lingulam, etiamſi pondera in eo æquilibrio conſiſtentia ſint æqualia, & non in Ratione brachiorum.

Sit ſcapus libræ A B, ex quo perpendicularis aſſurgat lingula C D; & ex D per O centrum motûs ducta recta linea occurrat lineæ S V jungenti extrema puncta, ex quibus lances pendent, eamque bifariam dividat in I: ſed quoniam punctum S eſt paulò altiùs



quàm punctum V, fiat angulus SIO minor, & VIO major. Dico lineam SV eſſe quidem jugum, ſed brachia non eſſe æqualia, non enim ſunt IS & IV: quandoquidem ductis rectis OS & OV, eſt libra curva SOV latera habens inæqualia, SO minus, & VO majus. Nam in triangulis SIO, VIO latus IS ex hypotheſi eſt æquale lateri IV, latus IO commune eſt, angulus SIO eſt ex hypotheſi minor, quàm angulus VIO; ergo per 24. lib. 1. baſis SO minor eſt baſi VO. Igitur ex O perpendicularis linea cadens in jugum SV dividit illud in brachia inæqualia, & perpendiculum ex O cadit inter S & I, puta in H, quia ex hypotheſi angulus SIO eſt acutus. Vera igitur lingula non eſt ID, ſed linea, quæ ad angulos rectos inſiſtens jugo SV ex H per O ducitur. Quare ſi CD congruit anſæ perpendicularis horizonti, jugum SV non eſt horizonti parallelum, non eſt igitur æquilibrium horizontale, ſed obliquum: quia tamen eſt I centrum commune gravitatis ponderum æqualium in S & V, ac per illud tranſit perpendiculum ex O cadens in horizontem, propterea poſſunt eſſe pondera æqualia, & æquilibrium oſtendere, quod modicâ obliquitate inclinatum mentiatur æquilibrium horizontale. At ſi alia fieret hypotheſis, ſcilicet lineam jugi SV non dividi æqualiter, pondera non eſſent æqualia, ſed eſſent reciprocè in Ratione motuum, quos perficere poſſent extremitates S & V, juxta ſuperiùs dicta cap. 4 hujus lib. 3.

Vitium igitur hujus libræ non in eo conſiſtit, quòd pondera non ſint æqualia, ſed quòd indicet æquilibrium horizontale, cum ſit obliquum, & pondera æqualia nunquam poſſint ad æquilibrium horizontale devenire; ut enim hoc fieret, pondera eſſe oporteret inæqualia reciprocè in Ratione brachiorum SH & HV. Quòd ſi contingat punctum O centrum motûs, eſſe idem cum puncto I, pondera æqualia verè habebunt æquilibrium horizontale; ſed lingula CD declinabit àb anſâ, quaſi æquilibrium non eſſet. Libræ hujuſmodi vitium deprehendi non poteſt ponderum commutatione in lancibus; quia cùm æqualia ex hypotheſi ſint pondera, eadem utrobique habent momenta; ſervant quippè eamdem diſtantiam, & æqualiter ſunt ad motum diſpoſita. Rarò tamen continget jugum SV planè æqualiter dividi à lineâ lingulæ ad angulos obliquos in-

cidente, quæ tamen ad ſcapum perpendicularis appareat: propterea factâ ponderum in lancibus commutatione prodet ſe momentorum inæqualitas.

Quartò. Libra, quam diutiſſimè juſtam expertus es, poteſt momentò à ſuâ juſtitiâ deficere, ſi vel modicum inflectatur alterutrum brachiorum, vel ſi utrumque non æqualiter flectatur; hinc enim oritur brachiorum inæqualitas; quam deprehendes commutatis ponderibus in utrâque lance; quæ ſcilicet æquilibrium conſtituebant propter reciprocam Rationem brachiorum, quibus adnectebantur, non ampliùs eandem ſervant in aliâ poſitione Rationem.

Quintò. Axis, qui duobus in punctis contingat (ſcio contactum fieri in lineâ; ſed puncta aſſumo in ipſis lineis, per quæ tranſit planum perpendiculare ad horizontem, in quo eſt linea jugi) vel quia ipſe eſt angulatus, vel quia foramen, cui inſeritur, non exquiſitè rotundum, quâ ſaltem parte fit contactus, libram conſtituit doloſam: quia videlicet duo illa puncta axis perinde ſe habent, ac ſi duo eſſent centra motûs. Manifeſtum eſt autem eandem jugi lineam non poſſe in duobus punctis æqualiter dividi. Tripliciter poteſt hoc fieri. Primò unum ex his punctis poteſt exactè reſpondere medio jugi; ſecundò poteſt utrumque hoc punctum æqualiter à medio jugi diſtare; Tertiò poſſunt ab eodem medio hinc & hinc inæqualiter diſtare.

Sit linea jugi AB, cujus medium C: puncta contactuum axis, ex quibus ad jugum ducitur perpendicularis, ea ſint primò, ut reſpondeant in jugo punctis C & D. Si lanci in B imponatur legitimum pondus, tùm in A ponatur merx uſque ad æquilibrium, à quo proximè recederet, ſi aliquid amplius mercis adderetur, fiet æqualitas, quia ex C puncto æqualiter ab extremitatibus diſtante fit ſuſpenſio libræ. At ſi poſitâ primùm merce in A, deinde legitima pondera addantur in B, utique plura pondera, quàm par ſit, addentur: quia videlicet non inclinabitur libra infrà B, niſi ponderum ad mercem Ratio excedat Rationem reciprocam brachiorum AD ad DB; eſt enim D quaſi centrum motûs.



Deinde

Deinde puncta illa contactuum axis poſſunt reſpondere jugi punctis E & D æqualiter à medio C diſtantibus: & tunc, ut tollatur æquilibrium, neceſſe eſt tantum ponderis uni lanci addere, ut pondera ſint in majori Ratione, quàm ſit Ratio reciproca brachiorum; erit ſi quidem extremitas A proxime diſpoſita, ut facto additamento gravitatis inclinetur, ſi fuerit ut B E ad E A, ita pondus in A ad pondus in B; & viciſſim extremitas B erit proximè diſpoſita, ut auctâ gravitate inclinetur, ſi ut A D ad D B ita pondus in B ad pondus in A. Quia autem ex hypotheſi D C & E C æquales ſunt, etiam reſidua E A & D B æqualia ſunt, item A D & B E: quapropter ut A D ad D B, ita B E ad E A; ex quo conſequens eſt ex ſolâ lancium commutatione (ſi centrum motûs modò ſit D, modò ſit E) non poſſe dignoſci hoc libræ vitium, ſicut dignoſceretur in primo caſu, ſi ut A D ad D B, ita pondus in B ad pondus in A; factâ enim lancium commutatione, pondus ex B in A tranſlatum præponderaret ex centro motûs C, cum tamen in priori poſitione circa centrum motûs D non tolleret æquilibrium.

Similiter in tertio caſu, quando puncta contactuum axis eſſent F & D à medio C inæqualiter diſtantia, & ut A F ad F B, ita pondus in B ad pondus in A daret æquilibrium; factâ ponderum in lancibus commutatione non maneret æquilibrium, quia pondus tranſlatum in B ad pondus tranſlatum in A poſt hanc commutationem adhuc eſſet ut B F ad F A; ſed ad æquilibrium circa D centrum motûs deberet eſſe ut A D ad D B, eſt autem B F prima major, quàm A D tertia, & F A ſecunda minor eſt, quàm D B quarta; igitur eſt major Ratio B F ad F A, quàm A D ad D B: igitur pondus, quod priùs erat in B, tranſlatum in A impar eſt ad æquilibrium conſtituendum.

Ad dignoſcendum, an libra hoc vitio laboret, uti poteris hac methodo. Lancibus impone pondera, ut fiat æquilibrium: tùm lances commuta; & ſiquidem iterum fiat æquilibrium, adde alteri lanci aliquid ponderis, à quo ſi libra inclinetur, aufer additum pondus, & oppoſitæ lanci impone; quæ ſi perſiſtat non inclinata, adde adhuc pondus, quantum ferre poteſt citrà inclinationem: iterum commutatis lancibus, nullo pacto manere æquilibrium videbis; & indicio erit contactum axis fieri in duobus punctis, quorum alterum reſpondet medio jugi ſiqui-

dem in primâ lancium commutatione manſit æquilibrium; & eſt primus caſus. Quòd ſi facto æquilibrio, alterutri lancium addas pondus, & æquilibrium maneat, adde quantum ſatis eſt, ut libra ſit proximè inclinanda in eam partem, ſi adhuc pondus adderetur, tùm oppoſitæ lanci ſimiliter additum pondus ſi non tollat æquilibrium, indicat inter puncta contactuum axis eſſe medium punctum C, quod bifariam dividit jugum: & videbis poſſe ſine fine alternis additamentis augeri pondera ſingularum lancium, quia commune centrum gravitatis modò migrat ad unum punctum contactûs, modò ad aliud extremum. Sed ad internoſcendum, utrùm puncta hæc æqualiter, an inæqualiter à puncto C medio diſtent, obſerva additamenta illa, æqualia ne ſint? an inæqualia? Nam ut centrum gravitatis migret ex D in E, & iterum ex E in D, æqualia addenda ſunt primùm in B, deinde in A, pondera. At ut migret gravitatis centrum ex D in F, plus addendum eſt ponderis in A, quàm addatur in B, ut migret ex F in D; quia ſcilicet B magis diſtat à D centro motûs, quàm A diſtet ab F centro motûs: igitur plus ponderis addendum eſt in A, ut habeat momentum æquale momento ponderis additi in B. Hoc vitium minoribus libris, quarum exilis eſt axis, non facilè inerit; majores libræ, quæ craſſiori axe indigent, illi obnoxiæ eſſe poſſunt, niſi artificis induſtria in eo expoliendo ſolicita fuerit. Sed quid ſi axis, quâ parte contingit, in angulum ſimplicem deſinat, non tamen in eum cadat perpendicularis linea lingulæ, quæ jugum bifariam dividit? Jam conſtat à centro motûs dividi jugum in brachia inæqualia, ac propterea æquilibrium horizontale eſſe non poſſe, inter pondera verè æqualia.

Sextò. Si libra exactiſſimè habens brachia æqualia, & lingulam perpendicularem, & lances æquales, & funiculorum pondera æqualia, habeat tamen funiculum alterum altero longiorem, incumbàtque plano horizontali, impoſitis æqualibus ponderibus non apparebit æquilibrium, ſi centrum motûs fuerit in medio jugi puncto, vel infrà illud; ſed ad illam partem inclinabitur, quæ breviorem funiculum habuerit. Hoc ideò accidit, quia libram attollens extendit breviorem funiculum longiori adhuc langueſcente, ac proinde pondus huic lanci impoſitum non reſiſtit ſurſum trahenti, niſi cum funiculus iſte

fuerit

fuerit extentus: quare libræ jugum ex hâc parte aſcendit ſine reſiſtentiâ, dum ex alterâ, quæ funiculum habet breviorem, invenit reſiſtentiam; atque alterâ extremitate manente, alterâ aſcendente, jugum inclinatur, extento demùm utroque funiculo lanx utraque attollitur. Sed quia ex hypotheſi omnia ſunt æqualia, vel remanet jugum in eâdem poſitione inclinatum, ſi punctum libræ brachia diſterminans congruat centro motûs, vel pars inclinata ulteriùs deſcendit, ſi ſpartum ſit inferiùs poſitum.

Hinc pondera apparent inæqualia, quamvis verè æqualia ſint; & non rarò accidit monetas aliquas aureas tanquam leves rejici, quamvis reverâ ſint juſti & legitimi ponderis; quia lancis, cui imponuntur, funiculus longior eſt, & libra ad hanc partem, in quâ eſt pondus, inclinatur; ideóque tribuitur monetæ levitas, quia libra vacua in aëre ſuſpenſa juſtiſſima apparet. Viciſſim igitur poteſt fieri, ut moneta levis appareat præponderans, in librâ ſpartum inferiùs habente, ſi moneta levis fuerit impoſita lanci, cujus funiculus brevior eſt; factâ ſcilicet jam jugi ad hanc partem inclinatione, cum poſtea lanx utraque à plano ſeparatur, legitimum pondus, quod gravius quidem eſt, non poteſt deſcendere, niſi attollat oppoſitam lancem, cujus aſcendentis motus major eſſe deberet motu legitimi ponderis deſcendentis; ac propterea niſi ſit major Ratio ponderis ad monetam, quàm motûs monetæ aſcendentis ad motum ponderis deſcendentis, moneta videbitur præponderans: & tantiſper latebit dolus, dum facta fuerit in lancibus ponderis, & monetæ commutatio: apparebit ſiquidem levius id, quod in lance pendet ex funiculo longiore. Quòd ſi libra hujuſmodi funiculis inæqualibus inſtructa ſpartum haberet in loco ſuperiore, initio quidem impoſita æqualia pondera apparerent inæqualia, quia non viderentur æquilibria, ſed demùm ſe libra in æquilibrio conſtitueret, ſi verè omnia æqualia ſint, ut fert hypotheſis. At ſi, ut non paucis venditoribus vulgare eſt, ita libra ſit conſtituta, ut lanx altera, cui legitimum pondus imponitur juxtà quæſitam mercis quantitatem, ſubjecto plano [illegible] ſiſtat, altera merci deſtinata in aëre pendeat, lingu[illegible] congruente, quæ æquilibrium oſtendit; ſit verò funicul[illegible] cis plano incumbentis fortaſsè non ſatis extentus (quia i[illegible]

textus, ut majore vi extendatur, quâ ceſſante ſe iterum contrahat) merx videbitur præponderans, etiamſi non ſit major legitimo pondere; quia deorſum ſuâ gravitate connitens, dum pondus ex alterâ parte reſiſtit, inclinat lingulam, & oppoſitæ lancis funiculum extendit.

Septimò. Ex ipſo plano, cui libra incumbit, antequam attollatur, oriri poteſt fallacia æqualibus ponderibus inæqualitatem tribuens, etiamſi nullum libræ inſit vitium aut ratione inæqualitatis brachiorum, aut ratione lingulæ perperam inclinatæ ad jugum, aut ratione axis angulati, aut ratione funiculorum inæqualium. Nam ſi planum ab horizonte deflectat, & ad illum inclinetur; cùm ad perpendiculum anſa attollitur, funiculi pariter horizonti perpendiculares intelliguntur, & quia æquales ſunt, jugum libræ eſt parallelum plano, ac propterea perpendiculum anſæ ad angulos inæquales incidit tùm in jugum libræ, tùm in planum inclinatum; lingula igitur, quæ jugo inſiſtit ad angulos rectos, declinat ab anſâ, & ſublatâ in aërem librâ, inclinatur lingula ad depreſſiorem plani partem, manetque inclinata, quamvis pondera æqualia ſint, ſi centrum motûs & punctum brachia diſterminans in eodem puncto conveniant; ſi verò ſpartum inferius ſit, adhuc magis inclinatur, vidèturque lanx illa omninò præponderans: at ſi ſpartum in ſuperiore loco fuerit, libra primùm inclinata, demùm in aëre ſuſpenſa ad æquilibrium horizontale veniet.

Octavò. Si contingat ita pondus in lance collocari, ut ipſius ponderis ſingulare centrum gravitatis non omninò in eodem perpendiculo ſit cum puncto jugi, ex quo lanx illa dependet, æquilibrium non indicabit æqualitatem ponderum in utráque lance poſitorum: Nam ſi linea directionis per hujuſmodi centrum gravitatis tranſiens incurrat in jugi punctum, quod ſit centro motûs vicinius, quàm punctum extremum brachij; oppoſitæ lancis pondus erit minus; ſin autem occurrat lineæ jugi (quæ producta intelligitur) remotiùs à centro motûs, oppoſitæ lancis pondus erit majus; quia ſcilicet hæc centri gravitatis ponderis collocatio perinde ſe habet, atque ſi brachium illud aut imminutum ſit, aut auctum: quapropter etiam pondera æquilibria ſunt in Ratione reciprocâ brachiorum, ut ex ſæpius dictis liquet. Hinc ſi pondus præter opinionem gravius aut levius

vius appareat, ejuſque pars maxima extrà lancem extet, illud aliter in lance diſpone, ut centro gravitatis ponderis facilè immineat punctum jugi, ex quo lanx illa ſuſpenditur; & tunc certior fies, an verè gravitas illa ponderi inſit, an verò irrepſerit fallacia ex ineptâ ipſius ponderis poſitione priori. Hoc tamen intellige, quando ex hujuſmodi poſitione ſequeretur inæqualis velocitas motuum oppoſitorum ponderum.

CAPUT VIII.

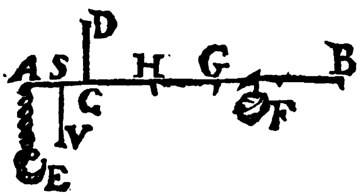
Statera natura & forma explicatur.

HActenùs de librâ ſermo fuit, in quâ, cum brachia æqualia ſint, legitimum pondus eſt æquale gravitati rei, cujus quantitatem ex gravitate inveſtigamus: & quidem quando exigua, vel etiam mediocria ſunt pondera, res commodè hujuſmodi bilance perficitur; at ubi ingentium ſarcinarum quantitas examinanda eſt, prorsùs incommodum eſſet opportunas bilances aut habere, aut adhibere: quot enim & quanta pondera parare oporteret, ut centenas aliquot fœni libras, ſeu mercatorios faſces, ſeu ſaccos farinæ plenos expenderemus? & ex alio in alium locum ſi transferenda eſſet libra cum legitimis ponderibus tantæ gravitatis, nonne opus eſſet plauſtro, ut tàm ingens onus in deſtinatum locum tranſveheretur? Quare Statera excogitata eſt tanquam libra brachiorum inæqualium, in quâ pondus minus longiori brachio adnexum æqualia habet momenta cum majori pondere, quod ex breviore brachio ſuſpenditur. Sed ne varia pondera in promptu habere cogeremur, quæ longioris brachij extremitati adnecterentur, pro variâ oneris gravitate explorandâ, ſapientiſſimè à majoribus ſtatera conſtructa eſt quæ eodem æquipondio modò in majore, modò in minore diſtantiâ à centro motûs, æquilibrium conſtitueret. Ex quo fit ſtateram eandem vires ſubire plurium librarum, prout plura longioris brachij puncta percurrit æquipondium; mutantur ſiquidem Rationes diſtantiarum ponderum, manente eâdem mercium à ſparto diſtantiâ, ac

proinde etiam idem æquipondium variam habet Rationem ad merces inæquales.

Sunt autem ſtateræ partes Jugum, Anſa, Uncus aut lanx, Æquipondium, quod aliis Sacoma, aliis Curſorium dicitur. Jugum eſt, quod in partes inæquales diviſum ab axe, qui Anſæ inſeritur, definit Rationem ponderum, quæ momentis æqualibus librantur. Anſa eſt, ex quâ ſuſpenditur ſtatera, ut liberè utramque in partem verſetur. Uncus, aut lanx, oneri ſuſtinendo deſtinatur; quæ enim facilè molem unam efficiunt, poſſunt ex Unco ſuſpendi; ſed quæ ex pluribus non facilè in unam molem coëuntibus conſtant, lance ſubjectâ recipi oportet. Æquipondium eſt certæ gravitatis pondus, ex quo oppoſitæ gravitatis Ratio innoteſcit.

Sit A B jugum ab axe inæqualiter in C diviſum, ſitque C A brachium minùs, cujus extremitati A catena aut funis adnectitur cum unco aut lance E, & C B brachium majus, cujus longitudinem pro opportunitate percurrit æquipondium F. Anſa reſpondens lingulæ C D, ipſius axis extremitates recipit, ut facilè convolvi poſſit. In minoribus & mediocribus ſtateris lingula craſſiuſcula additur, quæ anſæ intercapedinem ita impleat, eique congruat, ut tamen nullo partium conflictu impediatur motus; in majoribus & longioribus ſtateris aliquando lingula omittitur, vel quia ſpartum eſt infrà rectam lineam jugi, quod non niſi horizontaliter conſiſtit, vel quia ſi ſpartum eſt in ſuperiore loco, non multùm à vero pondere aberrare permittit ipſa brachij longitudo, quæ facilè prodit parallelíſmum aut inclinationem ad horizontem; mediocris autem error in mercibus, quæ hujuſmodi magnis ſtateris expenduntur, neque emptori, neque venditori incommodo eſt; quapropter in iis ſubtilitatem ſcrupulosè perſequi inutile eſt, & ineptum. Quæ in librâ circà Axem, lingulam, Anſam obſervanda monuimus, ſtateræ pariter communia ſunt, neque hîc iterum inculcanda.



Potiſſimum, quod in ſtaterâ obſervandum eſt, pertinet ad diviſionem longioris brachij in minutiores particulas, ut exqui-

ſitiùs innoteſcat Ratio mercis ad æquipondium, quæ denotatur ab inciſis in brachio notis indicantibus Rationem brachij longioris ad brevius; eſt ſcilicet minoris brachij longitudo transferenda in alterum brachium, quoties fieri poteſt; & quia hoc longius produci poteſt infinitè, propterea ſtatera vocari poteſt libra quaſi infinita brachiorum inæqualium. Sic diſtantia A C tranſlata in brachium C B ex. gr. quater, facit ut pondus in E poſſit eſſe quadruplum æquipondij F, ſi æquipondium ſit in extremitate B: quia, ut dictum eſt de librâ brachiorum inæqualium, ut A C ad C B, ita pondus in B ad pondus in A: & ſi æquilibrium contingat ſacomate exiſtente in G, erit ut A C ad C G ita Sacoma in G ad pondus in E.

Hîc animadvertendum eſt diſtantiam A C, ſi ſit valdè notabilis, capacem eſſe multiplicis diviſionis, ac propterea æqualem partem H G poſſe ſubtiliùs dividi, ut non ſolùm uncias, ſed & unciæ quadrantes, aut etiam drachmas oſtendat, ſi tranſitus ex H in G ſit nota unius libræ. Verum eſt in brachio C B hujuſmodi majores partes minori brachio æquales non multas eſſe poſſe: ſed huic malo occurritur in adverſâ parte jugi; converſa enim ſtatera aliam habet anſam, puta S V, quæ minùs diſtat ab extremitate A; hæc autem diſtantia ſæpiùs iterata plures exhibet partes, & factâ ſuſpenſione V S, æquipondium in extremitate B poſitum æquilibratur cum majori pondere, quàm cùm ex D C ſtatera ſuſpenditur; eſt ſcilicet major Ratio B S ad S A, quàm B C ad C A; nam ad eandem C A, majorem Rationem habet B S major, quàm B C minor, & eadem B S majorem Rationem habet ad S A minorem, quàm ad C A majorem ex 8 lib. 5. manifeſtum eſt igitur majorem eſſe Rationem B S ad S A, quàm B C ad C A. Si igitur pondera ſunt reciprocè ut brachiorum longitudines, idem æquipondium in extremitate B poſitum minorem habet Rationem ad pondus in A, quando brachia ſunt B S & S A, quàm cùm brachia ſunt B C & C A: ac propterea tunc pondus in A eſt majus.

Verùm hactenùs de ſtaterâ perinde locutus ſum, ac ſi nulla illi ineſſet gravitas; quæ tamen omninò contemnenda non eſt, quantumvis minuta ſit ipſa ſtatera atque exilis, hac enim minorum ponderum gravitatem ſcrupuloſiùs exploramus: ideò autem gravitatem à materiâ mente præcidere ſatius duxi, ut

ſtatim appareat vis momentorum, quæ pro variâ diſtantiâ obtinet æquipondium; prout ad majorem, aut ad minorem motum comparatè cum motu ponderis in A, eſt diſpoſitum. Cæterùm pondus in A, quod æquilibrium facit cum ſacomate F, majus eſt quàm pro Ratione diſtantiarum reciprocè ſumptâ; quia videlicet ipſius brachij longioris gravitas ſua habet momenta majora momentis brachij brevioris, ac propterea præter pondus, quod Sacomati reſpondet, addendum eſt etiam pondus, quod reſpondeat exceſſui momentorum brachij majoris ſuprà momenta brachij minoris. Cùm itaque ex dictis cap. 2. hujus lib. momenta brachiorum ſingulorum perinde ſe habeant, atque ſi ſemiſſis gravitatis ſingulorum eſſet in extremitatibus, poſito jugo æquabilis craſſitiei, ſi nota ſit totius jugi gravitas, & brachiorum Ratio, ſingulorum quoque gravitas innoteſcit; cujus ſemiſſis per ſibi congruum terminum Rationis ductus exhibet ſingulorum momenta. Sit AB jugum lib. 5. unc. 10, hoc eſt omninò unc. 70: Ratio AC ad CB ſit ut 2 ad 5; igitur gravitas AC eſt unc. 20, & CB unc. 50: ſemiſſis AC unc. 10 ductus per 2 (qui eſt terminus Rationis illi congruens) dat momentum 20: ſemiſſis CB unc. 25 ductus per 5, dat momentum 125: differentia momentorum eſt 105 dividenda per terminum Rationis congruum diſtantiæ AC, videlicet per 2: Quare ut fiat æquilibrium cum ſolâ gravitate brachij longioris, addendæ ſunt extremitati A unciæ 52 $\frac{1}{2}$: igitur adddito ſemiſſe gravitatis AC, intelliguntur in A unciæ 62 $\frac{1}{2}$; & in B unciæ 25: ſunt autem 62 $\frac{1}{2}$ ad 25, ut 5 ad 2, quæ eſt Ratio reciproca brachiorum. Quare ſi jugum AB æquabile ſit, ut fert hypotheſis, & in extremitate B ſit Sacoma lib. 2, pondus in A (computatâ etiam gravitate catenæ & unci AE) non erit ſolùm lib. 5. ut exigit Ratio longitudinis brachiorum, ſed prætereà unc. 52 $\frac{1}{2}$, hoc eſt omnino lib. 9. unc. 4 $\frac{1}{2}$.

Quia verò aliquando accidit properatâ ad ſubitum uſum ſtaterâ uti, videlicet craſſiore tigillo, cujus gravitas non eſt planè contemnenda, ſed valdè notabilis; propterea hîc brevem praxim adjicere placet, quæ etiam minùs peritis uſui eſſe poſſit, ut ſtatim inveniant gravitatis quantitatem, quæ ſoli gravitati brachij longioris reſpondet. Sit tigillus AB, in quo intelliga-

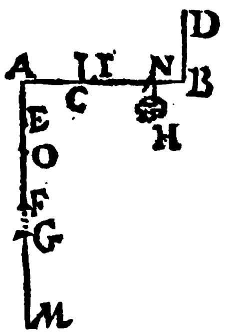
tur ipſi A C brachio minori æqualis pars C H; eſt igitur brachiorum differentia H B. Ponamus totam jugi longitudinem eſſe diſtinctam in partes 22, quarum A C ſit 4, C B 18, ac differentia H B 14. Sit verò tigilli pondus lib. 84, cujus ſemiſſem lib. 42 accipio. Tum fiat ut longitudo brachij minoris 4 ad differentiam brachiorum 14, ita ſemiſſis gravitatis jugi lib. 42 ad aliud, & provenient lib. 147 addendæ brachio minori, ut fiat æquilibrium cum ſolâ gravitate longioris. Sic in ſuperiore exemplo, ubi brachia erant ut 2 ad 5, differentia 3, pondus jugi unc. 70, cujus ſemiſſis unc. 35; fiat ut 2 ad 3, ita unc. 35 ad uncias 52 $\frac{1}{2}$, quod eſt pondus ibi inventum pluribus calculis. Ex his infertur jugum æquabilis craſſitiei ſi ſuſpendatur ex quartâ parte ſuæ longitudinis, ſuſtinere ſinè æquipondio pondus additum minori brachio, cujus gravitas æqualis ſit gravitati totius jugi. Si ex ſextâ parte ſuſpendatur, ſuſtinet pondus duplex gravitatis ipſius jugi: ſi ex octavâ parte, ſuſtinet pondus triplex gravitatis jugi; ſi ex decima parte, ſuſtinet pondus quadruplex; ſi ex duodecimâ, ſuſtinet pondus quintuplex, & ſic deinceps.

Ut igitur ex ratione & certâ methodo conſtrueretur ſtatera exquiſitè diſtincta in ſuas particulas, oporteret brachium minus cum adnexis appendiculis, catenâ, unco, ſeu lance, tantæ gravitatis eſſe, ut cum ſolâ longioris brachij gravitate æquilibrium conſtitueretur: tùm diſtantia inter punctum, ex quo onus ſuſpenditur, & centrum motûs transferenda eſſet ex eodem centro motûs in brachium longius, quoties fieri poſſet, & ſingula intervalla in certas partes minores dividenda, vel pro libito vel (quod magis rationi congruum eſt) in partes proprias menſuræ, quæ adhibetur, ut ſi libra ſit in uncias, ſi uncia, in drachmas. Hoc autem pendet ex gravitate ſacomatis, quod eligitur: nam ſi libram unam pendat unà cum ſuo [illegible] lo æquipondium, tot erunt ponderis libræ, quot partes [illegible] brachio æquales intercipiuntur inter ſpartum & ipſum [illegible] pondium: at ſi bilibre ſit ſacoma, jam partes illæ [illegible] æquales minori brachio ſunt bifariam dividendæ, [illegible] rum librarum notæ in jugo habeantur. Quod ſi con[illegible] hoc modo ſtaterâ, & majoribus partibus diſtinctâ [illegible] ex libito aſſumptas, velis apponere æquipondium [illegible]

fortè ab artifice deſtinaretur, licebit; modò memineris reciprocam eſſe diſtantiarum Rationem & ponderum, quæ in æquilibrio ſunt.

At ſi contigerit ea omnia, quæ breviori brachio adhærent, non conſtituere æquilibrium cum brachio longiore ſeorſim ſumpto abſque ſacomate, vel quia graviora ſunt, vel quia minùs gravia; ſatis apparet æquipondium in diſtantiâ à ſparto duplâ brachij minoris non habere duplum momentum, ſed inveniendum eſſe aliud punctum, à quo diſtantiæ menſura deſumatur.

Sit ſtatera A C B, quæ in C ſuſpendatur: gravitas brachiorum ita ſe habet, ac ſi illius ſemiſſis in ſua cujuſque brachij extremitate poneretur. Hujuſmodi ſemiſſes gravitatum repræſententur à lineis B D & A E, quæ ſunt utique invicem in Ratione brachiorum (quoniam jugum æquabile & uniforme ponitur) & ut A C ad C B, ita A E ad B D. Sed ut fiat æquilibrium debet eſſe viciſſim ut A C ad C B, ita B D gravitas in B ad A F gravitatem in A: Eſt igitur A E ad A F in duplicatâ Ratione brachiorum A C ad C B, hoc eſt ut Quadratum A C ad Quadratum C B: Ergo etiam dividendo, per 17. lib. 5. ut Quadratum C B minus Quadrato A C ad Quadratum A C, ita A F minùs A E ad A E; hoc eſt ut, differentia Quadratorum utriuſque brachij ad Quadratum brachij minoris, ita F E pondus addendum, ad A E ſemiſſem gravitatis brachij minoris, ut fiat æquilibrium cum ſemiſſe gravitatis, & momento brachij C B longioris. Id ſi factum fuerit, aſſumantur in C B, incipiendo à puncto C, partes æquales ipſi C A, & tunc ad mercem additam in F habebit gravitas ſacomatis H eam Rationem, quam habuerit A C ad diſtantiam ejuſdem ſacomatis à puncto C, ut ſuperiùs dicebatur.



Verùm ſi præter A E gravitatem reſpondentem minori brachio A C, pendere intelligatur ex A non ſolùm gravitas E F, quæ ſufficiat ad æquilibrium cum longiore brachio C B, ſed præterea ſit etiam gravitas F G, ita ut tota gravitas addita ſit E G;

E G; tunc aſſumpto æquipondio H notæ gravitatis, debet fieri ut pondus H ad pondus F G exceſſum ſuprà id, quod requiritur ad æquilibrium, ita diſtantia A C ad aliud ex. gr. C I: & ex I initium ſumere debet diviſio transferendo in longius brachium, & iterando diſtantiam C A ita, ut A C æqualis ſit ipſi I N: ſi enim in G addatur tantum mercis, cujus gravitas G M ſit ad æquipondium H, ut I N ad A C, fiet in N æquilibrium. Quia ſcilicet ut F G gravitas ad gravitatem H, ita I C diſtantia ad diſtantiam C A ex conſtructione; & ut gravitas H ad gravitatem G M, ita C A diſtantia ad diſtantiam I N; erit ex æqualitate per 22. lib. 5. ut gravitas F G ad gravitatem G M, ita diſtantia C I ad diſtantiam I N; Ergo componendo, per 18. lib. 5. ut F M ad G M, ita C N ad I N; ſed ut G M ad H, ita I N ad C A ex hypotheſi; igitur ex æqualitate ut F M gravitas ad gravitatem H, ita C N diſtantia ad diſtantiam C A. Cùm itaque pondera addita ultrà æquilibrium, quod additâ gravitate E F fit in C puncto ſuſpenſionis, ſint in Ratione reciprocâ diſtantiarum à ſparto C, neceſſariò ſequitur æquilibrium in N. Idem dicendum de cæteris deinceps punctis iterando diſtantiam I N, prout brachij longitudo ferre poteſt, nam duplicatâ diſtantiâ I N, poterit in G addi gravitas dupla gravitatis æquipondij H.

Quod ſi demùm partes minori brachio C A adjacentes non eſſent tantæ gravitatis, ut fieret cum longiore brachio C B æquilibrium, quemadmodum ſi eſſent ut O E ad E A ſemiſſem gravitatis brachij minoris; primò obſerva, quantum deſit gravitatis, ut fiat æquilibrium, ſcilicet ſit quantitas O F, quæ ponatur minor gravitate æquipondij H: intelligatur itaque gravitas æqualis gravitati æquipondij H, & ſit exceſſus F G. Quare ſicuti paulò antè dicebatur, fiat ut pondus H ad gravitatem F G, ita A C ad C I, & erit I punctum à quo incipienda eſt diviſio jugi, ita tamen ut facto æquilibrio in I intelligatur addita merx æqualis gravitatis cum æquipondio H, & erit ex. gr. prima libra. At verò ſi O E tam modica gravitas eſſet, ut etiam addita gravitas æqualis gravitati ſacomatis H, nondum adæquaret gravitatem E F, addatur duplex, triplex, quadruplex gravitas ſacomatis H ita, ut demum excedat gravitatem E F neceſſariam ad æquilibrium cum ſolo brachio longiore; tum fiat ſicuti

ſicuti priùs, ut pondus H ad exceſſum illum, ſcilicet ad F G, ita A C ad C I, & eſt I punctum quæſitum,ex quo incipit diviſio, & in quo ſi fiat æquilibrium mercis cum ſacomate, indicat mercis gravitatem eſſe duplam, triplam, quadruplam gravitatis ſacomatis H, prout hanc duplicare oportuit, aut triplicare.

Sed quas habemus communes ſtateras ab hâc ſedulitate procul remotas eſſe omnibus conſtabit, ſi obſervaverint amplitudines priorum diviſionum non omninò reſpondere brachij minoris longitudini, hoc eſt, intervallo, quo pondus diſtat à ſparto; neque id ſolùm, quia artifices tantam adhibere diligentiam recuſant pro tenui mercede; verùm etiam ne adeò graves exiſtant majores ſtateræ, ſi minori brachio tanta eſſet addita gravitas, quæ longioris brachij momenta æquaret. Propterea jugum conſtruunt, uncum ſeu lancem cum ſuis catenulis adnectunt, ex anſâ ſuſpendunt, ſacoma non certi ponderis ſed ex arbitrio eligunt, quod tamen additæ lanci, aut unco aliquatenus reſpondeat juxta minoris brachij longitudinem; nam ſi hoc valde breve ſit, augent lancis pondus, & minuunt æquipondium; & ex adverſo, ſi illud longiuſculum ſit, minuunt lancem, augent ſacoma; quia nimirum in illâ brevitate brachij minoris majora ſunt momenta brachij longioris, & minus æquipondium plus habet momenti; contrà verò auctâ minoris brachij longitudine decreſcunt momenta tùm longioris brachij tùm æquipondij.

His paratis ſtatuunt in lance legitimum aliquod pondus juxtà denominationem menſuræ, quam aſſumunt tribuendam ſtateræ, puta libram (idem dic de majoribus ponderibus in aversâ ſtateræ parte inſcribendis, ut lib. 25 aut 100 juxtà regionis morem) deinde tantiſper ſacoma adducunt vel reducunt, dum fiat exquiſitè æquilibrium; & punctum adnotant, in quo ſacoma quieſcit. Tùm aliam adhuc libram, aut, primâ ſublatâ, bilibre pondus, lanci imponunt, & ſacoma retrahunt, ut magis à motûs centro diſtet; iterumque facto æquilibrio punctum notant. Demum intervallum inter hæc duo notata puncta in jugo iterant, quoties poſſunt; & ut uncias habeant, ſingula intervalla in duodecim æquales particulas diſtinguunt, quæ in minuſculis ſtateris adhuc minores diviſiones recipiunt.

Quod ſi adhuc pondera infrà libram unam, hoc eſt infra un-

cias

cias 12, hac ſtaterâ examinare libeat, inter punctum primò notatum atque ſpartum minuſculas illas diviſiones transferunt, incipiendo ab illo puncto.

Quid autem hîc meminerim puncta hujuſmodi omnia in jugi acie, ſeu angulo ſolido ſuperiore notari, majores autem diviſiones certis lineis ad latus ductis ſignificari? hæc enim vulgaria ſunt. Illud potius notandum eſt, quod in unâ eâdemque ſtaterâ trium regionum ſtateras habere poſſumus: quia enim ſtateræ ſcapus communiter quadrangularis eſt, & in ſuperiore angulo libras hujus regionis inſculpſit artifex, in duobus angulis hinc, & hinc libras duabus regionibus, cum quibus commercia miſcentur, peculiares inſcribere licebit (nam pondera ſimili nomine in pluribus regionibus donata, non eſſe inter ſe æqualia docemur experientiâ, quæ libras Pariſienſem, Romanam, Venetam inæquales eſſe oſtendit) & æquipondij annulus unâ eâdemque operâ in tribus angulis diverſarum regionum pondus ejuſdem mercis indicabit.

Hîc verò curioſiùs inquirenti, præſtantiorne dicenda ſit ſtatera? an libra? vix poterit quiſquam abſolutè reſpondere: nam minoribus ponderibus, ut gemmis, aureis monetis, & ſimilibus examinandis parùm opportuna eſt ſtatera; at ingentibus oneribus hæc aptiſſima eſt, libra autem incommoda. Compendium habet ſtatera unico ſacomate contenta; pluribus ponderibus eget libra. Viciſſim in librâ ſecuriùs artifices laborem impendunt, quia faciliùs æqualitatem aſſequuntur brachiorum, quàm proportionem juſto æquilibrio neceſſariam; & in librâ quidem ſi æqualitatem perfectam ſemel ſtatuant, nil eſt quærendum ampliùs; ſed in ſtaterâ ſingula diviſionum puncta ſuam habent Rationem, ſuamque expoſcunt diligentiam; in pluribus verò aliquando peccare proclivius eſt, quàm in uno. Quòd ſi libræ perfecta æqualitas deſit, ſaltem lancium & ponderum commutatione, ut ſuperiùs monuimus, deprehenditur error; at ſi falſa ſit ſtatera, non aliter innoteſcet, quàm ſi pondus idem iterùm librâ examinemus, ut appareat, an ſibi conſtet eadem gravitas: quis enim aliter iniqui venditoris impoſturam retegat, qui, ut major appareat mercis gravitas, ex æquipondio, aut ex capite longioris brachij, quaſi nitidiùs illa expoliens, notabilem aliquam gravitatis particulam limâ abraſit? cum ta-

men à minore brachio expoliendo manum abſtinuerit; quippe qui ſatis norat id fieri non poſſe citrà ipſius venditoris damnum: conſtitutâ ſiquidem ſtaterâ, nihil ex hac aut ex illâ parte demendum, nihil addendum, ne mutetur Ratio, quæ intercedit inter ipſorum brachiorum momenta, aut ne æquipondium diminutis momentis magis removendum ſit à ſparto, quàm pro gravitate mercis. Siverò hoc acciderit, occultum manet ſtateræ vitium, nec ipſa ſe prodit.

Et quoniam de ſtateræ vitio ſermo incidit, cavendum venditori eſt, ne illâ utatur, ſi facta fuerit curva; cùm enim recta fuerit ab artifice ſuas in partes ritè diſtincta, & quidem juxta Rationem brachiorum, curva non eandem ſervat Rationem, ut oſtenſum eſt hîc cap. 5. & venditoris damno plus mercis addendum eſſet lanci, ut haberetur æquilibrium; ut ex ibi dictis conſtat.

CAPUT IX.

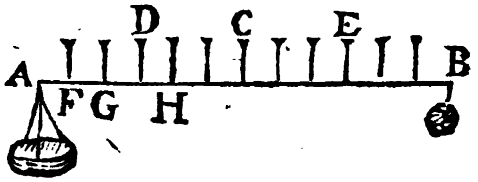
Antiquorum Statera examinatur.

Dubitatur à non paucis, utrùm noſtræ, quâ nunc utimur, ſtateræ ſimilis eſſet Antiquorum, ſaltem Græcorum, ſtatera. Dubitationi locum fecit Ariſtoteles in quæſt. 20. Mechan. quærens, *Cur ſtatera, quâ carnes ponderantur, pauco appendiculo magna ponderat onera?* quæſtioni autem ſatisfaciens plurium ſpartorum mentionem fecit. *Quemadmodum autem ſi una libra multa ſint libræ; ſic talia inſunt ſparta multa in ejuſmodi librâ; quorum uniuſcujuſque quod intrinſecùs eſt ad appendiculum, ſtatera eſt dimidium.* & poſt pauca. *Hujuſmodi autem exiſtens multa ſunt libræ, totque, quot fuerint ſparta. Semper autem quod lanci propinquius eſt ſpartum appenſoque oneri, majus trahit pondus.*

Plura hæc ſparta, quorum Ariſtoteles meminit, Blancano in locis Mathem. Ariſt. occaſionem præbuerunt ſtateram quandam comminiſcendi, quaſi illa fuerit Antiquorum ſtatera: cujus ſententiam probare non potui, cum Mechanicam doctri-

nam anno labentis ſæculi 54 in Collegio Romano explicans, publici juris facerem hæc eadem, quæ nunc poſt annos viginti ſcribo. Quoniam verò quæ tunc Blancano oppoſui, video placuiſſe Authori Magiæ Naturalis P. Gaſpari Schoto tunc ibi degenti (eaque cum aliis quibuſdam in ſuam Magiam ſtaticam tranſtulit, me identidem ſuprà meritum, pro ſuâ humanitate, laudato) hîc iterum proferre non gravabor, ut meliùs ſtateræ natura innoteſcat.

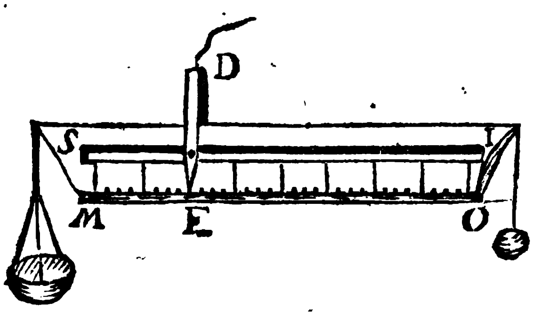
Statuit itaque Blancanus ſtateram illam fuiſſe haſtam oblongam A B in certas partes diſtributam inter ſe æquales, puta 12, ex quibus exirent trutinæ diverſæ, ut modò ex hâc, modò ex illâ ſuſpenderetur ſtatera, prout carnis vendendæ quantitas poſtulabat, ſingulisque trutinis inſculptam fuiſſe notã ponderis mercis. In extremitate A pẽdebat lanx capax mercis, in oppoſitâ extremitate B æquipondium, *quod ut ille ait, debet habere tantum pondus, quantum eſt in lance nudâ, ut ſic tota ſtatera ſit per ſe ſolam æquilibralis; & præterea debet habere pondus ſtatum ac legitimum, ex. gr. unius libræ, aut duarum, aut trium, prout magis trutinandæ merci idoneum erit, & hoc erit proprium æquipondij pondus. Ponamus æquipondium eſſe librarum* 12. *Dico quod trutina C dabit in lance pondus mercis* 12 *lib. ſi ex eâ fiat æquilibrium; eſt enim ut A C ad C B, ita permutatim æquipondium* 12 *ad mercem; ſed A C ipſi C B eſt æqualis; ergo etiam æquipondium* 12 *erit merci æquale, hoc eſt utrinque erit* 12 *lib. Similiter ſi fieret æquilibrium ex trutinâ D, eſſet ut A D* 3 *ad D B* 9, *ita* 12 *ad* 36. *Tandem trutinâ E æquilibrante, eſſet ut A E* 9 *ad E B* 3; *ita* 12 *ad* 4. *Si igitur trutina C notetur* 12 *numero, trutina D numero* 36, *trutina E numero* 4, *& idem de cæteris, ſtatim facile erit quodlibet pondus per hujuſmodi ſtateram exhibere. Unde videas contrario ab illis modo in noſtris ſtateris æquipondium totam haſtam percurrere, in illis verò manente æquipondio trutinam quodammodo per haſtam moveri.* Hæc ille.



Plures haſce trutinas ſic expoſitas, quaſi ſolidas anſas haſtæ infixas, quæ pro opportunitate apprehenderentur, nunquam

potui in animum inducere, ut mihi perſuaderem fuiſſe antiquis in uſu; cùm enim non poſſent ſummis digitis ſuſpendi ob nimiam mercis gravitatem, puta lib. 36 (& multò plurium, ſi ex F ſtatera penderet) manu fuiſſent validè apprehendendæ; quis autem non videt, quibus dolis obnoxia fuiſſet ſtatera ex leviſſimâ manûs inclinatione æquilibrium mentiente? Neque plicatiles fuiſſe hujuſmodi trutinas, videlicet funiculos foraminibus inſitos in diviſionum locis, exiſtimo, quia vel nimis frequentes eſſe debuiſſent, vel, niſi æquipondium fuiſſet leviſſimum, non potuiſſent, citrà venditoris, aut emptorum incommodum non leve, exhibere quæſitum pondus. Si enim (ut inſiſtam ratiocinantis Blancani veſtigiis) in D exhibentur libræ 36 mercis, in G exhiberentur libræ 60, quia ut AG 2 ad GB 10, ita æquipondium 12 ad mercem 60: quâ igitur ratione innoteſcere poterat pondus mercis, ſi deprehendebatur eſſe majus quidem libris 36, ſed minus libris 60? Et ſi æquilibrium fuiſſet inter F & G, pondus fuiſſet majus libris 60, minus libris 132: quàm latè igitur patuiſſet campus erroribus in tantâ ponderum differentiâ?

Quare ſi hoc ſtateræ genere utendum eſſet, in quâ manente æquipondio ſpartum percurreret jugi longitudinem, inſerenda potius eſſet haſta annulo ſolidè firmato, intrà quem haſta ipſa ultrò citróque promoveretur, donec haberetur æquilibrium; eâ enim ratione in minutiores particulas poſſet haſta diſtingui; & plurima eſſent ſparta, ſeu centra motûs. Aut etiam jugum parari poſſet craſſioris laminæ in ſpeciem, cujuſmodi eſſet MO, per cujus longitudinem ductâ inciſurâ ſeu crenâ SI excurrere poſſet axis exquiſitè cylindricus infixus anſæ



DE cujus anſæ extremitas in apicem E deſinens indicaret particulas in lineâ MO notatas. Verùm quia adversùs haſce ſtateras faciunt pleræque rationes mox contrà Blancani ſtateram afferendæ, propterea illas ut parùm aptas rejicio.

Et

Et primùm quidem difficile videatur, quâ ratione fieri poſſet, ut in C puncto medio indicetur mercis pondus lib. 12, ſi ex illo ſtatera ipſa eſt per ſe ſolam æquilibralis, ut Blancanus loquitur, poſitâ lance æqualis gravitatis cum æquipondio: Aſſumenda fuiſſet trutina quarta H, quia ut A H 4 ad H B 8, ita 12 ad 24, & ſubductâ gravitate lancis 12, reliquæ fuiſſent lib. 12 mercis. Hinc patet neque in D indicari pondus mercis lib. 36; hoc enim eſt pondus mercis & lancis ſimul ſumptarum; quare merx ſolum eſſet lib. 24; & ut haberentur mercis lib. 36, oporteret ſpartum accipere, quod haſtam divideret in partes, quarum proxima lanci eſſet 1, reliqua 4, quia ut 1 ad 4, ita 12 ad 48, & demptâ lancis gravitate lib. 12 remanerent mercis lib. 36. Sed illud à veritate longiſſimè abeſt, quod à Blancano additur, ex trutinâ E indicari mercem lib. 4. Immò addo nullum potuiſſe ibi fieri æquilibrium, & maximam partem illarum trutinarum futuram fuiſſe prorſus inutilem; nam ſi lanx A æquè gravis eſt ac æquipondium B, lanx cum merce gravior eſt æquipondio; igitur lanx cum merce in diſtantiâ majore, quàm ſit æquipondij diſtantia majora habet momenta quàm æquipondium, cum quo nunquam poterit æquilibrium conſtituere. Quare omnes trutinæ inter B & C, & ipſa trutina C inutiles ſunt, ſi lanx æqualis gravitatis ſit cum æquipondio B: propterea lancem multò leviorem eſſe oporteret, ut cum impoſitâ merce poſſet habere ad æquipondium Rationem reciprocam diſtantiarum à ſparto. Sed ſi lanx levior ſit æquipondio, ut inter C & B haberi poſſit æquilibrium; jam non omnes quidem; ſed aliquæ tantum trutinæ inter B & C inutiles evadent; ubi enim haſta dividitur reciproeè in Ratione gravitatū lancis, & æquipondij, ibi eſſet ſtatera per ſe ſolam æquilibralis, juxtà Blancani ratiocinium: igitur nulla trutina inter illud punctum, & B eſſet utilis; quia diminutâ æquipondij à ſparto diſtantiâ, ejus momenta decreſcunt, & auctâ lancis ab eodem ſparto diſtantiâ, ipſius lancis momenta augentur; igitur multò magis augentur facto ponderis in lance additamento; ac proinde fieri non poterit æquilibrium.

Verùm fortaſſe Author ille, cùm ſtateram dixit per ſe ſolam æquilibralem ex lancis, & æquipondij gravitatibus æqualibus, hoc tantùmmodo voluit (& ex ejuſdem verbis inferendum vi-

detur) ut æquipondium ultrà libras 12 ſibi peculiares, tantam prætereà haberet gravitatem, quæ ſi ſolitariè aſſumeretur, poſſet cum lance vacuâ æquilibrium facere in C: quo pacto lanx non eſſet lib. 12; ſed levior. Per hæc tamen non omne incommodum ſublatum eſſet, neque Blancani dicta conſiſterent; quia ſit lanx unius libræ, & item æquipondium ultrà libras 12 habeat libram unam; in C quidem eſſet æquilibrium cum merce lib. 12; quia merx cum lance, item æquipondium totum ſunt lib. 13. At facto æquilibrio in D, diſtantiæ eſſent ut 3 ad 9, igitur æquipondium ad mercem cum lance ut 13 ad 39; & ſubductâ lancis gravitate lib. 1, eſſet merx lib. 38, non verò 36. Sic in E facto æquilibrio, diſtantiæ eſſent ut 9 ad 3, igitur æquipondium ad mercem cum lance ut 13 ad 4 $\frac{1}{3}$, & lancis gravitate lib. 1. demptâ, eſſet merx lib. 3 $\frac{1}{3}$ non autem lib. 4. Et in ultima trutinâ prope B eſſet ut 11 ad 1, ita 13 ad 1 $\frac{2}{11}$, & lance ſublatâ lib. 1, eſſet merx lib. $\frac{2}{11}$, cum juxta Blancani ratiocinium deberet eſſe ſolum lib. $\frac{1}{11}$.

Deinde jugi brachia ſua habent gravitatis momenta, quæ pro variâ longitudine inæqualitatem ſubirent; & hæc in hujuſmodi ſtaterâ modò majora, modò minora eſſent, aliquando addenda lanci, aliquando æquipondio. Nam ſi ſpartum ſit in D, abſcindens quartam jugi partem, ſola brachij DB gravitas ſuſtinet in A pondus æquale gravitati totius jugi; ac proinde facto in D æquilibrio, pondus totum additum in A eſt non ſolùm triplum æquipondij, ut fert reciproca diſtantiarum Ratio; ſed eſt præterea æquale gravitati jugi. At ſi ſpartum in F abſcindat jugi partem duodecimam, non ſolùm pondus unâ cum lance eſt æquipondij undecuplum, ſed etiam quintuplum gravitatis jugi: & ſic de cæteris. Contra verò ſi quando æquilibrium fieret inter C & B, ex æquipondio demenda eſſet gravitas reſpondens momento brachij oppoſiti; tum ex reſiduo colligeretur gravitas lancis cum merce, & ſubductâ demùm lance, gravitas mercis innoteſceret. Sic in E facto æquilibrio, quia EB eſt quarta pars jugi, ex æquipondio B lib. 12 auferenda eſt gravitas jugi ex.gr. lib. 4, remanent lib. 8: igitur ut AE 3 ad EB 1, ita lib. 8 ad lib. 2 $\frac{2}{3}$: ſi demas pondus lancis, quæ utique valde levis eſſe debet, vide quanta gravitas ſit demùm tribuenda merci. At ſi lanx

adeò

adeò levis ſit, manifeſtum eſt, quantò plus mercis apponendum ſit, quando ſpartum à medio ſecedit verſus lancem A.

Quare patet genus hoc ſtateræ, ut pote parùm utile, rejiciendum, nec potuiſſe Antiquis uſitatum eſſe, quin facilè deprehenderetur erroribus non levibus obnoxium; cum præſertim oblongam fuiſſe haſtam (non utique leviſſimam) comminiſcatur Blancanus, & qui eum ducem ſequuti ſunt. Non negârim quidem poſſe à perito mathematico ita iniri rationes, ut certis mercium ponderibus ſua puncta in jugo inſcriberentur, in quibus æquilibrium fieret cum æquipondio manente in extremitate jugi: ſed hunc laborem ſubiiſſe antiquos Mathematicos, ut ſtateras carnem in macello vendentibus pararent, ſuaderi non poteſt; artificibus autem tantum fuiſſe induſtriæ, omnem fidem ſuperat. Ex his mihi certiſſimum videtur aliam prorsùs adhibendam eſſe Ariſtotelicis verbis interpretationem: Nam ponamus ſtateram illam, de quâ Ariſtoteles loquitur, planè ſimilem fuiſſe noſtræ ſtateræ, quis neget unam libram brachiorum inæqualium eſſe multas libras, hoc ipſo quod æquipondium in multis diſtantiis ab eodem puncto varias brachiorum Rationes conſtituit? ſunt autem plura ſparta, quia punctum idem diſterminans brachia varias Rationes habentia æquivalet multis, & quàm multas Rationes brachiorum definire poteſt, tàm multas conſtituit libras. Demùm quamvis lancis à ſparto eadem materialiter ſit diſtantia, non eſt tamen eadem formaliter, neque enim ſolitariè accipienda eſt, ſed comparatè cum diſtantiâ æquipondij à ſparto; ac propterea cum major æquipondij diſtantia ad eandem lancis & oneris diſtantiam majorem habeat Rationem, poteſt etiam dici tunc ſpartum eſſe lanci & oneri propinquius; nam ſi in unâ æquipondij diſtantiâ brachia ſint, ut 2 ad 5, & remoto æquipondio Ratio diſtantiarum ſit ut 2 ad 6, patet comparatè ad æquipondij diſtantiam, eſſe minorem priore poſteriorem hanc lancis à ſparto diſtantiam. Cùm itaque nulla hîc intercedat violenta interpretatio, nil prohibet exiſtimare Ariſtotelem de ſtaterâ noſtris non diſſimili locutum fuiſſe.

CAPUT

CAPUT X.

Libræ & ſtateræ uſus extenditur.

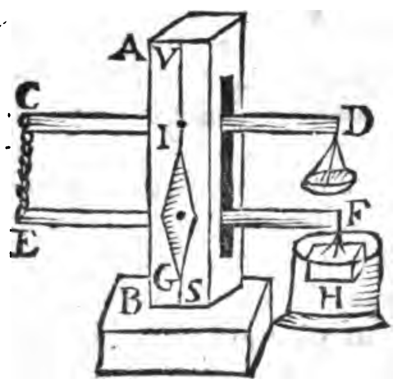
QUæ ſemel aliquem in finem excogitata ſunt, non ea ſunt, ut illis tantùm terminis coërceantur, ſed ad plura extendi poſſunt; & fundamentis poſitis alia ſuperſtrui licet, modò non deſit artificis induſtria atque ſolertia. Quos in uſus libra & ſtatera à vulgo deſtinentur, omnes nôrunt; ſed ad quos alios traduci poſſint, iis manifeſtum eſt, qui illarum naturam diligentiùs ſcrutati ſunt. Qua propter ut aliquâ ratione induſtriis artificibus præeam, qui ſimilia, & multò meliora comminiſci poterunt, pauca quædam hoc capite innuam, quibus libræ & ſtateræ uſus extenditur.

Diſtinctionis autem atque claritatis gratiâ, in plures propoſitiones caput hoc tribuere commodum accidet.

PROPOSITIO I.

Libram conſtruere, quâ innatantium ſolidorum in humido ſpecificam levitatem, & ipſorum humidorum ſpecificam gravitatem inveſtigare poſſumus.

ERigatur tigillus A B fulcro ritè inſtructus in B, ut firmiter conſtitui poſſit horizonti perpendicularis: transverſa juga duo C D, & E F bifariam æqualiter diviſa, & circà ſuos axes verſatilia inſerantur tigillo, prout opportunius fuerit, ita tamen, ut in eâdem perpendiculari lineâ V S ſint axes, & inferiori jugo addatur exteriùs axis capiti inſertus index G I, qui ubi convenerit cum perpendiculari lineâ V S in facie tigilli deſcriptâ,



ctâ, æquilibrium horizontale jugorum CD & EF indicet. Tum extremitates C & E vel ſolido, vel plicatili vinculo CE connectantur, & in D quidem addatur lanx; in C verò momentum plumbi, ut æquilibrium ſuâ gravitate conſtituant. Poſtquam in F adnexus fuerit ſtylus in triplicem cuſpidem deſinens, ut faciliùs deprimatur corpus ſolidum H infrà humorem, in quo levitat, addatur pariter in E aliquid plumbi, ut jugum EF in æquilibrio maneat; niſi fortè tanta ſit ipſius vinculi CE gravitas, ut plumbum addere non ſit opus. Demùm habeatur vas humore implendum, quod ſubjici poſſit extremitati F, unà cum ſolido H innatante.

Primò quæritur levitas ſolidi H in aquâ. Expendatur ſolidum H exactè in aëre librâ communi & conſuetâ; ejuſque pondus adnotetur: deinde imponatur vaſi aquæ pleno, ita ut ſolidum totum immergatur; id quod tunc ſolùm fiet, cùm lanci in D fuerit impoſitum pondus congruum, nam deſcendente D, aſcendit C, & ſecum trahit E surſum, ac proinde F deprimit ſolidum H infrà aquam. Ubi lingula GI indicaverit æquilibrium ſolido H aquæ prorſus immerſo, obſerva pondus lanci D impoſitum: hoc adde ponderi priùs invento ejuſdem ſolidi H in aëre; & pronunciabis, ut hæc ſumma ponderum ad pondus ſolidi in aëre, ita eſſe gravitatem ſpecificam aquæ ad gravitatem ſpecificam propoſiti ſolidi. Fuerit pondus in aëre unc. 20; additæ ſint in lance D unciæ 5; igitur ut 25 ad 20, hoc eſt ut 5 ad 4, ita gravitas ſpecifica aquæ ad gravitatem ſpecificam ſolidi.

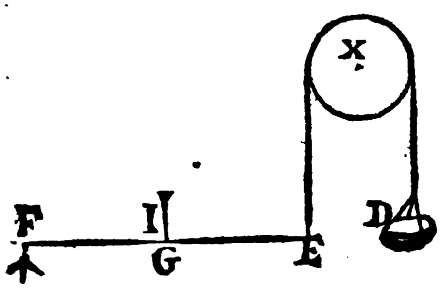
Veritas oſtenditur ex iis, quæ in Hydroſtaticis certa ſunt. Si enim ponamus aquæ gravitatem ad ſolidi H gravitatem ſecundùm ſpeciem eſſe ut 5 ad 4, emergit ex aquâ pars quinta ſolidi gravitans ut 4; reliquæ quatuor infrà aquam levitant ſingulæ ut 1, quæ eſt differentia ſpecificarum gravitatum: igitur pars quinta ſolidi extans eſt unc. 4, quia totum in aëre eſt unc. 20; & pars immerſa levitat tanto niſu, ut æqualis ſit contrario conatui unc. 4. Igitur ſi quinque partes demergantur, reſiſtent unciis quinque, quæ ſolido ſuperimponerentur; idem autem eſt, ſi unciæ quinque imponantur lanci D; eandem enim deprimendi vim habent. Si igitur ſolidum grave in aëre ut 20, levitat in aquâ ut 5, aquæ moles æqualis

eſt 25, atque adeò aqua ad ſolidum eſt ut 25 ad 20 ſecundùm gravitatis ſpeciem.

Secundò comparandi ſint humores, uter gravior ſit. Idem ſolidum H notæ gravitatis in aëre unc. 20, quod priori aquæ immerſum requirebat in lance D uncias 5, immergatur eodem modo alteri aquæ, ita, ut in lance ſint unc. 4. drachmæ 5: igitur ſolidi gravitati in aëre unc. 20. addantur unc. 4. drach. 5. & erit aquæ ſecundùm molem æqualis ſpecifica gravitas unc. 24 $\frac{5}{8}$; hæc ergo poſterior aqua ad priorem aquam eſt ut 197 ad 200.

Tertiò. Notâ ſolidi ſecundùm ſpeciem gravitate comparatâ cum gravitate ſpecificâ humoris, cognoſcere poſſumus alterius molis ejuſdem ſpeciei gravitatem in aëre. Sit cognita Ratio gravitatum ſecundùm ſpeciem ut 4 ad 5. Requiratur in lance D pondus unc. 8, ut infrà aquam deprimatur ſolidum. Fiat ut differentia ſpecificarum gravitatum 1, ad ſpecificam gravitatem ſolidi 4, ita unciæ 8, ad unc. 32: Eſt ergo ſolidum in aëre unciarum 32, & aquæ moles æqualis unc. 40.

Placeat fortaſſe alicui rem hanc aliter perficere. Libræ jugum EF ita firmetur in G, ut alteri extremitati E adnexus funiculus aſcendat orbiculo X circumvolutus, & appoſitâ lance D, atque in F ſtylo tricuſpide, omnia ſint æquilibrata, addito, ſi opus fuerit, in F plumbi momento: Pondus etiam lanci impoſitum ſurſum trahens E deprimit F, & pariter ſolidum ſubjecto humori innatans à ſtylo deprimitur, & immergitur.

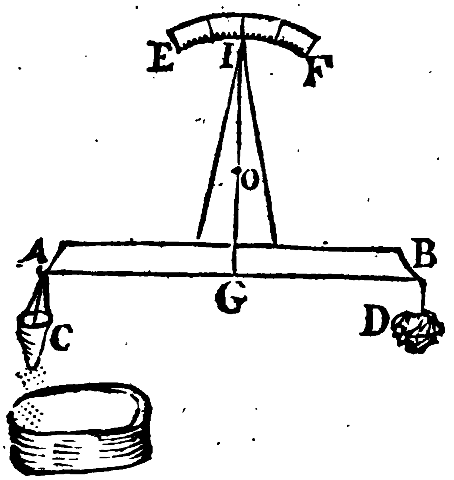


PROPOSI

Propositio II.

Horologium arenarium ex librâ conſtruere, quod horæ minuta indicet.

Jugum libræ æqualium brachiorum A B paretur, ſpartum O in ſuperiore loco habens: huic enim tantummodo libræ ſpeciei convenire poteſt æquilibrium obliquum. Lingulam O I habeat longiuſculam, quæ indicis munere fungi poſſit, & quam leviſſima ſit. Tum aſſumpta lanx, quæ figuram conicam æmuletur, in imâ parte, quâ apex deſinit, foramen habeat exiguum, ex quo poſſit ſenſim arena fluere; cujuſmodi ea eſt, quâ in vulgaribus horologiis arenariis utimur. Suſpendatur lanx ſeorſim à jugo, & impleatur arenâ, quæ in ſubjectum vas defluat ſpatio horæ unius: horâ elapsâ ſervetur arena, quam vas excepit, reliqua, quæ in lance, rejiciatur.



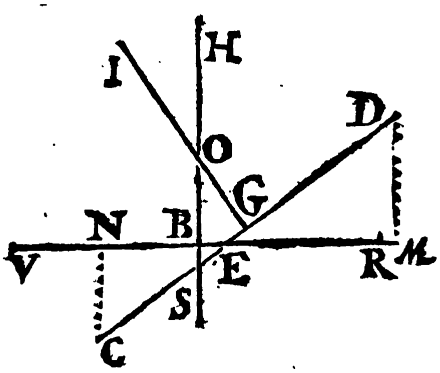
Sed quoniam ubi multum erat arenæ in lance, plus defluxit, quàm par eſt, iterum arena hæc vaſis ſubjecti in lancem infundatur, & toties experimentum repetatur rejiciendo reliquam, quoties opus fuerit, ut certi ſimus arenæ defluxum exquiſitè metiri unius horæ longitudinem.

Habitâ jam congruâ arenæ quantitas diligenter ſervetur, ne pereat aliquid illius, & novum laborem ſubire cogamur. Hujus arenæ gravitas examinetur librâ exactiſſimâ: item lancis cum ſuis appendiculis pondus inquiratur: quibus cognitis inter gravitatem ſolius lancis C vacuæ, & gravitatem lancis congruâ arenâ plenæ inveniatur terminus medio loco proportionalis, qui dabit gravitatem ponderis D ex oppoſito libræ brachio appendendi.

Demùm intervallo O I longitudinis lingulæ, quæ ſcilicet à ſparto incipit, deſcribatur vel in lamellâ, vel in craſſiore papyro ſextans circularis limbi E I F, qui diviſus in partes 60 ita aptandus eſt, ut lingula ſuo apice notata puncta percurrens medio puncto I congruat, ubi libræ jugum A B horizontale fuerit. Quare cum lingulæ apex I erit in E, declinabit lingula à perpendiculo angulo gr. 30: id quod pariter in oppoſitâ parte continget, quando lingulæ apex venerit in F.

Cum igitur jugum ſimiliter inclinari debeat, ut æquilibrium ſimiliter obliquum fiat hinc lancis C arenâ plenæ depreſſæ cum pondere D elevato, hinc ponderis D depreſſi cum lance vacuâ elevatâ; conſtat eandem eſſe oportere Rationem gravitatis lancis C arenâ plenæ ad pondus D, quæ eſt ponderis D ad gravitatem lancis vacuæ: Eſt igitur ponderis D gravitas medio loco proportionalis inter gravitates lancis vacuæ, & lancis plenæ. Sit deprehenſa gravitas lancis vacuæ pondo unc. 5 $\frac{5}{9}$, lancis autem cum arenâ unc. 18: igitur pondus D requiritur unc. 10.

Sed quærendum eſt, quantum diſtare oporteat ſpartum à lineâ jugi, ut fiat hujuſmodi æquilibrium obliquum gr. 30. Sit C D libra, & in C pondus unc. 18. in D unc. 10; & fiat æquilibrium ita, ut O I lingula faciat cum perpendiculo H S angulum H O I gr. 30. Ergo in S eſt centrum gravitatis, & eſt reciprocè ut pondus C ad pondus D, ita longitudo D S ad longitudinem S C: igitur quarum partium tota C D eſt 28, & C G 14, earum partium eſt G S 4. In triangulo igitur O G S rectangulo, G S eſt Sinus gr. 30, & G O eſt Sinus gr. 60; ac propterea ſi G S eſt 4, G O eſt 6. 928‴: tanta itaque debet eſſe diſtantia ſparti O à lineâ jugi.



Hîc autem obſervabis lineam jugi inclinatam, cum lineâ horizontali, quam ſecat, conſtituere angulum æqualem angulo declinationis lingulæ à perpendiculo; nam angulo lingulæ cum perpen

perpendiculari HOI æqualis eſt ad verticem angulus SOG: & quia horizontalis VR ſecat perpendiculum HS ad angulos rectos in B, duo triangula OGS, & EBS rectangula, & communem angulum ad S habentia, ſunt æquiangula, atque adeò angulò SOG, æqualis eſt angulus SEB, cui ad verticem æqualis eſt angulus DER, qui propterea æqualis eſt ipſi HOI.

Sed quoniam GS eſt 4, & GO eſt 6. 928‴, per 47. lib. 1. innoteſcit OS partium 7. 999‴ ex quâ aufertur OB æqualis ipſi GO (eſt enim diſtantia ſparti ab horizontali æqualis diſtantiæ ejuſdem ſparti à jugo) remanet BS partium 1. 071‴. In triangulis igitur SGO, SBE ſimilibus ut GS 4 ad SO 7. 999‴, ita BS 1. 071‴ ad SE partium 2. 142‴: remanet igitur EG partium 1. 858‴. Quare tota DE eſt partium 15. 858‴, angulus E in triangulo EMD rectangulo eſt gr. 30, ut oſtenſum eſt; igitur DM altitudo, ad quam elevatur pondus eſt partium 7. 929‴. Et ſimiliter quia EC eſt partium 12. 142‴, depreſſio NC eſt partium 6. 071‴. Ex quo habetur ſubjectum vas, quod cadentem arenam excipit, hoc ſaltem intervallo depreſſum eſſe infrà lancem pendentem ex jugo horizontali poſito.

Et ut ſubjecti vaſis longitudinem invenias, quâ poſſit cadentem arenam excipere, invenienda eſt diſtantia lancis à perpendiculo HS, & cùm in ſummâ depreſſione eſt, & cùm eſt maximè elevata: Cùm depreſſa eſt, diſtat intervallo BN, cùm horizontalis eſt, diſtat intervallo BV, cùm demùm eſt elevata, diſtat intervallo æquali ipſi BM. Sunt inveſtigandæ diſtantiæ BN & BM: Et quia in triangulo EMD rectangulo angulus eſt gr. 30, & Radius ED eſt partium 15. 858‴; Sinus Complementi EM eſt partium 13. 733‴. Et in ſimili triangulo ENC, quia EC Radius eſt partium 12. 142‴. Sinus Complementi EN eſt partium 10. 515‴. Et iterum in ſimili triangulo EBS, quia ES Radius inventus eſt partium 2. 142‴, Sinus Complementi EB eſt partium 1. 855‴. Itaque ex EN aufer EB, remanet BN 8. 660‴, ipſi verò EM adde EB, eſt BM partium 15. 588‴. Demum ex BM aufer BN, & reſiduum partium 6. 928‴ eſt longitudo, quam percurrit lanx aſcendendo, & eſt æqualis diſtantiæ ſparti à lineâ jugi; ac propterea vas

excipiendæ arenæ deſtinatum longitudinem habeat neceſſe eſt, quæ ſaltem ſit quarta pars longitudinis totius jugi, quæ ex datis eſt partium 28.

Hæc quæ hactenus dicta ſunt, eo conſilio attuli, ut ſi quis velit rem ex certâ ratione peragere, intelligat, quâ ſit illi utendum methodo: Cæterùm nemini author fuerim, ut hæc omnia calculis indagare eligat, cùm poſſit citrà laborem citiſſimè aſſequi propoſitum finem. Statutis enim ponderibus, ſcilicet lance, arenâ, & æquipondio (quod; ut dixi, medio loco proportionale eſſe oportet inter vacuam lancem, & lancem eandem cum arenâ) aſſumatur libræ jugum quodcumque, modò ſit æqualium brachiorum, & ſpartum in ſuperiore loco habeat, tùm adnexis hinc lance cum arenâ, hinc æquipondio, libra conſiſtat obliqua; & in plano Verticali libræ proximo notetur punctum, cui lingulæ apex congruit: deinde extractâ arenâ vacuam lancem relinquat, & librâ conſiſtente notetur pariter punctum in plano, quod apici lingulæ reſpondet; & hæc ſunt extrema puncta arcûs, qui à circumductâ lingulâ deſcribi poteſt in eodem plano verticali, & dividi in quæſitas partes 60, ut horæ minuta indicentur. Quò autem propius ad jugi lineam accedet ſpartum, & longior fuerit lingula, major quoque erit hujuſmodi arcus, & faciliùs in partes 60 dividetur. Vaſis demum longitudinem ipſa libræ poſitio duplex & cum arenâ, & ſine arenâ ſtatim oſtendet. Hîc verò ubi de arcûs diviſione in partes 60 ſermo eſt, liceat mihi diſſimulare partes illas, ſi res ſubtiliſſimè examinetur, non eſſe omninò inter ſe æquales; ſed in re Phyſicâ ſubtilitatem hanc perſequi inutile eſt.

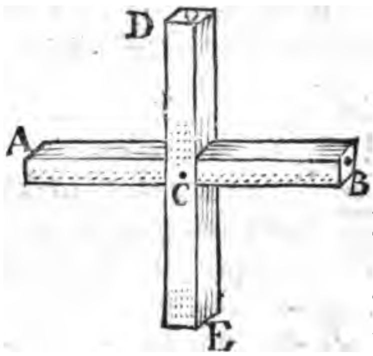
PROPOSITIO III.

Ex Libræ Rationibus aliquod Motûs perpetui rudimentum proponere.

HOc ſaxum jamdiu multi verſant; ſua cuique cogitata placent; quem corporibus tribuere nondum potuerunt artifices perpetuum motum, hunc ſibi vendicant Philoſophorum mentes inquietâ vertigine illius veſtigiis inſiſtentes; ſed nimis fugacem

fugacem nunquam aſſequentes. Liceat & mihi hîc aliquid proponere quaſi rudimentum naturæ motum perpetuum efficere condiſcentis. Videtur autem omninò certum, ut motus ſemel inſtitutus ſine fine perſeveret (ſeclusâ materiæ corruptione, quæ ævo confecta tabeſcit) opus eſſe alterno quodam virium incremento atque decremento, ut idem viribus auctis prævaleat, viribus diminutis minùs reſiſtat: propterea ſimpliciſſimam machinulam, quaſi duplicem libram æqualium brachiorum ad angulos rectos compactam aliquando excogitavi, in quâ alterna hæc viciſſitudo contingere poſſe videtur.

Scapi duo A B & D E ad angulos rectos in C compingantur, & ſit in C axis, circa quem facilè verſari poſſint: quia verò oppoſita brachia ex hypotheſi æqualia ſunt, & centrum motûs planè in medio congruens centro gravitatis ponitur, in quâcumque poſitione æqualibus momentis librata quieſcunt. Sint autem ſingula brachia tubi in morem excavata ab extremitate uſque ad decuſſationis locum æqualiter, ita tamen, ut ex uno brachio in aliud brachium ſivè oppoſitum, ſivè proximum nullus pateat exitus: extremum autem tubi oſculum congruâ cochleâ poſſit exquiſitè claudi. Hæc, inquam, omnia ea ſint, quæ æquilibrium in quâcumque poſitione conſtituant: id quod improbus labor accurati artificis aſſequi ſe poſſe non deſperat.



Duplici hac librâ ſic paratâ, ſingulis brachiis certa & omninò æqualis quantitas Argenti Vivi infundatur, aut major aut minor pro ratione magnitudinis & gravitatis tuborum, ita tamen ut non ſit immodica quantitas. Occluſis diligentiſſimè tuborum oſculis, erigatur D E ad perpendiculum.

Utique hydrargyrus in ſuperiore brachio D C totus quieſcit propè C, in inferiore brachio C E totus eſt in extremitate E: in brachiis autem C A & C B horizonti parallelis ſe æqualiter librat juxtà brachiorum longitudinem; quare libra tota manet immota, cum ſint hinc & hinc æqualia momenta, tùm ratione brachio

brachiorum æqualium, cùm ratione argenti vivi æqualis, & æqualiter ad motum diſpoſiti: illud verò quod eſt propè C, & propè E, non poteſt mutare æquilibrium, ut patet. Inclinetur extremitas B aliquantulum deorſum; illicò totùs hydrargyrus brachij CB confluit ad extremitatem B, contrà verò qui eſt in brachio CA, totus confluit propè centrum C: Facta eſt igitur libra inæqualium brachiorum, & æqualia argenti vivi pondera inæqualiter diſtant à centro motûs; ac proinde juxtà naturam libræ ſpartum in ipsâ jugi lineâ habentis extremitas B deſcendit quantum poteſt. Cum autem grave quodcumque ſponte ſua deſcendens acquirat impetum non ſtatim pereuntem, ſed qui adhuc juxta priorem directionem ad eaſdem partes ferat corpus grave etiam contra naturæ propenſionem, ut in perpendiculo aſcendente eſt manifeſtum, quid prohibeat extremitatem B hydrargyro prægravatam, ex concepto impetu dum deſcendit, vel, modicum quid tranſilire perpendicularem poſitionem ultrà punctum E? Id quod ſi accidat, extremitas D, dum tota libra convertitur, inclinata infrà horizontalem AB totum hydrargyrum habet non jam in C; ſed in D, quare & illa ſimili modo deſcendit, nam hydrargyrus, qui erat in E, elevato brachio CE ſupra horizontalem AB, totus confluit propè C: neque difficilis eſt deſcenſus; quia B, ubi tranſilierit perpendiculum DE, ulteriùs ex concepto impetu ſponte aſcenderet; ſed multò magis aſcendit ex impetu impreſſo brachij deſcendentis, à quo urgetur.

Fateor equidem in primâ converſione poſt quietem, hydrargyrum E reluctari, nec juvare quicquam ad motum; quia ſcilicet, cùm debeat aſcendere ex ſolo impetu impreſſo brachij CB deſcendentis, nihil confert ad motum, niſi quatenus E initio ſui aſcensûs modicum aſcendit, B verò initio ſui deſcenſûs multum deſcendit, ac propterea plus imprimi poteſt impetûs, ratione cujus, creſcente quamvis aſcenſuum menſurâ, habetur aliquid facilitatis ex prævio impulſu. Hinc eſt in primis converſionibus opus eſſe manûs adjumento, quæ ſurſum pellat infimum brachium CE: concepto autem jam impetu, nondum video, cur motus ceſſaturus ſit. Nam ſi nullâ factâ ponderum alternâ tranſlatione (quæ ſemper novum motûs principium affert) ſed ponderibus ſemper in extremitate brachiorum manentibus,

tibus, poſt aliquot converſiones externo impulſu factas ſponte ſua diu convertitur rota, aut etiam ſimplex ſcapus, non niſi ex impreſſo impetu tamdiu permanente, quidni perſeveret in motu, ſi in ſingulis converſionibus novum impetum concipiat? Sed hæc indicaſſe ſufficiat, ut ſaltem longiorem motum, ſi non perpetuum, quis aſſequi poſſit ſuo inſtituto atque propoſito opportunum: mihi enim ſatis eſt rationes libræ hujuſmodi commentatione aliquantò uberiùs explicare. Unum tamen hîc addere fuerit operæ pretium, videlicet, ſi non placuerit ſcapos AB & DE invicem ad angulum rectum compactos excavare, ſed ſolidos retinere volueris, poſſe ſingulis brachiis æquales tubulos hydrargyri quantitate æquali impletos adalligari, ita tamen, ut ſimilem brachij faciem contingant, ex quo fiet, ut ſint ipſi tubuli alternatim diſpoſiti, qui ſibi ex adverſo reſpondent, nimirum alter ſuperior, alter inferior, alter ad dexteram, alter ad ſiniſtram.

PROPOSITIO IV.

Dato unico pondere legitimo examinare bilance gravitatem multiplicem materiæ dividuæ.

Res eſt facilis, non tamen omittenda, ne fortè quis ſibi perſuadeat non niſi longiſſimâ operâ id perfici poſſe. Datum ſit unicum pondus legitimum, ex. gr. uncia, & oblata ſit materia dividua, quæ particulatim examinari poſſit, ut ſal, & cætera minuta. Non ſunt ſingulæ unciæ ponderandæ; ſed primò quidem fiat cum unciâ æquilibrium ſalis; deinde in lancem eandem cum pondere legitimo transferatur ſal; iterum cum alio ſale fiat æquilibrium, & hic in lancem ponderis refundatur, totiéſque ſimili methodo repetatur ponderatio, donec oblatæ materiæ plus quàm ſemiſſem exhauſeris; & adnota, quoties operam illam repetieris; tot enim termini in Ratione duplâ incipiendo ab unitate aſſumpti, & in ſummam redacti, dabunt gravitatem ſalis jam examinati. Sint ex. gr. decem termini; poſtremus eſt 512, cujus duplum demptâ unitate eſt ſumma omnium; ſunt igitur unciæ 1023, hoc eſt libræ 85 $\frac{1}{4}$. Quod re-

ſiduum eſt ſalis, iterum ſimili ratione examinetur, donec habeas plus quàm ſemiſſem illius reſidui; acceptíſque iterum tot terminis progreſſionis duplæ habebis ejus quantitatem: & ſic deinceps, donec totius propoſitæ molis pondus innoteſcat.

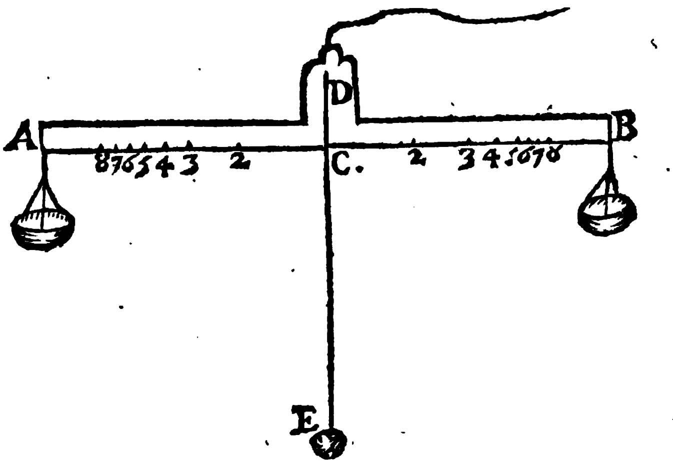
Quòd ſi certam ſalis menſuram extrahere ex totâ illa mole deſideras, ex. gr. libras tres, hoc eſt uncias 36, obſerva quot terminis progreſſionis duplæ proximè accedas ad propoſitam quantitatem, & erunt quinque termini, quorum poſtremus eſt 16, & tota ſumma 31. Quare operatio, ut ſuprà, quinquies repetenda eſt, & habentur unciæ 31: quibus ſepoſitis inquirantur unciæ 5 addendæ, nam duplici operatione ſingulas uncias accipiens in eandem lancem cum unciâ legitimâ repones, & facto demum æquilibrio reliquas tres uncias habebis, ut ſumma conficiatur 36. unc.

PROPOSITIO V.

Libram æqualium brachiorum conſtruere ad plura pondera tùm multiplicia tùm ſubmultiplicia ejuſdem æquipondij examinanda.

ILlud, in quo præſtat libræ ſtatera, eſt, quòd uno eodemque ſtateræ æquipondio plura pondera examinamus. Non diſſimile compendium invenire poſſumus in librâ æqualium brachiorum, quæ tamen ſpartum in ſuperiore loco habeat; hæc enim pro diversâ ponderum inæqualitate variam habet inclinationem, in quâ quieſcat obliquè poſita. Expedit autem ſpartum à lineâ jugi aliquanto intervallo diſtare. Sit ſcapus planus, in quo linea jugi recta AB bifariam dividatur in C; ex quo ad angulos rectos aſſurgat firmiter adnexa quaſi lingula CD, ita tamen, ut in D ſtatuatur Axis anſæ inſertus, circà quem verſanda eſt libra; & ex axe pendeat perpendiculum DE, cujus longitudo tanta eſſe debet, ut non ſit minor intervallo DA aut DB. Tum ex A ſumatur totius lineæ jugi AB tertia pars

A 2, quarta A 3, quinta A 4, ſexta A 5, & ſic deinceps, quatenus commodè fieri poterit: quæ eædem partes ex B in alterum brachium transferātur quàm accuratiſſimè. Demum ex A & B æquales lances pendeant, quæ æquilibrium conſtituant.



Hujus libræ uſus eſt ad multiplicia vel ſubmultiplicia pondera cum uno eodemque æquipondio comparata invenienda: Nam ubi æquipondium legitimum ſtatueris in lance B, mercem verò in lance A, ſi æqualitas intercedat, ita jugum manet, ut perpendiculum DE congruat puncto C: ſi merx major ſit æquipondiò, inclinatur deorſum lanx A, & perpendiculum DE ad angulos inæquales ſecans lineam jugi congruit alicui ex punctis notatis inter C & A, ſcilicet in 2. ſi fuerit dupla, in 3 ſi tripla, & ſic de reliquis: ſi demum merx fuerit minor æquipondio, lanx B inclinabitur, & perpendiculum DE congruet alicui ex punctis inter C & B notatis, indicabitque mercem eſſe æquipondij aut ſemiſſem, aut trientem, aut quadrantem, &c. Hinc ſi volueris plures uncias, aut unciæ partem aliquotam habere, ſtatue in B legitimum unciæ pondus; ſi verò plures libras, aut libræ partem aliquotam quæſieris, ſtatue in B libram legitimam. Verùm potiſſima hujus libræ utilitas ſe prodet, ubi dati ponderis, cujus gravitas ſecundùm legitimas menſuras ignota eſt, quæritur pars aliquota, aut illius multiplex pondus. Hujus autem libræ conſtructio innititur ſuperiùs dictis, & manifeſta eſt ratio, quia ex ponderum inæqualitate centrum commune gravitatis reſpondet jugi puncto, quod congruit perpendiculo pendenti ex eodem puncto ſuſpenſionis libræ.

Propositio VI.

Staterâ examinare pondus majus, quàm ipſa communiter ferat.

Certum eſſe pondus, quod unaquæque ſtatera ferat pro ratione ſuæ magnitudinis, & gravitatis æquipondij, omnibus manifeſtum eſt: & quidem ſi oblatum pondus dividuum ſit, explorari poteſt per partes ejus gravitas, ut tota demùm innoteſcat; ſed ſi moles quædam ſolida ſit, quæ ſe dividi non patiatur, ſtatera autem ſit impar tanto oneri, artificium aliquod adhiberi poteſt, quo gravitatem illam majorem hâc eâdem ſtaterâ inveſtigemus. Et primò quidem ponamus ſtateram ita fuiſſe conſtructam, ut lancis gravitas ſuis momentis æquet momenta brachij longioris, adeò ut, dempto æquipondio ſtateræ jugum conſiſtat in æquilibrio horizontaliter. Tunc certum eſt æquipondium ad onus eſſe reciprocè in Ratione diſtantiarum oneris, & æquipondij à centro motûs. Quare eadem ſtatera poterit quodammodò multiplex fieri, ſi nimirum æquipondium duplicetur, aut triplicetur; poterit enim duplex aut triplex pondus ſtaterâ examinari; ut, ſi proprium ſtateræ æquipondium ſit unius libræ, & brachium longius ſit brevioris brachij quindecuplex, examinari poterit pondus ut ſummum librarum quindecim; aſſumptum verò æquipondium novum bilibre habebit momentum æquale libris 30; ſi trilibre ſit novum æquipondium, momentum erit æquale libris 45; & ſic de reliquis, etiam ſi æquipondium hoc novum non eſſet ad antiquum omninò in Ratione multiplici; ſed in quâcumque alia Ratione etiam ſuper particulari, aut ſuperpartiente; ducto enim pondere novi æquipondij per numerum notatum in ſtateræ brachio, habebitur quantitas ponderis, quod poteſt examinari; ſic ſi æquipondium novum ſit ad antiquum ut unc. 20. ad unc. 12. ducto 20 per 15, fit pondus unc. 300, hoc eſt lib. 25, quibus novum æquipondium in extremitate ſtateræ poſitum æquivalet.

Verùm illud eſt incommodum, quòd hujuſmodi æquipondio majori non poſſumus exploratam habere gravitatem ponderis, ſi fortè gravitas æquipondij non ſit illius pars aliquota: nam

nam ſi novum æquipondium ſit bilibre, non indicabit numerum diſparem librarum ponderis in punctis libras denotantibus (ſed ſolummodo in punctis ſelibrarum) vel ſaltem ſingulas uncias non indicabit, quia omnes numeri in ſtaterâ notati duplicandi eſſent: ſimiliter dicendum de æquipondio triplici, quo adhibito omnes numeri triplicandi eſſent.

Propterea, ut huic incommodo occurratur, retineatur antiquum æquipondium in jugo ſtateræ, ſed ſimul novum æquipondium in jugi extremitate apponatur duplum, vel triplum, vel quadruplum antiqui æquipondij, prout proximè requiritur ad explorandam dati oneris gravitatem; tùm antiquum æquipondium in jugo ſtateræ admoveatur vel removeatur, quatenus opus fuerit ad æquilibrium conſtituendum. Nam ſi numerus librarum novi æquipondij ducatur per numerum omnium librarum, quas ferre poteſt ſtatera, huicque addatur numerus ab antiquo æquipondio indicatus, habebitur ipſa ponderis gravitas, quæ inquiritur. Proponatur pondus aliquod gravitatis ignotæ, quod ſtateræ lanci imponatur, & æquipondium antiquum ac proprium ſtateræ in extremitate poſitum non valeat pondus elevare ad æquilibrium; addatur æquipondium duplum, hoc adhuc impar eſt; addatur triplum, neque hoc ſatis eſt; addatur quadruplum, & hoc unà cum antiquo æquipondio in extremitate brachij poſito præponderans illud eſt, quod requiritur; manente enim novo hoc æquipondio quadruplo in extremitate, antiquum æquipondium admoveatur versùs ſpartum, & fiat æquilibrium in puncto lib. 7. unc. 9: quia ſtateræ numerus extremus eſt ex hypotheſi lib. 15, & æquipondium novum eſt lib. 4, jam ſunt lib. 60; adde lib. 7. unc. 9. tota gravitas ponderis quæſita eſt lib. 67. unc. 9.

At quæris, an eodem hoc artificio uti liceat in communibus ſtateris, quas noſtratibus artificibus conſtruere ſolemne eſt; in quibus nec ſtatera eſt per ſe ſolam æquilibris, nec æquipondij ſtateræ jugo ita innexi, ut inde pro libito auferri nequeat, gravitatem indagare poſſumus, ut æquipondium illius multiplex eligamus. Opportunè utique dubitas; nam pondus & æquipondium in vulgaribus ſtateris non ſunt omninò in reciprocâ Ratione diſtantiarum à ſparto, ut ſuperiùs ſuo loco dictum eſt. Propterea uti quidem poſſumus eodem artificio, ſed certâ ratio-

ne: quia enim antiquum æquipondium cum ſtateræ notis longè aliter ſe habet, ac in ſtaterâ ſuperiùs aſſumptâ, hoc retineatur, quod antiquum æquipondium indicabit gravitatem ponderis juxta notas, ſtateræ impreſſas; ſed æquipondium novum aſſumatur certæ ac notæ gravitatis proximè tàm ſubmultiplicis ponderis examinandi, quàm ſubmultiplex brachij longioris eſt brachium minus ſtateræ; & hoc æquipondium adnectatur non planè in ſtateræ extremitate, ſed in puncto, in quod cadit longitudo multiplex brachij minoris. Sit ex. gr. ſtatera communis, quæ elevet pondus lib. 15; ſed comparato breviore brachio cum longiore, hoc non eſt illius omnino quindecuplum; aſſumo, quoties aſſumi poteſt brachium minus, ex. gr. quaterdecies; & in illo puncto ſtatuendum erit novum æquipondium notæ gravitatis; & quoniam ſuſpicor propoſitam gravitatem non multum abeſſe à lib. 50, aſſumo æquipondium lib. 3. quæ in notato puncto æquivaleat libris 42 (nam ter 14 dant 42) & promoto versùs ſpartum antiquo æquipondio, fit æquilibrium in puncto lib. 5. unc. 3: erit igitur propoſita gravitas lib. 47. unc. 3. Id quod eſt manifeſtum, quia antiquum æquipondium cum notis ſtateræ impreſſis indicat gravitatem ponderis habitâ ratione momentorum brachij ſtateræ & cæterarum illius partium, quas ſemel attendere opus eſt; reliquæ gravitatis momenta non niſi ratione diſtantiarum conſideranda ſunt.

Quòd ſi plurium æquipondiorum ſupellectile careas, & urgeat neceſſitas ſtatim explorandi gravitatem illam majorem, obvium aliquod pondus, puta lapidem, vel quid ejuſmodi, ſtaterâ tuâ expende, ut ejus gravitas innoteſcat: hoc ſuſpende ex oppórtuno ſtateræ puncto, de quo dictum eſt, & ejus gravitatem duc per 14 (vel alium quemlibet numerum minorem aut majorem, prout opportuna ejus ſuſpenſio, aut ſtateræ longitudo feret) ut habeas gravitatem huic novo æquipondio reſpondentem: Cætera ut priùs abſolve. Non videtur autem neceſſariò monendus hîc lector poſſe plura nova æquipondia vel diverſæ, vel paris gravitatis, addi in diverſis diſtantiis à ſparto; ut ſi æquipondium lib. 3. in diſtantia 14, & aliud lib. 2 in diſtantia 11 ſimul apponantur, æquivalebunt lib. 42 & 22, hoc eſt libris 64; hæc enim clariora ſunt, quàm indigeant uberiori explicatione.

PROPOSI

PROPOSITIO VII.

Stateram parare ad minuſculas gravitates expendendas.

STateræ hujus jugum non differt à vulgaribus; ſed æquipondij & ponderis eſt contraria poſitio; pondus enim longiori brachio, breviori æquipondium adnectitur, & quò levius fuerit pondus, eò magis à ſparto removetur. Paretur jugum cum lance adnexâ, quæ ſuâ gravitate æquet momenta brachij longioris, & in perfecto æquilibrio conſiſtat. Tum brevioris brachij longitudo accuratè transferatur in brachium majus, quod minoris ſaltem decuplum vellem, & ſingulas partes iterum in decem minores particulas tribuerem, ut totum longius brachium in centum particulas diſtingueretur. Sit ſtateræ jugum AB ita in C à ſparto diviſum, ut CB ſit decuplex ipſius CA: ex A autem pendeat lanx D ſuâ gravitate æquè librans momenta brachij CB longioris; quod diſtinctum in longitudines decem æquales brachio minori CA, in ſingulis diviſionibus indicabit Rationem ponderis ad æquipondium. Collocetur enim æquipondium in lance D, pondus examinandum ſi leviuſculum ſit ita, ut ſerico crudo ſuſpendi poſſit, jugo CB imponatur, & à ſparto removeatur, donec fiat æquilibrium: nam ſi in primo puncto diviſionis conſiſtat, erit æqualis gravitatis cum æquipondio; ſi in ſecundo puncto, erit ſemiſſis gravitatis æquipondij; ſi in tertio, erit triens, ſi in quarto, quadrans, & ſic de cæteris. At ſingulis diviſionibus minori brachio æqualibus iterum in decem particulas diſtinctis, indicabitur gravitas à fractione, cujus numerator eſt 10, denominator eſt numerus particularum omnium, quæ inter ſpartum C & locum ponderis æquèlibrati intercipiuntur: ut ſi ex. gr. æquilibrium fiat in F, hoc eſt in tertiâ particulâ poſt duas integras diviſiones priores, jam ſunt particulæ 23; igitur pondus eſt $\frac{10}{23}$; ipſius æquipondij in D poſiti; ut conſtat ex eo, quòd ut diſtantia CF 23 ad



diſtantiam C A 10, ita æquipondium in D ad pondus in F $\frac{10}{23}$.

Hujus ſtateræ utilitas ſatis latè patet, quia non alligatur certo æquipondio, ſed in lance D ſtatui poteſt ſivè drachma, ſivè uncia, ſivè libra, & ponderis minoris gravitas examinabitur; quæ quidem habebitur ſecundùm Rationem partis ad aſſem, ſed deinde ad certam ponderis menſuram, ſivè ſcrupula, ſivè grana revocabitur.

Quòd ſi pondus examinandum non facilè ſuſpendi poſſit ſerico crudo, ut dictum eſt, paratam habeto lancem minuſculam, cui imponi poſſit pondus; & demùm facto æquilibrio, gravitate ponderis inventâ, atque ad homogeneam cum æquipondio menſuram redactâ, ſubducenda eſt hujus lancis cum ſuo funiculo gravitas, ut ſola ponderis impoſiti gravitas habeatur. Ex quo patet adhibitâ hujuſmodi lance, quæ percurrat ſtateræ jugum, poſſe expendi gravitatem multò minorem: propterea lancis hujus gravitas minor eſſe deberet, quàm ſubdecupla gravitatis æquipondij impoſiti lanci D, ut in extremo ſtateræ puncto B fieri poſſet æquilibrium: verùm ſi æquipondium in D ſit uncia, aut aliquid unciâ minus, majus tamen decimâ ejus parte, ſatius fuerit lancem illam excipiendo ponderi deſtinatam eſſe decimam unciæ partem.

Ponatur enim æquipondium uncia, lanx ponderis curſoria $\frac{1}{10}$ unciæ: impoſitum pondus faciat æquilibrium in F puncto particulæ 23: eſt igitur pondus cum ſuâ lance $\frac{10}{23}$ unciæ, aufer ratione lancis $\frac{1}{10}$ unciæ, reſiduum $\frac{77}{230}$ unciæ eſt gravitas ponderis; hoc eſt ſcrupulorum 8. Similiter fiat æquilibrium in puncto 99; ergo pondus cum lance eſt $\frac{10}{99}$ unciæ; aufer $\frac{1}{10}$, reſiduum eſt $\frac{1}{990}$ unciæ, quod eſt leviſſimum pondus paulò majus ſemiſſe grani. Si in parte 98, pondus erit $\frac{1}{490}$ unciæ, hoc eſt grani $1\frac{1}{6}$, ſi in puncto 97, pondus erit $\frac{3}{970}$ hoc eſt ferè grani $1\frac{4}{9}$: & ſic de cæteris.

PROPOS.

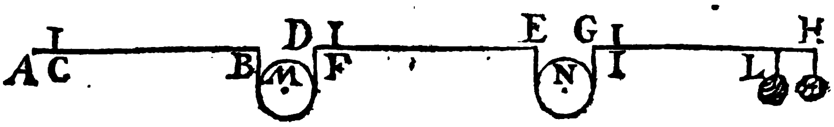
PROPOSITIO VIII.

Ad ingentia onera examinanda ſtateras communes componere.

SI opportunas ſtateras parare oporteret ingentibus oneribus examinandis pares, cujuſmodi eſſet æs campanum, aut bellicum tormentum majus, eas eſſe debere aut longiſſimas, aut immani æquipondio inſtructas, manifeſtum eſt. Fac enim tormentum eſſe lib. 17000 circiter, & ſtateram habere uncialem diſtantiam ſparti ab extremitate, cui pondus adnectitur, æquipondium verò eſſe lib. 25; utique ut 25 ad 17000, ita uncia pedis ad uncias 680, hoc eſt pedes 56. unc. 8: atque adeò tota ſtatera eſſet ped. 56 $\frac{3}{4}$ ut minimum: cui longitudini ſi congrua craſſities reſpondeat, an non machinâ opus eſt, ut ſola ſtatera transferatur? præterquam quod ipſa longioris brachij gravitas momenta non exigua haberet. Quòd ſi, ut non paucis ſolemne eſt, ita trabem ex mediâ longitudine ſuſpendas, ut æquilibris maneat, tùm alteri extremitati propoſitum onus adnectas, oppoſitæ autem extremitati plura minora pondera adjicias, donec æquilibrium fiat, quorum ſingulæ gravitates in ſummam redactæ propoſiti oneris gravitatem manifeſtam reddant, non ſolùm methodus hæc artificio caret, ſed & falſitatis periculo non vacat, incertum quippe eſt an trabis centrum gravitatis planè in mediâ longitudine ſit, cùm pars radici proxima gravior ſit reliquâ, ac proinde libra ſit inæqualium brachiorum, quæ cenſetur æqualium.

Satius igitur fuerit ſtateras plures minores componere, ut indicatum eſt lib. 2. cap. 7, quàm ingentem ſtateram conſtruere. Aſſumantur tres ſtateræ AB, DE, GH, quarum brachium minus ſit majoris ſubdecuplum, & ita omnes ex ſuperiore loco ſuſpendantur, ut orbiculi M & N facilè verſatiles inferiùs firmati excipere poſſint funiculos BMD, & ENG, quibus extremitates junguntur: ex quo fiet, ut dum H vi æquipondij deprimitur, extremitas E, atque extremitas B pariter deprimantur, pondus verò in A ad-

nexum elevetur. Motus autem ſtaterarum non ſunt æquales: nam ſicut depreſſio ipſius H eſt decupla elevationis ipſius G,



cui elevationi æqualis eſt depreſſio extremitatis E, ita hæc ejuſdem E depreſſio decupla eſt elevationis ipſius D: quare depreſſio H eſt centupla elevationis D; ac propterea quia depreſſio B æqualis elevationi D eſt decupla elevationis A, depreſſio æquipondij in H eſt millecupla elevationis ponderis in A conſtituti. Ex quo ſequitur æquipondium in H æquivalere ponderi millecuplo, quod in A appendatur. Igitur æquipondium lib. 17 æquivalebit ponderi lib. 17000.

Quod autem hactenus de ſtateris æqualibus dictum eſt, etiam de inæqualibus dictum intelligatur, componendo Rationes, quas ſingularum ſtaterarum brachia habent. Hinc ſi Ratio A C ad C B ſit 1 ad 10, Ratio D F ad F E ſit 1 ad 8, Ratio G I ad I H ſit 1 ad 12, Ratio compoſita eſt 1 ad 960, quæ poteſt intercedere inter æquipondium & onus. Hinc manifeſtum eſt plures addi poſſe ſtateras, quot opus fuerit, quocumque tandem ordine collocentur; ſive ſecundùm rectam lineam, ſive invicem parallelæ, prout commodius accidet, & loci opportunitas feret.

Si ſtateræ iſtæ fuerint ita conſtructæ, ut jugum dempto æquipondio æquilibre ſit, quia extremitas brachij minoris gravitate tantâ prædita eſt, ut gravitati longioris brachij æquipolleat, res planiſſima eſt, quia ſola brachiorum longitudinis Ratio attendenda eſt; & præterea æquipondium in H augeri poſſet, aut minui. Immò hîc etiam adhiberi poſſet artificium, de quo prop. 6. dicebatur, addendo novum æquipondium certæ gravitatis, ut ſi præter æquipondium H etiam eſſet L lib. 2; quod in puncto jugi ſeptimo æquivaleret ponderi ſeptingenties majori, ~~hoc eſt~~ lib. 1400. Quâ methodo addi poſſunt etiam plura æquipondia in punctis jugi diverſis: quod ſanè eſſet egregium

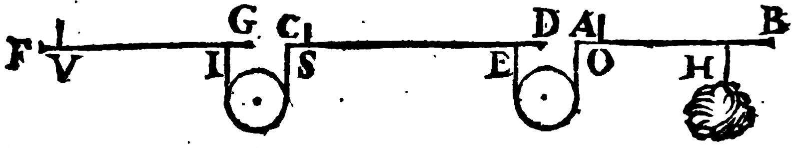
gium compendium, & ut plurimum duabus ſtateris ponderatio ipſa perficeretur.

At ſi ſtateræ cujuſque jugum non fuerit æquilibre, contemnenda non eſt brachij longioris gravitas, ut dati ponderis gravitas ritè examinetur: Nam ſemiſſis gravitatis brachij I H in extremitate H conſtitutus æquivalet ponderi decuplo in G minùs gravitate ſemiſſis brachij I G. Igitur perinde eſt, atque ſi hujuſmodi pondus additum fuiſſet in E, ubi habet momentum decuplum æqualis ponderis in D, & centuplum æqualis ponderis in A. Quare momentum brachij I H eſt ut 50, & momentum I G ut $\frac{1}{2}$, atque adeò momentum ut 49 $\frac{1}{2}$ intelligitur additum in E, quod propterea comparatum cum extremitate A habet momentum ut 4950. Sic momentum gravitatis F E comparatum cum extremitate A eſt ut 495; & momentum brachij C B eſt ut 49 $\frac{1}{2}$. Tota igitur momentorum, quæ ex brachiorum gravitate oriuntur (ſi illa æqualiter ducta intelligantur) ſumma eſt 5494 $\frac{1}{2}$, ſive ſint unciæ, ſive libræ, prout ſtaterarum moles requirit. Id quod quia ægrè innoteſcit, ſi jugum non fuerit æquabiliter ductum, idcircò expeditius fuerit ſtateris ritè diſpoſitis, ac dempto æquipondio, addere in A tantum gravitatis, ut juga ſint horizonti parallela (cujus paralleliſmi indicium potiſſimum dabit extremæ ſtateræ lingula, quæ plus cæteris movetur) quæ gravitas ubi innotuerit, addenda erit gravitati, quam deinde æquipondium indicabit, cùm onus ipſum in A additum fuerit. Sic pone momenta illa 5494 $\frac{1}{2}$ eſſe uncias, hoc eſt lib. 457. unc. 10 $\frac{1}{2}$, & expendendo onus additum in A, æquipondium librale H indicet æquilibrium in puncto ſeptimo, hoc eſt lib. 700, addantur lib. 457. unc. 10 $\frac{1}{2}$, erit tota oneris gravitas lib. 1157. unc. 10 $\frac{1}{2}$.

Verùm quia vulgares ſtateræ, quibus communiter utimur ad majorum ponderum gravitatem examinandam, non ita ſunt fabrefactæ, ut brachium longius in partes aliquotas minori brachio æquales diſtinguatur, propterea minoris brachij longitudo, quoties fieri id poterit, transferatur in brachium longius, ut inveniatur punctum, cui adnectendus eſt funiculus, quo cum alterius proximæ ſtateræ extremitate connectitur. Sed antequam opus aggrediaris, amoto æquipondio ſecundæ & ter-

Tt 2

tiæ ſtateræ, vide quantum ponderis ſingulæ, quantum connexæ requirant ad æquilibrium cum longiore brachio, ut innoteſcat, quantum adhuc gravitatis oneri tribuendum ſit, præter illam, quæ ab æquipondio indicatur.



Sit ex. gr. ſecunda ſtatera C D, cujus brachium longius S D æquivaleat lib. 42, & tertiæ ſtateræ F G longius brachium V G æquivaleat libris 37. Ponamus tertiæ ſtateræ (cui onus erit adnectendum) brachium minus F V duodecies contineri in longiore brachio uſque ad I, ubi funiculus connectit illud cum extremitate C ſecundæ ſtateræ. Item ſecundæ ſtateræ C D brachium minus C S tredecies ſumi poſſit in brachio longiore uſque ad punctum E, ubi illam funiculus connectit cum primæ ſtateræ extremitate A. Igitur quia momentum brachij S D æquivalet libris 42 ex hypotheſi, & intelligitur tranſlatum in I, ubi duodecuplo velociùs movetur quàm punctum F, ducantur lib. 42 per 12, & æquivalet libris 504, quibus addenda ſunt momenta brachij V G lib. 37, & ponderi invento ex æquipondio demum addendæ erunt lib. 541. Jam ſtatuamus æquipondium H primæ ſtateræ A B conſtituere æquilibrium in puncto indicante libras 14: perinde igitur eſt, atque ſi libræ 14 ponerentur in E; & quia E S ad S C eſt ut 13 ad 1, libræ 14 in E æquivalent ponderi in C librarum 182, quæ in I poſitæ (quia I V ad V F eſt ut 12 ad 1) æquivalent ponderi in F librarum 2184. Quod ſi punctum illud, in quo æquipondium H conſiſtit, non eſſet nota librarum ſimplicium 14; ſed ponderum, quæ ſingula libras 25 continent (ut nobis Italis præſertim in Galliâ Ciſalpinâ ſolemne eſt) utique onus in F adnexum eſſet lib. 54600, quibus adhuc addendæ eſſent libræ 541, propter momenta brachiorum ſecundæ & tertiæ ſtateræ, & eſſet tota gravitas lib. 55141.

At ſi ſtateras communes habeas, nec poſſis æquipondia jugo inſerta amovere, ut inquirere poſſis momenta gravitatis brachij longioris,

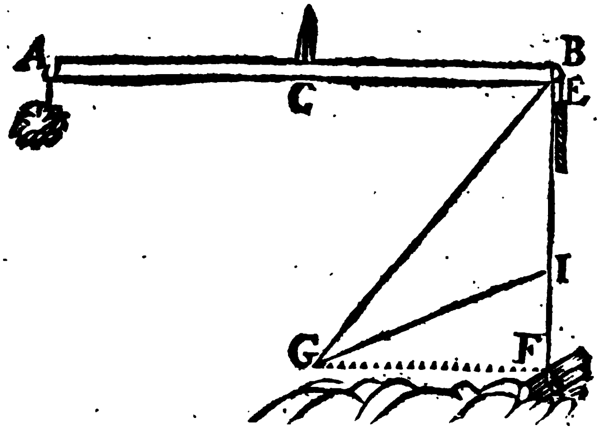
longioris, hoc unum in ſecundâ, & in tertiâ ſtaterâ, aut etiam pluribus, ſi opus fuerit, obſerva, quoties nimirum brachium minus in longiore contineatur, ut punctum I & E innoteſcat, quod cum proximæ ſtateræ extremitate C & A connectendum eſt : in ſingulis autem ſtateris ſua æquipondia admoveantur, vel removeantur, donec fiat æquilibrium. Non eſt autem neceſſe ſingulas ſtateras inſculptas eſſe notis homogeneis gravitatum ; prima enim AB poteſt habere notas indicantes quartam partem Centenarij, hoc eſt lib. 25, ſecunda verò & tertia poſſunt indicare tantum ſingulas libras cum ſuis unciis. Fac enim conſtituto æquilibrio, æquipondium H eſſe in puncto pond. 9. lib. 7. duc 9 per 25, & ſunt lib. 225, & additis lib. 7, ſunt lib. 232 ; quæ ducuntur primò per Rationem ſecundæ ſtateræ 13 ad 1, & fiunt 3016, quæ ductæ per Rationem tertiæ ſtateræ 12 ad 1, dant demum lib. 36192. Deinde æquipondium ſecundæ ſtateræ CD ſit in puncto lib. 7. unc. 8 : hæ ducendæ ſunt per Rationem tertiæ ſtateræ 12 ad 1, & fiunt lib. 92. Demum æquipondium tertiæ ſtateræ indicet lib. 5. unc. 6, addantur hi tres numeri 36192, 92, & 5. unc. 6 ; tota gravitas oneris in F adnexi erit lib. 36289. unc. 6.

Ideò autem inquirenda dixi puncta I & E, ut longitudines VI & SE ſint multiplices longitudinum brachiorum minorum FV & CE, atque fractionum moleſtia evitetur. Cæterùm ſi volueris extremitates ipſas G & D cum extremitatibus C & A connectere, omnino licebit, ubi innotuerit, quota pars brachij minoris ſit IG & ED. Nam ſi Ratio DS ad SC deprehendatur ut $13\frac{2}{5}$ ad 1, Ratio autem GV ad VF ut $12\frac{3}{4}$ ad 1, gravitas indicata ab æquipondio H ducenda primùm erit per $13\frac{2}{5}$, deinde numerus productus per $12\frac{3}{4}$ ductus dabit quæſitam oneris gravitatem reſpondentem æquipondio H, quod, ex hypotheſi ſuperiùs conſtitutâ, indicans pond. 9. lib. 7, hoc eſt lib. 232, monet ducendas libras 232 per $13\frac{2}{5}$, & fit $3108\frac{4}{5}$, qui numerus ducatur per $12\frac{3}{4}$, & fiunt lib. $39637\frac{1}{5}$. Deinde æquipondium ſecundæ ſtateræ poſitum in puncto lib. 7. unc. 8 indicat has ducendas per $12\frac{3}{4}$, & erunt lib. $97\frac{3}{4}$: quibus ſi addatur numerus primæ ſtateræ, & numerus quem dat tertia ſtatera lib. 5. unc. 6, ſumma erit omnino lib. 39740. unc. 5.

PROPOSITIO IX.

In librâ brachiorum æqualium poſſe non æqualia eſſe ponderum æqualium momenta.

SIt libra AB, cujus centrum C, prorſus in medio, jugum in brachia dividat æqualia: ſint autem in brachiorum extremitatibus annuli vel unci, quibus adnectendâ ſunt pondera, quæ aſſumantur gravitatis exquiſitè æqualis, computatâ etiam funiculorum gravitate. Sed alterum quidem pondus D unco adnectatur unâ cum ſuo funiculo; alterius verò ponderis E funiculus ſuâ extremitate inferiùs in F paxillo alligetur, & tranſiens per annulum, vel uncum ſuſpendat connexum pondus E. Experimento diſces pondus E ſemper prævalere æquali ponderi D, ſi per annulum vel uncum funiculus liberè valeat excurrere, deſcendente ipſo pondere E.



Sed rei primâ facie admiratione dignæ cauſam inquirenti illa ſe ſtatim offert, quæ Machinalium motionum cauſa à nobis affertur; quia videlicet pondus E deſcendens duplo velociùs deſcendit, quàm pondus D aſcendat; ubi enim pondus E venerit in F, extremitas libræ B ibi conſiſtet, ubi duplicatus eſt funiculus, mediâ nimirum viâ; atqui extremitas A non niſi tantumdem aſcendit, & cum eâ pondus D; igitur pondus E velociùs deſcendens potiora habet momenta, nec erit æquilibrium, niſi pondus E ſit ponderis D ſubduplum.

Cave tamen exiſtimes ſemper eſſe motuum Rationem duplam; id enim tunc ſolùm accidit, cum funiculus extentus eſt horizonti

horizonti perpendicularis, cujuſmodi eſt FE: at ſi fuerit inclinatus, non eſt eadem motuum Ratio, ſed ut duplex funiculi GE longitudo ad altitudinem perpendicularem EF, ita ſe habet motus ponderis E ad differentiam, quâ excedit motum ponderis D, ſeu depreſſionis libræ B. Sit funiculus GE, altitudo perpendicularis, per quam deſcendit pondus E, ſit EF; diſtantia GF: deſcendente pondere E, ubi hoc attigerit planum horizontale in F, funiculus, qui erat GE, factus eſt GIF; igitur libra deprimitur uſque in I, & eſt IF differentia motuum EF & EI.

Quare cùm GI ſit GE minùs IF, quadratum GI æquale eſt quadrato GE plus quadrato IF, minùs rectangulo ſub GE & IF bis comprehenſo. At eidem quadrato GI æqualia ſunt quadrata IF & GF ſimul ſumpta ex 47. lib. 1: propterea auferatur utrinque quadratum IF, & remanet quadratum GE, minùs rectangulo bis ſub GE & IF comprehenſo æquale quadrato GF: Addatur utrinque rectangulum ſub GE & IF bis, & utrinque dematur quadratum GF, & eſt quadratum GE minus quadrato GF (hoc eſt quadratum EF ex 47. lib. 1.) æquale rectangulo bis ſub GE & IF. Igitur ex 17 lib 6. ut bis GE ad EF, ita EF ad IF. Ponderis itaque motus deorſum EF comparatus cum aſcenſu ponderis D, eſt ad differentiam motuum IF, ut duplex longitudo funiculi GE ad altitudinem perpendicularem EF, per quam deſcendit pondus E.

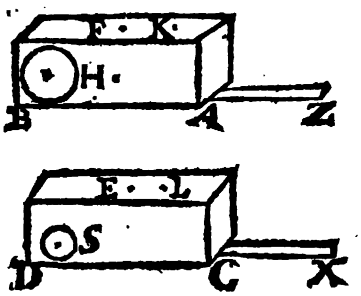
Ex quo ulteriùs colligitur, quò obliquior eſt funiculus, eò minorem eſſe differentiam IF, ac propterea minorem eſſe Rationem deſcenſûs EF ad aſcenſum ponderis oppoſiti, ideóque etiam minus habere virium ad prævalendum. Hinc ex diverſâ funiculi longitudine & obliquitate, ſi æquilibrium fiat, licebit arguere ipſam ponderum inæqualitatem, ratione habitâ motuum reciprocè ſumptorum; qui motus cum habere non poſſint Rationem multiplicem majorem duplâ, ut conſtat funiculi ipſius flexionem conſideranti, neque pondus D poteſt eſſe minus pondere E, neque eodem majus quàm duplum, ſi fiat æquilibrium; minus autem erit quàm duplum, ſi funiculus ſit obliquus, & ex motuum differentiâ, quæ ſingulas funiculi obliquitates conſequeretur, etiam ipſa ponderum inæqualium differentia infertur.

PROPOSI

PROPOSITIO X.

Æqualia pondera ſimilis figuræ, ſed diverſæ ſubſtantiæ, ſimilibus & æqualibus pyxidibus incluſa diſcernere.

SInt duo globi, alter ferreus H, alter argenteus S, incluſi æqualibus & ſimilibus pyxidibus AB & CD ita æqualis ponderis, ut pyxides vacuæ librâ examinatæ æquiponderent, & adjecti globi pariter ſint æquales ratione ponderis, quamvis moles inæquales ſint, major enim eſt ferreus, minor argenteus. Oporteat igitur diſcernere, utra pyxis argenteum globum contineat.



Singularum pyxidum longitudo bifariam dividatur in F & E, ex quibus punctis fiat ſuſpenſio; quâ factâ utique deſcendent extremitates B & D. Addantur tum in A, tum in C pondera, ut fiat æquilibrium. Pondus majus indicabit ibi eſſe globum argenteum. Vel ſi unico æquipondio uti placeat, invento æquilibrio unius pyxidis, idem æquipondium ad alteram pyxidem transferatur: ſi enim appoſita extremitas præponderet, ibi eſt argentum, ſi ſurſum attollatur, ibi eſt ferrum. Manifeſta autem eſt ratio, quia majoris globi centrum gravitatis propius eſt medio pyxidis, ex quo fit ſuſpenſio, ac propterea minus habet momenti, quàm minor globus, cujus centrum magis diſtat.

Quamvis verò ſuſpenſio facta fuerit ex medio, nihil refert, etiamſi ad alterutram extremitatem accedat ut in K, dummodo æqualis aſſumatur diſtantia in L; eadem enim ſemper ratio pro inæqualitate momentorum militat, inæqualis ſcilicet diſtantia centrorum gravitatis.

At ſi non ea eſſet pyxidum longitudo, ut extremitatibus A & C facilè adnectatur æquipondium, aſſume regulam BZ longiorem ipsâ pyxide, eamque alliga funiculo per K tranſeunte, & in Z æquipondium ſtatuatur: deinde regulam eandem ſimiliter alliga alteri pyxidi, ut ſit DX, & funiculus per L tranſeat:

nam

nam idem æquipondium in X ſi nimis leve ſit, indicat ibi argentum eſſe; id quod pariter indicabit æquipondium majus faciens æquilibrium.

Quòd ſi pondus idem utrobique faceret æquilibrium, indicio eſſet aut incluſa corpora non eſſe ſecundùm molem ſimilia, aut ſi ſimilia fuerint non eſſe in pyxidibus ſimiliter poſita in extremitate, contrà hypotheſim. Id quod ut deprehendas, ita pyxides converte, ut ad latus conſtituatur pars, quæ priùs erat infima; tunc enim ponderis aliqua diverſitas apparebit. Si autem adhuc æquilibrium conſtituatur, minorem molem ita ex arte collocatam fuiſſe, ut centrum gravitatis æqualem diſtantiam habeat à puncto ſuſpenſionis, ac moles major in alterâ pyxide, manifeſtum eſt. Tunc igitur utraque pyxis intrà aquam ponderanda eſt; quæ enim minùs gravis apparebit, continet argentum; hoc quippe minus ſpatij occupans quàm ferrum, majori aëris moli in pyxide locum relinquit: major autem aëris moles plus deterit ponderis pyxidi intra aquam: pyxidum ſcilicet moles ponuntur æquales.

CAPUT XI.

Fundamenta præmittuntur ad explicandum, cur gravia ſuſpenſa modò præponderent, modò æquilibria ſint.

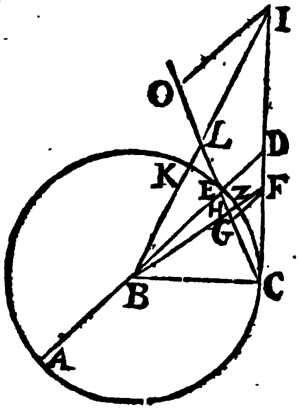
LOcus hic eſt obſtrictam non ſemel in ſuperioribus fidem liberandi, cùm me oſtenſurum ſuſcepi in corporibus ſuſpenſis aliquando minùs gravia gravioribus prævalere, nec tamen ullum libræ aut Vectis veſtigium deprehendi, neque motum propriè circularem tribui poſſe potentiæ moventi, quæ vi ſuæ gravitatis juxtà directionis lineam deorſum conatur, atque movetur motu recto, ſurſum aſcendente rectâ corpore graviore, quod per vim elevatur. Sed ut res tota capite ſequenti clariùs & breviùs explicari valeat, propoſitiones aliquot hîc lemmatum loco præmittendæ videntur, & problemata, quibus cer-

ta methodus præſcribatur, ut pro inſtituto corpora ipſa gravia eligantur, atque ſuis quæque locis diſponantur.

PROPOSITIO I.

Exceſſus ſecantis cujuſcumque anguli ſupra Radium, minor eſt Tangente ejuſdem anguli.

SIt datus angulus quilibet DBC, ejus Tangens DC, ſecans BD, & exceſſus ſecantis ſupra Radium DE. Dico DE minorem eſſe Tangente DC. Ducatur recta CE dato angulo ſubtenſa faciens angulos ad baſim æquales ex 5. lib. 1. ac proinde acutos: igitur angulus DEC complementum ad duos rectos eſt obtuſus, & maximus in triangulo DEC, ac propterea ex 19. lib. 1. maximum latus eſt, quod illi opponitur, nimirum Tangens DC.



PROPOSITIO II.

Cujuſlibet anguli Tangens eſt media proportionalis inter exceſſum ſecantis ſupra Radium, & aggregatum ex Radio & ſecante ejuſdem anguli.

DAtus ſit idem angulus DBC, Tangens DC, exceſſus ſecantis DE: producatur recta DB uſque in A, & eſt recta DA aggregatum ex Radio BA & ſecante BD. Dico Tangentem DC eſſe mediam proportionalem inter ED & DA. Cùm enim ex 36. lib. 3. rectangulum ſub ED & DA æquale ſit quadrato, quod à Tangente CD deſcribitur, per 17. lib. 6. ſunt tres continuè proportionales ED, DC, DA.

Hinc ſequitur exceſſum ſecantis ſupra Radium ad aggregatum ex Radio & ſecante habere Rationem duplicatam Ratio-

nis,

nis, quam idem exceſſus habet ad Tangentem, hoc eſt, ſe habere ut quadratum E D ad quadratum D C, ita E D ad D A; igitur & dividendo ut quadratum E D ad differentiam quadratorum E D & D C, ita exceſſus E D ad Radij duplum E A, differentiam inter E D & D A.

Propositio III.

Dato angulo, ad cujus ſecantis exceſſum ſupra Radium ſua Tangens habet Rationem datam, cujuſcumque anguli minoris Tangens ad exceſſum ſuæ ſ cantis habe Rationem majorem datâ; cujuſcumque autem anguli majoris Tangens ad exceſſum ſuæ ſecantis habet Rationem minorem datâ Ratione.

Angulus D B C ſit datus, & illius Tangens D C ad D E exceſſum ſuæ ſecantis habeat datam aliquam Rationem. Primò ſit minor angulus F B C. Dico ejus Tangentem F C ad ſuæ ſecantis exceſſum F Z habere majorem Rationem quàm D C ad D E. Quia angulus C F B exterior major eſt interno C D B ex 16. lib. 1. fiat huic æqualis angulus C F G, eruntque ex 28. lib. 1. parallelæ lineæ D B & F G, & ex 29. lib. 1. D B F & G F H alterni æquales: ſunt autem B H E & F H G æquales per 15. lib. 1. ut pote ad verticem; ergo & reliquus angulus B E H eſt reliquo angulo F G H æqualis. Similia itaque ſunt triangula, & per 4. lib. 6. ut E B ad B H, ita G F ad F H: eſt autem E B major quàm B H (nam B H minor eſt Radio B Z, cui æqualis eſt Radius B E) igitur & G F major eſt quàm F H; ergo & multò major quàm F Z. Sed quoniam G F & E D ſunt parallelæ, & triangula C F G, C D E ſunt æquiangula, ex 4. lib. 6. eadem eſt Ratio C F ad F G, quæ eſt C D ad D E: C F autem ad F G majorem ex 8. lib. 5. habet minorem Rationem quàm ad F Z minorem; ergo C F Tangens anguli minoris habet ad F Z exceſſum ſuæ ſecantis ſupra Radium, Rationem majorem quàm C D ad D E.

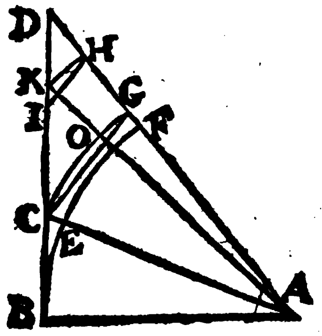
Secundò ſit angulus I B C major dato angulo D B C: Dico illius Tangentem C I ad ſuæ ſecantis exceſſum K I habere mi-

norem Rationem, quàm C D ad D E. Quoniam externus angulus C D B major eſt interno C I B, fiat illi æqualis angulus C I O, & lineæ C E productæ occurrat in O, linea I O, quæ parallela eſt lineæ B D; & ſunt anguli O I L & E B L alterni æquales, quemadmodum & anguli ad verticem in L æquales ſunt. Quapropter in triangulis I O L & E B L æquiangulis per 4. lib. 6. ut L B ad B E, ita L I ad I O: eſt autem L B major quàm B E (nam L B major eſt Radio B K) ergo etiam L I, & multo magis K I major eſt quàm I O. Sed ut C D ad D E ita C I ad I O; ergo minor eſt Ratio C I ad I K majorem, quàm ſit C I ad I O minorem; ergo eſt minor Ratio Tangentis C I ad exceſſum ſuæ ſecantis K I, quàm ſit Ratio C D ad D E.

Propositio IV.

Differentia inter Tangentes duorum quorumlibet angulorum major eſt, quàm differentia inter eorum ſecantes.

Sint anguli B A C, B A D, eorum Tangentes B C & B D, quarum differentia C D: angulorum ſecantes A C & A D, ſecantium differentia (aſſumptâ A G æquali ipſi A C) eſt D G. Dico C D eſſe majorem quàm D G. Ducatur recta C G, & eſt triangulum C A G iſoſceles, ideóque angulus C G A acutus, & qui eſt illi deinceps, C G D obtuſus, & maximus in triangulo C G D: quare per 18. lib. 1. major eſt C D Tangentium differentia quàm D G ſecantium differentia.



Propositio V.

Ratio differentiæ Tangentium ad differentiam ſecantium fit ſemper minor.

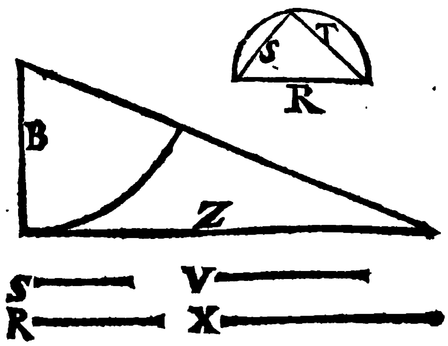
Esto anguli B A C Tangens B C, anguli B A K Tangens B K; deſcripto arcu C O G, differentia ſecantium eſt K O, &

& Tangentium differentia eſt C K. Item anguli B A D Tangens B D, & deſcripto arcu K H, differentia Tangentium B K & B D eſt K D, atque ſecantium A K & A D differentia eſt H D. Dico majorem Rationem eſſe C K ad K O, quàm K D ad D H. Ducantur rectæ C G & K H. In triangulis iſoſcelibus C A G & K A H, anguli ad baſim C G minores ſunt angulis ad baſim K H, quia angulus C A G major eſt angulo K A H: quapropter angulo C G A fiat æqualis angulus I H A. Cum itaque ex 28. lib. 1. I H & C G ſint parallelæ, per 2. lib. 6. ut C I ad H G, hoc eſt ad K O, ita I D ad D H: atqui C K major eſt quàm C I; ergo major eſt Ratio C K ad K O quàm C I ad K O ex 8. lib. 5. hoc eſt quàm I D ad D H. Sed I D eſt major quàm K D; ergo per 8. lib. 5. major eſt Ratio I D ad D H, quàm K D ad D H; ergo multò major eſt Ratio C K ad K O, quàm K D ad D H. Idem de cæteris conſequentibus angulis nec diſſimili methodo demonſtrari poterit, minorem ſcilicet fieri Rationem differentiæ Tangentium ad differentiam ſecantium.

PROPOSITIO VI.

Dato Radio, & datâ Ratione Tangentis ad exceſſum ſecantis, invenire Tangentem & ſecantem, earúmque angulum.

DAtus Radius ſit B, data Ratio Tangentis ad exceſſum ſecantis ſuprà Radium ſit R ad S. Oportet Tangentem ipſam atque ſecantem invenire. Tangens eſto A: ut R ad S ita A ad $\frac{A \text{ in } S}{R}$ exceſſum ſecantis ſupra Radium; igitur ſecans integra eſt B + $\frac{A \text{ in } S}{R}$; hujus quadratum eſt B quad. + $\frac{2 B \text{ in } A \text{ in } S}{R}$ + $\frac{A \text{ quad. in } S \text{ quad.}}{R \text{ quadr.}}$ quod ex 47. lib. 1. æquale eſt quadratis Radij & Tangentis ſimul, hoc eſt B quad. + A quad. Utrinque dempto B quad. tum omnibus per A diviſis, deinde omnibus ductis per R quad.



demum factâ Antitheſi A in R quad. —— A in S quad. æquatur 2 S in B in R. Quare revocatâ ad Analogiam æquatione, eſt ut R quad. —— S quad. ad 2 S in R, ita B Radius ad A Tangentem quæſitam. Tum fiat ut R ad S ita A inventa ad aliud, & erit exceſſus ſecantis, qui additus Radio B dabit quæſitam ſecantem.

Sit R 3, S 2: horum quadratorum 9 & 4 differentia eſt 5; duplum rectangulum ſub R & S eſt 12. Igitur ut 5 ad 12, ita B Radius 100000 ad 240000 Tangentem gr. 67, 22′. 48″. Iterum ut 3 ad 2 ita 240000 ad 160000 exceſſum ſecantis; Igitur addito Radio, Secans quæſita eſt 260000; quæ etiam in Canone reſpondet eidem angulo.

Itaque generatim loquendo, fiat ut differentia inter quadrata terminorum datæ Rationis ad rectangulum bis ſub iiſdem terminis comprehenſum, ita datus Radius ad aliud, & proveniet Tangens quæſita; quæ habita facilè dabit ſecantis exceſſum in Ratione datâ.

Quòd ſi rem Geometricè perficere velis, circà majorem Rationis datæ terminum R deſcribe ſemicirculum, & in eo accommoda minorem Rationis terminum S; nam linea T dabit quadratum, quod eſt differentia quadratorum ex R & ex S, ut eſt manifeſtum ex eo, quod angulus in ſemicirculo eſt rectus per 31. lib. 3. & ex 47 lib. 1. quadratum unius lateris circa rectum eſt differentia quadratorum hypothenuſæ & reliqui lateris. Deinde inter alterutrum terminorum duplicatum, & reliquum terminum quære mediam proportionalem, & ſit V potens quadratum æquale duplo rectangulo ſub terminis datis. Quoniam verò ex 20. lib. 6. quadrata ſunt in duplicatâ Ratione laterum, & T quadratum ad V quadratum eſt in duplicatâ Ratione T ad V; inveniatur tertia proportionalis X. Demum ut T ad X ita fiat B ad Z, quæ eſt quæſita Tangens, & ad angulum rectum conſtituta cum Radio B dabit hypothenuſam ſecantem quæſitam, quæ cum Radio conſtituet quæſitum angulum.

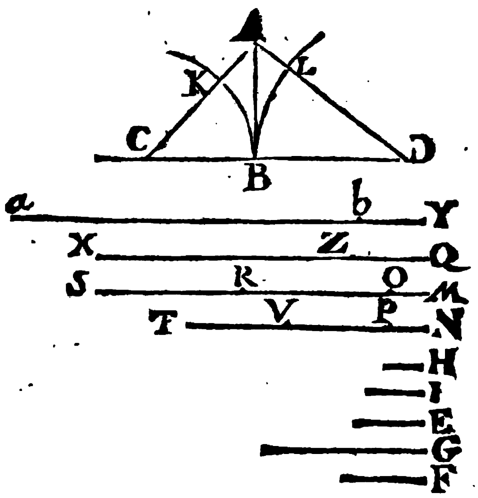
Vel etiam ex corollario prop. 2. fiat ut differentia quadratorum ex R & ex S ad S quadratum, ita duplum Radij B ad exceſſum ſecantis: deinde hic exceſſus inventus ad Tangentem quæſitam fiat ut S ad R; & ſumma ex dato Radio atque exceſſu invento dabit quæſitam ſecantem.

PROPOSI

PROPOSITIO VII.

Datâ Tangente communi duorum circulorum inæqualium, & datis Rationibus exceſſum Secantium ad eandem Tangentem, invenire Circulorum Radios.

SIt ſuper lineam CD indefinitam erecta ad perpendiculum recta AB, quam in B oporteat tangere duos circulos inæquales, ita ut ſit Tangens duorum angulorum inæqualium, exceſſus autem ſecantis unius ſit ad datam Tangentem ut E ad G, alterius verò ſecantis exceſſus ſit ad eandem ut F ad G: & hujuſmodi circulorum ſemidiametros invenire oporteat.



Fiat ut G ad E ita AB data ad H; & ut H ad AB ita AB ad MS, ex quâ dematur MO ipſi H æqualis, reliquæ OS ſemiſſi RS æqualis ſumatur BD pro Radio circuli BL. Item fiat ut G ad F ita AB data ad I; & ut I ad AB ita AB ad NT, ex quâ dematur NP æqualis ipſi I, & reliquæ PT ſemiſſi VT æqualis ſtatuatur BC ſemidiameter circuli BK. Junctis CA, & DA erunt exceſſus ſecantium ſuprà ſuos Radios ad Tangentem, videlicet KA & LA ad AB in datis Rationibus.

Quia enim recta TP ſecta eſt biſariam in V, & adjecta eſt illi PN, per 6. lib. 2. quadratum NV eſt æquale quadrato VT (hoc eſt quadrato CB) unà cum rectangulo TNP: huic autem rectangulo, ex 17. lib. 6. æquale eſt quadratum AB, quæ ex conſtructione eſt media proportionalis inter PN, hoc eſt I, & NT. At iiſdem quadratis CB & BA ſimul ſumptis æquale eſt

eſt quadratum C A ex 47. lib. 1. igitur quadratum C A æquatur quadrato N V, & linea C A æqualis eſt lineæ N V. Sunt autem V P & C K æquales (nam & æquales ſunt lineis V T & C B) ergo etiam K A reliqua æqualis eſt reliquæ P N, hoc eſt I. Cum itaque I ad A B ſit ut F ad G ex conſtructione, etiam K A ad A B eſt in eâdem datâ Ratione F ad G.

Nec diſſimili methodo utendum erit ad oſtendendum L A ad A B eſſe in datâ Ratione E ad G: id quod indicaſſe ſufficiat, nec pluribus eſt opus. Quare C B & D B ſunt quæſitorum circulorum ſemidiametri.

PROPOSITIO VIII.

Datis duobus inæqualibus circulis ſe contingentibus in B, datiſque eorum Radiis C B & D B, invenire Tangentem communem B A, ad quam ſecantium exceſſus habeant datas Rationes E ad G, & F ad G.

Oportet ſecantis exceſſum, qui ad Tangentem habet majorem Rationem, quàm alter exceſſus; pertinere ad minorem circulum; qui verò minorem Rationem habet, pertinere ad majorem circulum. Cum enim rectangula ſub exceſſibus & aggregatis ſuarum ſecantium ſuorúmque Radiorum ſint inter ſe æqualia, ut pote ex 36. lib. 3. eidem Tangentis quadrato æqualia, erit per 16. lib. 6. ut exceſſus ſecantis majoris circuli ad exceſſum minoris, ita aggregatum ex ſecante & Radio minoris ad aggregatum ex ſecante & Radio majoris. Sicut ergo eadem Tangens habet majorem Rationem ad Radium minoris circuli quàm ad Radium majoris, ſubtendítque majorem angulum in circulo minori quàm in majori; ita ſuæ ſecantis exceſſus habet majorem Rationem ad eandem Tangentem, quàm exceſſus ſecantis minoris anguli in circulo majori.

Sit itaque major Ratio F ad G quàm E ad G, & pertinebit ad circulum minorem. Fiat ut F ad G ita G ad Q X, ex quâ dematur Q Z æqualis ipſi F. Tum fiat ut X Z ad Z Q, ita minoris Radij duplum T P ad P N: & inter P N & N T inveniatur media proportionalis B A, quam ex B ad perpendiculum erectam

erectam jungat cum centro C rectâ C A: nam K A ad Tangentem A B habet datam Rationem F ad G. Cùm enim eadem A B, quæ ex conſtructione eſt media inter P N & N T, ſit etiam ex 36. lib. 3. & 17. lib. 6. Media inter K A & A C B, & extremarum N T & A C B exceſſus ſupra ſibi reſpondentes extremas P N & K A ſint ex conſtructione æquales (ſunt ſcilicet P T & K C B duplum Radij C B) etiam ipſæ extremæ ſunt æquales, nimirum N T æqualis ipſi A C B, & P N, æqualis K A. Atqui ut X Z ad Z Q, ita ex conſtructione T P ad P N, & componendo atque convertendo ut Z Q ad Q X ita P N ad N T; ergo etiam ut Z Q ad Q X ita K A ad A C B. Quare ſicuti Z Q ad Q X eſt duplicata Rationis F ad G ex conſtructione, etiam K A ad A C B eſt ejuſdem Rationis F ad G duplicata; ergo K A ad mediam A B, hoc eſt Exceſſus ſecantis ad Tangentem, eſt ut F ad G.

Eâdem methodo fiat ut E ad G ita G ad Y *a*, ex quâ dematur Y *b* æqualis ipſi E: & fiat ut *ab* ad *b* Y, ita Radij majoris B D duplum S O ad O M; atque inter O M & M S erit media proportionalis eadem A B: ſimilique ratiocinatione oſtendetur exceſſum L A ad Tangentem A B eſſe in datâ Ratione E ad G.

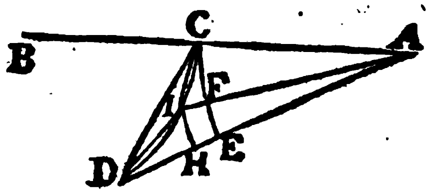
Ut in praxim res faciliùs deduci queat, exemplo illuſtretur. Sit Radius minor C D 12, F ad G ut 16 ad 35: inveniatur his tertia proportionalis Q X 76 $\frac{9}{16}$. Dematur F 16, remanet X Z 60 $\frac{9}{16}$. Fiat ut 60 $\frac{9}{16}$ ad 16, ita Radij duplum T P 24 ad P N 6 $\frac{2}{5}$ proximè. Eſt ergo N T 30 $\frac{2}{5}$. Inter 6 $\frac{2}{5}$ & 30 $\frac{2}{5}$ media eſt 14.

Item ſit Radius major B D 18, E ad G ut 12 ad 35: inveniatur his tertia proportionalis Y *a* 102 $\frac{1}{2}$, & auferatur E 12, remanet *a b* 90 $\frac{1}{2}$. Fiat ut 90 $\frac{1}{2}$ ad 12, ita Radij duplum S O 36 ad O M 4 $\frac{7}{9}$. Eſt ergo M S 40 $\frac{7}{9}$. Inter 4 $\frac{7}{9}$ & 40 $\frac{7}{9}$ eſt media proportionalis 14: in his autem exemplis neglectæ ſunt fractiunculæ.

Propositio IX.

Si duorum circulorum ſe exteriùs contingentium centra jungat recta linea, & ab unius centro ad alterius convexam peripheriam recta ducantur, ſubtenſa arcus abſciſſi major eſt quàm differentia linearum angulum in illo centro conſtituentium.

Duorum circulorum centra ſint A & B, qui ſe tangant in C, & jungat centra recta A B. Ex centro A in alterius convexam peripheriam ducatur recta A D abſcindens arcum C D. Dico linearum A D & A C angulum in centro A conſtituentium differentiam E D minorem eſſe ſubtenſâ C D. Quia ex 20. lib. 1. duæ lineæ A C & C D ſimul majores ſunt rectâ A D; auferantur A C & A E æquales, remanet C D major quàm E D. Simili ratione C I major eſt quam I F. & ſi ſumatur angulus I A D, etiam I D major eſt quàm D H differentia inter A I & A D, quia in triangulo A I D duo latera A I & I D majora ſunt reliquo D A, demptiſque æqualibus A I & A H remanet I D major quàm D H.

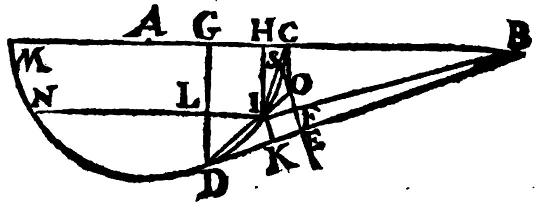


Propositio X.

Si duo circuli ſe exteriùs contingant, & in uno æquales arcus ſumantur, ad quorum extremitates ducantur rectæ à centro alterius circuli; differentia ſinuum arcûs ſimpli & dupli ad differentiam Exceſſuum harum rectarum ſupra ſuum Radium habet minorem Rationem, quàm ſinus arcûs ſimpli ad Exceſſum lineæ ad ipſum ductæ.

Sint duo circuli, quorum centra A & B, ſe contingentes in C, ſumantur æquales arcus C I & I D, ad quos ex centro B ducantur

ducantur rectæ BI & BD ſecantes circulum CE in F & E: Radium B excedunt exceſſibus FI & ED, qui ex 8. lib. 3. inæquales ſunt, & major eſt ED quàm FI differentiâ KD. Arcuum ſubtenſæ CI & ID æquales ſunt, ſinuum IH & DG differentia eſt LD. Dico majorem Rationem eſſe HI ad IF, quàm LD ad DK.



Primò ducantur rectæ EF, KI: EF autem producatur ita, ut occurrat rectæ DI productæ in O. Quia triangula BFE & BIK ſunt iſoſcelia, & angulus BEF æqualis eſt angulo BKI, rectæ EO & KI ex 28. lib. 1. ſunt parallelæ: igitur ex 2 lib. 6. in triangulo DOE ut DI ad IO, ita DK ad KE: Atqui DI major eſt quàm IO, ergo etiam DK major quàm KE. Probatur autem DI majorem eſſe quàm IO; quia DI æqualis eſt ipſi CI ex hypotheſi; punctum verò O eſt extra circulum CE, quem linea EFO ſecat: ergo linea EF producta occurrit lineæ IC citrà punctum C in S. Sed quoniam angulus BEF eſt acutus, qui eſt illi deinceps DEO eſt obtuſus; ergo per 16. lib. 1. externus DOS multo magis eſt obtuſus: ergo per 19 lib. 1. major eſt IS quàm IO, ergo multò major eſt IC quàm IO, hoc eſt ID major eſt quàm IO.

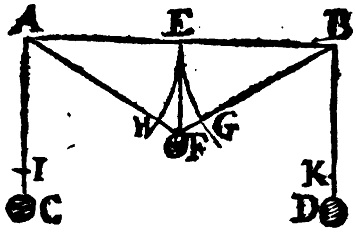
Deinde angulus MCI major eſt angulo NID, majori enim arcui MDI ille inſiſtit, hic autem minori ND ex 33. lib. 6: triangula verò HIC & LDI rectangula æquales habent hypothenuſas, hoc eſt Radios CI & ID, ergo majoris anguli HCI major eſt ſinus HI; minoris verò anguli LID minor eſt ſinus LD. Igitur ex 8. lib. 5. HI major ad KE, hoc eſt ad IF, habet majorem Rationem quàm ad eandem KE habeat LD minor: & eadem LD habet minorem Rationem ad DK majorem quàm ad KE minorem: Ergo HI ad IF majorem habet Rationem, quàm LD ad DK.

CAPUT XII.

Præponderatio & Æquilibritas gravium fune ſuſpenſorum conſideratur.

PRopoſitum eſt lib. 1. capit. 5. Experimentum, cujus hîc ſymptomata explicanda, cauſam afferendo omninò conſonam iis, quæ ſæpiùs inculcata ſunt. Funiculi extremitatibus alligantur pondera prorsùs æqualia; tùm claviculis duobus à ſe invicem aliquo intervallo disjunctis, ſed in eâdem horizontali lineâ conſtitutis (exquiſitè tamen, quoad ejus fieri poterit rotundis atque politis, ne ſuâ aſperitate motui impedimento ſint) funiculus imponitur. Deinde tertium pondus aſſumitur duobus illis ſimul acceptis levius, aut ſingulis illis æquale, aut etiam illis minus, & funiculo inter utrumque claviculum adnectitur: hoc ſibi dimiſſum ita duobus illis ponderibus, quæ ob gravitatis æqualitatem ſibi mutuo niſu obſiſtebant, ne moverentur, prævalet, ut ipſum deſcendens vi ſuæ gravitatis cogat utrumque illud aſcendere. Id quod admiratione carere non poteſt, cum duo majora pondera, ſuum æqualem conatum ſingula viciſſim elidentia, conjunctis viribus minori gravitati præſtare non valeant.

Funiculo C A B D jungantur æquales gravitates C & D ex claviculis A & B pendentes, quæ æqualiter deorſum connitentes, ſibique æqualiter repugnantes ne aſcendant, quieſcunt. Adnectatur in E pondus: huic etiamſi minori illæ gravitates C & D omninò obſiſtere non poſſunt, quin ex E deſcendat in F ex. gr. & funiculum trahens cogat illas aſcendere C quidem in I, D verò in K. Quapropter funiculo E B D æqualis eſt funiculus F B K, & funiculo E A C æqualis eſt funiculus F A I: cum autem rectæ B E & B G æquales ſint (nam centro B, intervallo B E deſcriptus eſt arcus)



arcus) his ablatis, BD æquatur ipſi FG plus BK; & demptâ communi BK, remanet GF æqualis ipſi DK. Eâdem ratione HF oſtenditur æqualis ipſi CI. Eſt igitur menſura motûs ponderum C & D aſcendentium HFG, ponderis verò intermedij deſcendentis EF. At ex prop. 1. capitis ſuperioris Tangens EF major eſt ſecantis BF exceſſu GF, item ſecantis AF exceſſu HF: contingit autem aliquam Tangentem majorem eſſe utroque exceſſu ſimul ſumpto: poteſt igitur gravitas minor velociùs deſcendens præſtare utrique ponderi tardiùs aſcendenti.

Quamdiu itaque ſpatium deſcendentis per Tangentem majus eſt ſpatio aſcendentium, quod metitur exceſſus ſecantium, ita ut Ratio motûs deſcendentis ad motum aſcendentium major eſſe poſſit Ratione, quam habent pondera extrema ad pondus intermedium; hoc minore illa majora præponderantur. Ubi verò eò ventum ſit, ut jam neutra Ratio alteri præſtet, tunc pondera ſubſiſtunt, & quies eſt. Si demùm ponderi intermedio pondus addatur, vel vis aliqua inferatur ponderis vicem ſubiens, utique adhuc deſcendit, quia Ratio ponderum extremorum ad pondus intermedium auctum facta eſt minor; ſed ſublato hoc ponderis additamento, illa extrema majorem habent Rationem ad pondus intermedium, quàm poſſit eſſe motuum reciprocè ſumptorum Ratio; ac proinde illa deſcendentia hoc tantiſper elevant, dum fiat Rationum æqualitas.

Non eſt autem hîc opus ea, quæ uberiùs ſuperiore libro explicata ſunt, replicare, videlicet, gravium reſiſtentiam, ne moveantur, non eſſe attendendam penès ipſam gravitatem dumtaxat, verùm etiam motûs, qui ſitum ipſum atque poſitionem conſequeretur, velocitate aut tarditate dimetiendam; hanc verò unius tarditatem cum alterius velocitate comparari non poſſe niſi ex longitudine ſpatiorum, quæ utrumque eodem temporis intervallo percurreret. Ex quo manifeſtâ conſequutione conficitur ſatis eſſe, ſi ſpatiorum inæqualitas aut æqualitas oſtendatur; ut præponderatio aut æquilibritas innoteſcat: ac propterea ſatis eſt hîc ſecantium exceſſus cum Tangente comparare; hæc enim ponderis intermedij, illi ponderum extremorum motum definiunt.

Quapropter animum in rem ipſam attentiùs intendentes obſervamus deſcendentis ponderis intermedij funiculum BFA

cum horizontali lineâ BA angulos conſtituere ad B & A primùm quidem, acutiſſimos, deinde majores & majores; ac propterea Tangentis ad Exceſſum ſecantis Rationem ſemper minui ex propoſ. 3. ideóque tandem ad eam deveniri Rationem, quæ non ſit major Ratione ponderum reciprocè ſumptorum. Quid igitur mirum, ſi tandem fiat quies, ubi non eſt Rationum inæqualitas? Viciſſim autem quia ponderum certa eſt Ratio; certa eſt etiam Ratio Tangentis ad Exceſſum ſecantis certi cujuſdam anguli; igitur ex eâdem prop. 3. minoris anguli Tangens ad Exceſſum ſuæ ſecantis majorem habet Rationem, quàm ſit Ratio ponderum reciprocè: ideóque pondus in E conſtitutum poſitionem habens, ex quâ aliquis major motus deorſum conſequi poteſt, quàm aſcendant extrema pondera, deſcendit, & ſuperat eorum reſiſtentiam. Sed quoniam ſuppoſitâ extremis ponderibus manu ita elevare ea poſſumus, ut pondus intermedium deſcendens funiculumque intendens conſtituat ad B & A angulos, quorum communis Taugens EF habeat ad Exceſſum ſecantium HFG Rationem minorem, quàm ſit reciprocè Ratio ponderum extremorum ad pondus intermedium, ſatis conſtat, cur illa extrema præponderent, cùm & plus gravitatis & majora momenta, hoc eſt propenſionem ad majorem motum, obtineant. Quamvis enim ex prop. 4. differentia inter Tangentes duorum in eodem circulo arcuum inæqualium major ſemper ſit differentia, quæ inter eorumdem ſecantes intercedit; quia tamen ex prop. 5. Ratio hæc ſemper fit minor, quò anguli augentur, idcircò ſi Tangens ſit duobus circulis communis, fieri poteſt, ut utriuſque circuli ſecantium differentiæ ſimul ſumptæ majores ſint ipsâ Tangente, vel ſaltem Tangens ad illas ſimul ſumptas eam habeat Rationem, quæ minor ſit Ratione ponderum reciprocè.

Et ut veritas exemplis ante omnium oculos poſita nullum dubitationi locum relinquat, data ſit Ratio extremorum ponderum ad pondus intermedium, & inquiratur Tangens ſimilem Rationem habens ad utriuſque ſecantis Exceſſum: intelligatur autem hîc facilitatis gratiâ punctum E omninò æqualiter diſtans ab A & B ita, ut æquales etiam ſint ſecantium exceſſus HF & GF. Et primò quidem ponatur pondus medium æquale ſingulis extremis. Eſt igitur quæſita Ratio dupla Tangentis

EF

EF ad Exceſſuum ſummam HFG, cujus ſummæ ſemiſſis eſt GF, atque adeò Ratio Tangentis EF ad GF eſt quadrupla; hoc eſt ut 4 ad 1. Ergo ex corollar. prop. 2. ut quadratum Exceſsûs ad differentiam inter quadrata Exceſsûs & Tangentis (ſunt autem quadrata 1 & 16) hoc eſt ut 1 ad 15, ita exceſſus ſecantis ad duplum Radij BE. Quare Exceſſus ſecantis ad Radium BE eſt ut 1 ad 7 $\frac{1}{2}$. Poſito igitur Radio BE 100000, Exceſſus ſecantis GF eſt 13333 $\frac{1}{3}$, & ejus quadrupla Tangens EF 53333 $\frac{1}{3}$ dat angulum EBF gr. 28. 4′. 21″, cujus ſecans BF eſt 113333 $\frac{1}{3}$. Diſtantia AB ſtatuatur pedum quatuor, hoc eſt digitorum 64: eſt BE dig. 32. Igitur ut BE 100000 ad GF 13333, ita BE dig. 32. ad GF dig. 4 $\frac{1}{4}$. & Tangens hujus Exceſsûs quadrupla erit deſcenſus EF dig. 17, aſcenſus verò DK aut CI dig. 4 $\frac{1}{4}$ ſinguli, & ambo ſimul 8 $\frac{1}{2}$. In omnibus igitur angulis minoribus angulo gr. 28. 4′. 21″. Ratio Tangentis ad Exceſſuum ſecantium ſummam major eſt Ratione duplâ, quæ eſt ponderum Ratio, in angulis verò majoribus minor eſt Ratione duplâ: ac propterea ibi pondus intermedium ſuperat extrema, hîc ſuperatur ab illis, & quieſcunt in invento angulo gr. 28. 4′. 21″.

Generaliter autem ut invenias, quantum aſcendere poſſint extrema pondera vi ponderis medij deſcendentis, ſit nota Ratio ponderum: tùm minoris termini Rationis datæ ſemiſſem accipe (quia unicus Exceſſus hîc ſumitur, & pondus medium æquali intervallo diſtat ab A & B) & hujus ſemiſſis quadratum deme ex quadrato termini majoris: Deinde fiat ut hæc quadratorum differentia ad quadratum illius ſemiſſis, ita duplum Radij, hoc eſt tota claviculorum diſtantia AB ad aliud, & erit Exceſſus unius ſecantis, quæ eſt menſura aſcensûs æqualis ponderum DK aut CI.

Ponderum extremorum Ratio ſimul ſumptorum ad intermedium ſit ex. gr. ut 7 ad 6: termini minoris 6 ſemiſſis eſt 3, cujus quadratum 9 ex 49 quadrato termini majoris 7 deme, & eſt differentia 40. Diſtantia claviculorum A & B ſit digitorum 80; fiat igitur ut 40 ad 9 ita 80 ad 18, & vi ponderis illius intermedij poterunt extrema pondera aſcendere dig. 18. Ut verò innoteſcat, quantum deſcendat pondus medium, inter Exceſſum

ſecantis

ſecantis 18, & 98 ſummam ſecantis & Radij, quære mediam proportionalem, & ex prop. 2. hæc eſt Tangens dig. 42: duplicatus autem 18 pro utroque exceſſu ſecantis dat 36, atque motuum Ratio 42 ad 36 eadem eſt cum reciprocâ Ratione ponderum 7 ad 6. Quòd ſi angulum E B F tantummodo quæris, quem funiculus F B conſtituit cum horizontali A B, fiat ſimiliter ut 40 ad 9 ita Radij duplum 200000 ad 45000 Exceſſum Radio addendum, ut habeatur ſecans 145000 gr. 46. 24′.

Ex his facilè intelligitur cur pro majore claviculorum A & B intervallo pondus medium magis deſcendat, quia ſcilicet attendenda eſt anguli magnitudo, ex quâ pendet Tangentis & ſecantis Ratio; ubi verò major eſt Radius, majorem quoque eſſe ſimilis anguli Tangentem atque ſecantem manifeſtum eſt. Quare ſi exiguum ſit pondus medium, & vix appareat, an ab illo extrema pondera eleventur, atque dubitetur, an ideò ſolùm illud deſcendat, quia funiculum magis intendit; adhibe longiorem funiculum, cui eadem pondera adnectas, & augeatur, quantum opus fuerit, claviculorum A & B intervallum; demum enim apparebit extremorum ponderum aſcendentium motus: acutiſſimus ſcilicet angulus in majore circulo habet ſecantis Exceſſum ſuprà Radium faciliùs notabilem quàm in minore. Sic vides poſito Radio habente unitatem cum ſeptem cyphris, non inveniri Exceſſum ſecantis niſi gr. 0. 1′. 10″. unitatem: at poſito Radio cum quindecim cyphris, habetur ejuſdem anguli ſecantis Exceſſus ſupra Radium partium 57585857: immò habetur etiam unius ſecundi ſecans, cujus Exceſſus ſupra Radium eſt 11752.

Hinc etiam deſines mirari, cur longiores funes aut catenæ nullâ vi ita intendi poſſint, ut in lineâ horizonti parallelâ rectam poſitionem habentes conſiſtant, ſed aliquantulum ſaltem inflectantur; quia nimirum inſitum funi aut catenæ pondus idem præſtat, quod in hoc experimento pondus in medio appenſum. Id quod nautæ non ignorantes ſæpius malunt uni anchoræ funem duplo longiorem adnectere, quàm duabus anchoris ſimplici & ſubduplo fune inſtructis navem firmare: nôrunt ſiquidem longè majore vi opus eſſe ut funis longitudinem habens ducentorum cubitorum intendatur, quàm ſi centum tantummodo cubitorum longitudo eſſet; ac proinde undarum impetum

impetum longior funis faciliùs eludit, eóque minùs timendum eſt, ne dirumpatur, quò difficiliùs intendi poteſt.

Simile quiddam dicendum videtur, cùm longiorum priſmatum aut cylindrorum extremitates ſubjectis fulcris totam longitudinem horizonti parallelam in aëre quaſi ſuſpenſam ſuſtinent; ſuo enim pondere ſi non franguntur, ſaltem curvantur; id quod brevioribus cylindris aut priſmatis non contingit. Quia videlicet ex ipsâ poſitione partes, quæ in mediâ longitudine locum obtinent, & quæ his proximæ ſunt, aptæ ſunt velociùs moveri quàm remotiores: & quemadmodum pondus in medio poſitum deſcendens vincit reſiſtentiam extremorum ponderum aſcendentium, ita vis harum partium mediarum ſuperat vim, quâ partes invicem nectuntur; ac proinde diſtractæ flectuntur ſaltem, & demum ſeparantur.

Sed antequam planè ex animo effluat, unum hîc obſervandum (de quo fortaſſe maluiſſes initio præmoneri) aliud eſſe quod ex naturæ inſtituto, aliud quod ex iis, quæ accidunt, contingit. Quæ hactenus diximus de Ratione motuum ſpectatis ponderum gravitatibus, intelligenda ſunt, niſi quid interveniat, quod legem hanc infringat; cujuſmodi eſt aliqua funiculi remiſſio, vel minor intenſio, ita ut hic faciliùs à medio pondere deſcendente adhuc intendatur, quàm extrema pondera eleventur; ubi enim eò devenerit pondus medium, ut intentus funiculus cum lineâ horizonti parallelâ angulum faciat, cujus Tangens ád ſecantium Exceſſus Rationem habet reciprocam ponderum, ibi ſubſiſtit, etiamſi extrema pondera elevata non fuerint niſi juxtâ menſuram differentiæ ſecantium duorum angulorum, ejus videlicet quem demum funiculus conſtituit, & ejus qui funiculi remiſſionem ipſo motûs initio conſequitur: quia ulterior deſcenſus ad ulteriorem aſcenſum non haberet majorem Rationem, ſed minorem Ratione ponderum reciprocè ſumptorum. Quòd ſi valde inæqualia fuerint pondera, evenire poteſt totam vim deſcendendi, quam pondus medium habet, abſumi in funiculo intendendo, nec quicquam virium ſupereſſe ad extrema pondera attollenda.

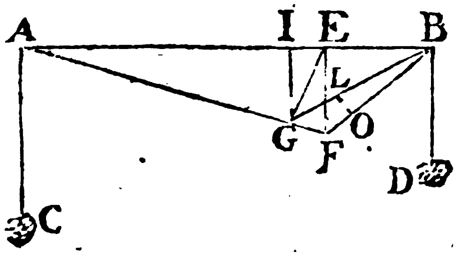
Húc etiam ſpectat impedimentum, quod ex funiculi claviculos terentis conflictu oritur; cùm enim deſcendentis ponderis medij momentum ſemper decreſcat, ut ex prop. 5. conſtat,

adeò extenuari poteſt, ut jam ſuperare non valeat extremorum ponderum aſcendentium momenta aucta momento, quod ex partium conflictu oritur; qui conflictus ſi non adeſſet, pergeret illud adhuc deſcendendo. Propterea ſi claviculos ipſos congruentibus rotulis inſeras, adeò ut funiculus excavatæ abſidi inſideat, longè majorem motum faciliúſque perfici videbis; minùs enim rotula cum ſuo axe confligit, quàm funiculus cum claviculo, ſi illum terat; & quidem quò major fuerit rotula, circa eundem axem faciliùs volvitur, minor ſiquidem partium tritus fit, ſi cætera omnia ſint paria. Simili modo ſi pondus medium plus æquo per vim deprimas, faciliùs ſuum in locum redibit adhibitis rotulis, quàm ſi funiculus claviculis inſiſteret: quia pondera extrema ſuperare non valent & gravitatem ponderis medij & impedimentum, quod oritur ex majori tritu funiculi & claviculorum, quàm rotularum & axium. Obſervabis etiam adhibitis rotulis pondus medium ſibi relictum tanto impetu à lineâ horizonti parallelâ deſcendere, ut ex concepto impetu fines ſuos tranſiliat, ac idcirco deſinente impetu, quem in motu acquiſivit, iterum ſurſum trahi ab extremis ponderibus, quæ ſicut minorem Rationem habebant ad gravitatem ponderis medij auctam impetu acquiſito, ita majorem Rationem habent ad eandem ſpoliatam illo impetu.

Porrò hæc quæ hactenus de pondere in mediâ planè diſtantiâ inter claviculos aut rotulas conſtituto dicta ſunt, intelligenda ſunt pariter de pondere claviculorum intervallum inæqualiter dividente, quod quidem ſpectat ad æquilibrium aut præponderationem propter Rationum æqualitatem aut inæqualitatem. Peculiare tamen aliquid obſervandum eſt, videlicet aliquando contingere, ut hoc pondere medio deſcendente pondus proximum aſcendat, remotum verò deſcendat, utróque autem pondere extremo aſcendente magis aſcendere quod proximum eſt, minùs quod remotum. Hujus inæqualis aſcenſûs (ſi pondus medium rectâ ad perpendiculum deſcendat) cauſa in promptu eſt ex iis, quæ prop. 8. indicata ſunt, nam ejuſdem Tangentis quadrato æqualia ſunt, atque adeò & inter ſe æqualia, rectangula, quæ fiunt ſub Exceſſu ſecantis & aggregato ſecantis & Radij: ſunt igitur ex 14. lib. 6. Exceſſus ſecantium reciprocè in Ratione aggregatorum ſecantis & Radij:

dij: quapropter ubi major eſt Radius & ſecans, ibi minor eſt ſecantis Exceſſus, hoc eſt remoti ponderis aſcenſus, & contra ubi minor eſt Radius & ſecans, ibi major eſt ſecantis Exceſſus, hoc eſt ponderis proximi aſcenſus.

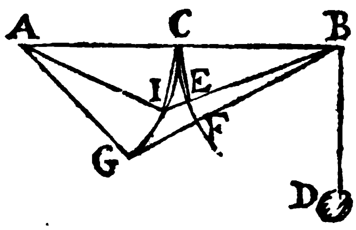
Cur autem aliquando proximum pondus aſcendat, atque remotum deſcendat, quando nimirum valde inæquales ſunt ponderis medij à claviculis diſtantiæ, hinc fit, quod idem pondus ex longiore funiculo majorem habet vim deſcendendi, quàm ex breviore; cui majori momento cum reſiſtere debeat pondus proximum, faciliùs cedit deſcendenti, atque adeò non rectâ deorſum tendit pondus medium, ſed obliquè, accedendo ad pondus remotum, quod propterea deſcendit. Sic poſitum pondus in E valde inæqualia habet momenta comparatum cum extremis ponderibus D & C, quæ in punctis B & A exercent ſuas vires adversùs pondus medium; quod ubi infrà horizontalem A B deſcẽderit, illico inæquales angulos cum horizontali lineâ A B conſtituit inflexus funiculus; ut ſi intelligatur pondus ex E veniſſe in F, angulus F B A major eſt angulo F A B ex 18. lib. 1. quia latus A F eſt majus latere F B. Igitur angulus F B D, quem funiculus inflexus F B facit cum perpendiculari B D minor eſt angulo F A C; ergo ex dictis lib. 1. cap. 15. pondus in F minora habet momenta ad deſcendendum versùs perpendiculum B D, quàm ad deſcendendum versùs A C, & quidem duplici titulo, ſcilicet anguli F B D minoris, & funiculi F B brevioris. Cum itaque pondus illicò ac ex E deſcendit magis pronum ſit ad deſcendendum versùs perpendiculum A C, non per rectam E F perpendicularẽ deſcendit; ſed obliquè per lineam E G, ita ut funiculus G A brevior ſit funiculo E A, ac propterea cedit ponderi C deorſum trahenti. Et quia funiculus G B longior eſt funiculo F B, & multo magis funiculo E B, propterea aliquando contingere poteſt pondus D magis aſcendere, quàm aſcenderet, ſi E fuiſſet planè in mediâ diſtantiâ inter A & B. Ex quo etiam fit deſcenſum perpendicularem ponderis medij minorem eſſe; nam punctum G



minùs diſtat ab horizontali A B, quàm punctum F, & tamen major eſt differentiâ inter E B & G B; ideò minor eſt Ratio I G ad Exceſſum G L, quàm E F ad Exceſſum F O.

Hanc momentorum inæqualitatem perſpicies, ſi pondus medium ſingulis extremis æquale inter claviculos æqualiter conſtitutum deſcendere permittas, ſuóque in loco cõſiſtere; cùm enim æqualis ſit funiculorum illud ſuſtinentium longitudo, & æquales faciat angulos tùm cum horizontali, tùm cum perpendicularibus, contra utrumque extremum æqualibus momentis pugnat, ac rectâ ad perpendiculum deſcendit. Tum alteri extremorum aliquid adde ponderis; hoc utique deſcendens ſecum rapit & ponderis medij & reliqui extremi gravitates, quas cogit aſcendere, donec ea fiat funiculorum inæqualitas, ut momenta, quæ pondus medium habet ad deſcendendum ratione diſtantiæ à claviculo remotiori, jam ſuperari non valeant à pondere illo extremo cum ſuo additamento.

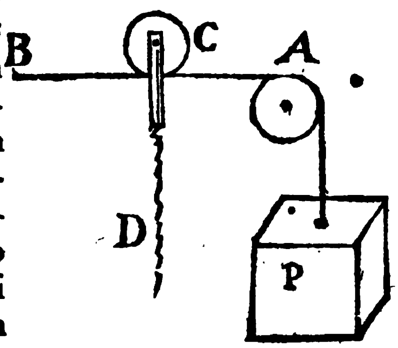
Nec diſpar eſt philoſophandi methodus, cum funiculi extremitas alterutri claviculò alligatur, unico pondere in alterâ extremitate pendente ex altero claviculo: pondus enim inter claviculos funiculo adnexum, quia velociùs movetur deſcendendo, quàm reliquum pondus aſcendendo, ſuperare poteſt illius gravitatem. Sit enim funiculus alligatus in A, & pendeat pondus D ex claviculo B: pondus (utrùm æquale ſit, an majus, an minus, parum refert) adnectatur in C: utique deſcendens deſcribit arcum C I circa centrum A; eſt autem funiculus I B longior quàm C B ex 8. lib. 3. Sed quoniam duo latera B C & C I ſimul majora ſunt reliquo latere I B ex 20. lib. 1. major eſt recta C I, & multo magis arcus C I ſpatium quod percurrit pondus medium deſcendens) quàm I E Exceſſus lateris I B ſupra C B, hoc eſt menſura motûs ponderis D aſcendentis. Quia verò ponderis medij deſcendentis circa centrum A momenta decreſcunt ex dictis lib. 1. cap. 15. circa centrum autem B decreſcunt quidem, quia minor fit angulus declinationis à perpendiculo G B D, ſed decrementum hoc temperatur, quia momenta creſcunt ratione longitudinis funiculi, quæ ſemper augetur ex 8. lib. 3.



lib. 3. propterea ad momentorum æqualitatem venit, ubi demùm quieſcit. Quantum autem deſcendat, pendet ex ipſius ponderis gravitate abſolutâ ſive majori, ſive minori, ſive æquali comparatâ cum pondere D, & ex diſtantiâ à centro A: ſi enim valde propinquum ſit centro, parùm deſcendit, etiamſi cæteroqui gravius ſit; & ſi per vim adhuc deprimatur, ut veniat in G, ceſſante vi extrinſecùs illatâ pondus D deſcendens illud iterum attollit.

Cave tamen ponderis medij deſcendentis momenta metiaris ex arcu, quem deſcribit, ſed potiùs illa definienda ſunt ex ipſo deſcenſu perpendiculari, cum moveatur vi ſuæ gravitatis. Quoniam verò æqualibus arcubus deſcriptis non reſpondent paria perpendicularium linearum incrementa ex prop. 10. ſed ſemper minora fiunt; contra verò incrementa ſecantium augentur, hinc eſt deveniri ad momentorum æqualitatem, ita ut pondus medium gravius pondere extremo aptum ſit minùs deſcendere quàm illud aſcenderet ſecundùm reciprocã Rationẽ gravitatum.

Hinc elici poteſt compendium aliquod in attollendo pondere cæteroqui valde gravi; ſit enim pondus P attollendum fune circumducto rotulæ A: quò longior funis poteſt alligari in B, eò faciliùs ſequetur motus, ſi ad ſervandam in mediâ diſtantiâ poſitionem potentiæ moventis ſimplicem trochleam aut annulum in C addideris, cui inſeratur funis B A: nam applicata potentia in D deorſum trahens multo faciliùs attollet pondus P, quàm ſi arreptâ funis extremitate B idem onus elevare conaretur ad eam altitudinem, ad quam attolleretur à pondere in C adnexo, quod æqualibus viribus præditum eſſet cum potentiâ in D trahente. Ubi jam ſit attollendi difficultas, ſuppone aliquid ponderi P, cui illud incumbat, nec contra funem conetur: tùm iterum funem intende, & alliga in B, ut ſit A B horizonti parallelus, & iterum in D deorſum trahens priorem facilitatem experieris; id quod toties iterari poterit, quoties opus fuerit.



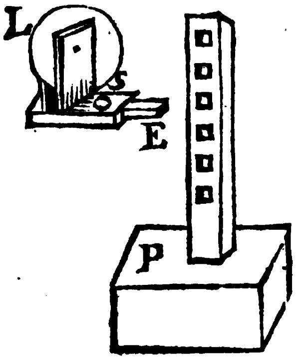
Ex his omnibus, quæ toto hoc capite diſputata ſunt, manifeſtum eſt non referendas eſſe machinarum vires ad Rationes

circuli aut Vectis, quandoquidem hic videmus minori pondere majus pondus moveri abſque ullo motu circulari.

CAPUT XIII.

An aliqua ſit Libræ obliquæ utilitas.

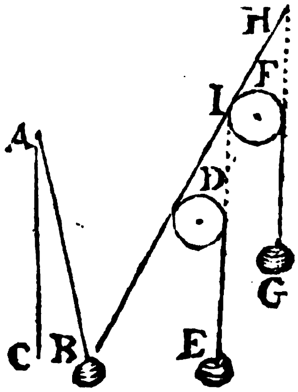
Libram obliquam vocat Simon Stevinus Static. lib. 3. prop. 6. rotulam L funiculi in excavatâ apſide capacem pondus cum æquipondio jungentis, & in ſuo loculamento facillimè verſatilem, cujus particula extans E poſſit pro re natâ eximi, atque iterum inſeri foraminibus, quibus exactè congruat, tigilli P firmè infixi pedi ſatis gravi, ne valeat à ponderis examinandi gravitate rapi & inclinari. Hanc ille ad ponderum obliquorum momenta inveſtiganda utilem exiſtimavit, eamque ſæpiùs ingerit Static. lib. 1. prop. 19. & ſeqq. quamvis ſemper illam cum elevante directo conjunctam adhibeat. Propterea, an aliquid ex illâ emolumenti, ſi ſolitaria adhibeatur, capere poſſimus in ponderum momentis inveſtigandis ſivè ſuſpenſorum, ſivè in plano inclinato jacentium, hîc examinare operæ pretium fuerit; nam & à ſuperioris capitis argumento non aliena videtur eſſe præſens diſputatio.



Antequam verò rem aggrediar, monendum te cenſeo, Amice Lector, opportunius accidere, ſi tigilli perforati loco cylindrum in cochleam efformatum ſtatueris, cui congruat in ſimilem helicem excavatum foramen S in rotulæ L loculamento: ſic enim faciliùs elevabitur aut deprimetur rotula, prout exiget ipſius ponderis poſitio.

Dupliciter itaque contingere poteſt ponderis obliquitas, ſeu quia ſuſpenſum non in eodem perpendiculo, in quo eſt punctum ſuſpenſionis, habet centrum ſuæ gravitatis, ſeu quia plano inclinato incumbit; utroque enim in caſu momenta habet ad deſcendendum, quæ communi librâ aut ſtaterâ veſtigare utique non poſſumus: an libræ obliquæ ope id aſſequemur? Et primò quidem ſi pondus examinandum è funiculo ſuſpenſum fuerit, ejuſque momenta pro variâ declinatione à ſuo perpendiculo inquirantur

rantur, res manet incerta, ſi in praxim deducatur, quia plurimum intereſt, quâ obliquitate inclinetur, atque à ſuo perpendiculo deflectat funiculus libræ obliquæ, ſi maximè cum diversâ obliquitate jungatur diſpar funiculi illius longitudo. Nam ex A ſuſpendatur pondus B habens B A C angulũ declinationis à ſuo perpendiculo A C; & primùm ſit libra obliqua D, itaut æquipõdium E retineat pondus B in eodem ſitu: deinde transferatur libra obliqua ex D in F, & æquipondium G retineat pariter in eodem ſitu pondus B cum declinationis angulo B A C. Si in eâdem rectâ lineâ ſint B D F, nulla eſt momentorum inæqualitas, quamvis diſparitas intercedat inter funiculi longitudines B D; & B F. Sin autem F



paulo ſuperior fuerit aut paulo inferior, jam B D & B F angulum in B conſtituunt, & momenta mutantur. Quoniam enim I E & H G perpẽdiculares ſunt parallelæ, in eaſque incidit recta B D F producta, anguli B I E, & B H G ſunt æquales per 29. lib. 1. at verò ſi libra obliqua F non planè in eâdem rectâ lineâ, ſed ſuperiore loco collocaretur, angulum conſtitueret cum perpendiculo H G acutiorem, & inferiùs poſita angulum efficeret minùs acutum. Quare pondus B, quò acutior eſt angulus, & magis accedit ad perpendiculũ F G, eò etiam magis conatur contra F, & ad æquilibrium exigit majorem gravitatem in G, quàm cum angulus eſt minùs acutus. Id quod experimento allato ſuperiori capite manifeſtum fit; ſi enim funiculi extremitates jungant pondera inæqualia, pondus intermedium magis accedit ad perpendiculum, in quo eſt major gravitas. Hinc quia valde incertum eſt in praxi, utrùm B, D, & F in eâdem ſint rectâ lineâ, propterea etiã incertũ erit ex gravitate ponderis G inferre, quanta ſint ponderis B momẽta cum declinatione B A C: Niſi fortè duplicẽ inſtituas libræ obliquæ poſitionem in D, & in F atque eodẽ ſemper põdere tam in E quàm in G retineatur pondus B in poſitione eâdẽ. Ita tamẽ collocanda eſt libra obliqua, ut angulus A B D ſit rectus; ex illo quippe æſtimatur planũ inclinatũ, in quo pondus B conatur deſcendere, ut dictũ eſt lib. 1. cap. 15. alioquin ſi acutus fuerit aut obtuſus ille angulus, quamvis in eâdem declinatione B A C retineatur, valde inæqualia apparebunt momenta. Quis autem de

anguli

anguli illius rectitudine certus fuerit? cùm maximè rectam D B oporteat ad perpendiculum inſiſtere lineæ jungenti punctum A ſuſpenſionis cum centro gravitatis ponderis B. Ex pondere itaque, quod eſt in E, aut in G, nemo poteſt certò definire momenta ponderis B ſuſpenſi.

At ſi dato quopiam plano inclinato jaceat pondus, velíſque librâ hujuſmodi obliquâ explorare, quanta habeat pro eâ plani inclinatione ad deſcendendum momenta, ego ſanè nihil certi affirmare auderem; quippè qui ſemper incertus hærerē, an æquipondium libræ obliquæ indicaret ipſa momēta ponderis in plano inclinato pro ratione inclinationis; nam plani ſubjecti non omninò lubrica ſuperficies, & ponderis illi incumbentis aſperitas impedientes motum, non nihil detrahunt momenti ad deſcendendū. Cum verò pro diverſâ inclinatione planū inæqualiter prematur ab inſiſtente pōdere, adhuc eadem ſuperficierū ſe contingentiū aſperitas magis obſiſtit motui, quò major eſt plani inclinatio declinans à perpendiculo. Quare adhuc magis incerta eſſent momenta, quæ ab æquipondio libræ obliquæ indicarentur.

Nihil aliud itaque commodi hinc ſperari poteſt præter notitiā momenti, quod planorum aſperitas detrahit momēto deſcendendi. Si enim nota ſit ponderis dati gravitas abſoluta, & plani inclinatio innotuerit, videlicet angulus, quem planum inclinatū cum plano horizontali conſtituit, fiat ut Radius ad Sinum noti anguli inclinationis, ita gravitas abſoluta dati ponderis ad momēta, quæ habet in plano inclinato: Tum librâ obliquâ exploretur, quanto æquipondio opus ſit ad retinēdum pondus in plano inclinato, ne deorſum labatur: nam differentia inter gravitatem æquipondij, & momenta inventa pro tali inclinatione indicabit, quantum impedimenti oriatur ex planorū ſe contingentium aſperitate, ſi æquipondij gravitas minor ſit momentis, quæ ab hujuſmodi inclinatione exiguntur. Sic ex. gr. ſit ponderis dati abſoluta gravitas unciarum 30, inclinationis angulus dati plani cum plano horizōtali ſit gr. 60. fiat ut 100000 Radius ad 86603 Sinum gr. 60. ita 30 ad 25.98″. Si applicata libra obliqua æquipondium habeat ſolùm unc. 24, manifeſtum eſt à planorum aſperitate detrahi momenti partem ferè decimam tertiam, cùm deſint juſto æquipondio ferè unciæ 2. Verùm & hîc obſervandum, opus eſſe funiculi, à quo pondus retinetur, paralleliſmum cum plano inclinato, prout ex iis, quæ de obliquis tractionibus lib. 1. cap. 16. dicta ſunt, ſatis conſtat.

MECHANICORUM
LIBER QUARTUS.

De Vecte.

HACTENUS de inſtrumentis ad movenda pondera idoneis nihil, niſi fortaſſè obiter, dictum eſt: jam ad illa explicanda accedimus, quibus veteres facultatibus nomen indiderunt. Quamvis autem in quinque facultatibus enumerandis primum locum Vecti Pappus lib. 8. Collect. Math. non tribuat, placuit tamen de Vecte ante cæteras facultates diſſerere, eſt ſiquidem paratu facillimus, & ad ſubitum uſum promptiſſimus, atque cenſeri poteſt, ut idem Pappus loquitur, *fortaſſe præmeditatio motus circa excedentia pondera: ſtatuentes enim quidam magna pondera movere [quoniam primùm à terrâ attollere oportet, anſas autem non habebant) quòd omnes partes baſis ipſius ponderis ſolo incumberent, paulùm ſuffodientes, & ligni longi extremitatem ſubjicientes ſub onus, adducebant ex alterâ extremitate, ſupponentes ligno propè ipſum onus lapidem, qui Hypomochlium appellatur. Cúmque illis viſus eſſet hic motus valde facilis, exiſtimaverunt fieri poſſe, ut hoc pacto magna pondera moveretur. Vocatur autem tale lignum Vectis, ſive quadratum ſit, ſive rotundum, & quanto propinquius oneri ponitur hypomochlium, tanto faciliùs pondus movetur.* Hæc ille vectis ortum & procreationem quodammodo indigitans.

Contingere quidem poteſt, ut Vecte aliquando utamur ad ſuſtinendum ingens pondus, non autem ad movendum, adeò ut potentia exigua ſuſtinens, in alterâ vectis extremitate poſita,

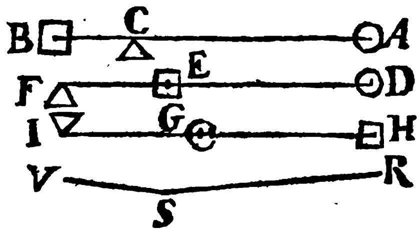
habeat rationem æquipondij retinentis pondus in oppoſitâ extremitate collocatum: & tunc locum habet Ariſtotelis ſententia Mechan.quæſt.3.dicentis, *Ipſe vectis eſt in cauſâ libra exiſtens, ſpartum infernè habens, in inæqualia diviſa; hypomoclion enim eſt ſpartum, ambo namque ſunt ut centrum.* Verùm cùm propriè, & preſsè tunc facultas eſſe non videatur, neque exerceat munus vectis, quia non movet, ſed ſit quaſi jugum ſtateræ; fruſtra Vectis quâ vectis eſt, ad libram revocatur: præſertim cùm aliquod vectis genus ſit, in quo nullum libræ veſtigium deprehendi poteſt, etiamſi pondus cæteroqui ruiturum ſuſtineat; ſi nimirum pondus ipſum inter vectis extremitates conſtitutum ſuſtineatur, aut potentia ipſa ſuſtentans medium locum occupet inter pondus & hypomochlium, ut infra dicetur. Quid enim pariter non revocetur libra aut ſtatera ad Vectem, ſi ex altera jugi extremitate pondus addatur, quod ad oppoſitum pondus majorem habeat Rationem, quàm libræ, aut ſtateræ brachia reciprocè ſumpta? tunc enim (quaſi ſtateræ aut libræ centrum motûs eſſet hypomochlium) ſequitur motus prout ex vecte. Quemadmodum igitur libra aut ſtatera ad ponderum æquilibrium inſtitutæ, non verò ad eorum motum, libræ aut ſtateræ munus non exercent in motu, quâ motus eſt; ita pariter vectis hypomochlium inter extremitates habens non exercet munus vectis in quiete: alioquin & vectis ad libram, & viciſſim libra ad vectem abſurdo circulo revocaretur. Adde verò genus hoc vectis hypomochlium inter extremitates habentis, ſi adhibeatur ad onus in plano horizontali movendum, non verò ad illud ſuſtentandum, nihil habere commercij cum librâ, onus ſi quidem nullam exercet vim ſuæ gravitatis adversùs ipſum vectem, nam ceſſante potentiâ onus illicò quieſcit; at in libra ſublato æquipondio pondus deſcendit. Quid ſi vecte utamur ad corpus leve infra aquam deprimendum? an erit illa libra inverſa? Non igitur me fruſtra conficiam labore enitens rationes libræ in vecte recognoſcere, ſed ipſum per ſe conſiderans, quæ opportuniora cenſuero, diſputabo.

CAPUT

CAPUT I.

Vectis forma, & vires explicantur.

VEctis ob id ipſum quia Vectis eſt & Facultas mechanica, longitudo quædam eſt, in qua tria puncta aſſignantur, primum Potentiæ moventi, alterum Ponderi movendo, tertium Fulcro, ſeu Hypomochlio, cui innixus vectis tanquam ex centro duos arcus deſcribens duplicem motum definit, Potentiæ videlicet & Ponderis, pro variâ illorum ab eodem fulcro diſtantiâ. Hinc quia tripliciter in hac longitudine tria hæc puncta diſponi poſſunt, tria oriuntur vectis genera. Primum eſt vectis genus, cùm extremitates occupantur à Potentia A & Pondere B, medius locus Hypomochlio C cedit. Secundum genus eſt, cum extremitati alteri F innititur vectis, alteri Potentia D adjungitur, & inter utramque extremitatem collocatur Pondus E. Tertium genus eſt, cum Potentia & Pondus loca ſecundi generis invìcem permutant, Potentia G videlicet in medio, Pondus H in extremitate conſtituitur, manente alterâ extremitate I tanquam motuum centro. Cum itaque nulla alia fieri poſſit trium hujuſmodi punctorum diverſa diſpoſitio, patet tria ſolùm Vectis genera excogitari potuiſſe: quod enim quartum Vectis genus, ſcilicet inflexum R S V comminiſci quibuſdam placuit, omnino ineptum eſt, quippe quod à primo genere nihil differt, niſi quia, loco ſubjecti fulcri, adnexum habet hypomochlium inter extremitates conſtitutum in S, ubi ſinuatur in angulum, cui in motu innititur.



Quemadmodum autem inter hæc tria Vectis genera diſſimilitudo, ita non modica inter eorum vires diſcrepantia interce-

dit. Primum enim genus, ſi ab hypomochlio inæqualiter dividatur longitudo vectis, ut ab eo plus diſtet Potentia, quàm Pondus, juvat Potentiam; ſecus verò, ſi Potentia & Pondus æqualibus intervallis ab hypomochlio abſint, aut propior ſit Potentia quàm Pondus; Potentiæ etenim tunc vectis vel nihil affert adjumenti, vel plurimum detrimenti. Secundum genus Potentiæ laborem ſemper minuit, Tertium ſemper auget. Quonam id pacto contingat, manifeſtum fiet, ſi vectis vires unde ortum habeant, aperiamus.

Certum eſt fieri non poſſe, ut pondus aliquod per vim moveatur, niſi potentiæ moventis virtus ſuperet ponderis reſiſtentiam; ſi enim pari conatu confligerent, anceps eſſet victoria, & nullus eſſet motus; multo minùs à potentiâ infirmiore, quàm par ſit, vinci poterit innata ponderis propenſio. Hoc igitur ipſo quod motus efficitur, argumento eſt potentiæ virtutem reſiſtentiâ ponderis eſſe majorem: Quod verò pondus eodem temporis intervallo plus ſpatij aut minus decurrat, pro ratione exceſsûs virium potentiæ ſupra ponderis reſiſtentiam definitur; nam ſi perexiguus fuerit exceſſus, movebitur quidem pondus, ſed tardè; ſin autem potentiæ virtus longè excedat ponderis vires, eam celerior motus conſequetur. Et hæc quidem intelligi hactenus velim, quando potentia & pondus juxta æqualem ſpatij longitudinem pari velocitate promoventur, ut ipſa experientia omnibus manifeſtum facit; nemo ſiquidem dubitat, an currus à validioribus equis celerius quàm à debilibus cantheriis trahatur; & à robuſtiore bajulo citiùs quàm ab imbecilliore onus in deſtinatum locum transferri quotidie videmus.

Ut igitur vecte pondus moveri valeat, lex hæc eadem ſtabilis & firma permaneat, neceſſe eſt, ut ponderis reſiſtentia minor ſit virtute potentiæ moventis. Quia verò reſiſtentia componitur ex innatâ ponderis gravitate, & ex motûs violenti tarditate aut velocitate, hoc eſt ex motûs hujuſmodi quantitate intra datam temporis menſuram; propterea ita duo hæc temperari oportet, ut quod alteri additur, alteri dematur; ne adeò reſiſtentia augeatur, ut jam minor non ſit virtute potentiæ. Quare in vecte, cujus extremitati A potentia applicatur certæ virtutis, ita ſtatuendus eſt hypomochlio C locus, ut comparato motu potentiæ in A cum motu ponderis in B, ea ſit motûs B

tarditas;

tarditas; quæ addita gravitati ponderis B reſiſtentiam componat minorem virtute movendi potentiæ A. Quoniam enim, manente puncto C tanquam centro motûs potentiæ deſcendentis & ponderis aſcendentis, manifeſtum eſt eam eſſe motuum Rationem, quæ eſt Radiorum C A & C B idcirco quò major erit hujuſmodi Radiorum inæqualitas, eò etiam major erit Ratio motûs potentiæ ad motum ponderis, cujus tarditas gravitatem compenſans minuet reſiſtentiam, ut virtuti potentiæ, proportione reſpondeat.

Hîc verò, ſi rem paulò attentiùs introſpicias, deprêhendes tamdiu ſolùm admirationi eſſe machinarum vires, quamdiu cauſa occulta manet; quæ ſi in medium proferatur, admirationi nobis eſt ipſa noſtra admiratio. Aio igitur potentiam tantumdem planè motûs in pondere efficere cum vecte conjunctam (idem de cæteris pariter Facultatibus intelligatur, ne idem ſæpiùs ad nauſeam inculcare oporteat) ac ſi ſolitaria eodem conatu pondus aliquod ſecum pari velocitate adduceret, aut elevaret. Sit potentia A æqualiter, ac pondus B, diſtans à fulcro C; & quo conatu movetur potentia deſcendens ſpatio digitorum decem, dum arteria bis pulſat; cogat oppoſitum pondus libræ unius aſcendere pariter eòdem tempore per digitos decem; eſſe enim æquales oppoſitos hujuſmodi motus, qui ex æqualibus Radiis arcus æquales deſcribunt, certum eſt. Jam manente Radio C A, finge Radium C B mutilum atque decurtatum adeò, ut ſola ejus pars decima reliqua ſit, & C B ponderis diſtantia ab hypomochlio ſit ſubdecupla diſtantiæ C A potentiæ ab eodem hypomochlio: erit igitur motus in B ſubdecuplus motûs in A. Quare pondus unius libræ in hac ſubdecuplâ diſtantiâ cùm ſubdecuplo tardius moveatur (percurrit enim tempore eodem ſpatium ſubdecuplum) indiget ſolùm ſubdecuplo impetu ejus, quem prius exigebat, ut æqualiter cum potentiâ moveretur. Totus igitur impetus ille, quem potentia ponderi unius libræ imprimebat, ut æquali velocitate pariter moverentur, illa deſcendendo, hoc aſcendendo, ſi decem ponderibus ſimilibus diſtribuatur, ſatis eſt, ut omnia illa moveantur ſubdecuplâ velocitate. Quia autem duorum arteriæ pulſuum ſpatio ſingula aſcendunt digitum unum, & ſunt decem aſcenſus digitales, dum potentia deſcendit digitos decem, & dum potentia primo

arteriæ pulſu decurrit digitos quinque, decem illa pondera motum quinque digitorum perficiunt, ſingula videlicet per ſemidigitum (id quod pariter obſervari facilè poterit in ſingulis minutioribus temporis particulis) tantumdem motus perficit potentia ac pondus, ſive toto impetu uni libræ impreſſo libra una habeat motum decem digitorum, ſive decimâ impetûs parte ſingulis libris impreſsâ, ſingulæ habeant motum digitalem: utrobique ſcilicet ſunt decem motus digitales, ſive unius ponderis, ſive decem ponderum eodem tempore. Quis verò miretur, ſi ille idem, qui decem aureis nobili hoſpiti ſplendidiores epulas parare poſſet, decem hominibus frugalem menſam inſtrueret ſingulis aureis in ſingulos homines tributis? Deſinat igitur pariter mirari, ſi potentia eadem, quæ decem impetûs particulis libram unam ſecum pari velocitate movet, ſingulis particulis in ſingulas libras tributis moveat decem libras, ſingulas ſubdecupla velocitate; neque enim hic plus conatûs, quàm ibi, requiritur.

In hoc itaque Vectis vires ſitæ ſunt, quod ex Potentiæ & Ponderis poſitione ita temperantur motus, ut impetûs quem potentia ponderi imprimere valet, aut re ipſa imprimit, intenſio reſpondeat tarditati aut velocitati motûs ipſius ponderis. Hinc ſi Potentia, & Pondus æqualibus intervallis ab hypomochlio diſtent; motus æquales ſunt; & perinde ac ſi potentia ſolitaria ſine vecte (ſi illa quidem vivens ſit) attolleret pondus, vectis nihil juvat potentiam, quia pondus hoc recipit totam impetûs intenſionem, quam illa efficere poteſt. Sin autem Potentia quidem magis, Pondus verò minùs à fulcro abſit, tardior ponderis motus minorem exigit impetûs intenſionem; ac proinde entitas eadem impetûs, quæ eſt intenſivè minor, poteſt fieri extenſivè major, & communicari ponderi majori, ac priùs. Quare pro Ratione tarditatis motûs extenuatur impetûs intenſio, atque ideò pro eadem Ratione augeri poteſt ponderis extenſio, hoc eſt gravitas; ut quæ Ratio eſt velocitatis motûs in pondere æqualis velocitati motûs in potentiâ, ad tarditatem motûs in pondere minoris motu in potentiâ, eadem ſit directè Ratio intenſionis impetûs in pondere æquè veloci ad intenſionem impetûs in pondere tardiori, & reciprocè eadem ſit Ratio ponderis tardioris majoris ad pondus illud minus, quod æquè velociter

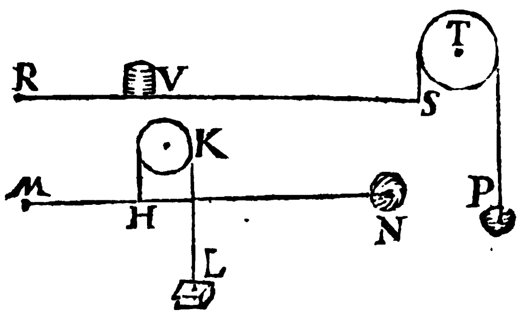
velociter cum potentia moveri poteſt. Quòd ſi potentia propior fuerit hypomochlio, quàm pondus, potentia tardiùs, pondus movetur velocius: plus igitur intenſionis impetûs requiritur in pondere quàm in potentiâ, adeò ut impetus, qui in potentiâ non vivente eſt extenſivè major, intenſivè minor, contra in pondere ſit extenſivè minor, intenſivè major: ac propterea pondus tantò levius eſſe oportet pondere, quod æquè velociter cum potentiâ moveretur, quantò velociùs movetur præ illo æquè veloci. Non igitur vectis juvat potentiam, ut faciliùs moveat, ſed movendi difficultatem auget. Id quod in Tertio vectis genere ſemper contingit, in quo potentia G minus ab hypomochlio I diſtat, quam pondus H, & tardiùs movetur. Accidit autem hoc idem etiam in Primo genere, cum vectis inæqualiter ab hypomochlio diſtinguitur in partes, ſi loca permutentur, ut potentia propior ſit, quàm pondus. His tamen uti poſſumus, quoties quidem viribus abundamus, ſed ſpatium, in quo potentia moveatur, anguſtum eſt, oportet autem ponderi velocem motum conciliare. Contra verò in vecte Secundi generis potentia à fulcro ſemper remotior eſt, quàm pondus; idcirco ſemper juvat potentiam; quia quo tardior eſt ponderis motus, eò minorem ponderis pars, quæ æqualis ſit ponderi æquè veloci, exigit impetûs intenſionem; ac propterea quod reliquum eſt impetûs à potentia producendi, pluribus aliis ſimilibus ponderis partibus impertiri poteſt; atque adeò abſolutè, majus eſt pondus, quàm quod æquè velociter moveretur.

Hæc eadem, quæ de ponderibus vecte movendis dicta ſunt, intelligi pariter oportet de ponderibus vecte ſuſtentandis citra motum; eo tantùm obſervato diſcrimine, quod ad motum major requiritur potentiæ virtus, quàm ſit ponderis reſiſtentia, in ſuſtentatione verò par reſiſtentiæ ponderis eſt virtus potentiæ. Reſiſtentia autem in ſuſtentatione non ex motûs tarditate aut velocitate, quæ re ipſa ſit, ſed ex eâ, quæ eſſet, ſi motus fieret, quatenus pondus eſt vecti connexum, definienda eſt; & pro hujuſmodi momentorum Ratione, quibus pondus deorſum conatur, etiam impetûs contranitentis intenſionem dimetiri neceſſe eſt. Quia igitur pondus cum vecte connexum quo propiùs ad hypomochlium accedit, eo tardiùs ſibi relictum deſcenderet,

propterea etiam minorem contranitentis impetûs intenſionem requirit: Ex quo fit eodem potentiæ conatu, quo illa pondus ſine vecte ſuſtineret, poſſe majorem ponderis gravitatem ſuſtineri adhibito vecte, eóque majorem, quo major eſt Ratio diſtantiæ potentiæ ad diſtantiã ponderis à fulcro; & viciſſim potentia minore conatu idem pondus ſuſtinebit, ſi hoc propius admoveatur ad hypomochlium, quàm priùs, cum opus erat majore conatu.

Porrò conatum potentiæ de induſtriâ dixi, ut vocabulo uterer, quo tum potentia vivens, tùm inanimata æquè comprehenderetur; quia aliquando quidem potentia conatum adhibet innatâ ſuâ gravitate, aliquando autem præter, aut contra gravitatis propenſionem. Gravitate utitur, quæ inanima eſt, & vires ſuas exerit totas, quodcunque demum pondus vecte movendum aut ſuſtentandum proponatur. Potentia verò vivens ſuo conſulens commodo, ne ſe inani conficiat labore, non plus operæ confert, quàm opus fuerit, ſed vires ex opportunitate adminiſtrat, modò majores, modò minores impendens, quippe quæ muſculorum contentione voluntarios motus perficit, & non ſolùm deorſum premendo, ſed etiam ſurſum connitendo, aut in tranſverſum urgendo, vecte uti poteſt: At inanimata potentia non niſi deſcendendo vi ſuæ gravitatis cogere poteſt adverſum pondus ad aſcendendum; atque ſi primum vectis genus demas, cui poteſt illa proximè admoveri, in cæteris generibus, ſi attollendum ſit pondus, artificium aliquod excogitandum eſt, quo interjecto, aut potentiæ virtus, aut ipſum pondus ad vectem applicetur, ut propoſitum finem aſſequamur; conatus enim potentiæ & ponderis, licet inæquales, non tamen oppoſiti ſunt, ſed ad eandem partem ſua gravitate contendunt.

Sic vecte R S, cujus fulcrum ſit in extremitate R, non poteſt



pondus V attolli à potentia inanimata P, ſi proximè illi adjungatur in S; ac propterea rotula in T figenda eſt verſatilis, & funiculo S T P jungenda potentia P, quæ deorſum connitens elevat vectem in S, atque

que adeò etiam pondus V. Simili ratione ſit vectis Secundi generis MN, & hypomochlium in M, locus autem ponderis in H: ſi potentia N inanimata vecti proximè adnectatur, utique elevare non poterit pondus in H collocatum: quare ſtatuatur in loco ſuperiore rotula K, & funiculo HKL jungatur pondus L cum puncto H; nam potentia N ſua gravitate deſcendens deprimendo punctum H vectis elevabit pondus L. Idem continget, ſi vectis MN ſit tertij generis, & N ſit pondus attollendum, potentia verò inanimata collocanda ſit in H. Nihil utique præſtabit deſcendendo in H; ut igitur punctum H aſcendat, rotula K adhibeatur, & à potentia L deſcendente elevabitur idem punctum H, ac proinde etiam pondus N. Vel ſi in vecte RS tertij generis ſtatuatur potentia V, illa deſcendens deprimet velociter extremitatem S, & pari velocitate aſcendet pondus P. Quid hoc ſimplex artificium aliquando in ſcenicis motionibus præſtare poſſit emolumenti, facilè prudens machinator intelligit.

Ex his, quæ de Vectis viribus explicata ſunt, apertè liquet omnino veritati conſentanea eſſe ea, quæ lib. 2. cap. 8. diximus, in rotis curruum inveniri non poſſe rationem vectis, quia duo tantummodo ſunt puncta, ſcilicet extremitas Radij ſubjectam tellurem tangentis, & rotæ centrum, cui & innititur pondus, & medio temone applicatur potentia. Cum igitur potentia & pondus eandem habeant poſitionem, & æquali velocitate moveantur, nullum habetur ex Vectis rationibus compendium. Eatenus enim Vectis in Mechanicarum Facultatum cenſu numeratur, quoad potentia & pondus diſpari celeritate moventur, vel quia potentia ſe velociter movens exiguo conatu tardè movet pondus, ut in primo & ſecundo genere vectis, vel quia potentia ſe tardè movens multo conatu celeriter movet pondus, ut in tertio genere. Quare ſemper in motu ponderis per vectem aliquid lucri habetur, nimirum aut major ponderis gravitas, quæ movetur, aut ſaltem major velocitas, qua movetur.

CAPUT II.

Quid in hypomochlij collocatione ſit obſervandum.

TRia in Vecte, ut dictum eſt, puncta conſtituuntur & deſignantur duo quæ moventur, tertium illorum motuum centrum, quod alicui corpori innititur, ut vectis conſiſtat, nec à ponderis gravitate, aut à potentiæ vi abripiatur: huic corpori *Hypomochlio* nomen inditum eſt à Græcis, quaſi (ſi verbum è verbo volumus) *ſubvectis*, nam ut plurimum vecti ſubjicitur, nos *Fulcrum* dicimus, quia vectem ſibi incumbentem fulcit. Cæterùm non eſt hæc conſtans, & perpetua hujus corporis poſitio, ut ſub vecte ſit, quamvis ſemper Hypomochlij aut Fulcri nomine donetur; quandoquidem in vecte tertij generis, ubi pondus in extremitate eſt, potentia medium locum obtinet, ſi infra alteram vectis extremitatem eſſet corpus hujuſmodi, utique à potentia nequiret attolli pondus, ut patet: in ſuperiore igitur parte ſit oportet, ut potentiâ ſurſum conante, pondere deorſum contranitente, impediatur altera vectis extremitas, ne fiat totius vectis converſio obſecundans aut potentiæ conatui, aut gravitati ponderis, quod eſſet attollendum. Quod ſi hoc vecte tertij generis deprimendum eſſet infra aquam per vim corpus aliquod leve, tunc ſub vecte conſtitueretur hypomochlium: contrà vectis primi & ſecundi generis ſi ad premendum aut deprimendum adhibeatur, exigit hypomochlium in ſuperiori parte. Similiter non eſt ſub vecte, ſed ad latus adjacet, quoties pondus eſt movendum in plano horizontali, ſive in eodem plano ſit vectis, ſive in plano verticali, ut cùm duo marmora non elevanda ſunt, ſed immiſſo inter illa vecte invicem disjungenda. Quemadmodum igitur lapis à lædendo pedem vocabulum habet, etiamſi non lapides omnes pedem lædant; ita corpus illud, cui punctum vectis quieſcens innititur, hypomochlij & fulcri nomen retinet, quamvis non ſemper ſub vecte ſit, illúmque ſuffulciat. Quid autem profuerit immutare vocabula,

cabula, ubi rem ipſam tenemus? Immò punctum ipſum vectis quieſcens, quod hypomochlio reſpondet, non rarò ab iis hypomochlium dicitur, aut fulcrum, qui verborum compendio claritati conſultum volunt; mihíque hanc loquendi facultatem, ubi res tulerit, reſervo.

Quieſcens autem voco punctum vectis, quod eſt centrum motuum potentiæ, & ponderis; non quia ſemper omnino quieſcat, ſed quia ſi aliquo motu moveatur, tardiſſimum certè eſt omnium punctorum; cætera quippe vectis puncta circa hoc tanquam circa centrum deſcribunt lineam inflexam ac recurvam: alioquin ſi punctum hoc plus moveretur quàm pondus, mutatæ fuiſſent vices, & quod pondus dicitur, eſſet reipſa hypomochlium, corpus verò, quod hypomochlium dicitur, eſſet pondus, quod à potentiâ potiſſimum moveretur. Obſervandum enim eſt non pondus ſolum, verùm etiam hypomochlium accipere vim externam potentiæ vectem agitantis, reſiſtente videlicet pondere, ex quo fit illud premi; quod ſi inæqualiter reſiſtant, licet utrumque moveatur, in illud potiùs exercet virtutem ſuam potentia, quod languidiùs reſiſtit, altero validiore hypomochlij rationem habente. Sic vecti ad attollendum marmor applicato ſi glebam, hypomochlij loco, ſuppoſueris, non marmor attolles, ſed glebam vecte conteres: marmor igitur eſt hypomochlium vecti ſuperpoſitum, & glebæ eſt pondus contritum vecte ſecundi generis: At ſi pro gleba lignum ſubjicias, quod non frangatur, ſed aliquantulum cedens comprimatur, & vectis veſtigium recipiat, ita tamen, ut marmor moveatur, duplex vectis genus hîc intercedit, prout duplex effectus potentiæ conatum conſequitur; ad comprimendum ſcilicet lignum vectis eſt ſecundi generis hypomochlium habens impoſitum marmor, ad elevandum autem marmor vectis eſt primi generis, cujus hypomochlium eſt ſubjectum lignum. Cujuſmodi ſit hypomochlium, ſive ſit funis vectem retinens, ſive axis infixus, circa quem volvatur vectis, ſive quodcumque aliud corpus, cui illè incumbat, aut innitatur, modò abſit incommodi periculum ex ejus fragilitate, parum refert: ſatis eſt, ſi par fuerit ferendo oneri, quod vecte elevatur. Ex ponderis autem gravitate hypomochlij ſoliditas atque materies definienda eſt; ex motûs

qualitate (ſpectatâ loci, in quo perficiendus eſt, poſitione) forma hypomochlij ſtatuatur.

Illud examinandum videtur, quandónam præſtet uti vecte primi generis, quando vecte Secundi generis, hoc eſt an plus commodi afferat fulcrum in vectis extremitate collocatum, ut in ſecundo genere, an verò inter pondus atque potentiam interjectum, ut in primo genere. Propoſita ſit vectis longitudo decem palmorum, quo oporteat pondus ita attollere, ut ejus motus ſit reſpondens arcui deſcripto ex Radio duorum palmorum. Si vectis ſit primi generis, pondus & potentia ſunt in vectis extremitatibus, hypomochlium dividit totam longitudinem in partes duas, quarum major ad potentiam ſpectans eſt quadrupla minoris ſpectantis ad pondus; eſt ſcilicet illa octo, hæc duorum palmorum. At ſi vectis fuerit ſecundi generis, hypomochlium & potentia illius extremitates occupant, pondus ab hypomochlio diſtat palmos duos: quare potentiæ diſtantia ab hypomochlio cum ſit tota vectis longitudo, eſt quintupla diſtantiæ ponderis. Cum igitur ponderis motus cum potentiæ motu comparatus hic quintuplo tardior ſit, ibi verò ſolum quadruplo tardior, minore impetu indiget, ut moveatur vecte ſecundi generis. Cæterùm conſiderato hoc duplici vectis genere, obſervandum eſt in ſecundo genere à potentiâ elevandum non ſolum pondus ſed etiam vectem ipſum, qui ſi valde gravis ſit (ut aliquando contingere poteſt trabem fungi vectis munere) auget potentiæ movendi difficultatem: Contra verò in vecte primi generis ipſa vectis gravitas juvat potentiam; & quidem ſi homo ſit, qui vectem premat, ipſa corporis gravitas acceſſionem facit, ad impetum, qui à vitali conatu oritur: præterquam quod hic liberè & facillimè potentiam inanimatam adhibere poſſumus, & aliam atque aliam adjicere prout opus fuerit; at non item in vecte ſecundi generis, niſi adhibito artificio, de quo ſuperiori capite dictum eſt.

Datâ igitur ponderis movendi gravitate, & datâ potentiæ virtute (quæ videlicet tanto conatu adhibito poteſt certam gravitatem ſola ſine vecte movere in ſimili plano ſive horizontali, ſive inclinato, ſive verticali) diſtinguatur vectis in duas partes ita, ut vel pars ad partem, ſi ſit primi generis, vel totus ad par-

tem,

tem, ſi ſit ſecundi generis, eandem Rationem habeat, quæ eſt dati ponderis ad pondus, quod à potentiâ ſolâ ſine vecte poteſt moveri. Sic data Potentia virtutem habeat movendi pondus lib. 6. certo conatu, oporteat autem hoc eodem conatu movere lib. 30: quia virtus potentiæ eſt ſubquintupla ponderis dati, propoſitus vectis intelligatur primùm diſtinctus in partes ſex, quarum una tribuatur diſtantiæ ponderis ab hypomochlio, reliquæ quinque tribuantur diſtantiæ potentiæ, ita ut reciprocè ſit diſtantia potentiæ ad diſtantiam ponderis, ut pondus datum ad virtutem potentiæ: & hic eſt vectis primi generis. Deinde ut habeatur vectis ſecundi generis, diſtinguatur totus vectis in partes quinque, & una ex illis ſit diſtantia ponderis ab hypomochlio in vectis extremitate conſtituto. In utroque enim caſu motus potentiæ eſt quintuplus motûs ponderis, atque adeò potentia poterit vecte movere pondus quintuplum ponderis, quod ſola poteſt movere.

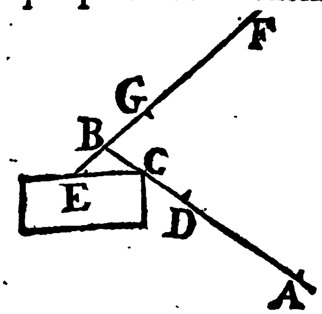
Potentiæ virtutem dixi, non potentiæ gravitatem, tùm quia non omnis potentia vim movendi habet ex gravitate, tum quia potentiæ gravitas movere non poteſt gravitatem æqualem, ſed minorem, nam cum æquali facit æquilibrium, & ſolùm poteſt illam ſuſpendere. Quare ſi potentia vi ſuæ gravitatis moveat, non ſatis erit, ſi fiat ut potentiæ gravitas ad ponderis gravitatem, ita reciprocè ponderis diſtantia à centro motûs ad diſtantiam potentiæ ab eodem centro; ſed diſtantia ponderis ad diſtantiam potentiæ exigit habere minorem Rationem. Hinc ſi potentia ſit ponderis ſubquintupla ratione ſuarum gravitatum, pondus ab hypomochlio diſtare debet minus quàm parte quinta diſtantiæ potentiæ ab eodem hypomochlio. Quod ſi vectis is eſſet, cujus gravitas notabile momentum adderet potentiæ, tunc diſtantia ponderis, quæ eſſet ſubquintupla diſtantiæ potentiæ, ſufficeret, minor enim eſſet Ratione potentiæ adæquatè acceptæ ad Pondus.

Ubi verò ponderis gravitatem conſiderare oportet, non ſatis eſt illam notam habere, ac ſi ſtaterâ expenderetur, ſed conſiderandum eſt planum, in quo illud movendum eſt; neque enim eadem habet momenta, ſi ſurſum elevandum ſit

in plano Verticali, ac ſi urgendum ſit in plano inclinato, aut propellendum in horizontali: propterea in Ratione aſſignandâ partibus vectis non eſt attendenda gravitas abſoluta ponderis, ſed quatenus in propoſito plano. Idem eſt de gravitate potentiæ dicendum.

Ex dictis patet non quamcumque vectis longitudinem ſemper opportunam eſſe, quamvis verum ſit quemlibet vectem poſſe ſecundùm quamcumque Rationem in partes diſtingui, atque proinde quodcumque pondus à quacumque datâ potentiâ poſſe moveri, ſi ritè applicari poſſet. Unum enim eſt incommodum, quod, quo propiùs ad centrum motuum admovetur pondus, eo minor eſt illius motus: & contingere poteſt adeò exiguam eſſe ponderis ab hypomochlio diſtantiam, ut motus adeò tenuis nulli futurus ſit uſui. Quapropter longiori vecte utendum erit, ut, ſervatâ eâdem diſtantiarum Ratione, intervallum inter pondus & centrum motuum ſit notabile & conſpicuum, ex quo motus ſufficiens obtineri poſſit. Quid enim juvaret, ſi vecte palmorum 25 tentares attollere pondus centuplum virtutis potentiæ? an ut pondus ab hypomochlio diſtans per digitum (ſumo digitos quatuor pro ſingulis palmis) elevaretur ad altitudinem unius aut alterius grani hordei? Præterquam quod tam ingens pondus ægrè poſſet in tantillo ſpatio ad vectem opportunè applicari.

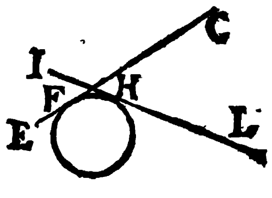
Quod autem ad hypomochlium attinet, curandum maximè eſt, ut qua parte vectem contingit, minimum ſit, &, ſi fieri poteſt, proximè in aciem deſinat; ut ſcilicet eandem ſemper in motu vectis partem contingat; ſi enim alia atque alia vectis pars hypomochlio inſiſtat, mutantur ponderis atque potentiæ momenta, ideoque augeri poteſt movendi difficultas.



Sit vectis ſecundi generis AB innixus ſaxo, quod contingit in C, & centri gravitatis ponderis locus ſit D: utique quia DC minor eſt quàm DB, major eſt Ratio AB ad DC minorem, quàm ejuſdem AB ad DB majorem, per 8. lib. 5. At elevato vecte, ut habeat poſitionem FE, ſicut

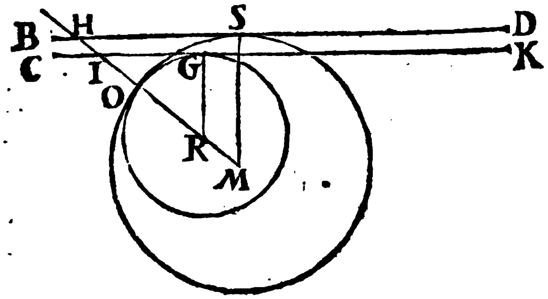
cut A venit in F, ita B venit in E, ubi ſaxo innititur, & pondus D venit in G. Eſt igitur F E ad G E, ut A B ad D B; ergo etiam F E ad G E habet minorem Rationem quàm A B ad D C. Quo autem minor eſt motuum Ratio, eò etiam minus eſt potentiæ momentum ad momentum ponderis; igitur ſi Ratio A B ad D B minor ſit, quàm A C ad D C, etiam Ratio F E ad G E minor erit quàm Ratio A C ad D C. Quare tunc ſolùm eadem movendi facilitas manebit (quod quidem ſpectat ad rationem hypomochlij quicquid ſit an ex alio capite mutetur, ut infra) quando C B pars extrema vectis, quæ innititur hypomochlio, ea eſt, ut eadem ſit Ratio A B ad D B, quæ eſt A C ad D C: Hoc autem fieri omnino non poteſt, quia A B & D B ſunt idem ac A C, atque D C, ſi his utriſque addatur eadem pars C B. Si ergo ut A C plus C B ad D C plus C B eſſet ut A C ad D C, etiam permutando, & dividendo, & iterum permutando, per 16. & 17. lib. 5. eſſet ut A C ad D C ita C B ad C B, ac propterea A C totum æquale eſſet parti D C. Non igitur fieri poteſt, ut maneat in motu eadem facilitas ratione hypomochlij, ſi accidat, ut vectis poſitiones in motu ſe decuſſent; id quod evenit, ſi alia atque alia pars vectis hypomochlium tangat. Et quia major eſt Ratio totius A B ad totam D B, quàm ſit ablatæ C B ad ablatam C B, erit etiam, per 33. lib. 5. reliquæ A C ad reliquam D C major Ratio quàm totius A B ad totam D B, hoc eſt major Ratio quàm F E ad G E.

Similiter in vecte primi generis, ſi fulcrum ſit cylindricum, tangit quidem in puncto, ſed dum vectis deorſum urgetur, aliud atque aliud ejus punctum aliis cylindri punctis congruit: nam ſi fuerit potentia in C, & pondus in E, vectis autem tangat in F, in converſione cum E venerit in I, & C in L, jam contactus ſit in H ita, ut H L minor ſit quàm F C, contrà verò H I major ſit quàm F E. Decreſcunt ergo potentiæ momenta, cujus diſtantia à motûs centro minuitur, augentur autem ponderis momenta, cujus diſtantiæ à motûs centro aliquid ſemper accedit. Et quidem quò craſſior fuerit cylindrus, factâ pari vectis inclinatione, major etiam oritur diſtantiarum differentia; ut facilè demonſtratur,

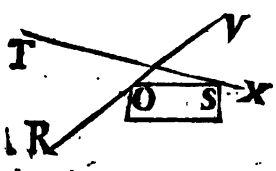


ſi

ſi duo circuli ſe intus contingant in O, ubi vectem ſuſtinent, & deinde vectis inclinetur, ut faciat angulum O I G tangens cylindrum minorem in G, aut faciat angulum O H S illi æqualem tangens cylindrum majorem in S: duo ſi quidem triangula I R G & H M S ſunt æquiangula, quia vectes C K & B D ſunt paralleli ex hypotheſi, lineæ verò à centris R & M ad puncta contactuum G & S ductæ cadunt ad angulos rectos, ex 18. lib. 3. quapropter & anguli ad centra R & M ſunt æquales: igitur etiam arcus O G & O S ſunt ſimiles in Ratione ſuarum ſemidiametrorum O R & O M: major ergo eſt arcus O S quàm arcus O G, ac propterea illi major quàm huic vectis pars in converſione aptatur, adeóque diſtantia ponderis ab hypomochlio minùs augetur ab O in G, quàm ab O in S, factâ æquali vectis inclinatione. Illud tamen habetur compendij, ſi craſſior cylindrus vecti ſupponatur, quod non adeò inclinandus ſit vectis, ut ad certam altitudinem attollatur pondus, ac illum inclinare oporteret, ſi exilior cylindrus fulcri munere fungeretur.



Quæ de cylindro dicta ſunt, manifeſta quoque apparent, ſi hypomochlium planum ſit, ut O S: eſt nimirum longè alia Ratio V O ad O R atque X S ad S T; nam additur ipſi O R longitudo O S, ut habeatur S T. Cum ergo minor ſit potentiæ diſtantia X S, quàm V O, minora ſunt potentiæ momenta: contra verò cum major ſit ponderis diſtantia T S, quàm R O, majora pariter ſunt ponderis momenta. Ut itaque in vectis motu momentorum Ratio ſtabilis ac firma perſeveret, ſatius eſt hypomochlium vecti objicere aciem anguli, in quem duæ ſubjecti corporis facies concurrunt, aut vecti axem inſigi, circa quem ille convolvatur.



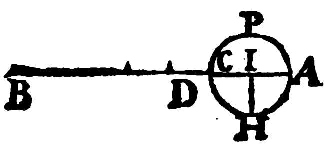
CAPUT

CAPUT III.

Qua Ratione ſtatuendus ſit ponderi locus in Vecte primi generis.

QUoniàm pondus vecte movendum non eſt corpus aliquod planè individuum, ſed partes habet, quarum aliæ ſunt puncto fulcri, hoc eſt, centro motûs, propiores, aliæ remotiores; animum diligenter advertere opus eſt, cuinam vectis puncto intelligendum ſit adjunctum onus, ut ex eo ad fulcrum diſtantia determinetur. Et quidem vix cuiquam dubium eſſe poteſt, an inter omnia ponderis puncta illud unum eligendum ſit, in quo gravitas vires ſuas omnes exercere intelligitur, videlicet circa quod paribus momentis deorſum nititur, ſi ipſa ſibi relinquatur: hoc autem eſt Gravitatis centrum ipſi ponderi inſitum, in quod ſingularum partium conatus confluere, & ſecundùm quod per directionis lineam deorſum vectem urgeri concipimus.

Sit enim pondus P, quod vecti AB infixum, & longitudini AC congruens, ſuo gravitatis centro I deorſum nititur per lineam directionis IH. Dico vectem perinde à toto pondere urgeri, atque ſi tota ejus gravitas eſſet in puncto I, atque ideò diſtantiam ponderis ab hypomochlio D eſſe, neque AD maximam, neque CD minimam, ſed ID mediam: quia, etſi partibus ſingulis ſua inſit gravitas, & ſingula pro ſuâ à puncto D diſtantiâ ſua habeant momenta, ita majora momenta remotiorum particularum à minoribus vicinarum compenſantur, ut intelligenda ſit vel tota gravitas in media diſtantia ID vel ſemiſſis gravitatis in extrema diſtantia AD, prout lib. 3. cap. 2. de momentis brachiorum inæqualium libræ oſtenſum eſt. Hoc autem, quod de pondere ſecundùm molem & gravitatem æquabili dicitur, etiam de ponderibus, quorum anomala eſt figura, vel ex diver-



ſis ſecundùm ſpeciem gravitatibus compoſita, intelligendum eſt, ſi eorum centro gravitatis congruat vectis longitudo; nam ponderis diſtantia non eſt Arithmeticè media inter maximam & minimam, ſed eſt intervallum, quod inter fulcrum & centrum gravitatis interjicitur.

Sed quia non raró pondus aut vecti totum incumbit, aut pluribus funiculis firmiter alligatum ex illo ſuſpenditur, propterea obſervandum eſt, in quod vectis punctum incidat Directionis linea ex centro gravitatis ponderis ducta; hæc enim definiet diſtantiam ponderis ab hypomochlio, & innoteſcent momenta, quibus illud reſiſtit potentiæ elevanti. Id quod per libram æqualium brachiorum (ne illorum inæqualitas aliquam pariat difficultatem) inſtituto æquilibrio facillimè experiri poteris, ſi laminas ligneas, aut metallicas, in varias figuras conformaveris, in quibus centrum gravitatis inventum fuerit, & ita ſingulas ſecundùm unum latus immobiliter uni brachio aptaveris, ut illi congruant, atque in oppoſitâ jugi extremitate æquipondium addideris; facto enim æquilibrio, & demiſſo perpendiculo per centrum gravitatis notatum tranſeunte, apparebit, cuinam libræ puncto reſpondeat; atque inter hoc punctum, & centrum motûs libræ, diſtantia erit ad reliqui brachij totam longitudinem, ut æquipondij gravitas ad ponderis examinati gravitatem.

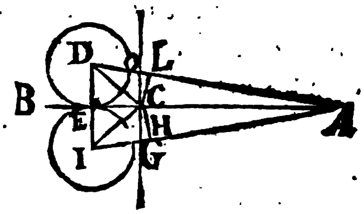
Quod ſi pondus ex unico fune pendulum adnectatur vecti, ſatis conſtat, ex quo vectis puncto deſumatur ejus diſtantia, nimirum ex puncto ſuſpenſionis; intentus enim funis à pendente gravitate lineam Directionis oſtendit. Quamvis autem ſi hujus puncti tantummodo ratio habeatur, eadem videantur futura ponderis momenta, quæcumque tandem fuerit vectis poſitio ſive horizonti parallela, ſive obliqua, examinandum tamen erit inferius cap. 8. utrum ratione anguli, ſecundùm quem pondus deorſum trahere conatur vectem, ejus momenta mutentur.

Nunc autem pondus firmiter vecti adnexum, non verò ex unico fune pendulum, conſideremus, ſive vecti incumbat, ſive infra vectem collocetur; hoc nimirum eſt illud, in quo, propoſitis majoribus ponderibus, non videtur connivendum; neque enim nihil refert, utrùm infra, an ſupra vectem ſit movendæ gravitatis centrum, quantóque intervallo hoc ab illo abſit, ibi

ſi

ſi quidem gravitas collocata intelligitur, ubi ſuas omnes vires omnium partium conſpiratione exercet. Quapropter, ut ponderis momenta innoteſcant, centri gravitatis motum perpendere, ac dimetiri oportet. Hinc eſt pondus firmiter adnexum vecti perinde ſe habere, atque ſi vectis quidam curvus in angulum inflexus ad punctum hypomochlij, ſi ſit vectis primi generis, extremitatem alteram in centro gravitatis ponderis, alteram in potentiâ haberet.

Sit Vectis rectus A B horizonti parallelus, hypomochlium habens in C, & in parte inferiore ſtabili nexu adjungatur pondus, cujus gravitatis centrum I. Ex I in vectem horizontalem cadat perpendicularis linea directionis I E; hoc enim perpendiculum definit diſtantiam gravitatis à vecte. Eſt igitur potentia in A, & pondus in I perinde, atque ſi eſſet vectis A C I; & ut pondus atque potentia



in eâdem linea horizontali conſiſtant, non eſt attendenda vectis poſitio A B, ſed rectæ lineæ A I jungentis centrum potentiæ A cum centro gravitatis ponderis I; quæ linea A I ſimul ut æquè ab horizonte diſtabit, & linea C H ad angulos rectos cadens in eandem lineam A I congruens erit rectæ lineæ jungenti punctum hypomochlij C cum centro terræ, æquilibrium indicabit; eademque definiet Rationem ponderis ad potentiam ſuſtinentem horizontaliter; juxta reciprocam eorumdem diſtantiam à puncto H; pro ut lib. 3. cap. 5. de librâ curvâ explicatum eſt. In poſitione autem obliqua A I, quando recta ex C ad centrum terræ ducta eſt C G cadens ſuper A I ad angulos inæquales, potentia ſuſtinens eſt ad pondus, ut I G ad G A. Cum igitur ſit I G minor quàm I H, contrà verò G A ſit major quàm H A, erit minor Ratio I G ad G A, quàm I H ad H A.

Quoniam verò linea directionis ponderis I E perpendicularis eſt ad vectem A B horizontalem ex hypotheſi, & parallela lineæ C G, eſt ut A G ad G I, ita A C ad C E, per 2. lib. 6. ac propterea, in ſitu vectis parallelo horizonti, locus ponderis eſt in vecte determinatus à lineâ directionis ponderis occurrente

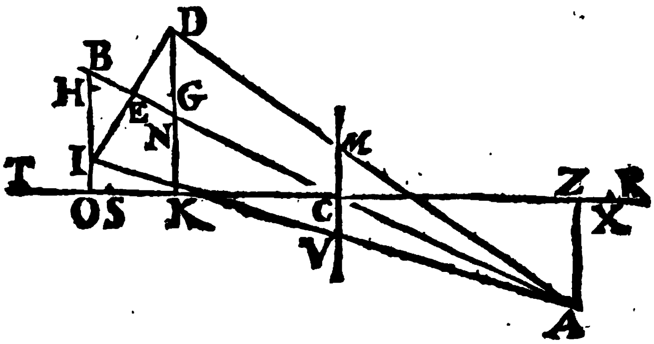
ipſi vecti. Et quia major eſt Ratio A G ad G I, quàm ſit A H ad H I, etiam major eſt Ratio A C ad C E, quàm ſit A H ad H I: Ergo convertendo E C ad C A minorem habet Rationem, quàm I H ad H A, per 26. lib. 5. Atqui potentia ſuſtinens pondus datum, quando recta A I æquè diſtat ab horizonte, eſt ad pondus ut I H ad H A; quando autem pondus eſt infra lineam B A illud cum potentiâ jungentem horizonti parallelam eſt ut E C ad C A. Igitur potentia ſuſtinens in horizontali pondus habet majorem Rationem ad illud, quàm ad idem pondus habeat potentia ſuſtinens illud infra horizontalem. Ergo, ex 8. lib. 5. potentiâ ſuſtinens pondus infra horizontalem minor eſt potentiâ illud ſuſtinente in horizontali. Finge enim eſſe libram curvam A C I habentem ſpartum in C: utique ſi in A eſſet æquipondium, quod ad pondus I eſſet ut I H ad H A, non maneret in eadem poſitione obliqua, ſed A deſcenderet ad poſitionem horizontalem, ut dictum eſt lib. 3. cap. 4. ut igitur obliqua maneat, æquipondium A debet eſſe minus. Ad ſuſtinendum autem pondus, hîc in vecte idem à Potentiâ præſtatur, ac ab æquipondio in librâ brachiorum inæqualium.

Simili omnino methodo oſtendetur pondus idem vecti A B horizontali impoſitum, cujus centrum gravitatis ſit D, linea directionis D I occurrens vecti in E, eſſe ad potentiam A, ut eſt A C ad C E; at ſi recta A D jungens potentiam cum centro gravitatis D eſſet horizonti parallela, pondus ad potentiam eſſet ut A L ad L D, quam Rationem determinat C L cadens ad angulos rectos in rectam A D. Quia enim D E & I E ſunt æquales ex hypotheſi, cum ſit idem pondus, & latus E A eſt commune, anguli verò ad E ſunt recti, etiam, per 4. lib. 1. lineæ A D & A I, item anguli E A D & E A I ſunt æquales. Præterea in triangulis C H A, C L A rectangulis ad H & L, latus C A eſt commune, & anguli ad A ſunt æquales; igitur, per 26. lib. 1. lineæ A L & A H ſunt æquales, igitur & reſiduæ L D & H I ſunt æquales. Quapropter ut A H ad H I, ita A L ad L D: quia igitur Ratio A H ad H I oſtenſa eſt ſuperiùs minor Ratione A C ad C E, etiam minor eſt Ratio A L ad L D, quàm A C ad C E. Sed ut A C ad C E, ita A O ad O D, per 2. lib. 6. propter paralleliſmum linearum C O & E D; ergo minor eſt Ratio A L ad L D, quàm A O ad O D. Atqui cùm A D

parallela

parallela eſt horizonti, pondus D impoſitum vecti ad potentiam A ſuſtinentem eſt ut A L ad L D, in poſitione verò obliquâ A D eſt idem pondus ad potentiam ſuſtinentem ut A O ad O D; ergo in priori poſitione horizontali pondus ad potentiam habet minorem Rationem, quàm in poſteriori poſitione obliqua: ergo per 8. lib. 5. in priori eſt major potentia, quàm in poſteriori.

Quamvis autem, cùm vectis eſt horizonti parallelus, pondus ſive illi impoſitum, ſive ſuppoſitum fuerit, iiſdem momentis reluctetur potentiæ ſuſtinenti, non ita tamen ſe res habet, ſi idem vectis A B, fulcrum habens in C, elevetur ſupra lineam horizontalem R T: plurimũ enim intereſt, utrũ ponderi ſubjectus ſit vectis, an vecti pondus.



Sint, ut prius, gravitatis ponderis centra D ſuperius, & I inferius, ex quibus in vectem perpendiculares cadunt D E & I E, quæ, ex 14. lib. 1. ſunt una recta linea D I. Jungantur centra potentiæ & ponderis rectâ A D, quæ ſecat rectam tranſeuntem per fulcrum C & terræ centrum in puncto M. Quare ex dictis de librâ curva, ſi ſint æqualia momenta ponderis atque potentiæ, erit ut A M ad M D, ita pondus D ad potentiam A. Ducatur ex D linea directionis D N parallela perpendiculari M C; & per 2. lib. 6; eſt ut A M ad M D, ita A C ad C N; eſt autem C N minor quàm C E, ergo, ex 8. lib. 5. major eſt Ratio A C ad C N, quàm A C ad C E. Atqui in vecte horizontali potentia ad pondus eſt ut E C ad C A; hic autem ut N C ad C A; igitur minor eſt potentia ſuſtinens pondus impoſitum vecti obliquo ſupra horizontem, quàm potentia ſuſtinens pondus idem vecte parallelo horizonti.

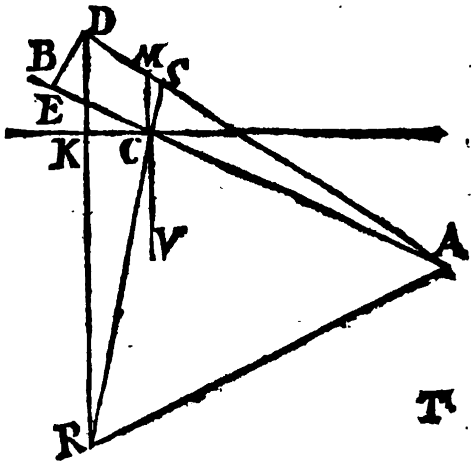
At ſi pondus vecti ſubjiciatur, & ſit ejus gravitatis centrum I, ducatur recta A I ſecans perpendiculum ex C ductum ad

centrum terræ in V. Igitur ſi æqualia ſunt momenta ponderis I & potentiæ A, eſt pondus ad potentiam ut A V ad V I. Ex I centro gravitatis linea directionis I B parallela lineæ C V occurrat vecti in B; igitur, ex 2. lib. 6. ut A V ad V I, ita A C ad C B: eſt autem C B major quàm C E; ergo A C ad C B habet, ex 8. lib. 5. minorem Rationem, quàm A C ad C E. Cum itaque in vecte horizontali potentia ad pondus eſſet ut E C ad C A, hîc autem in vecte obliquo ſit ut B C ad eandem C A, major potentia ſuſtinens hîc requiritur. Quare tantumdem creſcit ſuſtinendi difficultas in pondere infra vectem adjuncto, quantum decreſcit in ſuſtinendo pondere ſupra vectem poſito. Cum enim triangula B E I, D E N ſint æquiangula (quia B I & D N, per 30. lib. 1. ſunt parallelæ, adeóque per 29. lib. 1. alterni anguli ad B & N, & alterni ad I & D ſunt æquales, & reliquus reliquo, per 32. lib. 1.) eſt, per 4. lib. 6. ut I E ad E D, ita B E ad E N: ſunt autem ex hypotheſi D E & I E æquales, igitur & B E æqualis eſt ipſi E N, illa refert incrementum potentiæ, hæc decrementum; ergo æqualiter ibi creſcit, hîc decreſcit difficultas ſuſtinendi pondus.

Contraria ſunt momenta, quæ ponderibus accidunt, vecte cum pondere infra horizontalem lineam inclinato: concipe enim hoc idem ſchema ita converſum, ut potentia A ſit in ſuperiore loco, pondera autem I & D ſint infra horizontalem R T. Jam pondus I incumbit vecti, pondus verò D illi ſubjectum adnectitur. Igitur pondus I vecti impoſitum majora momenta habet vecte cum pondere infra horizontem inclinato, quàm vecte horizonti parallelo: in hoc autem eodem ſitu inclinato pondus ſubjectum D minora habet momenta, nam pondus I ad potentiam A ſuſtinentem eſt ut A C ad C B majorem, quæ eſt minor Ratio quàm A C ad C E minorem, ex 8. lib. 5: è contrario D pondus ad potentiam A ſuſtinentem eſt ut A C ad C N minorem, quæ eſt major Ratio, quàm A C ad C E majorem. Hinc eſt momenta ponderis vecti ex primo genere impoſiti infra horizontem majora eſſe, ſupra horizontem minora; contrà autem ponderis vecti ſubjecti infra horizontem minora eſſe, ſupra horizontem majora.

Et hæc quidē eatenus dicta intelligantur, quatenus concipitur Potentia vi ſuæ gravitatis rectâ deorſum connitens, adeò ut Di-

rectiones Potẽtiæ atque Ponderis ſint parallelæ; propterea enim conſiderata eſt linea per centrũ motûs, hoc eſt punctum fulcri, ducta ad centrũ terræ utrique Directioni parallela. At ſi linea Directionis Potentiæ non eſſet parallela Directioni gravitatis Ponderis (ſi res ſcrupuloſiùs agatur) paulo aliter conſideranda videtur linea per punctum fulcri tranſiens, quæ determinet partes lineæ jungentis Potentiam & Centrum gravitatis ponderis, linea videlicet per fulcrum ducta ex puncto, in quo concurrunt directiones Potentiæ atque Ponderis. Sit Vectis A B inſiſtens fulcro C depreſſus in A infra horizontem, ut ſuſtineat pondus D incumbens vecti, à quo diſtat per lineam D E. Directio gravitatis ponderis eſt perpendicularis D R, at directio Potentiæ non ſit perpendicularis A T, verùm obliqua A R faciens cum vecte angulum B A R. Concurrunt itaque directiones Ponderis, & Potentiæ in R. Quare ſicuti quando ſunt directiones D R & A T parallelæ, premunt fulcrum C juxta perpendicularem C V, quæ rectam A D ſecat in M, ita directiones D R & A R videntur prèmere fulcrum C juxta rectam C R, quæ producta ſecat rectam A D in S: ac propterea Ratio Potentiæ ſuſtinentis ad Pondus non eſt ut D M ad M A, ſed ut D S ad S A.



Hinc eſt lineam directionis Potentiæ, quò majorem angulum conſtituit cum vecte in A, eò minorem angulum efficere cum perpendiculari lineâ directionis ponderis D R productâ, atque proinde cum illa concurrere multo remotiùs quàm in R, & lineam ex puncto concurſûs directionum ductam ad C, & ulterius productam ſecare lineam A D inter M & S, adeò ut aliquando facilè citra notabilem errorem aſſumi poſſit punctum M: Cum enim D R & M V ſint parallelæ, angulus D R C internus æqualis eſt externo M C S, ex 29. lib. 1. idémque di-

cendum

cendum de quolibet angulo conſtituto cum perpendiculari DR à lineâ ex puncto concurſus directionum ducta per C punctum fulcri: ideò quo minor fit angulus ad B, minor quoque eſt ad C, & punctum in lineâ AD notatum magis accedit ad M.

Hinc pro determinanda Ratione momentorum potentiæ ad momenta ponderis pro diverſâ vectis inclinatione duplici methodo uti poteris. Prima eſt, ſi ex centro gravitatis ponderis lineam directionis ducas, punctum enim, in quo hæc occurrit vecti, illud eſt, quod definit locum ponderis, in quo ſua exercet momenta. Secunda eſt, ſi tam ex Potentiæ quàm ex Ponderis centro gravitatis lineam ducas ad perpendiculum in lineam horizontalem, quæ tranſit per C punctum fulcri; nam partes hujus lineæ horizontalis interceptæ inter puncta, in quæ cadunt perpendiculares, & punctum C, illæ ſunt, quæ reciprocè ſumptæ oſtendunt Rationem ponderis ad potentiam. In ſitu namque horizontali vectis punctum E congruit puncto S, & potentia A congruit puncto X: eſt igitur ut AC ad CE ita XC ad CS: in poſitione autem obliquâ ex A in horizontalem perpendicularis cadit in Z, ex D cadit in K, ex I verò in O. Quia igitur triangula AZC & NKC ſunt æquiangula, videlicet rectangula ad Z & K, angulos ad verticem C, ex 15. lib. 1; æquales habent, &, ex 32 lib. 1. reliquum reliquo, eſt per 4. lib. 6. ut AC ad CN ita ZC ad CK. Similiter triangula BOC & AZC rectangula ad O & Z angulos ad verticem C æquales habent, & reliquum reliquo, adeóque ſunt ſimilia, & ut AC ad CB, ita ZC ad CO. Quare in hac obliquâ vectis poſitione momentum ponderis D ad momentum potentiæ ſuſtinentis eſt ut ZC ad CK, & momentum ponderis I ad momentum potentiæ ſuſtinentis eſt ut ZC ad CO.

Ex his, quæ de potentia ſuſtentante dicta ſunt, ſatis apparet potentiam paulo validiorem ſatis eſſe ad pondus movendum. Verùm licèt in vecte primi generis ad pondus ſuſtentandum opportunè animum adverterimus ad libram curvam, hæc tamen in vecte ſecundi generis locum habere non poſſunt; propterea ad aliam explicandi rationem confugiendum eſt, quæ utrique generi communis ſit; nec difficile erit ea, quæ ſtatim capite ſequenti ſubjiciam pro ſecundo vectis genere ad primum

mum traducere. Conſideratur nimirum motus ponderis comparatus cum eodem motu potentiæ: ſi enim potentia ſit ſuâ gravitate deſcendens, ejus deſcenſum metitur Z A: pondus vecti impoſitum aſcendit, ut ſit ſupra horizontalem altitudine KD; ſed ex hac demenda eſt centri gravitatis diſtantia D E, qua eminebat ſupra horizontalem, ut habeatur ejus motus D K minùs D E, hoc eſt G K. Contra verò pondus vecti ſubjectum erat infra horizontalem diſtantiâ I E, quæ ſi addatur altitudini O I, dabit O H motum ipſius ponderis. Major eſt autem motus O I plus I E, hoc eſt plus D E, quàm ſit motus K D minùs D E; nam poſita obliquitate lineæ D I, facto centro D, intervallo D E circulus deſcriptus tranſit per G punctum depreſſius quàm E, & ex I intervallo I E deſcriptus tranſit per H punctum altius quàm E: ergo motus Z A ad minorem motum habet majorem Rationem, quàm ad majorem motum, atque adeò major eſt movendi facilitas.

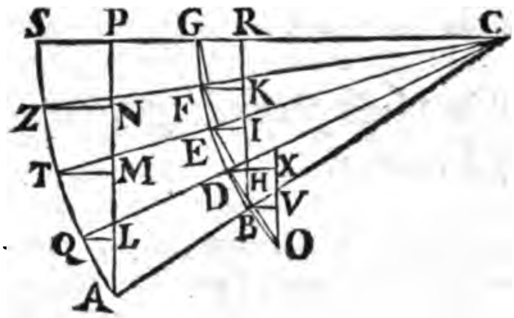
CAPUT IV.

Momenta ponderis in Vecte ſecundi generis conſiderantur.

IN Vecte ſecundi generis circa extremitatem, ubi eſt fulcrum, deſcribuntur à pondere proximo & à potentiâ remotâ duo circulorum arcus tanquam circa commune centrum. Et quidem ſi in eadem rectâ lineâ ſint punctum fulcri, centrum gravitatis ponderis, & ipſa virtus potentiæ ſurſum aſcendentis, motus potentiæ & ponderis ſunt in eadem Ratione, in qua ſunt diſtantiæ ab hypomochlio, ſive pondus ſupra horizontalem tranſeuntem per fulcrum, ſive à loco inferiore ad horizontalem elevetur; quia videlicet tam pondus quàm potentia per ſimiles arcus ab horizontali æqualiter remotos moventur; ac proinde eorum arcuum Sinus, qui metiuntur elevationem, habent inter ſe Rationem eandem, quæ eſt radiorum, ſive diſtantiarum.

At verò ſi centrum gravitatis ponderis ſit extra lineam rectam jungentem punctum fulcri cum puncto virtutis potentiæ exiſtentis in alterâ vectis extremitate, ſive ſupra vectem, ſive infra illum ſit, non manet eadem Ratio motuum, quæ eſt diſtantiarum potentiæ & ponderis (quatenus ponderis diſtantia ſumitur à puncto, in quod à centro gravitatis cadit in vectem perpendicularis) quia aſcenſus & elevationes non ſervant eandem Rationem; ex eo quod, licèt in vectis converſione tam centrum gravitatis ponderis quàm centrum potentiæ deſcribant in motu arcus ſimiles, hi tamen arcus non ſunt ſimiliter poſiti, hoc eſt ſimili modo ab horizontali diſtantes: ac propterea (ut patet ex doctrina Sinuum) differentiæ Sinuum, qui conveniunt arcubus ſupra vel infra horizontem, ubi incipit quadrans circuli, æqualiter creſcentibus, non ſunt æquales: hæ autem differentiæ metiuntur motum elevationis, qui maximè attenditur, quatenus opponitur innatæ propenſioni gravitatis.

Sit in C fulcrum vectis CA, & in A ſit potentia movens. Si centrum gravitatis ponderis ſit in eadem rectâ CBA, ſemper motus ponderis & potentiæ ſunt omnino ſimiles, & ut CB ad ad CA; illud enim deſcribit arcum BG, hæc verò arcum AS, & elevatio ponderis ex B in G eſt BR, aſcenſus potentiæ eſt AP; & propter triangulorum rectangulorum CRB & CPA ſimilitudinem eſt ut CB ad CA, ita BR ad AP. Et quamvis, diviſo arcu BG in partes aliquot æquales, & in totidem æquales partes diviſo arcu ſimili AS, non ſint in ſingulis ejuſdem arcûs partibus æquales aſcenſus) nam BH minor eſt quàm HI, hic minor quàm IK, & hic minor quàm KR, ſimiliterque AL minor quàm LM, hic minor quàm MN, & hic minor quàm NP) comparatis tamen ſingulis aſcenſibus in minore arcu BG, cum ſingulis aſcenſibus in arcu majore AS ſibi invicem reſpondentibus, manet eadem Ratio, & ut BH ad AL, ita HI ad LM, & ſic de



reliquis

reliquis (ut ex Sinuum doctrinâ manifeſtum eſt, nec opus eſt hîc oſtendere) ſunt enim omnes in Ratione Radij CB ad Radium CA.

Longè aliter ſe res habet, quando extra rectam lineam jungentem punctum fulcri cum potentiâ eſt centrum gravitatis ponderis. Nam ſi Vecti CBA impoſitum ſit pondus, cujus centrum gravitatis ſit D, potentiâ A deſcribente arcum AQ centrum gravitatis ponderis deſcribit arcum DE, qui licèt æqualis ſit arcui BD; habet tamen aſcenſum HI majorem quàm BH: igitur aſcenſus AL ad HI majorem, habet minorem Rationem quàm ad BH minorem, ex 8.lib.5. igitur in hoc motu Potentia ad Ponderis motum habet minorem Rationem, quàm ſi centrum gravitatis ponderis eſſet in B; ergo majorem experitur in movendo difficultatem.

Contrà verò ſi pondus ſit vecti CBA ſubjectum, ejúſque centrum gravitatis ſit O; dum potentia A deſcribit arcum AQ, centrum gravitatis O deſcribit arcum OB, ejuſque aſcenſus eſt OV; atqui OV minor eſt quàm BH; ergo AL aſcenſus potentiæ ad OV minorem eſt in majori Ratione quàm ad BH majorem; eſt autem HI major quàm BH; ergo AL ad OV multo majorem Rationem habet quàm ad HI. Ergo datâ eâdem vectis poſitione, eodemque motu, major facilitas erit in elevando pondere habente centrum gravitatis infra vectem in O, quàm ſi illud habeat ſupra vectem in D.

Eadem erit demonſtrandi methodus in cæteris aſcenſibus: nam potentia percurrens arcum AT habet aſcenſum AM, centrum D percurrit arcum DF, cujus aſcenſûs menſura eſt HK; centrum autem O percurrens arcum OD habet aſcenſum OX: cùm igitur OX minor ſit quàm BI, & hic minor quàm HK, etiam AM ad OX minorem eſt in majore Ratione quàm ad HK majorem.

Et hæc quidem hactenus dicta intelliguntur de vecte infra lineam horizonti parallelam depreſſo; nam vecte ſupra horizontalem lineam elevato, contraria prorſus accidere ex dictis demonſtratur. Concipe vectem AC elevatum ſupra horizontem, pondus OB eſt illi impoſitum, pondus DB eſt ſubjectum: quando potentia aſcendens per arcum QA habet aſcenſum LA, centrum gravitatis O deſcribit arcum BO, & aſcenſûs

menſura eſt V O ; at centrum gravitatis D deſcribens arcum E D habet aſcenſum I H. Cum igitur oſtenſum ſit majorem Rationem eſſe L A ad V O, quàm ad I H, etiam ſupra horizontem elevato vecte major erit facilitas in movendo pondere vecti impoſito, quàm in elevando pondus habens centrum gravitatis infra vectem.

Ut autem innoteſcat, qua Ratione in progreſſu motûs creſcat difficultas, aut minuatur, obſerva ex Canone in arcubus æqualiter creſcentibus Sinuum differentias ab initio quadrantis progrediendo uſque ad finem Quadrantis ſemper decreſcere, harum verò differentiarum differentias, hoc eſt differentias ſecundas, ſemper augeri. Hinc eſt ita R K Sinum arcûs G F majorem eſſe quàm differentiam K I, & K I majorem quàm I H, & I H majorem quàm H B, ut differentia inter Sinum R K & differentiam K I minor ſit quàm differentia inter K I & I H, hæc verò differentia minor ſit quàm differentia inter I H & H B. Idem dicendum de ſimilibus differentiis inter Sinum P N, & differentias N M, & M L, & L A. In iiſdem lineis P A & R B particulas aſſumptas donavi vocabulo Sinuum aut differentiarum, non quaſi ignorans illas particulas non eſſe Sinus aut differentias Sinuum arcubus æqualiter creſcentibus reſpondentium, ſed claritatis gratia abutens vocabulo; quandoquidem illis æquales ſunt, cum aſſumantur per lineas Radio C S parallelas.

His poſitis intelligatur vectis totus C A cum pondere B intrà aquam, potentia verò ſit cortex ſuberis, aut uter inflatus, ſeu veſica, aut quid hujuſmodi levitans. Potentiæ motum metiri oportet ex naturalibus aſcenſibus A L, L M, & reliquis. Quia autem eſt ut A L ad L M, ita B H ad H I; etiam viciſſim, per 16. lib. 5. ut A L ad B H, ita L M ad H I, & ſic de cæteris, ſive infra, ſive ſupra horizontalem: propterea eadem ſemper manet facilitas aut difficultas elevandi pondus in aquâ gravitans, cujus gravitatis centrum congruat vecti C A. Idem dic ſi Potentia S in aqua gravitans deprimeret per vim pondus G, quod in aquâ levitaret: nam P N deſcenſus naturalis potentiæ ad R K depreſſionem ponderis, eandem Rationem haberet, quam deſcenſus N M ad depreſſionem K I.

Si vectis ſit C A, cui pondus incumbat habens centrum gravitatis

vitatis D, atque tam pondus quàm potentia ſint in medio, in quo alterum levitet, alterum gravitet, utriuſque motum quatenus naturalis eſt aut violentus, metitur linea perpendicularis in horizontalem cadens: & ut particulæ ipſæ invicem comparentur, Sinuum differentiæ A L, L M &c. B H, H I &c. conſiderandæ ſunt. Cum itaque differentia inter B H, & H I major ſit quàm differentia inter H I, & I K, utique B H magis deficit ab æqualitate cum H I, quàm H I cum I K; ideóque minor eſt Ratio B H ad H I, quàm H I ad I K: Atqui eadem eſt Ratio B H ad H I, quæ eſt A L ad L M; igitur minor eſt etiam Ratio A L ad L M, quàm H I ad I K, & viciſſim, per 27. lib. 5. minor eſt Ratio A L ad H I, quàm ſit L M ad I K. Igitur ſi potentia A levitet, & pondus, cujus centrum gravitatis D, gravitet, aſcendendo ad horizontalem, quæ per fulcrum C tranſit, acquirit movendi facilitatem.

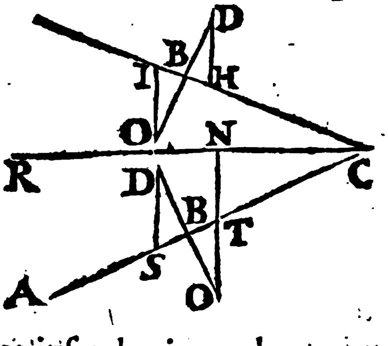
Jam figuram inverte, ut vectis moveatur ſupra horizontalem: vecte congruente lineæ horizontali C S, ponderis impoſiti centrum gravitatis erit in F, & aſcendet juxta menſuram K I & I H, cum potentiæ aſcenſus erit P N & N M. Quia igitur differentia inter Sinum R K & differentiam K I minor eſt, quàm differentia inter K I & I H, utique R K minùs excedit æqualitatem cum K I, quàm K I cum I H: ideóque minor eſt Ratio R K ad K I, quàm K I ad I H. Eſt autem eadem Ratio R K ad K I, quæ eſt P N ad N M; igitur minor eſt Ratio P N ad N M, quàm K I ad I H, & viciſſim minor eſt Ratio P N ad K I, quàm N M ad I H: Igitur aſcendendo magis & recedendo ab horizontali creſcit movendi facilitas.

Demum ſi vecti C A ſubjectum ſit pondus, cujus centrum gravitatis O, & potentiæ motum metiatur perpendicularis A P aſcendendo versùs horizontalem; quia differentia inter O V, & V X major eſt quàm differentia inter V X & H I, adeóque O V magis deficit ab æqualitate cum V X, quàm V X cum H I, propterea O V ad V X habet minorem Rationem quàm V X ad H I: ſed ut V X, hoc eſt B H, ad H I, ita A L ad L M; ergo minor eſt Ratio O V ad V X quàm A L ad L M; & viciſſim minor eſt Ratio O V ad A L quàm V X ad L M; ideóque faciliùs elevatur ex O in B, quàm ex B in D. Factâ autem figuræ converſione, ut aſcenſus Potentiæ ſit P A, & aſcenſus Ponderis ſit R B, ſi poten-

tia ſit in Z, centrum gravitatis ponderis ſubjecti eſt in G, & dum potentia aſcendit per N M & M L deſcribens arcum Z Q, pondus aſcendit per R K & K I. Atqui R K ad K I habet minorem Rationem quàm K I ad I H, ut ſuperiùs oſtenſum eſt, & ut K I ad I H, ita N M ad M L; ergo minor eſt Ratio R K ad K I, quàm N M ad M L, & viciſſim minor eſt Ratio R K ad N M quàm K I ad M L; ergo faciliùs movetur per R K aſcendendo, quàm per K I, adeóque creſcit difficultas elevandi pondus ſubjectum vecti ſuprà horizontalem, ſi comparentur inter ſe partes elevationis.

Quare, ut in ſummam ea, quæ dicta ſunt, referantur, ſi pondus ſit infra vectem ſecundi generis, faciliùs elevatur eodem vectis motu versùs horizontalem, quàm ſi fuerit ſupra vectem: Contrà verò ſupra horizontalem faciliùs eodem vectis motu elevatur pondus vecti impoſitum, quàm vecti ſubjectum. Conſideratis autem particulatim ſingulis elevationibus, diviſo ſcilicet in æquales particulas univerſo motu ejuſdem ponderis, ſi pondus ſit in eâdem rectâ lineâ cum fulcro & potentia, eadem ſemper eſt movendi facilitas aut difficultas: Si pondus ſit ſupra vectem, & motus infra horizontalem incipiat, ſemper creſcit movendi facilitas non ſolùm uſque ad horizontalem, verùm etiam ſupra illam: At ſi pondus ſit infra vectem, motúſque infra horizontalem incipiat, augetur ſemper difficultas movendi tùm uſque ad horizontalem, tùm ſupra illam.

Hæc omnia confirmari poſſunt, ſi lineam directionis per centrum gravitatis ponderis ductam produci intelligamus uſque ad horizontalem lineam, quæ per fulcrum tranſit; Secabit enim vectem, & in ſectionis puncto quodammodo conſtitutum pondus concipere poſſumus. Sit enim infra horizontalem C R, vectis C A, & ad punctum B illi inſiſtat perpendiculariter linea à centro gravitatis ducta, ſcilicet D B ſupra, & O B infra. Quando vectis C A congruet lineæ C R, & erit horizonti parallelus, pondus concipietur niti in B contra vectem: at infra horizontalem centrum D nititur in S, & centrum O in



in T, juxta lineas directionis D S & O T. Quia igitur punctum S magis diſtat à fulcro C quàm punctum T, pondus infra vectem faciliùs ſuſtinetur ſub horizontali, quàm pondus ſupra vectem. Contra autem ſupra horizontalem centrum O nititur in I remotiùs à fulcro C, & centrum D in H propiùs; ergo ſupra horizontalem faciliùs ſuſtinetur pondus vecti impoſitum, quàm illi ſubjectum.

Quoniam verò triangula rectangula C N T, & O B T, angulos ad verticem T æquales habent, & reliquum reliquo æqualem, erit, ex 4. lib. 6. ut C T ad T N, ita O T ad T B. Igitur prout ex elevatione vectis minuitur angulus A C N, etiam minuitur angulus T O B, ac propterea T recedit à fulcro C verſus B, & augetur ſuſtinendi atque movendi difficultas. Iſti autem acceſſus versùs B ſunt inæquales, etiam ſi æqualia ſint anguli T O B decrementa, prout decreſcunt angulorum ad O factorum Tangentes, poſito Radio O B. Porrò ex Canone Tangentium conſtat illarum differentias ſemper majores fieri, ſi augeatur angulus, minores fieri, ſi minuatur angulus. Igitur recedente lineâ directionis Centri gravitatis O à fulcro C, augetur difficultas ſuſtinendi & elevandi pondus vecti ſubjectum: & quia ſupra horizontalem ſemper magis recedit ab eodem fulcro C ultrà punctum B versùs A potentiam, puta, ut ſit O I, multo adhuc major eſt ſuſtinendi atque movendi difficultas. Conſideratis autem particulatim motibus, quia infra horizontalem differentiæ receſſuum à puncto C fiunt ſemper minores; propterea creſcit quidem difficultas, ſed inæqualibus & minoribus incrementis; quia verò ſupra horizontalem differentiæ receſſuum à fulcro C fiunt ſemper majores, creſcit adhuc difficultas, & quidem ſemper majoribus incrementis. At ſi pondus ſit D vecti impoſitum, linea directionis D S accedit versùs B uſque ad horizontalem, ſupra quam recedit à B versùs C, ut ſit ex. gr. D H: ſemper igitur faciliùs movetur, quamquam non æqualibus facilitatis incrementis; fiunt enim incrementa infra horizontalem ſenſim minora, ſupra autem fiunt ſemper majora. Sed hic unum explicandum eſt, quod fortaſſe alicui animum minùs attentè advertenti difficultatem pariat adversùs ea, quæ ſuperiùs dicta ſunt: videlicet oſtenſum eſt pondus vecti impoſitum, ſi motus incipiat infra

horizon

horizontalem, majori difficultate moveri, quàm pondus vecti ſubjectum. Si enim, inquis, linea Directionis D S magis ac magis accedit ad B, utique creſcit movendi facilitas; contra verò lineâ directionis O T accedente ad B creſcit movendi difficultas.

Ut nodum hunc ſolvas, obſerva triangula S B D, & T B O rectangula ad B, quia D S & T O ſunt parallelæ, eſſe æquiangula & ſimilia, immò æqualia, quia ut D B ad O B ſibi ex hypotheſi æqualem, ita S B ad T B. Igitur qua Ratione minuitur angulus A C R, etiam minuitur angulus S D B, & angulus T O B: igitur Tangentium differentiæ fiunt ſemper minores. Quare in primo motu tam linea directionis D S, quàm linea directionis O T, magis accedit ad B quàm in ſecundo motu, & magis in ſecundo, quàm in tertio; acceſſus tamen utriuſque lineæ directionis ex eodem vectis motu ſunt æquales; & qua menſurâ augetur receſſus ponderis D vecti impoſiti, à Potentia A, eâdem pariter menſurâ augetur receſſus ponderis O vecti ſubjecti, à fulcro C. Itaque creſcit quidem illius facilitas, hujus difficultas, ſi ponderum ſingulorum motus particulatim accipiantur, ejuſdémque ponderis motûs pars cum parte conferatur: at verò ſi utriuſque ponderis motus invicem comparentur, utique pondus D difficiliùs movetur, cùm ejus linea directionis eſt citra punctum B versùs potentiam, quàm moveatur pondus O, quamdiu ejus linea directionis eſt ultra idem punctum B.

Ex his, quæ de vecte ſecundi generis dicta ſunt, quid de vecte tertij generis dicendum ſit, faciliùs innoteſcit, quàm ut illud pluribus explicari oporteat; potentia ſi quidem & pondus invicem loca commutant, ſed motuum Ratio eadem eſt, & quæ in vecte ſecundi generis eſt Ratio motûs Potentiæ ad motum Ponderis, vice versâ in vecte tertij generis eſt Ratio motûs Ponderis ad motum Potentiæ.

Hoc te monitum velim, Amice Lector, conſideratum hactenus vectem ad movenda ſurſum pondera gravia, aut deprimenda deorſum levia, & quidem à Potentia, quæ vi ſuæ gravitatis aut levitatis moveatur, cujus propterea aſcenſum aut deſcenſum conſideravimus. Nam ſi in plano horizontali à Potentia vivente movendum ſit pondus, utique Potentiæ motus circu-

laris

laris obſervatur, & attendendum eſt vectis punctum, in quod cadit linea, quæ à centro gravitatis ponderis in vectem perpendicularis ducitur, ut ponderis locus ſtatuatur, & momenta definiantur. Naturâ quippe comparatum eſt, ut ſi vectis non occurrat huic perpendiculari, non moveatur totum pondus, ſed fiat ponderis converſio vel circa gravitatis centrum, vel circa aliud punctum quod maneat immotum, aut ſaltem minore motu moveatur.

CAPUT V.

Quæ ſit Ratio Vectis Hypomochlium mobile habentis.

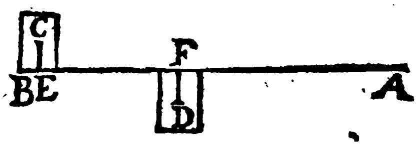
NOn hîc hypomochlium mobile illud intelligo, quod ſimul cum pondere à potentiâ ſuſtentato ad eaſdem partes promovetur; cujuſmodi ſunt manualia bajulorum vehicula, quæ unicâ rotâ inſtruuntur, & habentia rationem vectis ſecundi generis; nam fulcrum habent in axe rotæ, & potentiam in extremitate manubriorum, quibus illa ſuſtinet pondus transferendum: cui propterea addita eſt rota illa verſatilis, ut etiam hypomochlium citra difficultatem, quin atterat ſubjectam planitiem, ſimul cum pondere jam elevato, atque ſuſtentato promoveatur.

Hujuſmodi pariter eſt novitium vehiculi genus, cui Sellæ Rotatæ nomen fecerunt, hoc uno à lecticâ viatoriâ diſcrepans, quòd loco poſterioris jumenti ſuſtinentis additus eſt axis duabus rotis infixus, cui innituntur vectes ab anteriore equo ſuſtentanti unâ cum pondere intermedio. Hic eſt vectis ſecundi generis, cujus hypomochlium ſequitur potentiam trahentem pariter ac ſuſtentantem impoſitum pondus, non mutatâ Ratione momenti potentiæ ſuſtinentis, ſive hypomochlium moveatur, ſive ſtabile ſit ac fixum. Cæterùm quò pondus magis à rotis diſtat, magis equum gravat, minùs autem ſubſilit, cùm rotæ in offendiculum incurrunt.

Nomine igitur hypomochlij mobilis illud intelligo, quod

movente potentiâ atque conante adversùs pondus, reſiſtit quidem vecti, ſed & ſimul loco cedit ita, ut pondus & hypomochlium in oppoſitas partes immiſſo inter illa vecte moveantur. Sic contingere poteſt fulcrum deprimi, dum pondus elevatur, aut fulcrum elevari, dum pondus deprimitur, aut ſi utrumque in plano horizontali moveatur, in oppoſitas plagas recedere. Loquor autem de vecte primi & ſecundi generis, quibus communiter utimur; nam in vecte tertij generis, ſi hypomochlium cedat, movetur ad eaſdem partes cum pondere & potentia, ſed tardiùs. Hinc ſi vecte inter duo pondera non immodicè inæqualia interjecto alterutrum movere coneris, reliquum etiam movetur; ita tamen ut neutrum tantum motûs perficiat, quantum haberent ſingula, ſi ſolitariè moverentur, reliquo manente immoto.

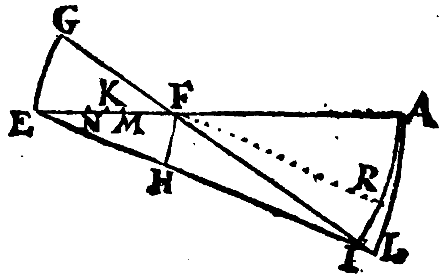
Sit vectis A B inter duos lapides C & D interjectus, qui lapidem C non dimovebit, niſi eum tangat in puncto cui occurrit linea ex C gravitatis centro ducta (aut potiùs planum per idem gravitatis centrum C tranſiens) ad perpendiculum in vectem, & ſit linea C E; niſi enim in E lapis à vecte tangatur, movebitur quidem lapis circa centrum C, donec congruat vecti, ſed non propelletur totus lapis. Idem dic de lapide D, niſi tangatur in F occurrente lineæ perpendiculari D F. Quare pondera intelligantur in E & F: & quoniam F reſiſtit vecti, ut E propellatur versùs C, & viciſſim E reſiſtit vecti, ut F propellatur versùs D, propterea ad movendum pondus C, vectis A E eſt primi generis, & ad movendum pondus D, vectis A E eſt ſecundi generis; atque pondera illa viciſſim habent rationem hypomochlij, quia vectis alteri innititur, ut alterum moveat.



Cæterùm ſingulorum lapidum abſoluta & ſimpliciter ſumpta reſiſtentia tum ex eorum ingenitâ gravitate, tum ex ſuperficierum ſe tangentium aſperitate atque conflictu definitur: Comparatè verò ad vectem non ſic accipienda eſt ſingulorum reſiſtentia, quaſi motûs centra eſſent E aut F: experimento enim manifeſto deprehenditur motum potentiæ A ad motum

ponderis

ponderis C non eſſe ut A F ad F E, neque ejuſdem potentiæ A æqualem motum eſſe ad motum ponderis D ut A E ad F E. Nam ſi punctum E vectis fixum eſſet, & potentiæ motus eſſet A L, motus ponderis F eſſet F H: Si verò punctum F maneret immotum, & potentiæ motus eſſet A I æqualis ipſi A L, motus ponderis eſſet E G. Tunc autem motus A I æqualis eſt motui A L, quando ut A F ad A E, ita viciſſim angulus A E L ad angulum A F I: æqualium ſi quidem angulorum in circulis inæqualibus arcus ſunt ut Radij;



ergo ſi fuerint anguli reciprocè ut Radij, ſcilicet minor in majore circulo, & major angulus in minore, erunt æquales arcus illis oppoſiti: Sic anguli A F R æqualis angulo A E L arcus A R eſt ad A L, ut Radius F A ad Radium E A; ſed ut F A ad E A, ita arcus A R ad arcum A I ex conſtructione; ergo ut A R ad A L ita A R ad A I: ergo per 9. lib. 5. A I & A L ſunt æquales.

Quoniam igitur tam E quàm F ex hypotheſi in oppoſitas partes moventur circumacto vecte, punctum aliquod eſt inter E & F, quod eſt veluti centrum motuum tam potentiæ quàm ponderum, in quo centro quodammodo diviſa intelligitur reſiſtentia, quæ componitur tùm ex eorum innatâ gravitate, tùm ex eorum motu, ſpectatâ poſitione ad vectem. Hinc manifeſtum eſt ſingula pondera minùs moveri, quàm ſi ſingula moverentur reliquo manente immoto; quia videlicet ſingula minùs diſtant à centro, circa quod moventur. Sic ponderum E & F gravitas ponatur æqualis: ſi intelligatur centrum motûs ab utroque æqualiter diſtare, ut ſit K E æqualis ipſi K F, motus potentiæ factus intervallo A K æqualem habet Rationem ad motum, qui fit à ſingulis ponderibus.

Quare potentiæ momentum perinde ſe habet, atque ſi utrumque pondus eſſet in E, aut utrumque in F, hypomochlium verò in K. Ponamus enim E F eſſe partium 6, quarum partium 7 eſt F A: igitur E K eſt 3, & K A 10; & potentia ſine vecte movens lib. 3, vecte A K E movebit lib. 10 in E. Similiter K F eſt 3, &

K A eſt 10; igitur potentia ut 3 in A, movebit in F pondus ut 10: igitur etiam in A potentia ut 6, facto motûs centro K, movebit vel utrumque pondus ut 10 in E & F, vel unicum pondus ut 20 ſive in E, ſive in F. Conſtituatur itaque potentiæ virtus ut 6, ſi hypomochlium eſſet F immotum, non moveret niſi pondus grave ut 7 poſitum in E; & facto hypomochlio ſtabili E moveret pondus grave 13 poſitum in F; adeóque univerſum pondus eſſet librarum 20. Quare idem pondus lib. 20 movetur ab eâdem potentia, ſed non eodem motu: Nam hîc amborum ſimul ponderum motus circa centrum K eſt ut 6; at ſi potentiæ motus A I ſit 10 (quemadmodum motus potentiæ circa centrum K eſt 10) circa F centrum, motus E G eſt $8\frac{4}{7}$; & ſi potentiæ motus A L ſit pariter 10 circa centrum E motus F H eſt $4\frac{8}{13}$.

Hinc patet ſingulorum ponderum motum, quando utrumque ſimul movetur, minorem eſſe, quàm ſi ſingula ſolitariè moverentur, adeóque totum motum, qui ex duobus motibus coaleſcit, minorem eſſe ſummâ, quæ conflatur ex motu E G & motu F H. Præterea manifeſtum eſt cæteris paribus moveri faciliùs pondus F, quod eſt Potentiæ A proximum, quàm pondus E ab eâdem remotum; minor enim differentia eſt inter $4\frac{8}{13}$ & 3, quàm inter $8\frac{4}{7}$ & 3.

Quod ſi duorum ponderum E & F abſoluta reſiſtentia, quæ ex gravitate oritur, inæqualis fuerit, inæqualem pariter eſſe oportet reſiſtentiam ex motûs velocitate, quæ unicuique ponderi conveniat, ſed reciprocè, ut fiat totius reſiſtentiæ æqualitas. Cum enim utrumque pondus movendum ſit, par eſt ita reſiſtentiam dividi, ut æqualibus momentis adverſentur potentiæ contranitenti; quod ſcilicet gravius eſt, difficiliùs movetur, quod minus grave, faciliùs: igitur illius motus minor eſt, hujus major. Propterea centrum motuum iis intervallis ab utroque pondere aberit, ut quæ Ratio eſt gravioris ponderis ad minus grave, ea ſit Ratio diſtantiæ centri motûs à minùs gravi ad diſtantiam ejuſdem centri à graviore. Sit ex. gr. pondus E lib. 8. & pondus F lib. 12; diſtantia E F eadem quæ priùs, hoc eſt, 6; & F A 7. Cum igitur pondera ſint ut 2 ad 3, dividatur E F in quinque partes, & propè gravius F aſſumantur duæ F M, reliquæ

tres

tres ME ſpectent ad minus grave E. Si itaque circa centrum M moveantur pondera E & F, habent æqualia reſiſtentiæ momenta; nam lib. 12 moventur ut 2, & lib. 8 moventur ut 3. Quare AM eſt ad ME ut $9\frac{2}{5}$ ad $3\frac{3}{5}$, & AM ad MF eſt ut $9\frac{2}{5}$ ad $2\frac{2}{5}$. Fiat igitur ut AM ad ME, ita reciprocè pondus E lib. 8 ad virtutem potentiæ A movendi ſine vecte libras $3\frac{3}{47}$: & ut AM ad MF, ita reciprocè pondus F lib. 12 ad ejuſdem potentiæ A virtutem movendi ſinè vecte libras $3\frac{3}{47}$. In hac itaque ponderum inæqualium diſpoſitione paulo plus virium requiritur in potentia (hoc eſt vis movendi lib. $6\frac{6}{47}$) quàm ſi eſſent æqualia, eandemque gravitatis ſummam lib. 20 conſtituerent.

At ſi vice verſâ pondus E eſſet lib. 12, & F lib. 8, centrum motuum eſſet N, atque AN eſſet $10\frac{3}{5}$: ac propterea ut AN $10\frac{3}{5}$ ad NE $2\frac{2}{5}$, ita pondus E lib. 12 ad virtutem potentiæ ſine vecte moventis libras $2\frac{38}{53}$; & ut AN $10\frac{3}{5}$ ad NF $3\frac{3}{5}$, ita pondus F lib. 8 ad virtutem potentiæ A moventis ſine vecte libras $2\frac{38}{53}$. Tota igitur virtus potentiæ in hac eorumdem ponderum inæqualium collocatione ſufficiet, ſi fuerit vis movendi lib. $5\frac{23}{53}$, quæ minor eſt eâ, quæ requiritur; quando pondera ſunt æqualia, & differt à virtute, quæ requiritur, quando F gravius eſt quàm E, vi movendi ferè uncias $8\frac{1}{5}$.

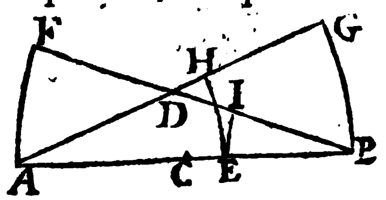
Simili argumentatione ratiocinandò deprehendes, quo minus fuerit intervallum inter E & F, etiam faciliùs duo illa pondera eodem vecte moveri. Nam ſi idem vectis AE 13 adhibeatur, atque pondera E & F æqualia fuerint, intervallum verò EF ſit 4, centrum motuum diſtabit ab A intervallo 11, & à ſingulis ponderibus intervallò 2: Quare potentia ut 4 movebit pondera ſingula ut 11: vel ſi ponantur ut prius ſingula lib. 10, fiat ut 11 ad 2, ita lib. 10 ad potentiam ſine vecte moventem lib. $1\frac{9}{11}$; atque ideò tota potentia ſufficiens ad movenda duo pondera æqualia ſimul ſumpta lib. 20, erit vis movendi ſine vecte lib. $3\frac{7}{11}$. Quod ſi E fuerit lib. 8, & F lib. 12, E diſtabit à centro motuum partibus $2\frac{2}{5}$, F verò part. $1\frac{3}{5}$, & potentia A diſtabit part. $10\frac{3}{5}$: Ex quo fit ſingula moveri poſſe à potentia

habente virtutem movendi ſine vecte lib. 1 $\frac{43}{53}$, & ambo ſimul à potentia habente vim movendi lib. 3 $\frac{33}{53}$. At verò ſi viciſſim E fuerit lib. 12, & F lib. 8, diſtantia potentiæ à centro motuum erit part. 11 $\frac{2}{5}$, ac propterea ſingula pondera exigent virtutem movendi lib. 1 $\frac{39}{57}$, & tota potentia ad utrumque ſimul movendum ſufficiens erit vis movendi ſine vecte lib. 3 $\frac{21}{57}$, quæ deficit à vi movendi lib. 3 $\frac{33}{53}$, eâ virtute, quæ requireretur ad movendum uncias 3 $\frac{1}{20}$, atque à vi movendi lib. 3 $\frac{7}{11}$ deficit per uncias 3 $\frac{1}{5}$ ferè.

Que de corpore gravi dimovendo dicta ſunt, intelligantur pariter, ſi vectis inter duo corpora flectenda, aut divellenda, interjiceretur; quemadmodum objectos caveæ ſi quæras frangere clathros: quod enim hîc gravitas, ibi ferreæ virgæ aut lignei tigilli ſoliditas impedimentum affert motui.

Porrò in vecte tertij generis, quando potentia inter utrumque pondus mobile conſtituitur, aliter res ſe habet: adhoc ſcilicet, ut aliquam vectis Rationem habeat, requiritur aut inæqualitas ponderum, aut ſaltem inæqualitas diſtantiarum potentiæ à ponderibus in utrâque extremitate conſtitutis, ita tamen ut hæ diſtantiæ non ſint in reciprocâ Ratione ponderum: nam ſi planè æqualiter diſtaret potentia ab æqualibus ponderibus, aut inæquales diſtantiæ eſſent in reciprocâ Ratione inæqualium ponderum, ita utrumque traheretur, aut impelleretur, ut pondera ſingula æquè moverentur ac potentia: ad Rationes autem vectis ſpectat inæqualiter moveri potentiam ac pondus, ſi vectis quidem obtineat vim Facultatis Mechanicæ.

Quoniam igitur in hujuſmodi vecte tertij generis oportet utrumque pondus opponi motui potentiæ; vel quia utrumque impellitur, vel quia alterum trahitur, alterum impellitur, ſit



vectis AB, in cujus extremitatibus pondera reſpondeant punctis A & B: Si potentia fuerit in C æquè diſtans ab A & B, pondera autem fuerint æqualia; potentia ex C versùs D mota nullum haberet ſui motûs centrum, ſed pariter traheret aut impelleret ad partes D utrumque pondus; nam æquè utrumque reſiſteret

tùm

tùm ratione gravitatis; tùm ratione poſitionis & diſtantiæ, quæ legem daret motui, ac proinde utrumque æqualiter cederet virtuti potentiæ. At ſi pondus A minus fuerit, quàm pondus B, ſed reciprocam Rationem habeant diſtantiæ potentiæ exiſtentis in E, ut ſit EB ad EA, in Ratione ponderis A ad pondus B; adhuc æquales ſunt reſiſtentiæ; ſicut enim in plano Verticali potentiæ in E ſuſtineret utrumque pondus in æquilibrio, ita in plano horizontali trahens aut impellens utrumque æqualiter moveret.

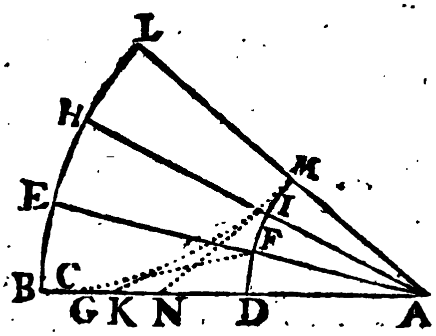
Sint igitur pondera A & B ſive æqualis gravitatis, ſive inæqualis, & ita potentia ſit in E, ut EB ad EA non ſit in Ratione ponderis A ad pondus B: utique ſi B moveri non poſſet, potentia E circa B, tanquam circa centrum, deſcriberet arcum EI, & pondus A arcum AF: ſimiliter ſi pondus A immotum maneret, potentia circa A, tanquam circa centrum, deſcriberet arcum EH, & pondus B arcum BG, ex hypotheſi æqualem arcui AF. Potentia igitur in E faciliùs cæteris paribus moveret pondus B ſibi proximum, quàm pondus A remotum, ſi ſingula ſingillatim movenda eſſent; quia, cum arcus EH major ſit arcu EI, arcus autem BG, & AF ſint æquales, major eſt Ratio EH ad EI quàm BG ad AF; & per 27. lib. 5. viciſſim EH ad BG habet majorem Rationem quàm EI ad AF. Cum itaque neutra extremitas immota maneat, ſed ambo pondera moveantur, minùs movetur A, quod difficiliùs, magis B, quod faciliùs: ac propterea A ſimpliciter fungitur munere hypomochlij ad motum ponderis B: hoc verò viciſſim ad ponderis A motum, quamvis minorem, ſubit vicem fulcri: Neque enim hic unum tribus motibus, potentiæ videlicet & duorùm ponderum, commune centrum reperire eſt, quia ad eandem partem omnium motus dirigitur. Hinc ſi fune alligato in E trahas vectem cum ponderibus, punctum E neque omninò versùs I, neque omnino versùs H dirigetur, quamquam ad H potiùs, quàm ad I inclinabitur; quia faciliùs A vectis punctum reſpondens ponderi convertitur circa centrum gravitatis ponderis, quàm propellat aut trahat totum pondus, prout ferunt, & ipſius gravitas, & ejuſdem diſtantia ab E, quæ illius reſiſtentiam componunt.

CAPUT VI.

Quænam ſint momenta Vectis pondus fune connexum trahentis.

Contingere poteſt oblato ponderi ſuper planum horizontale, aut inclinatum, trahendo non eſſe parem Potentiam: hujus imbecillitati opem ferre licebit Vecte potiſſimùm ſecundi generis, cujus extremitas altera fixa & ſtabilis maneat in plano, in quo pondus jacet, alteram extremitatem Potentia moveat, & loco intermedio alligetur funis cum pondere connexus, qui dum vecte movetur, ſecum rapiat & pondus. Verùm non leviter hallucinaretur, quiſquis momenta vectis ex alligati funis loco ſimpliciter & abſolutè definiret; cum potiùs ponderis reſiſtentiam ex ipſius motu computare oporteat. Quoniam verò duplex eſſe poteſt vectis motus, nimirum aut in plano Verticali, aut in Horizontali; propterea uterque ſeorſim conſiderandus eſt; diverſas enim lineas in plano, in quo jacet, pondus percurrit; rectam ſcilicet, ſi vectis in plano Verticali agitatur; curvam verò, ſi in plano horizontali aut inclinato eodem, cui pondus incumbit etiam vectis moveatur.

Sit in plano, in quo pondus jacet, linea A B, cui vectis congruere intelligatur, & concipiatur pondus in puncto C; vecti autem in D alligetur funis ita connectens pondus cum vecte, ut parti vectis D A æqualis ſit funis D C. Attollatur in plano Verticali vectis, ut ſit A E deſcribens arcum B E; etiam punctum D aſcendit in F, ac propterea funis eſt F G, & ponderis motus eſt C G. Iterum attollatur æqualiter vectis ex E in H; funis caput venit in I, & pondus in K. Similiter



vecte

vecte in L ſublato, funis venit in M, & pondus in N. Sunt igitur tres ponderis motus, C G, G K, K N, inter ſe inæquales, qui ſemper majores fiunt; motus autem potentiæ B E, E H, H L ex hypotheſi ſunt æquales; igitur major eſt Ratio motûs B E ad motum C G, quàm motûs E H ad motum G K, & hæc Ratio major eſt Ratione motûs H L ad motum K N. Cum itaque motibus B E, E H, H L ſimiles ſint motus D F, F I, I M, manifeſtum eſt motum ponderis non ſervare Rationem ſecundùm quam dividitur vectis ab alligati funis capite, eadem quippe ſemper eſt Ratio E A ad A F, & H A ad A I, & L A ad A M.

Motus autem illos ponderis C G, G K & K N ſemper eſſe majores hinc conſtat, quia pars vectis inter funem alligatum atque hypomochlium A ex hypotheſi eſt æqualis ipſi funi connectenti pondus: ſunt igitur triangula Iſoſcelia æqualium ſemper laterum, ſed quæ majores & majores angulos ad baſim habent, ideóque minorem & minorem angulum verticalem continent. Atqui angulorum ad centrum in circulis æqualibus, vel in eodem circulo, ſemper æqualiter decreſcentium ſubtenſæ minores fiunt eâ lege, ut decrementa illa, hoc eſt, ſubtenſarum diminutarum differentiæ augeantur, ut ex Canone Sinuum conſtat. Cum itaque A G ſit ſubtenſa anguli A F G, & A K ſit ſubtenſa anguli A I K minoris, & A N ſit ſubtenſa anguli A M N adhuc minoris; harum ſubtenſarum differentiæ, videlicet C G (differentia inter diametrum circuli A C & ſubtenſam A G) G K & K N motus ponderis ſemper augentur.

Id quod ut manifeſtum fiat, triangula ipſa ad calculos revocemus ſingulorum baſim inquirentes: ponamus verò ex. gr. arcus B E, E H, H L ſingulos grad. 15, & latera ſingula A F & G F eſſe partium 100. Igitur angulus A F G eſt grad. 150, & baſis A G deprehenditur partium $193\frac{18}{100}$. Eſt autem A C ex hypotheſi 200, adeóque C G part. $6\frac{82}{100}$. In triangulo A I K latera ſunt eadem; anguli ad baſim ſinguli grad. 30, angulus verticalis grad. 120; ergo baſis A K part. $173\frac{20}{100}$: & inter A K atque A G differentia G K eſt $19\frac{98}{100}$. Deinde in triangulo A M N anguli ad baſim ſinguli ſunt grad. 45; igitur angulus verticalis grad. 90, & baſis A N part. $141\frac{42}{100}$, & inter A N & A K dif-

ferentia K N eſt 31 $\frac{78}{100}$. Et ſi vectem elevando pergas, idem in conſequentibus triangulis deprehendes, augeri ſcilicet differentias uſque ad A.

Hinc patet eò faciliorem eſſe, cæteris paribus, motum, quò majorem angulum funis cum vecte conſtituit, nam ab æquali potentiæ motu minor ponderis motus efficitur, quàm ſi major eſſet angulus elevationis vectis. Quare faciliùs promovebitur ad deſtinatum locum pondus quod trahitur, ſi poſt aliqualem vectis elevationem, iterum inclinato, quàm maximè fieri poterit, vecte, extremitatem A, hoc eſt hypomochlium ſubinde promoveas, quantum feret funis longitudo: tunc enim fune maximè inclinato tractio ponderis minùs obliqua juvabit motum, qui etiam minor eſt, quàm ſi pergeres vectem elevandò.

Non eſt tamen neceſſe ſervari hanc, quam claritatis gratiâ propoſui, æqualitatem funis F G, & partis vectis F A; ſed aſſumi poteſt vel longior, vel brevior funis, adeò ut ex vectis parte, ex fune, & ex diſtantiâ ponderis ab hypomochlio fiat triangulum ſcalenum: in quo ſi funis fuerit longior parte vectis, eodem potentiæ motu minùs accedet pondus ad hypomochlium, quàm ſi funis fuerit brevior eâdem vectis parte; atque quo longior fuerit funis, etiam minor erit, adeóque facilior, ponderis motus, cæteris paribus, nam & tractio minùs obliqua erit. Statue igitur ex. gr. A D eſſe partium 73, & D C part. 100: quare vecte jacente, diſtantia A C eſt 173.

Sit angulus F A G iterum gr. 15; invenitur angulus A F G gr. 154. m. 7, & baſis A G part. 168 $\frac{66}{100}$; igitur C G 4 $\frac{34}{100}$. In triangulo A I K latera A I 73, I K 100 ut priùs, angulus I A K gr. 30: invenitur angulus verticalis A I K gr. 128. m. 36, & baſis A K part. 156 $\frac{30}{100}$: igitur G K eſt 12 $\frac{36}{100}$. Demum in triangulo A M N latera ſunt eadem ut priùs, angulus M A N gr. 45: ex quibus datis invenitur angulus A M N gr. 103. m. 55, & baſis A N part. 137 $\frac{27}{100}$: igitur K N 19 $\frac{3}{100}$, & totus motus C N eſt part. 35 $\frac{73}{100}$.

Sed viciſſim ſtatue A D partium 100, D C verò funem part. 73; quibus æqualia ſunt trianguli A F G latera A F 100 & F G 73; angulus autem F A G eſt gr. 15: invenitur angulus F G A gr. 20. m. 46, & angulus A F G gr. 144. m. 46: quare

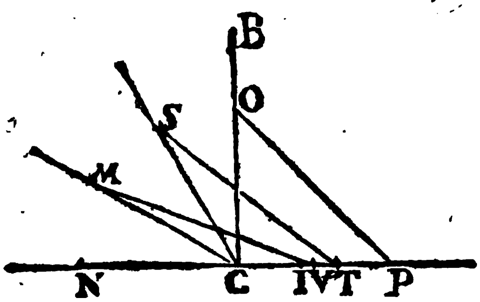
A G

A G eſt part. 164 $\frac{85}{100}$, & motus C G part. 8 $\frac{15}{100}$, qui tamen ſuperiùs, quando D C major erat, quàm A D, deprehenſus eſt ſolum 4 $\frac{54}{100}$. In Triangulo A I K ſimiliter datur A I 100, I K 73, angulus I A K gr. 30 : invenitur angulus I K A gr. 43. m. 14, ac proinde angulus verticalis A I K gr. 106. m. 46, & baſis A K part. 139 $\frac{79}{100}$: igitur G K part. 25 $\frac{6}{100}$, quæ tamen priùs erat 12 $\frac{36}{100}$. Deinde in triangulo A M N latera ſint eadem; & angulus M A N gr. 45 : invenitur angulus M N A gr. 75. m. 37, & verticalis A M N gr. 59. m. 23 : quare baſis A N eſt par. 88 $\frac{81}{100}$, & motus K N part. 50 $\frac{94}{100}$, qui priùs erat 19 $\frac{3}{100}$. Verùm elevari vectis poterit ſolùm, ut funis fiat perpendicularis horizonti, ſcilicet facto angulo ad A gr. 46. m. 53; & baſis erit diſtantia ab A part. 68 $\frac{35}{100}$.

Ut autem innoteſcat, quid contingat fune adhuc longiore quàm part. 100, poſitâ eâdem vectis parte A D part. 73. non pigeat iterum examinare triangula. Sit ergo funis D C part. 200, quarum A D eſt 73; anguli elevationis vectis ſint iidem, qui ſuperiùs. In Triangulo A F G, angulus F A G eſt gr. 15, latus A F 73, latus F G 200: invenitur angulus F G A gr. 5. m. 25, & angulus A F G gr. 159. m. 35 : ac proinde baſis A G part. 269 $\frac{56}{100}$, & motus C G part. 3 $\frac{44}{100}$, qui, poſito fune F G 100, erat 4 $\frac{54}{100}$. In triangulo A I K latera ſunt eadem, angulus I A K eſt gr. 30; ergo angulus I K A gr. 10. m. 31, & verticalis A I K gr. 139. m. 29; atque baſis A K part. 259 $\frac{87}{100}$; ac propterea G K part. 9 $\frac{69}{100}$, quæ priùs fuit 12 $\frac{36}{100}$. Denique in Triangulo A M N eadem latera 73 & 200 cum angulo M A N gr. 45, dant angulum M N A gr. 14. m. 57, & verticalem A M N gr. 120. m. 3; atque baſim A N part. 244 $\frac{83}{100}$: quare motus K N eſt 15 $\frac{5}{100}$, qui in priore hypotheſi erat 19 $\frac{3}{100}$. Longior itaque funis dat minorem & faciliorem motum ponderis.

Quemadmodum verò elevando vectem à poſitione horizontali uſque ad perpendiculum difficultas trahendi augetur, quia pondus velociùs movetur, ita ex adverſo, ſi vectis horizonti perpendicularis inclinetur ad partem oppoſitam ponderi

(adeò ut vectis ſit inter potentiam & pondus) creſcit trahendi facilitas, quia pondus ſemper tardius movetur, quo magis vectis ad horizontem deprimitur. Sit enim pondus in P, vectis perpendicularis C B, funis O P utique longior parte vectis O C.



Inclinetur vectis per Quadrantis trientem, ut O veniat in S; funis erit S T, & pondus veniet ex P in T. Æquali inclinatione deprimatur vectis, ut S veniat in M; funis erit M V, & ponderis motus T V. Demum vectis horizonti congruat, ut M veniat in N; funis erit N I, motúſque ponderis V I. Cum igitur ſemper tardiùs moveatur pondus, quia ſpatia P T, T V, V I ſemper decreſcunt, æquales autem potentiæ motus illis reſpondeant, etiam creſcit trahendi facilitas.

Illa autem baſium C P, C T, C V decrementa in triangulis C O P, C S T, C M V ſemper minui conſtabit ex Trigonometria; dantur enim in omnibus eadem duo latera, ſcilicet funis longitudo, & pars vectis, datúrque in ſingulis æqualiter creſcens angulus funi oppoſitus; quare inveniuntur & baſes, quarum differentiæ ſemper minores fiunt. Sic in triangulo O C P rectangulo ſit perpendiculum O C partium 73, & hypothenuſa O P part. 100; igitur C P baſis eſt part. 68 $\frac{34}{100}$. Deinde quia C S eſt part. 73, S T part. 100, & angulus S C T gr. 120, invenitur C T part. 40 $\frac{97}{100}$: ergo P T eſt part. 27 $\frac{37}{100}$. Similiter M C eſt 73, M V 100, angulus M C V gr. 150; igitur C V invenitur part. 29 $\frac{91}{100}$; ac proinde T V eſt part. 11 $\frac{6}{100}$. Demum quia N C eſt 73, & N I eſt 100, remanet C I part. 27: & ablatâ C I ex C V, relinquitur I V part. 2 $\frac{91}{100}$. Totus itaque motus P I eſt part. 41 $\frac{34}{100}$. Fac autem O C 73 eſſe quartam totius vectis partem, qui proinde erit part. 292. Et quia Radius ad Quadrantem peripheriæ circuli eſt ut 7 ad 11, ſi fiat ut 7 ad 11, ita 292 ad 458 $\frac{6}{7}$, potentia in vectis extremitate poſita

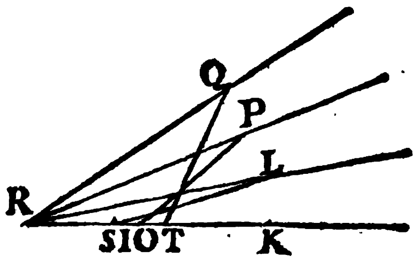
motum

motum habet part. 458, dum pondus movetur ſolum per ſpatium part. 41.

Jam verò finge omnia eadem, præter funis longitudinem, quam ſtatuamus O P ex. gr. partium 200, quarum O C eſt 73. igitur C P eſt 186 $\frac{1}{5}$; & quia N C eſt 73, atque N I ex hypotheſi eſt 200, remanet C I part. 127; atque adeò totus motus P I eſt part. 59 $\frac{1}{5}$: ad quem motum idem potentiæ motus 458 habet minorem Rationem quàm ad motum part. 41, quem dat minor funis longitudo.

Supereſt adhuc tertia quædam ponderis poſitio, vecte agitato in plano verticali; quando nimirum initio motûs ſtatuitur pondus proximum hypomochlio, à quo in motu recedat: huiuſmodi ſcilicet vecte uti poſſumus, cùm aliquid modicè quidem movendum in plano horizontali proponitur, ſed multa eſt difficultas. Similiter ſi longiuſcula ferrea bractea eſſet ſuis extremitatibus validè connexa cum aliquo corpore, & circa medium eam flecti oporteret, ut cuneus vel aliquid ſimile inter corpus & bracteam inſeri poſſet; funi adnecteretur uncus bracteam apprehendens, qui elevato vecte, ſive depreſſo illam aliquantulum flecteret.

Sit vectis hypomochlium in R, funis in K alligatus, & funis longitudo K S 73; pars verò vectis R K 100: quare R S diſtantia ponderis S ab hypomochlio R eſt 27. Moveatur vectis ſurſum, & faciat angulum L R K gr. 15 funis eſt L I part. 73, & L R part. 100; igitur ex his datis invenitur angulus R I L gr. 159. m. 14, & R L I gr. 5. m. 46; adeóque baſis R I part. 28 $\frac{34}{100}$; igitur motus ex S in I eſt 1 $\frac{34}{100}$. Quod



ſi ponatur R L eſſe quarta pars vectis, totus Radius eſt part. 400, & arcus ab extremitate vectis deſcriptus gr. 15, eſt part. 104 $\frac{72}{100}$: Ex quo vides motum potentiæ ad motum ponderis eſſe proximè ut 78 ad 1. At verò ſi funis L I longior ponatur, ut ſit part. 90, & reliqua ſint ut priùs, invenitur angulus R I L gr. 163.

m. 17, & angulus R L I gr. 1. m. 43′ : quare baſis R I eſt part. 10 $\frac{42}{100}$: & quia R S ex hypotheſi eſt ſolum part. 10, motus S I eſt $\frac{42}{100}$ multo minor quàm cum funis brevior ponitur, ac propterea etiam facilior eſt motus, quippe qui minorem Rationem habet ad motum potentiæ.

Pergendo autem in elevatione vectis adhuc per gr. 15, ita ut angulus P R O ſit gr. 30, P R eſt 100, P O eſt 73 : invenitur angulus R O P gr. 136. m. 46, & angulus R P O gr. 13. m. 14, atque baſis R O part. 33 $\frac{43}{100}$: quare motus I O eſt part. 5 $\frac{8}{100}$. Et iterum elevando vectem per gr. 15, ita ut angulus Q R T ſit gr. 45, invenitur angulus Q T R gr. 104. m. 23, & angulus R Q T gr. 30. m. 37, baſis autem R T part. 52 $\frac{17}{100}$: ex quo fit motum O T eſſe partium 19 $\frac{15}{100}$. Hinc patet æqualibus potentiæ motibus inæquales, ſempérque majores ponderis motus reſpondere, ac proinde creſcere movendi difficultatem; cum enim pondus ſuâ gravitate inſiſtat ſubjecto plano, in quo trahitur, quò magis elevatur vectis, etiam funis magis obliquus eſt, minuſque valida fit tractio, quæ magis obliqua eſt.

Quas hactenus recenſuimus tractiones, fieri per lineam rectam vel accedendo ad punctum hypomochlij, vel ab eo recedendo, ſatis conſtat; quia, dum vectis in plano Verticali movetur, pondus non recedit ab illo eodem plano Verticali ſemper ſuâ gravitate inſiſtens plano horizontali, atque idcirco motus illius eſt in communi horum planorum ſectione, hoc eſt, in lineâ rectâ. Sin autem motus vectis fuerit in eodem plano horizontali, in quo eſt pondus fune trahendum, quia vectis circulariter movetur, illum ſequitur pondus per lineam curvam, ſed quo ad ejus fieri poſſit, breviſſimam, ut quàm minimam patiatur violentiam. Certum quippe eſt oportere funem vecti congruentem citra quamlibet anguli inclinationem, eſſe breviorem parte illâ vectis, quæ inter hypomochlium, & locum alligati funis, intercipitur; ſi enim æqualis eſſet, circumducto vecte pondus fulcro proximum non moveretur; multo minùs, ſi longior eſſet funis. Cum itaque brevior ſit, neceſſe eſt pondus quoque circumduci, ſed non eâ ratione, qua moveretur, ſi funis eundem ſemper angulum cum vecte conſtitueret; quemadmodum contingeret, ſi vecti loco funis flexilis

flexilis rigidum brachium adjaceret, cui pondus adnecteretur. Verùm quia pondus ſuâ gravitate reſiſtit, dum vectis movetur, retinetur aliquantulum funis à pondere, & angulum ſubinde majorem cum vecte efficit; trahitur tamen pondus, ſed ita, ut violentiam ſubeat quàm minimam pro ratione poſitionis; ac propterea lineam curvam helici ſimilem deſcribit, quo ad funis certum angulum acutum (pro ut funis, aut pars vectis longiores fuerint, ſive breviores) cum vecte conſtituat; quo deinde angulo manente pondus in gyrum ducitur per circuli ambitum. Obſervabis enim poſitâ eadem vectis parte, quò brevior fuerit funis, eò majorem eſſe angulum illum, ad quem devenitur, & in quo conſiſtitur nec illum augendo, nec minuendo. Quod ſi in funem eâdem vectis parte longiorem ita diſponas, ut non vecti congruat, ſed cum illo angulum efficiat, circumducto vecte ita pondus per helicem moveri videbis, ut diminuto ſubinde angulo, demum funis vecti in eadem rectâ lineâ congruat, & ponderis ultra hypomochlium manentis tractio deſinat: quia videlicet ponderis gravitas reſiſtens licèt trahatur, retinet tamen funem, & minuitur angulus, uſque dum omnis angulus pereat.

Hujuſmodi motûs cauſam deprehendes, ſi attentè inſpicias pondus, cum vectis in gyrum moveri incipit, ita trahi, ut etiam aliquantulum circa ſuum centrum gravitatis, aut circa aliud punctum (neque enim hic locus eſt punctum illud definiendi) volvatur; ex qua converſione fit minore motu opus eſſe, ut pondus conſequatur trahentem: ubi verò tanta facta fuerit ponderis circa ſuum centrum converſio, ut ſi in hanc, vel in illam partem adhuc converteretur, majorem ſubiret in tractione violentiam, hoc eſt, cogeretur majorem motum perficere, quàm ſit motus ejuſdem nullâ factâ circa ſuum illud centrum converſione, tunc manet angulus funis cum vecte, nec jam augetur aut minuitur. Quia autem, cæteris paribus, quò brevior eſt funis, eò major fit ponderis circa ſuum centrum converſio; propterea ad majorem angulum demum inclinatur funis in vectem. Sed in hoc non eſt diutiùs immorandum; rarus quippe eſt hujuſmodi tractionis uſus.

CAPUT

CAPUT VII.

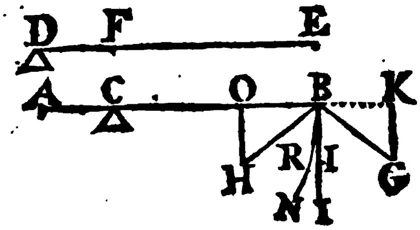
Quid conferat Potentiæ moventis applicatio ad vectem.

QUoniam duplex eſt Potentiæ genus, alia ſiquidem inanima eſt, cujus conatus ſecundùm rectam lineam in centrum, vel à centro, dirigitur, prout gravis eſt aut levis, alia eſt vivens, quæ pro variâ muſculorum intentione, ac membrorum inflexione in aliam atque aliam partem dirigi poteſt; idcirco, cujuſmodi potentiâ uti liceat, conſiderandum eſt, ut opportunum vectis genus eligatur. Nam ſi vectis primi generis depreſſione attollendum ſit pondus, & potentia ſit vivens, ut homo, major eſt movendi facilitas, tum quia ipſum vectis pondus potentiam juvat ſuâ gravitate, tum quia in hujuſmodi depreſſione vectis non ſolùm brachiorum, ſed etiam quandoque totius humani corporis vecti incumbentis, vel ex vecte pendentis gravitas momentum non leve addit contentioni, qua virtus movendi impetum vecti imprimens connititur. Sin autem vecte ſecundi, aut tertij generis elevandum ſit pondus idem, ipſa vectis gravitas officit, quam pariter cum ipſo pondere attollere oportet, & majore virium contentione opus eſt, ut experientiâ docemur.

Verùm illud, quod hîc potiſſimum examinandum proponitur, eſt ipſa potentiæ, quæcumque illa ſit, applicatio ad vectem: neque enim ſatis eſt, ſi illa extremitati vectis adjungatur, aut certo quodam loco in vecte tertij generis collocata intelligatur; ſed maximè attendendum eſt, ſecundùm quam lineam potentiæ motus dirigatur; diverſa quippe ſunt potentiæ momenta pro alia atque aliâ hujuſmodi motûs directione, quatenus cum vecte comparatur. Quemadmodum enim ſi potentia vectem urgeat, aut trahat, juxta ejuſdem vectis in hypomochlij puncto firmati longitudinem, nihil prorsùs in pondere efficit; ita quoquè ſi in vectis longitudinem obliquè incidat

dat impetûs à potentiâ concepti directio, pro ratione obliquitatis minuitur potentiæ momentum; quod integrum manet, ſi ad angulos rectos vecti occurrat linea motus, quam init potentia.

Sit vectis primi generis AB habens hypomochlium in C, ſive ſecundi aut tertij generis DE habens hypomochlium in D. Si potentia conſtituta in B, aut E aut F, motum ſuum dirigat ſecundùm eandem rectam lineam BA aut ED, ſive urgendo vectem versùs C aut D, ſive illum inde retrahendo, manifeſtum eſt, puncto hypomochlij C aut D manente, pondus in A, aut in F, aut in E conſtitutum nihil prorſus moveri, nam totus potentiæ conatus irritus eſt, nec vectem movet. Oportet igitur lineam, ſecundùm quam dirigitur motus potentiæ, conſtituere cum vectis longitudine angulum aut rectum, aut recto minorem, aut majorem. Si angulum acutum HBA efficiat, movetur quidem potentia & vectis, ſed cùm urgeatur vectis versùs hypomochlium C, impeditur potentia, nec movet vectem pro ratione impetûs, quem illa concipit. Similiter ſi directio motûs potentiæ ſit ſecundùm lineam BG, & fiat angulus obtuſus GBA, quamvis vectem moveat, minùs tamen illum flectit aut deprimit, quàm requirat impetûs concepti intenſio, quia conatur vectem retrahere ab hypomochlio C, & ab illo retinetur. Cùm autem, quò acutior aut obtuſior eſt angulus, eò etiam majus ſit impedimentum, hinc eſt pariter plus laboris à potentiâ impendi. Quare, cùm nullum ſit hujuſmodi impedimentum, quando ad rectos cum vecte angulos potentiæ motus dirigitur, ut IBA, propterea tunc ſolùm potentia obtinet omnia momenta, quæ concepto impetui reſpondent: nihil enim impetûs deteritur ab impedimento, quod vectis inferat, quippe qui nec versùs hypomochlium urgetur, nec ab illo retrahitur.



Porrò obſerva longè aliam eſſe lineam motûs potentiæ, à lineâ ſecundùm quam ejuſdem potentiæ motus dirigitur; nam potentia in B applicata movetur deſcribendo arcum circa C

punctum hypomochlij, ſed pro variâ directione modò majorem, modò minorem arcum deſcribit eodem tempore ex vi ejuſdem impetûs concepti. Hinc eſt, niſi potentia ſuum motum in gyrum dirigat, fieri non poſſe, ut in motu eadem ſervet virium momenta: Nam licèt eandem directionem ſervaret, quatenus horizontem reſpicit, aut certum aliquod punctum, non eſſet tamen eadem directio comparata cum vecte; alium quippe atque alium cum vecte angulum conſtitueret illa eadem directionis linea: id quod manifeſtò conſtat, cùm vectis à potentiâ gravi deprimitur; linea enim directionis in centrum gravium directa ſemper obliquior incidit in vectem, qui deprimitur.

Voco autem *Directionem motûs* lineam illam, quam potentia ex vi concepti impetûs ſponte percurreret, niſi ab illâ deflectere cogeretur, quia cum vecte connectitur. Sic potentia B lineam BH ex. gr. percurreret, niſi vectis in C firmati ſoliditas obſtaret, cogerétque arcum BR deſcribere: idem de cæteris lineis dicendum. Hinc ſi longitudo BH concipiatur ſpatium, quod à potentiâ liberâ vi ſui impetûs certo tempore perficeretur, illa utique non recederet à lineâ AB niſi pro ratione Sinûs Recti angulo HBA convenientis poſito Radio BH, ſcilicet per HO. Similiter ſi directio motûs ſit BG angulum obtuſum GBA conſtituens, potentia non recederet ab eâdem lineâ AB niſi pro ratione GK ſinus Recti ejuſdem anguli GBA obtuſi poſito Radio BG, qui ex hypotheſi æqualis eſt Radio BH, ponitur enim utrobique æqualis impetus potentiæ. Quare cùm idem ſit Sinus Rectus anguli acuti, atque obtuſi; quorum ſumma æquatur duobus rectis, eadem pariter momenta virium exercet potentia, ſive ad acutum, ſive ad obtuſum cum vecte angulum dirigatur. Hoc tamen intercedit diſcrimen, quando potentia eandem ſervat ad horizontem directionem, quod acutus angulus procedente motu fit major accedens ad Rectum, augetúrque ejus Sinus; obtuſus verò angulus fit obtuſior magis recedens à Recto, minuitúrque ejus Sinus; ac proinde ibi augetur, hîc minuitur movendi facilitas.

Potentia itaque motum ſuum dirigens ad acutum angulum per lineam BH, vi ſui impetûs deſcribit circa centrum C arcum BR; ad angulum rectum per lineam BI deſcribit arcum

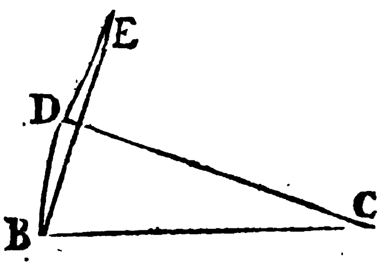
BN;

BN; ad angulum demum obtuſum per lineam BG deſcribit arcum BL, qui eſt æqualis arcui BR, ſi angulus obtuſus GBA ſit ſupplementum ad duos rectos anguli acuti HBA, major autem, aut minor eodem arcu BR, ſi angulus obtuſus ſit minor aut major eodem Supplemento ad duos rectos. Hæc tamen ita dicta intelligas velim, ut hujuſmodi arcus toti atque integri non motum ipſum exprimant, qui re vera fiat, ſed virium Rationem pro diverſâ potentiæ applicatione in minimâ arcûs deſcripti particulâ; neque enim ſingulis temporis momentis æqualis pars arcûs eidem impetui reſpondet, ſingulis nimirum momentis mutatur vectis inclinatio, & manet eadem motús directio, atque varia eſt potentiæ ad vectem applicatio, niſi illa impetum concipiat, quo ſua ſponte in gyrum ageretur, etiamſi ad motum circularem non determinaretur à vecte. Sed quoniam arcus eodem Radio CB à potentiâ deſcriptus eſt ſimilis arcui eodem Radio CA deſcripto à pondere, proinde non mutatur Ratio motuum, ſive potentia deſcribat eodem impetu minorem, ſive majorem arcum ejuſdem circuli: propterea non mutatur quidem momentum potentiæ cum pondere abſolutè comparatæ, mutatur tamen ſubinde momentum potentiæ, quatenus ſecum ipſa comparatur, faciliúſque movere pondus tunc dicitur, quando eodem conatu majorem motum ponderi æquali tempore conciliat; id quod fit, cùm ad angulum rectum vecti applicatur.

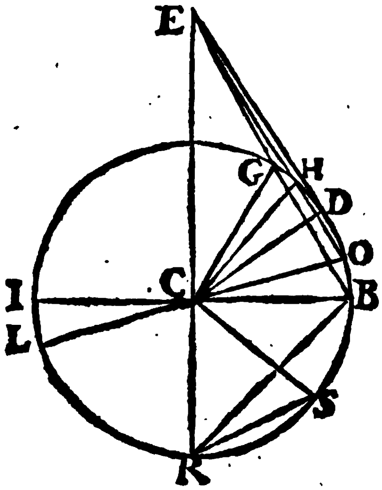
Hæc eadem, quæ in vecte primi generis expſicata ſunt, in reliquis pariter duobus generibus locum habent, nec opus eſt illa iterum inculcare. Unum in his obſervandum videtur, quando potentia movens eſt à vecte ſejuncta, illúmque trahendo movet certo in loco firmiter conſtituta, vectem in motu propiùs accedere ad potentiam trahentem, ac proinde diligenter attendendam eſſe ipſius potentiæ poſitionem, ut innoteſcat, utrùm angulus, quem ſubinde cum vecte funiculus efficit, accedat magis ad rectum, an verò recedat à recto, quia in motu acutior aut obtuſior evadat. Id quod ſatis fuerit ſubindicâſſe; præſtat ſiquidem laborem in motu minui, quàm augeri.

Sic dato vecte CB ſecundi generis habente hypomochlium in C, ſtatue quantum moveri debeat, ex. gr. per

arcum B D. Erit igitur vectis poſitio C D. Excitetur ex D perpendicularis D E, & in aliquo rectæ lineæ D E puncto, puta in E, ſtatuatur potentia, quæ funiculo E B trahens vectem ita vecti intelligatur applicata, ut majorem ſubinde angulum efficiat, donec ad rectum C D E deveniat. Sic facilior erit motus, & labor minuetur. Quod ſi potentia movendo pergeret adhuc trahens vectem, jam augeretur labor, quia applicaretur ad angulum obtuſum. Porrò in recta D E eligendum eſſe punctum, quoad fieri poterit, proximum puncto D, ut funiculus E B minùs acutum angulum cum vecte C B conſtituat, apertius eſt, quàm ut oporteat id pluribus hîc oſtendere. Eximendus tamen eſt omnis ſcrupulus, oſtendendo angulum ſemper majorem fieri, quando diſtantia potentiæ E ab hypomochlio C major eſt longitudine dati vectis C B.



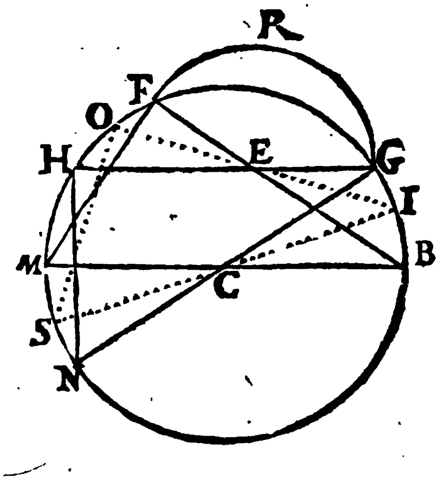
Intelligatur deſcriptus integer circulus B G I L à vecte C B circumducto, & producatur B C in I, atque funiculus E B ſecet peripheriam in G. Tum vectis poſitio fiat C O, & funiculus E O ſecet peripheriam in H. Manifeſtum ex 33. lib. 6. angulum C O E majorem eſſe angulo C B E: nam, productâ O C in L, angulus C B E inſiſtit arcui G I, angulus autem C O E inſiſtit arcui H L, qui major eſt arcu G I: omnes autem acuti ſunt, quia inſiſtunt peripheriæ minori, quàm ſit ſemicirculus (ſunt enim, ex 20. lib. 3, ſubdupli ſuorum angulorum ad centrum iiſdem peripheriis inſiſtentium) donec funiculus E D ſit Tangens circuli, & ex 18. lib. 3. angulum rectum conſtituat in D. Quòd ſi vectis adhuc trahatur à potentia E, & veniat in H & in G, conſtat ex 21. lib. 1. angulum



lum CDE minorem eſſe angulo CHE; hunc verò minorem angulo CGE, atque ita deinceps.

Idem contingit, ſi diſtantia potentiæ R ab hypomochlio C omnino æquali ſit longitudini vectis CB; nimirum trahendo vectem ex B in S, angulus RSC major eſt angulo RBC, & ſic deinceps trahendo ex S versùs R: quamvis enim ſemper ſit angulus acutus, major tamen ſubinde fit & major; quia manente eâdem diſtantiâ RC æquali longitudini vectis, tam triangulum CBR quàm CSR, & reliqua omnia ſunt Iſoſcelia; quò ergo minor fit angulus ad C, eò major fit angulus ad baſim in R, cui, per 5. lib. 1. æqualis eſt reliquus angulus ad eandem baſim. At ſi diſtantia potentiæ ab hypomochlio minor fuerit longitudine vectis, utique locus potentiæ eſt intra circulum à vecte circumducto deſcriptum. Conſideranda eſt igitur varia funiculi ad vectem inclinatio: pro qua explicanda hæc præmitto lemmata.

LEMMA I. Si intra circulum aſſumptum fuerit punctum E, in quo duæ rectæ lineæ BF & GH æqualiter à centro diſtantes, ideóque ex 14. lib. 3. æquales, ſe invicem ſecent; & à centro C ducantur Radij CB & CG; anguli CBF & CGH ſunt æquales.



Producatur BC in M, & GC in N, ducantúrque rectæ FM & HN. Quia MB & NG ſunt diametri, anguli in ſemicirculo BFM & GHN, ex 31. lib. 3. ſunt recti: igitur quadrata BF & FM ſimul ſumpta ſunt æqualia quadratis GH & HN ſimul ſumptis, cum, ex 47. lib. 1. æqualia ſint quadrato diametri. Eſt autem quadratum BF æquale quadrato GH, nam rectæ BF & GH ex hypotheſi ſunt æquales; igitur quadrata FM & HN ſunt æqualia, ideoque rectæ

F M & H N ſunt æquales; ergo ex 28. lib. 3. ſubtendunt æquales peripherias, F H M & H M N; ergo ex 27. lib. 3. anguli F B M & H G N æqualibus peripheriis inſiſtentes æquales ſunt.

Invenitur autem recta linea tranſiens per E, quæ æqualis ſit rectæ B F, ſi facto centro E, intervallo E F, deſcribatur circulus F R G ſecans datum circulum in G; nam ex G per E ducitur recta G H quæſita: eſt enim, per 35. lib. 3, rectangulum G E H æquale rectangulo F E B; ſunt autem G E & F E æquales Radij ejuſdem circuli ex conſtructione; igitur per 1. lib. 6, etiam E H & E B ſunt æquales; ergo tota G H toti F B eſt æqualis.

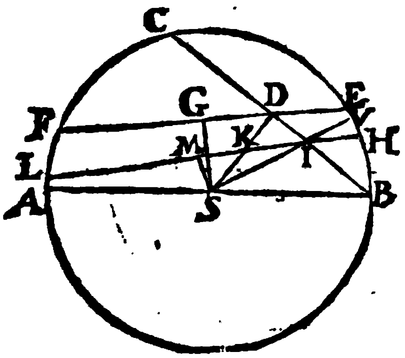
LEMMA II. Si in puncto E intra circulum aſſumpto ſecent ſe invicem duæ rectæ B F & I O inæquales, ac proinde ut colligitur ex 15. lib. 3. inæqualiter à circuli centro diſtantes, ducantúrque ex centro Radij C B, & C I; angulus factus à Radio cum lineâ remotiore major eſt angulo facto à Radio cum lineâ propinquiore.

Perficiantur triangula B F M & I O S rectangula ad F & O ex 31. lib. 3, quia M B & S I ſunt diametri. Quadrata B F & F M ſimul ſumpta, ex 47. lib. 1, ſunt æqualia quadratis I O & O S ſimul ſumptis: Quia autem ex hypotheſi recta I O remotior eſt à centro quàm B F, eſt etiam minor, ut conſtat ex 15. lib. 3: igitur quadratum I O minus eſt quadrato B F, adeóque quadratum reliquum O S majus eſt reliquo quadrato F M, & linea O S major eſt linea F M. Quapropter etiam O S ſubtendit majorem arcum O M S; & F M ſubtendit minorem arcum F O M, & angulus S I O factus à Radio cum lineâ remotiore major eſt angulo M B F facto à Radio cum lineâ propinquiore.

LEMMA III. Si in circulo ab extremitate diametri B exeat recta linea B C circulum ſecans, in qua aſſumatur punctum D eam biſariam æqualiter dividens, & per

punctum

punctum D alia recta circulum ſecans ducatur, hæc vicinior eſt centro, & major.



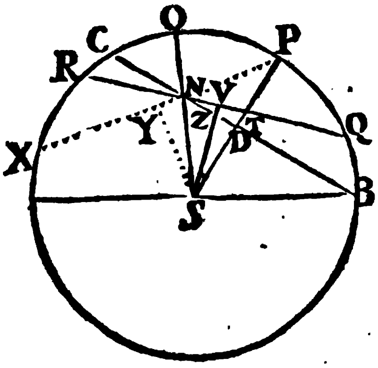
Ducatur ex centro S recta S D, quæ per 3.lib.3. facit angulum S D C rectum: Tum per D alia quædam linea E F tranſeat, quæ utique cum recta S D facit angulum S D F minorem recto, & S D E majorem recto: nam ſi angulos faceret rectos, eſſet S D utrique lineæ B C, & E F perpendicularis, ſecaret E F bifariam in D per 3. lib. 3. adeóque duæ rectæ B C & E F ſe mutuo bifariam ſecarent, contra 4. lib. 3. Igitur in rectam E F perpendicularis ducta ex centro S erit S G cadens ad partes anguli acuti. Quapropter in triangulo S G D rectangulo ad G major eſt hypothenuſa S D, quàm perpendiculum S G. Magis ergo diſtat linea B C quàm linea E F à centro, ac proinde per 15. lib. 3. illa eſt minor, hæc major.

LEMMA IV. Si in eâdem rectâ B C aſſumatur punctum I inter extremitatem B & punctum medium D, atque, ex centro directâ rectâ S I V, inter V & B alia quæpiam per I tranſeat recta H L circulum ſecans, quæ & ſecet perpendicularem S D, ex. gr. in puncto K; hæc pariter H L centro propinquior eſt quàm B C, ac proinde major.

Angulus K D I eſt rectus, angulus D K I, & qui eſt illi ad verticem, S K L eſt acutus; igitur perpendicularis ex centro S in rectam H L ducta cadit inter K & L, puta in M. In triangulo igitur rectangulo S M K major eſt S K quàm S M, & 18. lib. 1: ergo multò major eſt S D quàm S M, ac propterea ex 15. lib. 3. H L vicinior eſt centro, & major quàm B C.

LEMMA

LEMMA V. Si in rectâ B C ductâ ab extremitate diametri aſſumatur punctum N ultra punctum medium D, atque ex S centro ductâ per N lineâ rectâ S O, productâque perpendiculari S D in P, tranſeat per N alia quæpiam recta QR inter P & B circulum ſecans in Q; hæc pariter ſecat in T perpendicularem productam, & eſt à centro S remotior quàm recta B C atque proinde minor.



Quia in Triangulo N D T rectangulo ad D, angulus D T N eſt acutus, utique in lineâ T S aſſumpto puncto S, ex hoc cadet in lineam QR perpendicularis inter puncta T, & R; quam dico majorem eſſe perpendiculari S D. Nam ſi ipſa recta S N perpendicularis fuerit ad R Q, eſt triangulum S D N rectangulum, adeóque hypothenuſa S N major eſt quàm latus S D: Sin autem perpendicularis ad R Q cadat in V ſecans rectam B C in Z, utique S Z ſubtendens angulum rectum S D Z major eſt quàm S D; eſt autem S V major quàm S Z, ergo & multo major, quàm S D: ergo linea QR remotior eſt quàm B C, & minor.

Deinde ſi linea per N tranſiens, & circulum ſecans, extremitatem alteram habeat non inter punctum P terminum perpendicularis S D productæ, atque B terminum rectæ B C; Vel dividitur in N bifariam, & linea S N per 3. lib. 3. eſt perpendicularis ad illam, quæ major eſt quàm S D, ut pote oppoſita angulo recto S D N: Vel dividitur inæqualiter. Si ſegmentum majus ſit in parte ſuperiori, hoc inter N & arcum O P, utique perpendicularis ex S centro ducta in illam lineam cadens ſecabit lineam B C inter puncta N & D, ac propterea oſtendetur major quàm S D, ut ſupra oſtenſum eſt de linea R Q. At ſi in parte ſuperiori, hoc eſt inter N & arcum O P ſit ſegmentum minus, perpendicularis ex S in lineam ducta cadet infra punctum

punctum N, & à ſegmento majore abſcindet particulam inter N & punctum perpendiculi interceptam. Hæc particula ſi fuerit æqualis particulæ ND, linea BC & linea ducta ſunt æqualiter à centro remotæ; ſin illa particula minor fuerit quàm ND, linea ducta remotior erit quàm BC; ſi demùm major fuerit quàm ND, linea ducta propinquior centro erit quàm BC. Finge ſcilicet ductam eſſe rectam PNX, & ſegmentum majus eſſe NX; utique perpendicularis ex S bifariam ſecans totam PX cadit inter N & X, puta in Y. Eſt igitur SYN triangulum rectangulum in Y, & per 47. lib. 1. quadratum SN æquale eſt quadratis NY & YS; atqui etiam triangulum SDN eſt rectangulum ex hypotheſi, eandemque habet hypothenuſam SN; igitur quadrata ND & DS æqualia ſunt quadratis NY & YS. Quare ſi particulæ NY & ND æquales ſunt, æqualia ſunt & earum quadrata, ac idcircò etiam æqualia ſunt quadrata YS & DS, atque eorum latera æqualia ſunt, & lineæ BC atque PX ſunt æqualiter remotæ. Quod ſi particula NY minor eſt quàm ND, etiam illius quadratum minus eſt quadrato hujus; ergo reliquum quadratum YS majus eſt reliquo quadrato DS, atque adeò linea SY major eſt quàm linea SD, & linea ducta PX remotior eſt atque minor quàm BC. Si demum NY major eſt quàm ND, etiam illius quadratum majus eſt hujus quadrato, & reliquum quadratum YS minus eſt reliquo quadrato DS: igitur linea YS minor eſt quàm linea DS, ac propterea linea ducta PX propinquior eſt centro, & major quàm BC.

His præmiſſis facilis eſt ſolutio propoſitæ difficultatis, ut innoteſcat, utrùm in tractione minuatur labor, an augeatur, quando potentiæ trahentis diſtantia ab hypomochlio eſt minor longitudine vectis. Dato ſi quidem loco potentiæ datur ejuſdem diſtantia tùm ab hypomochlio, tum ab extremitate vectis, cum qua funiculus connectitur; ſed & datur ipſius vectis longitudo: quare per Trigonometriam innoteſcit quantitas anguli, cui opponitur vectis. Nam ſi ille rectus eſt, ut SDB, per lemma 3. in tractione funiculus fit pars lineæ centro propinquioris, quàm primò aſſumpta DB: igitur in tractione angulus funiculi cum vecte fit ſenſim acutior ex lemm. 2. augetúrque difficultas trahendi. Si angulus vecti oppoſitus ſit obtuſus, ut

SIB, in tractione funiculus evadit pars lineæ propinquioris centro, quàm prima IB ex lemm. 4. & ſimiliter ex lemm. 2. fit angulus magis acutus, atque trahentis labor augetur. Si demum angulus vecti oppoſitus ſit acutus, ut SNB, ex lemm. 5. minuitur labor trahentis uſque ad certum terminum, quandiu ſcilicet vectis non ſecat perpendiculariter primam funiculi poſitionem NB, hoc eſt vectis circumductus nondum eſt SP; tandiu enim funiculus eſt pars lineæ à centro remotioris, & facit per lemm. 2. cum vecte angulum majorem. Ubi autem vectis fuerit SP, tunc obſervandum eſt, útrùm angulus SNP rectus ſit, an obtuſus, an acutus; & eâdem methodo procedendum eſt, quaſi prima funiculi poſitio eſſet NP, ut innoteſteſcat, utrùm funiculus in ulteriori tractione fiat pars lineæ remotioris, an verò propinquioris, ac proinde fiat angulus ſubinde major, an verò minor.

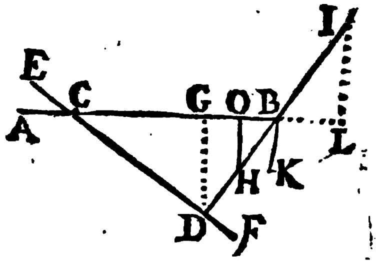
Quæ de Vecte in alterâ extremitate hypomochlium, in alterâ potentiam habente hactenus exempli gratia explicata ſunt, facilè referuntur ad vectem, quando hypomochlium, aut potentia inter extremitates collocantur; ſemper enim attendenda eſt hypomochlij diſtantia à potentia trahente, ut potentiæ obliquè trahentis momenta innoteſcant; angulus ſcilicet funiculi cum vecte pendet ab hypomochlij puncto, circa quod fit vectis converſio.

Quoniam autem hujus capitis initio momentorum Rationem juxta diverſam potentiæ applicationem ex arcubus vi ejuſdem impetûs deſcriptis æſtimandam eſſe dictum eſt, & quis fortaſſe ſuſpicetur arduum eſſe hujuſmodi arcus inter ſe comparare; animadvertat ex Tabulis Trigonometricis ejuſdem arcûs Sinum & Tangentem iiſdem planè numeris definiri, quando arcus valde exiguus eſt. Quapropter cum quilibet arcus minor ſit ſuâ Tangente, & major Sinu, arcuum minorum Rationem citra ullum erroris periculum explicare poſſumus per eorum Sinus. Cum verò hîc, ubi de potentiæ ad vectem ſecundùm diverſos angulos applicatæ momentis ſermo eſt, non niſi minimi arcus aſſumendi ſint, eorum Ratio eadem aſſumitur, quæ Sinuum.

Quare ſi vectis ſit AB, hypomochlium C, vis potentiæ & directio motûs potentiæ BH: loco arcûs BK, qui in motu vi

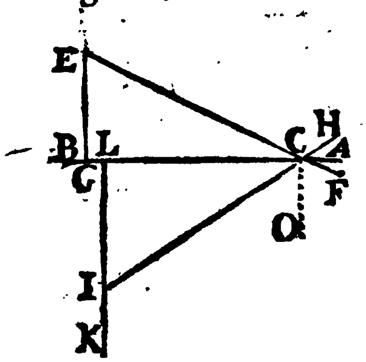
talis

talis impetûs cum hac directione deſcribitur; aſſumi poteſt anguli H B O, Radio B H, Sinus H O, qui eſt æqualis Sinui arcus B K Radio C B. Eſt autem minimus arcus longè minor quàm arcus B K, ſed claritatis gratia arcum notabilem & conſpicuum aſſumere oportuit. Eſt igitur potentiæ ad angulum rectum in B applicatæ momentum, ad ejuſdem potentiæ ad angulum H B O acutum applicatæ momentum, ut Radius B H ad acuti anguli Sinum H O.



Jam intellige vectem A B converti, & lineam B H produci, donec in D ad angulos rectos occurrat vecti habenti poſitionem E F. Dico potentiæ ad perpendiculum & obliquè applicatæ momenta invicem comparata ita eſſe, ac ſi eadem potentia tam in F quàm in D ad angulum rectum applicaretur, quia ut B H ad H O, ita eſt F C ad C D. Ducatur enim ex D ad C B perpendicularis D G, quæ eſt parallela ipſi H O: quare per 4. lib. 6. ut B H ad H O, ita B D ad D G, & per 8. lib. 6. ut B D ad D G, ita B C, hoc eſt F C, ad C D: igitur per 11. lib. 5. ut B H ad H O, ita F C ad C D; hoc eſt ut Radius ad Sinum anguli, ſecundùm quem potentia dirigitur, ita momentum potentiæ perpendiculariter applicatæ ad momentum ejuſdem obliquè ad angulum acutum, vel obtuſum applicatæ. Nam ſi potentia in B dirigat ſuum motum ſecundùm lineam B I, utique poſito Radio B I, Sinus anguli A B I obtuſi eſt I L, & Ratio momenti potentiæ in B applicatæ ſecundùm angulum rectum, ad momentum ejuſdem potentiæ in B applicatæ ſecundùm angulum obtuſum A B I, eſt ut B I ad I L. Producatur I B, donec in D perpendicularis cadat ſupra C F rectam æqualem ipſi C B. Quia triãgula B I L & B C D rectangula ad L & D, & æquales angulos ad verticem B habentia, ſimilia ſunt, eſt ut B I ad I L, ita B C ad C D per 4. lib. 6. Perinde igitur in extremitate B ad angulum obtuſum A B I applicata potentia operatur, atque ſi ad angulum rectum applicaretur in D puncto vectis E F, qui idem ponitur eſſe ac vectis A B: & momenta potentiæ ſunt ut F C ad C D.

Dato itaque angulo, ſecundum quem potentia applicatur ad vectem, ſi angulus ſit Rectus, momentum eſt ut Radius; ſin autem angulus acutus ſit vel obtuſus, momentum eſt ut Sinus ejuſdem anguli; atque adeò comparando inter ſe hujuſmodi angulos, Ratio illorum erit eadem, quæ eſt Sinuum. Hinc



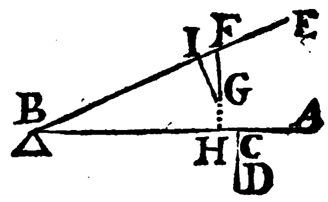
datus vectis A B hypomochlium habens in C, ſi fuerit ita inclinatus, ut poſitionem habeat EF, potentia in E deorſum premens per rectam E G perpendicularem ad C B, momentum habet ut C G; & ſi poſitionē habeat I H, potentia in I deorſum premens aut trahens juxta rectam I K, quæ producta incidat perpendicularis ad rectam A B in L, momentum habet ut C L. Quare ex E in B augentur prementis aut trahentis momenta, quæ ex B in I minuuntur.

Id quod iis etiam, qui campanas pulſant, manifeſtum eſt: ſi enim intelligatur vecti C B adhærere campanam, cujus centrum gravitatis ſit O, utique dum B deprimitur, O elevatur, ſed elevandi difficultas creſcit, tum quia centrum gravitatis O arcum deſcribens circa punctum C, æqualibus temporibus inquales, atque ſemper majores habet aſcenſus juxta incrementa Sinuum Verſorum, tum quia ex depreſſione vectis ex B in I facto angulo funis & vectis ſemper obtuſiore, momenta potentiæ minuuntur: & licet in reditu ex I in B creſcerent; ſi quis vectem ſurſum traheret, hoc nihil juvat potentiam deorſum trahentem ad elevandam campanam, quæ ſponte ſua deſcendens elevat vectis caput, cui funis adnectitur. Propterea majoribus gravioribúſque campanis non ſimplicem vectem C B ſed rotam, aut rotæ ſegmentum adjungunt, cujus excavatæ perimetro funis inſeritur; qui dum trahitur, ſemper eſt Tangens circuli; atque ideo ad Radium circuli, quaſi eſſet novuus atque novus vectis, applicatur potentia trahens ad angulum rectum.

CAPUT VIII.

Oneris ex Vecte pendentis momentum inquiritur.

COntingit aliquando pondus vecte elevandum fune connecti, & pendulum ex vecte ſuſpendi. Nemo dubitat, an gravitas ponderis ibi ſua exerceat momenta, ubi cum vecte connectitur; funis ſi quidem intentus congruit lineæ directionis, qua pondus ipſum nititur in centrum gravium: verùm non eandem percipi in elevando difficultatem experientia teſtatur pro varia vectis inclinatione. Si enim ex vecte A B horizontali hypomochlium in extremitate B habente, pondus D ſuſpenſum ex C pendeat ad angulos rectos, omnia ſua momenta exercet pro ratione diſtantiæ C B ab hypomochlio. At ſi elevatus vectis poſitionem habeat E B, & C venerit in F, pondus verò pendulum D venerit in G, ita ut linea



Directionis in centrum gravium congruat funiculo ſuſpendenti F G; etiamſi F B æqualis ſit ipſi C B, non eadem tamen momenta habet pondus adversùs eandem potētiam ex A tranſlatā in E; quia ſcilicet angulus G F B eſt acutus, D C B autem rectus.

Id explicare ex iis, quæ ſuperiori capite diſputata ſunt, non erit difficile, ſi animadvertamus in vectibus ſecundi & tertij generis utrumque genus conjungi: quemadmodum enim potentia conatur adversùs gravitatem ponderis, ita pondus conatur adversùs vim potentiæ: & in hoc conatu viciſſim exercent munus potentiæ & ponderis. Finge ſiquidem duos homines applicari vecti A B, alterum quidem in A, alterum verò in C, ſed in adverſa conantes; uterque eſt potentia, uterque eſt pondus, dum ſibi reluctantur. Anne ita hæc vocabula intra certos fines coërceri exiſtimas, ut potentiæ nomine illum ſolum donandum putes, qui reliquum vincit? ſed quid, ſi horum hominum co-

natus ſint reciprocè ut eorum diſtantiæ ab hypomochlio B, & A quidem conetur ut CB, C autem conetur ut AB; utique neuter ſuperat; nec tamen negari poteſt ideò contingere momentorum æqualitatem inter inæquales conatus, quia vecti applicantur: ſunt igitur ſibi viciſſim potentia & pondus. Si itaque A eſt potentia, & C pondus; vectis eſt ſecundi generis: Si verò C eſt potentia, & A pondus, vectis eſt tertij generis. Illud igitur quod de hominibus dicitur, de reliquis omnibus vim movendi habentibus dictum intelligitur: nihil ſi quidem intereſt, utrùm animata ſint, an inanima, quæ vecti applicantur, & in oppoſitas partes conantur. Et quamvis non intercedat inter ipſos conatus momentorum æqualitas, quam conſequatur quies, ſed efficiatur motus; ita tamen id quod prævalet, eſt potentia ad motum efficiendum, ut id quod vincitur, & reſiſtit, ſit potentia ad motum retardandum. In omni itaque vecte ſive ſecundi, ſive tertij generis ſit, utrumque genus amico, nec ſolubili fœdere copulantur. In vecte autem primi generis idem genus manet, licèt viciſſim habeant rationem potentiæ & ponderis ad movendum & retardandum, ſimiliter enim potentiæ & ponderi, licet inæqualibus intervallis, interjacet hypomochlium.

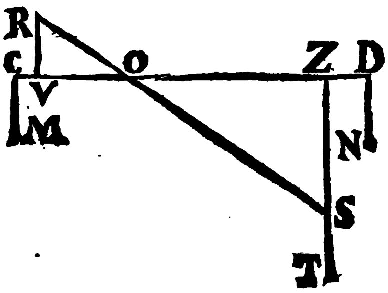
Hîc itaque, ubi oneris ex vecte pendentis momentum inquiritur, conſiderandus eſt vectis tertij generis, in quo gravitas in C, aut in F poſita exercet munus potentiæ conantis deprimere vim ſurſum connitentem in A, aut in E. Quare in poſitione vectis horizontali, cum ſit angulus rectus DCB, neque gravitas illa vectem verſùs hypomochlium B urgeat, aut eum ab illo retrahat, omnia ſua momenta obtinet, quæ in hac à fulcro diſtantiâ gravitati huic convenire poſſunt. At elevato vecte ita, ut fiat angulus acutus GFB, licèt eadem maneat gravitas, eadémque ab hypomochlio diſtantia, non tamen eadem manent momenta, ſed decreſcunt pro ratione Sinûs anguli, ut ſuperiori capite dictum eſt. Producta igitur intelligatur linea directionis FG uſque ad horizontalem in H: poſito Radio BF, hoc eſt BC, eſt BH Sinus anguli GFB; ac proinde ùt BC ad BH, ita momentum oneris pendentis ex vecte horizontali, ad momentum ejuſdem oneris pendentis ex eodem vecte inclinato. Hinc eſt, inclinato vecte EB, tantùndem conatûs adhibendum eſſe in E ad ſuſti-

nendum

nendum onus G, quanto conatu opus eſſet in vecte horizontali A B ad ſuſtinendum idem onus, ſi penderet ex H. Quoniam igitur diſtantia B H minor eſt quàm B C, major eſt Ratio A B ad B H, quàm ejuſdem A B ad B C, ex 8. lib. 5. ideóque faciliùs ſuſtinetur idem onus vecte inclinato, quàm vecte horizontali.

Quod ſi ex G centro gravitatis oneris ductam intelligas ad vectem E B rectam perpendicularem G I, habes ſimiliter momentorum differentiam, quæ ſcilicet intercedit inter F G, & G I, ſi F G repræſentet omnia momenta in vecte horizontali: ſunt enim triangula F I G & F H B rectangula, communem angulum ad F habentia, adeóque ſimilia, & ut F B ad B H, ita F G ad G I. Cave autem ne putes (ut non pauci hallucinantur) ita ex I termino rectæ G I perpendicularis deſumendam eſſe menſuram decrementi momentorum, ut perinde ſe habeat, quaſi pondus eſſet in I: hoc enim à veritate longiſſimè abeſſe deprehendes, ſi manente eâdem vectis inclinatione, & eadem oneris gravitate, funiculo longiore onus ſuſpenderis; quandoquidem etiam punctum I magis accedet ad hypomochlium B, nec tamen adhibito longiore funiculo adeò minuuntur momenta; alioquin tam longo funiculo ſuſpendere poſſes onus, ut recta ex oneris centro ducta ad vectem E B perpendicularis caderet in B, atque ideo nullum eſſet gravitatis momentum, quaſi onus eſſet in B: id autem omnino falſum eſt.

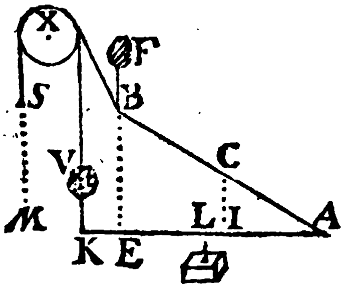
Quando autem dicitur faciliùs à potentiâ ſuſtineri idem onus ſuſpenſum vecte inclinato, quàm vecte horizontali, ita intelligendum eſt, ut linea directionis motûs potentiæ ſuſtinentis eundem ſemper faciat cum vecte angulum: nam ſi hæc linea alium atque alium efficiat angulum, etiam potentiæ momenta variantur, quæ cum oneris momentis comparanda ſunt. Hinc



eſt in vecte primi generis C D, cujus hypomochlium O, ſi potentia & pondus ſint gravia M & N, licèt inclinato vecte, ut habeat poſitionem R S, recedentibus angulis à rectitudine, ſingulorum momenta minora fiant, non tamen mutari momentorum potentiæ & ponderis invicem compara

comparatorum Rationem; quia ſcilicet ſingulorum momenta proportionaliter minuuntur. Cum enim gravia ſemper nitantur juxta ſuas lineas directionis in centrum gravium, hujuſmodi lineæ parallelæ cenſentur, & cum vecte duos angulos efficiunt duobus rectis æquales, ac proinde ſi alter acutus fuerit, alter eſt obtuſus ſupplementum acuti ad duos rectos. Sicut autem in eodem circulo idem eſt Sinus anguli acuti, atque obtuſi, qui compleat duos rectos; ita in diverſis circulis hujuſmodi angulorum ſinus proportionales ſunt ſuis Radiis. Quapropter inclinato vecte, ut ſit RS, gravia nituntur deorſum juxta lineas directionis ST & RV parallelas, quæ occurrunt perpendiculares horizontali in Z & V. Momentum igitur gravis T ad momentum æqualis, ſeu ejuſdem gravis N eſt ut OZ ad OD, & momentum gravis V ad momentum æqualis, ſeu ejuſdem gravis M eſt ut OV ad OC. Quare in vecte RS inclinato momenta gravium pendentium ſunt ut OZ ad OV. Quia verò triangula RVO, SZO rectangula, & angulos ad verticem O æquales habentia, ſunt ſimilia, per 4. lib. 6. ut OS ad OR, hoc eſt ut OD ad OC, ita OZ ad OV. Manet itaque eadem momentorum Ratio invicem comparatorum, ſive integra in vecte horizontali, ſive diminuta in vecte inclinato ſint ſingulorum momenta.

At in vecte ſecundi aut tertij generis, ſi potentia non fuerit vivens, fieri non poteſt ut eadem ſervetur momentorum Ratio inter potentiam & pondus, niſi fortè in eodem medio horum alterutrum grave eſſet, alterum leve; ut ſi vectis AK intrà aquam conſtitutus adnexum haberet in K inflatum utrem V, in L verò pendulus eſſet lapis: tunc enim, ſi uter aſcendens trahat vectem in B, elevabit lapidem pendulum, ut ſit angulus ICA acutus, & angulus ABF obtuſus; qui cum æqualis ſit alterno BCI (ſunt enim FBE & CI parallelæ, quia utraque ad horizontem perpendicularis eſt) ſimilem habet ſinum Sinui acuti ICA ſecundùm Rationem Radiorum BA & CA, hoc eſt KA & LA;



atque

atque ut B A ad C A, ita eſt E A ad I A; ſimilia quippe ſunt triangula A BE & A C I. Cæterùm ſi rotulæ X inſiſtens funiculus jungeret vectis extremitatem K & pondus aliquod adnexum in S fungens munere potentiæ elevantis; hoc deſcendens ex S in M elevaret vectem in B, & lapidem, qui penderet ex C: ſed angulus A B X eſſet multò obtuſior quàm Supplementum acuti I C A ad duos rectos, ac proinde Sinus anguli A B X eſſet multo minor quàm E A Sinus anguli obtuſi A B F: igitur multo minor eſſet Ratio momenti potentiæ applicatæ in B ad momentum ponderis in C, quàm ſit Ratio B A ad C A, hoc eſt K A ad L A. Sola igitur potentia vivens poteſt ita ſui motûs directionem inflectere, ut eundem faciat cum vecte angulum, ideóque elevans vectem acquirat majorem ſuſtinendi facilitatem.

His conſequens eſt, quantò altiùs ſupra horizontem elevatur vectis cum pondere pendulo, tantò validiùs à pondere premi aut urgeri hypomochlium A. Nam quemadmodum in vecte horizontali A K pondus in L ſuſpenſum magis premit hypomochlium A vicinum quàm potentiam K remotam ex hypotheſi, ita elevato vecte multo magis premitur hypomochlium, quia quodammodo propiùs illi admovetur pondus in I quàm in L, ſuâque innatâ gravitate in vecte elevato conatur versùs hypomochlium quaſi ſecedens à potentia; ut nihil dicam de vecte ipſo, cujus gravitas, maximam partem, innititur fulcro.

CAPUT IX.

An duo pondus geſtantes æqualiter premantur.

HActenus diſputatis proximè affinis eſt præſens quæſtio, qua inquirimus, utrùm æqualis ſit labor duorum in eodem pondere geſtando conſentientium. Et quidem ſi movendum ſit pondus atque trahendum, cur duo ſimul faciliùs illud moveant, quàm ſinguli, omnes intelligunt; quia plus impetûs à duobus producitur, quàm à ſingulis; & quem impetum mo-

vendo oneri parem ſinguli multo conatu producerent, ſingulis in parte impetûs efficiendâ minùs conantibus, totus producitur, totique oneri imprimitur. At in pondere ſuſtentando, cujus gravitas in partes non dividitur, quomodo hæc ſingulis levior accidat, ſi plures in ſuſtentando conſpirent, quàm ſi ſingulis imponeretur, tunc maximè cùm nullum impetum ſurſum gravitatis conatui adverſantem producant, non ita explicatu facile exiſtimant aliqui. Verum ex rationibus vectis ſatis manifeſta ſolutio eruitur. Claritatis autem gratiâ, obſervandum eſt, an onus palangâ (ut cum bajuli dolium ex funibus ſuſpenſum transferunt) an verò ſubjectis humeris ſuſtineatur.

Et primo ſit palanga A B, cujus extremitates à geſtatoribus ſuſtineantur; ſit autem onus in C. Duplex effectus hîc conſiderandus eſt, videlicet oneris ſuſtentatio, & geſtatorum preſſio; Si primum reſpicias, geſtatores A & B rationem habent potentiæ efficientis ſuſtentationem, atque impedientis motum oneris ſuâ gravitate deorſum conantis: Si ſecundum, idem onus C munus potentiæ preſſionem efficientis exercet, dum ſecum palangam deorſum trahens, oppoſitos geſtatorum humeros comprimit, aut ſi manibus palanga geſtatur contentos contractoſque brachiorum muſculos, quantum poteſt, diſtrahit, atque relaxat. Sunt enim duo conatus, geſtatorum ſcilicet & oneris, motum in oppoſitas partes efficere valentes, niſi ſibi mutuo impedimento eſſent: hinc ſi geſtatores conari ceſſent, onus deſcendit; Si ex improviſo abruptis funibus onus à palangâ ſejungatur, geſtatores palangam ſurſum attollunt, ſive æqualiter, ſive inæqualiter, prout æquales aut inæquales ſunt eorum conatus. Quare æſtimanda res eſt ex motu, quem ſinguli conantes efficerent tum in ſe, tum in oppoſito conante, niſi prohiberentur momentorum æqualitate. Sic potentia in A ſuo conatu elevaret pondus in C poſitum, & circa centrum B arcum deſcriberent; ſimiliter potentia in B ſuo conatu elevaret pondus idem in C poſitum, & circa centrum A ſuos motus perficerent. Quod itaque ad ſuſtentationem ſpectat, geſtatores A & B viciſſim habent rationem potentiæ & fulcri; nam ſi A eſt potentia, fulcrum eſt B; atque viciſſim ſi B ſit potentia, fulcrum eſt A; &



eſt

eſt duplex vectis ſecundi generis, ſcilicet A B & B A. Quod verò ad preſſionem attinet, in qua onus C eſt potentia premens, geſtatores viciſſim habent rationem fulcri atque ponderis preſſi; & eſt duplex vectis tertij generis, quo utitur unica potentia, ſicut in duplici vecte ſecundi generis unicum eſt pondus, quod ſuſtinent duæ potentiæ.

In vecte igitur ſecundi generis poſito fulcro B, momentum potentiæ A ſurſum nitentis, ad momentum ponderis C deorſum conantis, eſt ut A B ad C B; ac propterea potentia ſuſtinere valens ſine vecte pondus C, ad potentiam vecte A B ſuſtinentem idem pondus C, eſt ut A B ad C B; quanto igitur C B minor eſt quàm A B, tanto minor potentia requiritur in A, quàm requireretur in C, ſi in C pondus ſine vecte ſuſtineretur. Idem quod de potentiâ A, poſito fulcro B, dictum eſt, dic viciſſim de potentiâ B; poſito fulcro A; Requiritur enim in B potentia ut C A, ad potentiam, quæ eſſet ut B A, ſi ſine vecte pondus in C ſuſtineretur. Hinc eſt vires ſuſtinendi requiri reciprocè tantas, quanta eſt Ratio diſtantiarum à pondere ipſorum ſuſtinentium: vires ſi quidem in A requiruntur ut C B, & vires in B ut C A. Si itaque æquali intervallo pondus medium diſtet à geſtatoribus, æqualiter eos conari oportet, ut illud ſuſtineant in C: at ſi inæqualiter ab iis remotum ſit, ut in D, requiruntur in A vires tantò majores quàm in B, quantò major eſt diſtantia D B quàm D A. Quapropter datâ virium inæqualitate; ſtatim innoteſcet, in quo palangæ puncto adnectendum ſit onus; ſi nimirum palangæ longitudo dividatur ſecundùm Rationem virium, & geſtatores reciprocè collocentur. Sint enim ex. gr. duo, quorum alter vires habeat ut 3, alter ut 2: concipe totam longitudinem A B in quinque partes diſtinctam, & hinc accipe duas A D, hinc verò tres B D: locus ponderi debitus eſt punctum D, in quod cadit diviſio in duas partes juxta datam Rationem: locus debilioris geſtatoris eſt in palangæ extremitate B, ad quam ſpectat major diſtantia ab onere in C poſito. Similiter virium inæqualitatem deprehendes, ſi pondere in medio puncto C poſito, alter ſe prægravari ſentiat: palanga enim ita promota, ut pondere in D conſtituto neuter ſe ultra vires prægravatum experiatur, indicabit vires geſtatoris A eſſe ut D B, ad vires geſtatoris B, quæ ſunt ut D A.

At ſi vectem tertij generis, quatenus geſtatorum preſſio ab onere efficitur, conſideremus; poſito fulcro in A, potentia in C aut in D exiſtens non premit geſtatorem B perinde, atque ſi nullo intercedente vecte geſtator eſſet pariter in C aut in D, ſed tanto minùs, quanto minor eſt C A aut D A, quàm B A: idemque de geſtatore A, poſito fulcro in B, dicendum eſt. Quare reciprocæ ſunt preſſiones diſtantiis geſtatorum ab onere, & A premitur ut C B aut D B, B autem premitur ut C A aut D A. Cùm enim vis ipſa gravitatis oneris deorſum conantis apta ſit circa centrum A moveri pro ratione diſtantiæ C A aut D A, utique in B motum efficere debet pro ratione diſtantiæ B A: eſt autem C A major quàm D A ex hypotheſi, igitur, ex 8. lib. 5. major eſt Ratio momenti C A quàm momenti D A ad idem momentum B A, ac proinde major preſſio geſtatoris B efficitur ab onere in C, quàm in D, collocato. Contra verò geſtatorem A magis premit onus in D quàm in C poſitum, quia motus reſpicit centrum B, atque adeò ad eandem diſtantiam A B major eſt Ratio diſtantiæ D B majoris, quàm C B minoris diſtantiæ: eadem autem eſt diſtantiarum, & motuum Ratio, ac proinde momentorum.

Obſerva autem mihi ideò de geſtatoribus oneris ſermonem fuiſſe, ut duplicem effectum ſuſtentationis atque preſſionis expreſſiùs recognoſcerem; qui enim onus geſtando ſuſtentant, muſculorum contentione conantes elidunt impetum oneris deorſum nitentis, & aliquid efficientes, dum Activè reſiſtunt, nomen Potentiæ merentur. At ſi onus palangæ connexum ſuſtineretur à duobus fulcris in extremitate poſitis, hæc utique cùm oneris gravitati nullo conatu adverſarentur, ſolam reſiſtentiam Formalem ſuâ ſoliditate exercerent, impediendo ne onus cum palangâ deſcenderet, ſed nullam haberent Reſiſtentiã Activam, quæ illis Potentiæ vocabulum tribueret. In his unicus preſſionis effectus attendendus eſt, & validiori fulcro propiùs admovendum eſt onus, ne fortè fulcrum infirmius nimiâ preſſione cogatur ſuccumbere.

Unum adhuc in palangæ geſtatoribus attendendum eſt, ſi virium inæqualium fuerint, & onus non ita ſit palangæ applicatum, ut ejus diſtantiæ à geſtatoribus ſint permutatim ut eorumdem vires; nimirum contingere poſſe, ut validior geſtator dum

juxta

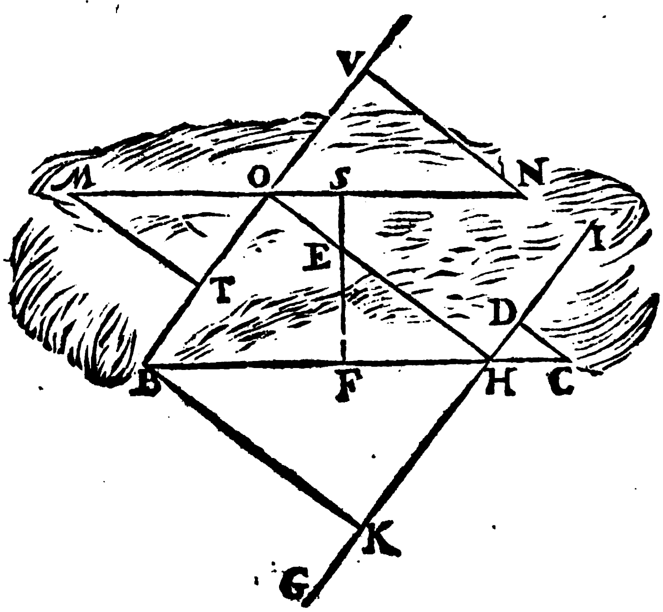
juxta ſuas vires conatur adversùs onus, magis premat infirmiorem geſtatorem, quam premeretur fulcrum infirmius, ſi unà cum validiore fulcro eandem gravitatem ſuſtineret. Quia videlicet in eâdem palanga A B vectem primi generis conſiderare poſſumus, in quo onus C deorſum nitens contra vim geſtatoris habeat rationem hypomochlij, & validior geſtator A ſit potentia repellens geſtatorem infirmiorem B conantem adverſus onus, ac proinde illum premat: quemadmodum ſi funi deorſum firmiter alligato inſereretur palanga, cui humeros ſubjicerent duo inæqualibus viribus ſurſum conantes; conſtat enim infirmiorem à validiore premi, & eſſe vectem primi generis. Ex quo vides, cur bajuli dato invicem ſigno curent, ne alter alterum præveniat in elevandâ palanga; ne ſcilicet qui ſegnior fuerit, preſſionem, non ab onere adhuc jacente & nondum elevato, ſed à ſocio diligentiùs ſuam palangæ extremitatem elevante, recipiat.

Hæc eadem, quæ de onere ſublevando ſunt dicta, de eodem trahendo pariter intelligantur, ſi vecti illigatum ſit onus, & vectis extremitatibus jungantur trahentes: horum enim conatus eſſe oportet permutatim in Ratione diſtantiarum ab onere, hoc eſt à vectis puncto, cui onus adnectitur. Id non ſine jucundâ quadam animi titillatione vidi aliquando obſervatum à ruſtico, qui alterius equorum currum trahentium defatigati laborem miſeratus, tranſverſarium, cui ambo adjungebantur, ita tranſtulit, ut in partes inæquales à temone diſtingueretur, & longior tranſverſarij pars ad debiliorem equum ſpectaret. Inerant ſiquidem tranſverſario tria foramina, per quæ temoni nectebatur ferreo clavo; unum quidem planè æqualiter ab extremitatibus aberat, reliqua duo hinc & hinc à medio diſtabant modico quidem ſed congruo intervallo, ut ſi equus dexter defatigaretur, clavus immitteretur ſiniſtro foramini, aut contra dextro, ſi ſiniſter equus languidiùs traheret. Verùm cautè modica intervalla definierat, ne nimia fieret momentorum inæqualitas; quod enim alteri equorum laboris demebatur, addebatur reliquo.

Quando autem non palangâ defertur onus, ſed ipſum immediate à duobus ſuſtinetur, eadem prorſus eſt philoſophandi ratio; quandoquidem eſt quodammodo onus vecti conjunctum, atque juxta vectis longitudinem diſtributum. Quamvis verò

ſingulis partibus ſua gravitas inſit, quia tamen in unam coaleſcunt gravitatem, ideò totius molis gravitas ibi intelligenda eſt, ubi eſt centrum gravitatis; vectis autem longitudo æſtimanda eſt in lineâ jungente puncta, quibus geſtatores aut ſuſtinentes applicantur: Ex quibus punctis ſi ponamus exire lineas parallelas lineæ directionis exeunti ex centro gravitatis, cadent omnes ad perpendiculum in lineam horizontalem tranſeuntem per centrum gravitatis, aut illi parallelam. Harum igitur parallelarum, quæ directionem conatûs oppoſiti gravitationi ponderis referunt, diſtantia à lineâ directionis centri gravitatis, ipſorum deferentium conatum in ſuſtinendo, permutatim ſumpta definiet; quæcumque demùm ſit oneris figura.

Sit onus deferendum, cujus centrum gravitatis E; linea per



geſtatores tranſiens, habenſque rationem vectis, ſit B C, quæ intelligatur horizonti parallela. In hanc igitur ad angulos rectos cadit linea directionis E F; & geſtatores in quocumque puncto lineæ B C fuerint, permutatim habent momenta ſuſtinendi, aut recipiunt momenta preſſionis pro Ratione diſtantiarum à puncto F, in quod cadit linea directionis: cùm enim linea B C ex hypotheſi ſit horizonti parallela, omnium ipſi F E

parallelarum

parallelarum diſtantia ab eâdem F E, deſumenda eſt ex intervallis geſtatorum & puncti F.

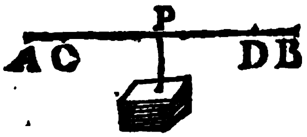
At verò ſi recta B C non fuerit horizonti parallela, vel quia deferentes onus non ſunt æquè alti, vel quia in clivo conſiſtunt, utique linea directionis centri gravitatis E non cadit ampliùs in rectam B C ad angulos rectos in F, ſed obliquè incidit in H. Concipiatur itaque per H tranſiens linea G I horizonti parallela, & ipſi E H ſint parallelæ C D & B K: ſunt igitur diſtantiæ H D & H K, quæ eandem inter ſe habent Rationem, quæ reperitur inter H C & H B; ſunt enim triangula H D C & H K B rectangula ad D & K, æquales angulos ad verticem H habentia, ac proinde ſimilia, & per 4. lib. 6 ut H D ad H K, ita H C ad H B. Quo igitur magis ab horizonte removetur punctum B præ puncto C, etiam linea directionis ex E propior cadit puncto C; atque adeò qui inferior eſt, magis gravatur ab onere.

Id quod ex iis, quæ hujus libri cap. 4. dicta ſunt, confirmatur: Nam vectis C B habens hypomochlium B, & pondus E vecti impoſitum, eſt infra horizontem inclinatus; igitur plus laboris potentia impendit, quàm in horizontali poſitione vectis. Similiter vectis B C habens hypomochlium C & pondus E vecti impoſitum, eſt elevatus ſupra horizontalem; igitur minus laborat potentia quàm in poſitione horizontali. Itaque, ſi poſitâ lineâ B C horizonti parallelâ æqualiter premebantur geſtatores in B & in C, factâ inclinatione ad horizontem, minùs premitur B ſuperior quàm C loco inferior.

Quòd ſi geſtatores non ſuſtineant onus ſubjectis humeris, ſed illud manibus arreptum quaſi ſuſpenſum retineant in M & N; ſimili ratione attendenda eſt diſtantia illorum à puncto, in quod cadit linea directionis centri gravitatis E; quæ utique ad angulos rectos incidit in rectam M N, ſi hæc fuerit horizonti parallela, & labor geſtatorum eſt permutatim ut eorum diſtantia à puncto S. At verò ſi linea M N fuerit ad horizontem inclinata, & linea directionis ſit E O; utique minor eſt diſtantia à ſuperiore M, quàm ab inferiore N, ideóque plus laborabit ſuperior retinendo, quàm inferior. Id quod pariter ex dictis cap. 4. confirmatur; nam pondus eſt vecti ſubjectum, & vectis M N habens hypomochlium N eſt ſupra horizontalem lineam,

ac propterea potentia plus laborat quàm in horizontali : contra autem vectis N M habens hypomochlium M eſt infra horizontalem lineam depreſſus, ideoque minùs potentia laborat quàm in horizontali. Quæ omnia tam apertè reſpondent quotidiano experimento, ut mirum videatur potuiſſe aliquos authores idem planè opinari, ſive geſtatores ſuſtineant impoſitum onus, ſive illud ſuſpenſum retineant in poſitione vectis declivi ; Si enim ductâ per O lineâ horizonti parallelâ, ducantur ex M & N rectæ M T, & N V parallelæ lineæ directionis centri gravitatis E O, utique diſtantiæ ſunt T O & V O : atqui T O ad V O eſt ut M O ad N O propter triangulorum O T M & O V N ſimilitudinem ; & M O ad O N habet minorem Rationem quàm M S ad S N ex 8. lib. 5. igitur etiam T O ad O V habet minorem Rationem quàm M S ad S N : igitur in poſitione vectis declivi, M ſuperior laborabit ut O N, atque N inferior laborabit ut O M.

Ex his unuſquiſque intelligit non ad duos tantùm geſtatores, ſed etiam ad plures referenda eſſe, quæ hactenus diximus, habitâ ſcilicet diſtantiarum ratione, quibus ſinguli abſunt à pondere, adeò ut qui æqualibus intervallis à pondere diſtant, æqualem conatum impendant in eo ſuſtinendo. Sic ſi à pondere P æqualiter diſtent A & B, æqualiter premuntur : item C & D æqualiter diſtantes ab eodem pondere P æqualem preſſionem recipiunt : Et ſi comparentur invicem D & B, aut C & A, manifeſtum eſt propinquiores premi præ remotioribus ; ac propterea, ſi ſolùm poſitionis ratio haberetur, qui robuſtiores ſunt, collocandi eſſent in C & D, infirmiores verò in A & B : ſed quoniam contingit inter plures ſodales aliquem aliquandò connivere, ideò ut plurimum extremi A & B validiores ſunt, ut ſi fortè mediorum aliquis languidiùs conetur ſuſtinendo, illi faciliùs muneri ſuo ſatisfaciant.



CAPUT

CAPUT X.

An vis Elaſtica ad aliquod Vectis genus pertineat.

QUoniam Græcis ἐλασμὰ tùm laminam, tùm plicam ſeu flexum ſignificat, atque ἐλατὴρ eſt id, quod impellit; ſæpiùs autem chalybeas laminas in machinulis ita diſponimus, ut primùm flexæ, deinde ſibi dimiſſæ, dum ſeſe reſtituunt, aliud corpus impellant, cui motum concilient; propterea Elaſmata, ſeu Elaſmos, hujuſmodi laminas dicimus, quas Itali *Suſte* aut *molle* vocamus; & facultatem illam, qua ſibi congruentem figuram atque poſitionem hæ laminæ reparant, Vim Elaſticam appellamus. Quamquam non ſolis laminis, ſed cæteris quoque corporibus per vim inflexis, & ad ſibi debitam rectitudinem redeuntibus, facultas hæc Elaſtica tribuenda eſt, quemadmodum flexilibus virgultorum ramis, à quibus ſecundus in ſylvâ ſibi cavere debet, & perticæ, quâ toreutæ utuntur in toreumate elaborando, dum tornum circumagunt circumducto funiculo, qui depreſſo ſuppedaneo perticam flectit; hæc enim, ceſſante pedis preſſione, funiculum retrahens ſuam ſibi reparat rectitudinem. An verò ignis atque aër ſive externâ compreſſione, ſive alieno frigore concretus, & in exigua ſpatia contractus, ubi ceſſante vi, aut abeunte frigore, extenuatus ampliorem locum occupat, proximúmque corpus pellens à ſuâ ſede removet, facultate Elaſticâ prædictus dicendus ſit; quæſtio Grammaticis dirimenda relinquatur: hæc enim fluida corpora, nullam partium texturam habentia, nec certis figuræ, quam expetant, terminis ſuapte naturâ circumſcripta, vix quicquam cum Elaſmate commune habere videntur.

Cum itaque inæquales deprehendantur elaſmatis ejuſdem vires pro diverſâ ſuarum partium poſitione juxta longitudinem, animum ſubiit cupido examinandi, an fortè in eo aliqua vectis ſpecies reperiatur, ut propterea & vectis rationibus illa virium

inæqualitas definienda ſit. Et quidem manifeſtum eſt aliquam elaſmatis partem fixam eſſe atque manentem, ſive illa extrema ſit, ut in perticâ toreutæ, ſive media, ut in arcu baliſtæ, ſive utraque extremitate manente pars media flectatur in ſinum, ut citharæ nervis contingit. Quî enim fieri poſſet, ut per vim lamina flecteretur, ſi partes omnes æqualiter moverentur? Ut igitur externam vim recipiat, & flectatur, aliquam ejus partem oportet aut omnino immotam manere, aut ſaltem languidiùs moveri.

Hinc eſt elaſmatis motum, dum inflectitur, circa partem manentem perfici, ac proinde particulas, quæ ad cavam quidem ſuperficiem ſpectant, per vim comprimi, quæ verò ad convexam, intendi. Quòd ſi particulæ illæ non ita tenaci nexu inter ſe invicem cohærerent, ut facilè diſtraherentur contentæ, & exprimerentur compreſſæ, quemadmodum plumbeæ laminæ, quæ in figuram quamlibet conformatur, accidit, amiſſam rectitudinem non recuperarent. Sed quoniam arctiſſimo vinculo conjunguntur, quod niſi validioribus viribus revelli non poteſt, ut in chalybeâ laminâ obſervamus; ceſſante externâ vi, quæ contentæ fuerant, ſe contrahunt, quæ compreſſæ, ſe latiùs explicant; atque adeò his debitam poſitionem ſibi reparantibus, lamina ad priſtinam formam eò vehementiùs redit, quò majorem violentiam patiebatur. Quare Potentia movens ſunt ipſæ particulæ illatam vim excutientes, & ad ſibi debitam poſitionem redeuntes.

Licet igitur in arcu baliſtæ intento duplex elaſma hinc atque hinc conſiderare; media ſiquidem pars arcûs baliſtæ manubrio infixa manet, & ſingula cornua ſinuantur; ſed eò difficiliùs, quò breviora ſunt, cæteris paribus, attentâ eorum craſſitie, & ferri temperatione; pari enim flexione paucioribus minoris arcûs particulis major violentia inferenda eſt, quippe quas magis comprimi, magíſque intendi oportet, quàm in longiore arcu, ubi minore plurium partium compreſſione & intentione flexio eadem habetur. Præterquam quod in ipſa flexione adhibetur quodammodo vectis ſecundi generis, quem ipſa longitudo repræſentat, pars manens vicem hypomochlij ſubit, & partes intermediæ, quas per vim coarctari aut dilatari oportet, locum obtinent ponderis: nihil igitur mirum, ſi Potentia extre-

mitatem arcûs ad ſe nervo adnexo trahens faciliùs moveat particulas eaſdem, quò, longiùs abſens ab hypomochlio, faciliùs movetur.

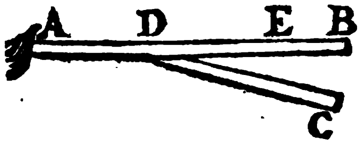
Hîc autem ubi arcûs mentio incidit, in ipſo nervo illud elaſmatis genus occurrit, quod utramque extremitatem habet manentem; curvato enim arcu nervus inflexus intenditur; poſteà cùm dimittitur, pars media, cui ſagitta aut globus excutiendus aptatur, plus movetur quàm ejus extremitates arcûs cornibus cohærentes. Univerſa autem violentia, quam nervus contentus ſubit, conſiſtit in ſuarum particularum intentione, quæ, dum ſe contrahentes aliquid juvant ad nervum ipſum juxta rectam lineam extendendum, aliquid etiam impetûs ſagittæ excuſſæ imprimunt.

Quod verò ad ipſa arcûs cornua attinet, ſatis liquet illa ſimilis craſſitiei, paris longitudinis, æqualiſque temperationis eſſe debere, ut æqualis fiat hinc & hinc compreſſio atque intentio partium, ex qua æquales oriantur vires ſeſe in priſtinam formam reſtituendi. Si enim alterutra pars arcûs majorem violentiam paſſa velociùs atque validiùs præ reliquâ ſe moveret, à deſtinato ſcopo ſagitta aberraret in dexteram aut in ſiniſtram declinans.

Ut igitur hiſce prænotatis ad propoſitam quæſtionem accedamus, non eſt hîc ſermo de laminâ in ſpiram multiplicem inflexâ, atque ſpiſsè per vim contorta, quæ amoto repagulo ſeſe in ampliores gyros explicans ſecum rapit aliud corpus extremitati mobili adnexum; cujuſmodi eſt Elaſma in Automatis horas indicantibus, cujus extremitati adnectitur tympanum ſpiram illam includens; dum enim ex dilatatione Elaſmatis in ampliorem ſpiram, circumagitur tympanum, adnexam catenulam conum circumplexam trahit, totique machinulæ motum conciliat. Hîc ſiquidem, uti nulla longitudo in conſiderationem cadere poteſt, nullam vectis ſpeciem habere poſſumus; nam facultas movendi non ratione poſitionis extenuatur, ut in vecte, ſed vires initio validæ ſenſim langueſcunt, quia elaſmatis partes compreſſæ atque contentæ, pro ratione violentiæ, quam ſubeunt, excutiendæ, vehementiùs primùm, deinde remiſſiùs conantur. Quare controverſia in illo eſt, utrùm in elaſmate, cujus aliqua

longitudo deſignari poteſt, aliqua vectis ſpecies reperiatur.

Et ut majori in luce quæſtio verſetur, perticam toreutæ oculis ſubjiciamus, quæ ſit A B, & in A fixa atque immota perſeveret, quamvis extremitas B deprimatur, ut veniat in C. In hac perticæ flexione partes, quæ circa D ex. gr. intelliguntur, maximam violentiam patiuntur, nam inter eas, quæ ad cavitatem ſpectantes compreſſione coarctantur, illæ præ cæteris hinc atque hinc cohærentibus urgentur magis; inter eas verò, quæ convexitatem reſpicientes diſtentu explicantur, quæ ibi ſunt, præ reliquis à ſummo flexu paulò remotioribus vehementiùs tenduntur. Hinc licèt particulæ omnes in hac flexione vim paſſæ, dum nituntur ſingulæ priſtinum ſtatum ſibi reparare, conatus ſuos exerant, majores aut minores pro ratione majoris aut minoris violentiæ; potiſſima tamen vis elaſtica ibi conſideranda eſt, ubi ſumma inflexio ſummam vim particulis infert; ibi enim majore conatu quàm alibi violentiam excutit natura. Quamvis igitur vis elaſtica per univerſam elaſmatis longitudinem, quàm particulæ compreſſæ atque contentæ obtinent, extendatur, ibi tamen potiſſimùm collocata intelligitur, ubi in ſummo flexu puta in D, validiùs conatur.



Jam verò quis ignorat in tornando plurimum intereſſe, utrùm funiculus in ipſâ extremitate B, an verò in E adnectatur? Siquidem, ſicut ex E difficiliùs flectitur pertica, quàm ex B, æquali flexione, ita cæteris paribus in E validiùs retrahitur funiculus, & minor motus perficitur quàm in B. Eſt igitur hîc ratio Vectis tertij generis, in quo hypomochlium eſt A pars fixa & immota; Potentia movens (ſcilicet particulæ vim illatam excutientes) eſt potiſſimùm in D; pondus, quod movetur, eſt ultra D, ſive in extremitate B, ſive in aliqua ex partibus intermediis, ut in E. Quare in collocatione corporis, quod ope elaſmatis movendum eſt, attendere oportet, quanto motu opus ſit, ut in majore ſeu minore diſtantiâ à puncto elaſmatis manente, & immoto applicetur: quo enim minor eſt diſtantia, minus ſpatium percurrit.

Quamvis

Quamvis autem elaſmatis vires ad impellendum vel trahendum corpus ex hujuſmodi diſtantiâ pendeant, & comparatis inter ſe duabus poſitionibus E atque B, validiùs operetur in E quàm B, non tamen eâdem vi motus (quicumque demum ille ſit ſive major, ſive minor) inchoatur, atque procedit, ut ſupra innuimus; natura quippe remiſſiore niſu reluctatur, ubi minorem patitur violentiam, ac proinde ſenſim attenuatur conatus, quatenus particularum violenta compreſſio atque contentio diminuitur.

Hæc quæ de elaſmate prorſus recto explicata ſunt, etiam de incurvo intelliguntur; cujuſmodi eſſet lamina chalybea R T inflexa in S, cujus manens & immota extremitas eſſet R: dum enim pars S T propellitur versùs R, particulæ, potiſſimùm quæ in S, comprimuntur atque intenduntur. Quod ſi pars R S paulo longior fuerit, contingere poteſt, ut facilius ſit illam inflecti ſaltem leviter, quàm particulas in S ulteriùs comprimi, aut intendi. Quare particulæ ipſius R S ſeſe reſtituentes impellunt S, particulæ autem ipſius S T impellunt T. Semper autem Potentiam minùs moveri, quàm corpus, quod impellitur, conſtat, quemadmodum ratio vectis tertij generis exigit.



Neque his, quæ dicta ſunt, adverſantur percuſſiones, quæ in extremitate longioris elaſmatis per vim inflexi, ſtatimque dimiſſi, validiores fiunt, quam in partibus mediis; ſicut ipſe te docere potes, ſi longiuſculi virgulti inflexi atque dimiſſi primùm parti mediæ deinde extremitati manum in eodem plano verticali conſtitutam opponas, quam percutiat, magis enim ex ſecundâ quàm ex primâ percuſſione dolebis. Quia ſcilicet non impetus ſolùm primo productus, ſed & velocitas percutientis cum impetu acquiſito ex motu ante percuſſionem (ut ſuo loco dicetur) attenditur, ut validior ſit ictus: majorem autem eſſe partis extremæ quàm mediarum velocitatem conſtat, quamvis initio illæ impetu eodem, aut æquali moveantur. Quando verò elaſmatis vires prope partem manentem majores eſſe, quam procul ab illâ, dictum eſt, non eſt habita ratio percuſſionis, quæ prævium percutientis motum requirit, ſed tractionis aut impulſionis, quæ nullum trahentis aut impellentis prævium

motum exigunt, eóque faciliores accidunt, quò tardiores ſunt; minùs enim reſiſtit corpus, quod tardè movetur, ac proinde validiùs trahitur aut impellitur, quo minorem potentia invenit reſiſtentiam: Contrà quàm accidat in percuſſione, quæ validiorem facit ictum, quo majorem invenit reſiſtentiam; hæc autem major eſt, quò velociùs moveri deberet corpus percuſſum, ut percutientis motui obſecundaret, cui magis reſiſtens majorem ictum recipit; cum tamen hic languidior eſſet atque infirmior, ſi manum ſenſim ſubduceres virgulto percutienti. Quare pars elaſmatis extrema validiùs percutit, quia majorem invenit reſiſtentiam, pars media validiùs trahit aut impellit, quia minùs illi reſiſtitur.

CAPUT XI.

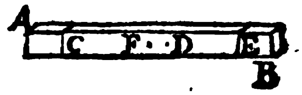
Cur longiora corpora faciliùs flectantur, difficiliùs ſuſtineantur.

PRæſens diſputatio non diſtat ab iis, quæ ab Ariſtotele inquiruntur in Mechanicis quæſt. 14. *Cur ejuſdem magnitudinis lignum faciliùs genu frangitur, ſi quiſpiam æquè diductis manibus extrema comprehendens fregerit, quàm ſi juxta genu: & ſi terræ illud applicans pede ſuperimpoſito manu longè diductâ confregerit, quàm propè.* & quæſt. 16. *Cur quanto longiora ſunt ligna, tanto imbecilliora fiunt: & ſi tollantur, inflectuntur magis; tametſi quod breve quidem eſt, ceu bicubitum, fuerit tenue; quod verò cubitorum centum, craſſum?* & quæſt. 26. *Cur difficilius eſt longa ligna ab extremo ſuper humeros ferre, quàm ſecundùm medium, æquali exiſtente pondere?*

Et quidem quod ad primum, ſcilicet ad flexionem ſpectat, quam demum conſequitur fractio, quemadmodum flectendi corpus aliquod longum aut frangendi difficultas oritur ex complexione atque copulatione particularum, quibus conſtat, ægrè diſſolubili, ità illud inflectitur, atque frangitur, cum earumdem particularum coagmentatio vehementi impulſione labefactatur,

factatur, his quidem per vim compreſſis, his verò validè in diverſa diſtractis. Quo igitur faciliùs compreſſio hæc atque diſtractio perficitur, eò etiam faciliùs flectitur corpus, aut frangitur. Hanc autem particularum compreſſionem atque diſtractionem faciliùs contingere longiori corpori quàm breviori manifeſtum eſt; quia videlicet motus ille particularum ad flexionem aut fractionem neceſſarius minorem Rationem habet ad motum Potentiæ longiùs applicatæ, quàm ad motum Potentiæ propioris.

Potentia movens bifariam conſiderari poteſt, ſivè in ipſo corpore incluſa, cujuſmodi eſt illi inſita atque ingenita gravitas, vi cujus ſponte ſuâ flectitur; ſivè extrinſecùs adhibita, ut ſi onus aliquod grave deorſum premens adjiciatur, aut potentia vivens ad motum in quamcumque poſitionis differentiam apta: utrobique tamen eſt eadem ratio; ubi ſcilicet aſſumpta atque adventitia potentia applicatur, ibi operatur; atque ibi innata gravitas intelligitur ſua exercere momenta, ubi partis ultra ſubjectum fulcrum extantis centrum gravitatis reperitur; illáque eſt à fulcro diſtantia potentiæ flectentis, aut etiam frangentis. Sit enim priſma A B, cujus pars A C infixa ſit parieti, extra quem emineat horizonti parallela pars C B ſuâ gravitate deorſum connitens; quæ ſanè non eſt intelligenda in B, ſed quaſi tota



conſtituta eſſet in D, ubi eſt centrum gravitatis non totius corporis A B, ſed partis extantis C B. Quod ſi brevius eſſet priſma A E, partis C E minor eſſet gravitas, quàm partis C B, & præterea minus abeſſe à fulcro C intelligeretur, quippe cujus centrum gravitatis eſſet F multo propius quàm D. Plura igitur momenta habet C B quàm C E ad flectendum priſma parieti infixum, juxta ea, quæ uberiùs dicta ſunt lib. 2. cap. 6. ubi ſolidorum Reſiſtentiam reſpectivam conſideravimus, nec vacat hìc iterum inculcare.

Unum hìc conſiderandum eſt, quod ad rationes vectis attinet, videlicet, ſi ſuperiori priſmatis parti, quæ reſpondet ipſi A C, incumberet onus, quod faciliùs loco moveri poſſit, quàm particularum complexio labefactari, aut omnino diſſolvi, priſma neque frangi, aut fortaſſe ne flecti quidem contingeret;

ſed

ſed rationem vectis primi generis haberet, cujus fulcrum eſſet in C, pondus in A, potentia in D. At ſi onus impoſitum nullatenus dimoveri queat, quemadmodum cùm priſma parieti infigitur, ſi CB ejus ſit longitudinis, ut vis gravitatis ad deſcendendum tali intervallo CD ſejuncta à fulcro C plus habeat momenti, quàm particularum coagmentatio, ne comprimantur, aut diſtrahantur; tunc vectis eſt ſecundi generis, fulcrum quidem habens in C, quatenus totum ſegmentum AC retinetur prorſus immotum, & potentia in D, pondus verò, cujus vires vincuntur, eo loco, ubi maxima ſit particularum compreſſio atque diſtractio.

Hinc factum videtur ſatis Ariſtoteli quærenti, cur faciliùs flectatur lignum craſſum cubitorum centum, quàm tenue bicubitum; quia nimirum in craſſo ligno cubitorum centum è pariete extantium, ſi ponatur ſimilem atque æquabilem craſſitiem juxta totam longitudinem habere, gravitatis centrum diſtat à fulcro cubitis quinquaginta, tenue verò atque exile lignum ſimilis figuræ atque materiæ centrum habet uno tantùm cubito diſtans à fulcro, & gravitas illius ad hujus gravitatem in eâ eſt Ratione, quam habent inter ſe ipſorum lignorum moles, quæ ſcilicet ex Rationibus baſium atque longitudinum componitur. Cum itaque longitudo ad longitudinem ſit ut 50 ad 1, ſi baſium ſimilium latera homologa ſint ut 10 ad 1, baſium Ratio eſt ut 100 ad 1: quare cùm longioris ligni gravtiatis Ratio ad gravitatem brevioris componatur ex Ratione baſium ut 100 ad 1, & ex ratione longitudinum ut 50 ad 1, gravitas longioris ad gravitatem brevioris eſt ut 5000 ad 1. Atqui momenta ad deſcendendum componuntur ex gravitate & diſtantia à fulcro; igitur momenta longioris ad momenta brevioris ſunt ut 250000 ad 1. At verò reſiſtentia abſoluta, ne flectantur, aut frangantur hujuſmodi ligna. eſt in Ratione compoſitâ ex Rationibus baſium atque craſſitierum; ac proinde ſi baſes ſint ſimiles, & ſimiliter poſitæ, Ratio eſt triplicata Rationis laterum homologorum, hoc eſt Rationis 10 ad 1; atque adeò reſiſtentia longioris ad reſiſtentiam brevioris eſt ut 1000 ad 1. Patet igitur momenta ut 250.000 ad reſiſtentiam ut 1000 majorem habere Rationem, quàm momenta ut 1 ad reſiſtentiam ut 1: faciliùs ergo illa quàm hæc momenta reſiſtentiam ſibi con-

gruentem ſuperant, atque faciliùs lignum craſſum longius flectitur, aut frangitur, quàm brevius.

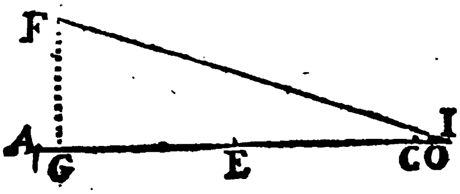
Quæ autem de ligno parieti ſecundum alteram extremitatem infixo dicta ſunt, ſervatâ analogiâ de eodem dicantur, ſi circa medium fulcro alicui inſiſtat ita, ut hinc atque hinc habeat gravitatis momenta compoſita ex ipſarum partium gravitate & ex diſtantia centrorum gravitatis à fulcro, cui innititur: eâdem enim ratiocinatione colligitur in longiore ligno majorem eſſe Rationem momentorum gravitatis ad reſiſtentiam ortam ex partium complexione, ne flectatur, quàm in breviore. Quod verò ſpectat ad longioris ligni faciliorem flexionem, quando utraque extremitas innixa eſt ſubjecto fulcro, non videtur propriè hujus loci, ſed de eâ dictum eſt ſuperiùs lib. 3. cap. 12.

Ex his, quæ de priſmate extra parietem extante, quod faciliùs flectitur, hactenus diximus, ulteriùs patet, cur ex contrario longius lignum ut AB, etiamſi parem cum breviore AE craſſitiem habeat, alterâ extremitate æqualiter in AC apprehenſum difficiliùs ſuſtineatur. Nam quod longius eſt ad illud, quod brevius eſt, ſecundùm gravitatem, quæ deorſum nititur, eam habet Rationem, quæ eſt longitudinis majoris CB ad longitudinem minorem CE: & præterea momenta, quæ ex diſtantia oriuntur, ſunt ut CD ad CF, hoc eſt ut CB ad CE, ſi quidem ex hypotheſi centrum gravitatis intelligatur in mediâ longitudine; ſecus autem, univerſaliter juxta diſtantias centri gravitatis à fulcro. Quare tota momentorum Ratio ea eſt quæ componitur ex Rationibus gravitatum reſpondentium moli ultrà fulcrum protenſæ, & diſtantiarum centri gravitatis. Cum itaque in longiore ligno plus inveniatur gravitatis, & magis à fulcro diſtet centrum gravitatis, quàm in breviore ligno, nil mirum, ſi vis in A poſita, ut contranitatur momentis longioris ligni innixi fulcro C, major eſſe debeat, quàm ut reſiſteret momentis ligni brevioris.

Deſinant igitur mirari, qui fariſſam decem cubitorum perpendicularem extremo digiti apice ſuſtineri, eandem verò horizontaliter jacentem non niſi valido conatu elevari vident. Res enim ex dictis perſpicua eſt; quia dum haſta perpendicularis digito incumbit, centrum gravitatis rectâ deorſum urgens digito motum ſibi æqualem præſcribit, ac proinde viciſſim

æqualis eſt digiti & haſtæ motus ſurſum, ſi digitus ſurſum conetur: hinc eſt ſolam Rationem gravitatis comparatæ ad vires ſuſtinendi attendendam eſſe, ideóque ſi ſariſſæ pondus ſit ex. gr. lib. 10, ſolo niſu opus eſt, quo libræ 10 ſuſtineantur. Cum verò haſta obliqua eſt, & horizonti parallela, ſive ad illum inclinata, jam non idem ſeu æqualis convenit motus manui haſtam elevanti, atque centro gravitatis, ſed hoc ad motum multo majorem incitatur; ac propterea momentorum Ratio non ex ſolâ gravitate pendet, verùm etiam ex motuum Ratione componitur.

Sit haſta horizontaliter jacens A I cubitorum 10; pars manu apprehenſa ſit I C quinta fermè pars cubiti adeò ut I C ad C A ſit ut 1 ad 49: punctum I reſpondet extremæ parti metacarpij, quâ carpo adhæret articulatio minimi digiti:



punctum autem C reſpondet ſecundo indicis articulo; motúſque elevationis haſtæ perficitur deprimendo I & elevando C, ac motûs centrum eſt in juncturâ manûs cum oſſe cubiti; quod centrum propterea intelligitur reſpondere ſariſſæ ex. gr. in O inter C & I. Quapropter ſi facultas in I deprimens conſideretur, vectis eſt primi generis, ſin autem vis in C elevans attendatur, vectis eſt tertij generis; pondus verò movendum eſt ſive tota gravitas longitudinis O A in centro gravitatis E, ſive ſemiſſis gravitatis in extremitate A, ut conſtat ex iis, quæ diſputata ſunt lib. 3. cap. 2. de brachiis libræ.

Intelligatur itaque, facilioris explicationis gratiâ, centrum motûs in O planè medium inter C & I; eritque tam A O ad O C, quàm A O ad O I, ut 99 ad 1. Gravitas igitur partis O A eſt lib. 9 $\frac{9}{10}$ ex hypotheſi; illius ſemiſſis eſt lib. 4 $\frac{19}{20}$; cujus momentum in A ad momentum, quod haberet illa eadem in C aut in I, eſt ut 99 ad 1. Cùm autem potentia in I deprimens æquivaleat potentiæ elevanti in C, quippe illarum diſtantia ab O centro motûs ex hypotheſi eſt æqualis, perinde eſt atque ſi in C unica potentia totum pondus elevans poſita eſſet æquivalens duplici illi potentiæ in I & in C. Quare potentia in C elevans

pondus

pondus perpendiculare lib. $9\frac{9}{10}$ ad potentiam in C pariter conſtitutam elevantem lib. $4\frac{19}{20}$ in diſtantia, quæ exigat motum undecentuplum erit ut $9\frac{9}{10}$ ad 490, hoc eſt, tàm valida eſſe debet, ut poſſet perpendiculariter elevare libras 490.

Porrò elevatâ haſtâ ita ut A veniat in F, jam non intelligitur ſemiſſis gravitatis in A, ſed in G puncto, quod definitur à perpendiculari cadente ex F in horizontalem: & idcirco gravitas $4\frac{19}{20}$ ducenda eſt in diſtantiam G O minorem quàm A O; atque ita deinceps minuitur, uſque dum haſta fiat in O horizonti perpendicularis, & facillimè ſuſtineatur, aut attollatur. Si autem in hac ratiocinatione tibi, Lector, placuerit non negligere momentum illud exiguum, quod potentiæ elevanti additur à gravitate particulæ O I, non abnuo, ſi operæ pretium te facturum exiſtimes.

Quòd ſi punctum I concipiatur omnino immotum, illud eſt centrum motûs, & vis elevans in C aliam habet Rationem; nam potentiæ motus ad motum ſemiſſis ponderis haſtæ in A eſt ut 1 ad 50; ſunt igitur lib. 5 ex hypotheſi, quæ moventur motu quinquagecuplo; ac propterea vis elevandi datam haſtam poſita in C, quando haſta eſt horizonti parallela, ea eſſe debet, quæ poſſit elevare libras 250 perpendiculares. Hinc eſt quod, ſi haſtam eandem lib. 10. humero ita imponas in C, ut apprehenſum calcem in I manus retineat, & C I ſit pars decima totius longitudinis haſtæ parallelæ horizonti, ſemiſſis (ſcilicet lib. $4\frac{1}{2}$) reliquæ haſtæ ultra humerum intelligitur in A, & ut I C ad C A, hoc eſt ut 1 ad 9, ita lib. $4\frac{1}{2}$ ad lib. $40\frac{1}{2}$, quibus æquivalere debet partis C I momentum & vis manûs deorſum urgentis, atque in I retinentis haſtam horizonti parallelam. Perinde itaque humerus in C premitur ab haſtâ ſic poſitâ, & à manu deorſum urgente, atque ſi ponderis librarum 81 centrum gravitatis immineret humero; nam ſi loco manûs deorſum trahentis adderes in I pondus faciens æquilibrium, eſſe oporteret lib. 40; ſiquidem partis C I momentum eſt lib. $\frac{1}{2}$ in I. At ſi extremitas I retineatur quidem, ſed nemine deorſum urgente (quemadmodum ſi in parietis foramen inferatur, & à ſuperiore foraminis ſaxo impediatur, ne poſſit elevari) in C verò ſuſtineatur ab humero; tunc humeri preſſio ſoli gravitati haſtæ tri-

buenda eſt; haſta quippe eſt vectis ſecundi generis hypomochlium in I habens, pondus movendum, hoc eſt, humerum premendum in C, potentiam verò, hoc eſt lib. 5. ſemiſſem gravitatis haſtæ, in A, ita ut A I diſtantia ſit decupla diſtantiæ C I: premitur ergo humerus, quaſi ſuſtineat libras 50.

Demum, ne intacta relinquatur Ariſtotelis quæſtio 14. de ligno, quod terræ applicatum pede impoſito faciliùs frangitur manu longè diducta quàm prope, dic ligni partem, quæ inter pedem impoſitum, & terram ſubjectam interjicitur, eſſe prorſus ſimilem parti priſmatis infixi parieti, ne moveatur, manum verò eſſe potentiam, quæ longiùs applicata majora habet momenta ad vincendum nexum particularum ligni; eſt enim longior vectis. Similiter applicato ad genu ligno, & æquè diductis manibus; duo ſunt vectes hinc atque hinc, fulcrum ad genu, ſcilicet ad duo puncta contactuum, habentes, eóque longiores, quò magis diductæ fuerint manus, ac proinde faciliùs diſtrahentes particulas extimas ligni, quod circa genu curvatur, faciliúſque comprimentes particulas ejuſdem ligni ad cavam faciem pertinentes; quæ dum ſibi viciſſim obſiſtunt, uberiorem reliquarum diſtractionem juvant: longiorem autem vectem præ breviori eligendum eſſe quis neſciat? ac propterea ſi ad genu propiùs admoverentur manus ligno, cùm minor eſſet illarum motûs Ratio ad motum particularum ligni diſtrahendarum, quàm ſit Ratio motûs illarum longiùs diductarum, utique difficiliùs frangeretur lignum; ideóque longiùs diducuntur manus, ut longiores ſint vectes.

CAPUT XII.

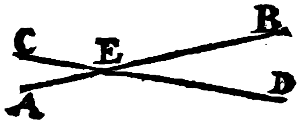
Unde oriantur forcipum & forficum vires.

FOrcipum duplex eſt uſus; primus quidem ad corpus aliquod firmiter apprehendendum, ſecundus verò ad evellendum illud faciliùs, vel ſuâ è ſede dimovendum; id quod adhibito hujuſmodi inſtrumento faciliùs perficitur, quàm nudâ manu.

manu. Hinc Ariſtoteles mechan. quæſt. 21. quærit, *Cur medici faciliùs dentes extrahunt denti forcipis onere adjecto, quàm ſi ſolâ utantur manu?* Quia nimirum infixum mandibulæ dentem extrahendum vix ſummis duobus digitis, quibus non multa vis ineſt, arripere valent, & ob carnis mollitudinem facilè è trahentibus digitis elabitur lubricus dens: at forcipulam in os immittere potiùs, quàm digitos, ſæpe facilius eſt, validiúſque trahit manus in pugnum conſtricta forcipi dentem per vim educenti applicata, quàm digitorum extremitates dentem adhuc in gingivâ hærentem evellere valeant. Præterquam quod in dentiforcipe, cujuſcumque tandem figuræ ſit, ratio vectis intercedit ad dentem firmiùs apprehendendum, dum preſſo manubrio arctiùs conſtringitur: nec facilè Chirurgus operam ludit, ubi dens forcipem ſubterfugere nullatenus poteſt. Totam igitur vectis vim in dentiforcipe agnoſco ad ſtringendum dentem, ut medica manus illum faciliùs evellat: neque enim eâdem ratione à medicis (niſi fortè veterinariis) extrahuntur dentes, quâ fabri lignarij revellunt infixos tabulæ clavos, de quibus mox erit ſermo.

Similiter quia ad ſtringendam exilem aliquam materiam inepta eſſet digitorum craſſitudo, minutorum opuſculorum fabricatores forcipulis utuntur, quibus illam apprehendentes firmiter, aut limæ ſubjiciunt, aut opportunè collocant. Et quia candens ferrum manu tractari nequit, ut in quamcumque partem verſetur, incudíque impoſitum niſi retineretur, ſæpè ſecundis aut tertiis malleorum ictibus ſe ſubduceret, propterea fabri ferrarij forcipes adhibent, quarum author & inventor Cinyra Cyprius Agriopæ filius ſcribitur à Plinio lib. 7 cap. 56; ideóque forcipes, quaſi forvicapes, dictæ ſunt, quòd iis forva, ideſt calida, capiantur.

Vis autem forcipum in eo ſita eſt, quòd duo vectes primi generis AB, & CD in E connexi commune hypomochlium E habent; potentia verò in B & D longiorum brachiorum extremitates adducens eò



validiùs ſtringit ferrum brevioribus brachiis EA & EC apprehenſum, quo major fuerit Ratio BE ad EA: támque firma retentio eſſe poteſt, ut modico pueri conatu extremitates B & D

viciſſim comprimentis, robuſtiſſimi cujuſque vires elidantur, ne arreptum ferrum ex A C poſſit eximere. Quòd ſi forcipibus B A & D C utatur aliquis veterinarius vice Poſtomidis (ſeu, ut aliquibus Grammaticis placet Paſtomidis)equi nares,ad frænandam ejus tenaciam, ut loquitur Feſtus, inter longiora brachia B E & D E contingens; jam B E & D E vectes ſunt ſecundi generis, cum illud, quod ponderis vicem ſubit, inter hypomochlium & potentiam interjiciatur.

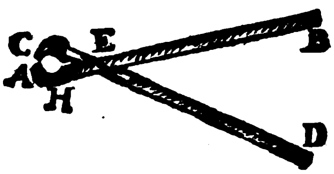
Hujuſmodi forcipibus vectis in E C & E A non abſimile fuiſſe exiſtimo inſtrumentum antiquioribus Græcis ad frangendas abſque ictu percutientis mallei nuces familiare, ut ex Ariſtotele Mechan. quæſt. 22. colligitur: quod fortaſſe vel in alterutrâ, vel in utraque interiori facie breviorum brachiorum modicè excavatâ frangendæ nuci locum deſignabat; adducto enim in oppoſitas partes utroque vecte B A & D C, quo propior erat nux communi hypomochlio, puncto ſcilicet connexionis E, eò faciliùs frangebatur, quia eò major erat Ratio motûs potentiæ ad motum particularum nucis ex compreſſione dividendarum, quàm eſſet Ratio reſiſtentiæ ex earumdem particularum complexione ortæ, ad vim motivam potentiæ. Et quoniam in nucum mentionem incidi, ne levitati mihi tribuas, quòd hîc puerile inventum à me puero, & tunc quidem admiratione obſtufacto, obſervatum commemorare non erubeſcam. Videbam pueros clandeſtinis jentaculis indulgentes, ut citra multiplicis percuſſionis ſtrepitum nuces confringerent, eas inter poſtium angulos & fores collocare; tum adductis foribus leviſſimo negotio unâ operâ confringere. Erat ſcilicet vectis primi generis, cujus majorem longitudinem definiebat foris latitudo, minorem ipſius foris craſſitudo, ita ut vectis eſſet in angulum inflexus, cujus hypomochlium cardinibus reſpondebant. Uſque adeò natura ipſa Mechanicen, uſumque vectis, vel pueros docet.

His adde acutas forcipulas, quibus catenularum fabricatores extremitatem fili ferrei inflectunt: ratio enim vectis potiſſimùm conſiſtit in validâ & firmâ ipſius fili ferrei apprehenſione; nam quo ad ejuſdem inflexionem ſpectat, non eſt, cur nos torqueamus, ut aliquam demum vectis umbram venemur: ſatis eſt, ſi manubrij amplitudinem conſiderantes, eámque cum

tenui

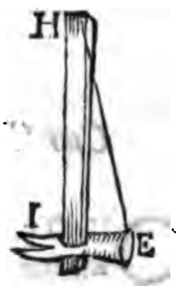
tenui apice forcipulæ, circa quem filum ferreum contorquetur, comparantes motum potentiæ manubrio applicatæ longè majorem motu particularum fili ferrei, quod flectitur, deprehendamus; hinc quippe aucta potentiæ momenta cognoſcimus.

Aliud forcipum genus frequentiùs uſurpatur, quarum potiſſimus uſus eſt in eximendis clavis, & minora brachia AE & CE non recta ſunt, ſed curva; non ſolùm ut clavus tenaciùs apprehendatur excepto ejus capite intra forcipum ſinum, verùm etiam ut forcipes aliam



exerceant vectis curvi rationem: cùm enim arrepto inter A & C clauo inclinantur forcipes, ut punctum H tangat ſubjectum planum, ſive paries ſit, ſive tabula, jam hypomochlium eſt in H, & momenta potentiæ in B ad reſiſtentiam clavi evellendi, ſunt ut BH ad HA, cùm circa punctum H perficiatur motus. Quare ad conſtringendum clavum momentorum Ratio eſt ut BE ad EA (perinde atque ſi ab E ad A ducta eſſet recta linea) ad revellendum verò momentorum Ratio eſt ut recta ex B ad H ducta ad rectam, quæ ex H ad A ducitur; neque enim curva linea ex H ad B, aut ex H ad A, ſed recta legem conſtituit motibus potentiæ in B, & ponderis in A.

Id quod pariter contingit cùm averſam mallei partem ſubtiliorem clavo ſubmittimus, & in oppoſitam partem manubrium retrahimus, ut clavus extrahatur: eſt ſiquidem curvus quidam vectis fulcrum habens in E; circa quod punctum manens uterque motus perficitur; & motus potentiæ in H ad motum clavi in I habet Rationem rectæ HE ad rectam EI. Ex quo patet pro majori manubrij longitudine augeri etiam potentiæ momenta.



Quoniam verò aliquando forcipes hujuſmodi curvæ aciem habent in A & C, ut id, quod conſtringitur vehementiùs, etiam ſcindatur, non eſt alia philoſophandi ratio, quod quidem ſpectat ad momenta potentiæ duplici illi vecti applicatæ, hoc uno differunt, quod vis ſcindendi orta ex acie ferri pertinet ad ratio-

nes

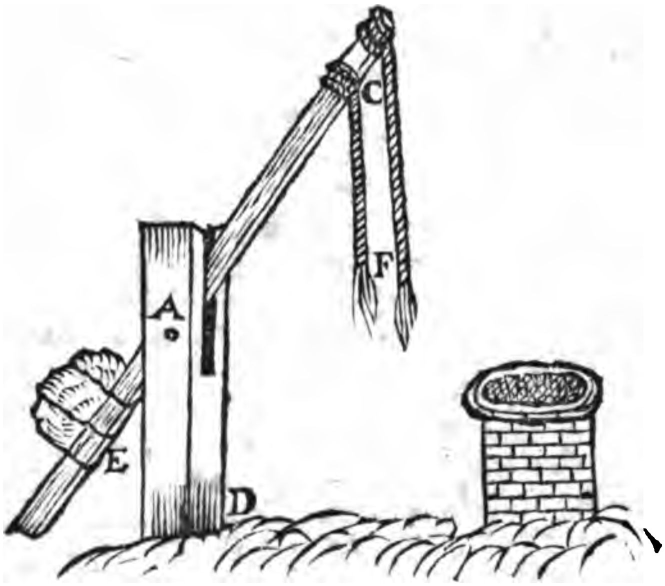
nes Cunei, de quo inferiùs ſuo loco. Idem dicendum de forficibus, quarum acies pariter ex rationibus Cunei vim ſcindendi habent; majora autem momenta potentiæ, quæ faciliùs ſcindat, petenda ſunt ex rationibus vectis; ſunt enim hîc pariter duo vectes in oppoſitas partes commoti, commune hypomochlium in puncto connexionis habentes; & quo majorem Rationem manubriorum longitudo habet ad diſtantiam rei ſcindendæ à puncto connexionis, eò etiam facilior contingit ſciſſio. Idcirco quæ duriora ſunt, prope connexionis punctum applicantur, quia eadem manubriorum longitudo ad minorem diſtantiam habet majorem Rationem quàm ad diſtantiam majorem; & quæ ad hæc duriora ſcindenda inſtitutæ ſunt forfices, breviora habent brachia, quæ ad ſcindendum exacuuntur, longiora verò ea, quibus potentia movens applicatur; cujuſmodi ſunt forfices, quibus fabri ferrarij ad æreas aut ferreas laminas ſcindendas utuntur. In harum uſu illud etiam obſervare poteris, ſatis eſſe, ſi duorum vectium communi fulcro connexorum, ita ut decuſſati exiſtant, alterum moveatur manente altero: hoc enim potiſſimum attenditur, quo pacto potentia validiùs applicetur, ubi multâ opus eſt virtute; cum autem unicum hujuſmodi forficum brachium movetur, tota illi manus applicatur, & reliquo deorſum connitente corpore validè premit.

CAPUT XIII.

Cur Tollenones juxta puteos conſtituantur.

QUi Tollenones Latinis (Ciconias aliqui vocant) Græcis Κηλώνια dicuntur, familiaria ruſticis & olitoribus inſtrumenta ad hauriendas ex puteis non admodum altis aquas, aliqua habent explicatu digna, quæ ex Vectis doctrinâ petenda ſunt, nec viſum eſt Ariſtoteli quæſtione 28. hanc eandem diſputationem inſtituere indecorum, aut homini Philoſopho minùs

nùs conveniens. Et primùm quidem ipſa Tollenonis conſtructio pendet ex rationibus vectis primi generis, habet ſi quidem fulcrum medium inter potentiam moventem & pondus



elevatum. Erecto enim tigno D A imponitur tranſverſa haſta C E, infigitúrque axi in A, circa quem liberè converti poſſit. Tum extremitati E puteo appoſitæ alligatur plumbum, aut ſaxum, ſive grave aliud quodpiam; ab extremitate autem C, quæ puteo reſpondet, funis C F pendet (ſeu haſta fune convexa in C, ſed tamen facilè mobilis) cui in F ſitula adnectitur.

Jam verò duplex motus in hauriendâ aquâ conſiderandus eſt, alter, quo hydria vacua in puteum demittitur, alter, quo eadem hydria aquæ plena è puteo extrahitur. Priori motui utique non favet tolleno, faciliùs quippe hydria deſcenderet, ſi nullum eſſet onus in E, quod depreſsâ hydria eſſet elevandum; hujus enim gravitas major eſt hydriæ gravitate; ac propterea præter ejuſdem hydriæ gravitatem alia potentia deprimens requiritur in F, ut major ſit Ratio gravitatis & potentiæ in F ad gravitatem ponderis in E, quàm ſit reciprocè Ratio diſtantiæ A E ad diſtantiam A C. Quare ſi A C longitudo multo major ſit longitudine A E, facilior

erit hydriæ vacuæ depreſſio; contra verò deprimendi difficultas augebitur, quo magis pondus E diſtabit à fulcro A. Sed hæc eadem, quæ deprimendi difficultatem augent, juvant ad extrahendam faciliùs hydriam: pondus enim E quò longiùs aberit à fulcro A, eò plura habebit momenta adversùs gravitatem aquæ & hydriam pendentes ex C. Hinc eſt potentiæ atque ponderis vices permutari; in depreſſione nimirum pondus in E exiſtens attollitur, & potentia in C deſcendit; at in elevatione viciſſim pondus elevatur in C, & potentia in E deſcendit. Prudenter itaque providere oportet, ut & haſtæ C E longitudo opportunè diſtinguatur in partes C A, A E, & pondus in E neque ita leve ſit, ut parum adjumenti afferat in extrahendâ aquâ, neque ita grave, ut detrimento ſit in deprimendâ hydriâ. Præſtat tamen plus aliquid laboris ſuſcipere in deprimenda hydriâ, ut ea deinde elevetur majore compendio: nemo quippe dubitat, quin longè faciliùs ſit homini funem F C deorſum trahenti attollere pondus E, quàm parium momentorum aquam è puteo extrahere.

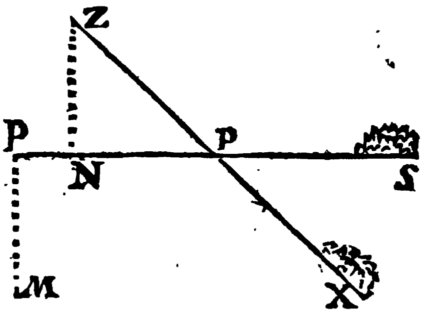
Porrò non abs re fuerit monere hîc aliquem, ne ſe ruſticis ridendum præbeat, ubi pro altitudine putei aſſumpto fune C F, haſtam C E æquo longiorem conſtituerit præter rationem intervalli inter tigillum D A & puteum; contingeret enim, ut haſta in putei labra incurrens neceſſariam funis longitudinem minueret. Quapropter tria hæc neceſſe eſt ſibi invicem proportione reſpondere, videlicet haſtæ C E longitudinem, tigilli A D altitudinem, ejúſque à puteo diſtantiam; ut erecta ferè ad perpendiculum haſta eam admittat funis longitudinem, quæ & facile hydriæ jungi poſſit, & putei altitudinem exæquet.

Cur autem tùm in deprimendo Tollenone, ut hydria immergatur, tùm in attollendo, ut aqua è puteo eximatur, non parem ſemper & æquabilem experiamur facilitatem, ratio in promptu eſt; quia ſcilicet varia eſt potentiæ medio fune F C tollenonem agitantis applicatio; quo enim acutior fuerit angulus F C A, eò minora ſunt potentiæ trahentis momenta, quæ creſcente angulo pariter augentur, ut tunc maxima ſint, cùm funis F C, & haſta C A angulum rectum conſtituerint. Et quidem licèt, ubi funis ab angulo recto ad obtuſum deſciverit, iterum momenta potentiæ decreſcant, ſi applicationis potentiæ ejuſdem

ejuſdem tantummodo habeatur ratio; fieri tamen poteſt, ut ponderis in E momenta minuantur, quo altiùs attollitur, ſi illud fuerit haſtæ impoſitum, cum ejuſdem linea directionis cadat in haſtæ punctum, quod magis ad fulcrum A accedat, juxta ea, quæ hujus libri cap. 3. dicta ſunt; atque adeò deprimendi facilitas, quæ hinc ſumit incrementum, diminutâ ponderis E reſiſtentiâ ſuppleat decrementum, quod obliquam potentiæ applicationem conſequitur.

Nec abſimilis momentorum varietas contingit ex diſparili angulorum amplitudine, quos lineæ directionis gravitatum tum aquæ attollendæ, tum ponderis E, cum haſtâ CE conſtituunt. Nam depreſsâ haſtâ, & pondere maximè elevato, hujus momenta initio minora ſunt, & ſubinde augentur recedente à fulcro A lineâ directionis centri gravitatis, ſi illud quidem haſtæ incumbat: Pondere igitur E minùs conante adversùs aquam cum hydriâ attollendam, plus laborandum eſt homini funem ſurſum trahenti; cujus deinde labor minuitur auctis gravitatis E momentis; & tunc potiſſimùm præſtare videntur, cum angulus FCA ex recto in acutum tranſit; tunc enim aquæ deorſum connitentis ac oppoſito ponderi reſiſtentis momenta decreſcere incipiunt, ac infirmiora fieri.

Ex his non parum lucis affulget ſcenicis machinationibus, in quibus non planè ad perpendiculum, ſed obliquè aſcendendum eſt aut deſcendendum, ſi enim ſtatuatur vectis ZX habens in P fulcrum, & fune ZN pendeat corpus demittendum, utique obliquus erit deſcenſus ex N in M, & viciſſim obliquus aſcenſus ex M in N: momenta autem ponderis X, aut S, pro variâ poſitione, ut dictum eſt, diſſimilia atque diſparia ſunt: Quapropter temperanda ſunt pro motûs



inſtituendi opportunitate; atque ſi pondus X levius ſit corpore demittendo ex N, hoc ſponte deſcendet; ſi verò in S augeatur pondus, ut corporis in M gravitatem ſuperet, hoc ex M in N elevabitur. Quod autem de ſcenicâ machinatione hìc

innui, ad alias motiones corporum elevandorum (ut ſi ex navi in altiorem fluminis ripam onus transferendum eſſet) facilè traduci poſſe ita manifeſtum eſt, ut pluribus non ſit opus, ſi accuratè examinetur altitudo, ad quam deducendum eſt, & amplitudo ſeu diſtantia parallelarum, intra quas obliquus motus perficiendus eſt, ut vecti congrua longitudo ſtatuatur, & opportuno loco collocetur, ubi eam anguli R P Z inclinationem habeat, cui Sinus Verſus R N reſpondeat.

CAPUT XIV.

Remorum vires in agendâ navi expenduntur.

REmum, quo naves aguntur, Copenſibus, & Platæenſibus debemus, ut Plinius lib. 7 cap. 56. ſcribens ait, ***Remum Copæ, latitudinem ejus Platææ*** (utraque eſt Bœotiæ urbs) invenerunt; & nomen ipſum ab inventoribus inditum videtur, nam Græcis *κώπη* Remus, *πλάτη* Palmula, latior ſcilicet remi pars dicitur. Ratem ſiquidem conto propellere rudis adhuc ars nautica noverat, ubi fluminis non admodum alti fundum perticâ pertentare licebat; at ubi uberior unda prohibet, ne fundum attingatur, operam luderet, qui navim conto A B impellere ſe poſſe ſibi perſuaderet, niſi fortè extremitati B ligneã tabellam adjungeret, ita levem, ut ſponte ſuâ innataret; illam enim per vim velociter immergenti obliquam, aqua reſiſteret, & navis aliquantulum promoveretur: cæterum ingens eſſet labor in conto retrahendo, & tabellâ ex aquis extrahendâ, etiamſi ſcalmo tigillus longiuſculus E F ad perpendiculum infigeretur, ex cujus ſummo vertice funis E I penderet, fune autem contus medius in I ſuſpenderetur. Quare opus fuit inſtrumentum



moliri,

moliri, quo & facile uteremur, & aliquod laboris compendium inveniremus.

Ratione ſuæ longitudinis ad unum aliquod vectis genus referendus eſt remus, ad cujus caput applicatur potentia, videlicet remex; extrema palmula immergitur aquæ, & circa medium innititur ſcalmo: ſed aquæ ne? an ſcalmo? ratio fulcri conveniat, diſputatur. Si Ariſtoteles audiendus eſſet mechan. quæſt. 4. *hypomochlion ſit ſcalmus, ſtat enim ille; pondus verò mare eſt, quod propellit remus; vectem autem movens ipſe eſt remex.* Id quidem verum eſſet, ſi quis anchoris nondum ſolutis, & ſtante navi, adumbratâ ad ſpeciem remigatione ſe exerceret; nil enim præſtaret præter aquarum impulſionem. Cæterùm nautæ remorum pulſu non aquam verberare, ſed navim impellere contendunt. Igitur aqua, cui remi palmula immergitur, diviſioni reſiſtens, atque impediens motum palmulæ, hypomochlij, cui vectis, hoc eſt remus, innititur, rationem habet, navis verò ipſa, quæ promovetur, quatenus eſt ſcalmo conjuncta, utique eſt pondus, ex cujus movendi, non ex aquæ repellendæ difficultate æſtimandus eſt nautarum labor: alioquin eodem remo, qui ſcalmo ſimiliter inſiſteret, æqualis labor eſſet, ſive actuarium, ſive corbitam impellere oporteat; pari ſiquidem aquæ occurrit utrobique palmula. Manifeſtum eſt igitur pondus vecte promovendum navim eſſe, non aquam, ac propterea hypomochlij vices aquam ſubire, adeóque remum cenſendum eſſe vectem ſecundi generis, cujus extremitates potentia & fulcrum occupant.

Hinc eſt aliquod ſemper haberi laboris compendium, ponderis enim motus, qui vecte perficitur, minor eſt motu potentiæ remi capiti applicatæ, illud enim minùs, hæc magis ab hypomochlio diſtat. Motus, inquam, qui vecte perficitur, minor eſt motu potentiæ; fieri enim contingit, ut vi impreſſi impetûs, etiam ceſſante remigis impulſione, navis promoveatur, adeò ut pro ratione impetûs multo major ſit navis motus, quàm potentiæ impellentis. Verum hoc non ex vecte ob idipſum, quia vectis eſt, oritur, ſed quia navis innatans aquæ non eam invenit à corpore fluido reſiſtentiam, quam cæteroqui ex mutuo tritu inveniunt pondera corpori ſolido inſiſtentia, etiamſi vecte horizontaliter moveantur; ac proinde impreſſus impetus,

ceſſante vi externâ, non ſtatim perit. Id autem intelligendum eſt, cum in lacu vel tranquillo mari navigatur, cum ſcilicet aqua ſuo curſu non adverſatur motui navis: nam ſi adverſo flumine promovendum ſit navigium, contrarius aquæ impulſus impetum à remige impreſſum elidit, fieríque poteſt, ut utilius accidat navim trahere, quàm remigando impellere, ne ſublatis ex aquâ remis navigium vi aquæ fluentis retro-actum eò redeat, unde diſceſſit, & alternâ remorum immerſione atque extractione opera ludatur: præterquam quod quò magis immerſa remi palmula ab adverſo flumine repellitur, eò amplius detrahitur motui navis. Ideò quamvis navim trahens plus laboris ſimpliciter impendat, quàm remigans, facit tamen operæ pretium, qui enim navim adversùs profluentem trahit, etiam retinet, ne retrorſum agatur; at qui remo impellit, ſublatâ ex undis palmulâ, receſſum impedire non valet.

Cum itaque remus vectis ſit ſecundi generis, remigis vires æſtimandæ ſunt ex Ratione, quam longitudo remi habet ad illam ejuſdem remi partem, quæ aquæ & ſcalmo interjecta eſt; hæc ſiquidem Ratio eſt motuum, ac proinde & momentorum, ut ſæpiùs dictum eſt. Remi autem longitudinem non abſolutam intelligas; ſed primùm ea demenda eſt palmulæ particula, quæ aquæ immergitur; quippe quæ aquam repellens quaſi hypomochlio incumbit. Deinde attendendum eſt, quam remi partem remex apprehendat; ſi enim plures eundem remum agitent, ut in triremibus, non ſunt æqualia momenta ſingulorum, ſed ejus, qui ſcalmo propior eſt, minora ſunt (perinde atque ſi remo adeò brevi uteretur) ejus, qui remi caput apprehendit, maxima ſunt momenta; medij autem medio modo ſe habent.

Quare longitudo vectis in remo definitur intervallo, quod inter aquam, & remigis manum interjectum eſt; ponderis diſtantiam ab hypomochlio metitur intervallum, quo ſcalmus ab aquâ palmulam excipiente disjungitur. Si igitur intervallum illud eſt hujus intervalli duplum aut ſeſquialterum, momenta Potentiæ ad momenta ponderis Rationem habent duplam aut ſeſquialteram, & quatuor remiges ad promovendam navim tantumdem ferè valent ac ſex aut octo, qui pari conatu navim eandem ſine remis propellerent, aut traherent. Dixi, *ferè*, quia cum motus cujuſlibet vectis ſit circularis circa punctum hypomochlij,

mochlij,

mochlij, remex, qui in dextero navis latere remigat, ſecundùm vectis naturam arcum deſcribit ad dexteram inclinatum, id quod pariter contingit ſiniſtro remigi arcum ſiniſtrorſum deſcribenti: Cum autem navis non niſi unico motu moveri poſſit, ex his duobus circularibus ſibi adverſantibus reſultat tertius medius, ſcilicet rectus, qui proinde tantus eſſe non poteſt, quantus eſſet, ſi ſex aut octo homines æquali niſu navim ſine remis impellerent aut traherent; quia contrariæ illæ directiones ad dexteram & ad ſiniſtram nequeant in tertiam mixtam directionem coaleſcere, ſinè aliquo impetûs detrimento.

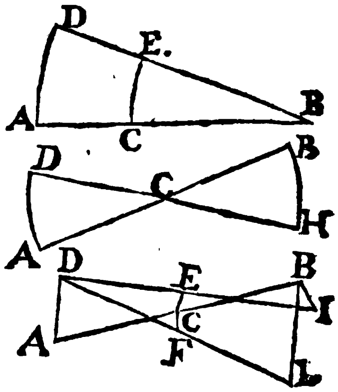
Quod ſi remiges omnes non conſentirent in deprimendo, impellendo, atque extrahendo remo, ſed alij alios præverterent, non ſolùm id incommodi accideret, quod ab inſtituto itinere deflecteret navis in alterutram partem, niſi æqualis utrinque eſſet impulſus, verùm etiam retardaretur motus, tùm quia minor impulſus à paucioribus navi imprimitur, tum quia remi tardiores, reliquis elevatis, adhuc immerſi dum communi navis motu moventur, minùs impellunt aquam poſt ſe fugientem, & palmulæ latitudo occurrenti aquæ obverſa moram infert, ut eam dividat; ex quo fit, ut aliquid impetûs ab aliis remigibus impreſſi deteratur, qui citra hoc impedimentum adhuc perſeveraret. Sunt ſcilicet plures remi plures vectes, quibus idem pondus movetur; & niſi remiges omnes conſpiraverint, aut navis tardiùs movetur, aut aliquorum labor augetur: haud ſecus ac ſi plures homines uni vecti ad pondus aliquod elevandum applicarentur, uno aut altero ceſſante reliquorum niſus augendus eſſet, ſupplementum deſidioſorum.

Ex rationibus igitur vectis ſatisfit quæſtioni ab Ariſtotele propoſitæ, *Cur ij, qui in navis medio ſunt remiges, maxime navim movent?* Allatam à Philoſopho reſponſionem intactam relinquo; an ſatis commoda ſit, alij examinent. Remigum alij in puppi conſtituuntur, qui Thranitæ dicebantur, ut eſt apud Suidam, alij in prorâ, qui Thalamij ſeu Thalamitæ, alij in navis medio, qui Zygitæ: & quamvis omnes ad promovendam navim ſuum conatum conferant, non tamen omnium æqualis eſt labor, aut par in movendo efficacitas; quia non ſecundùm eandem Rationem ſingulorum remorum longitudo in partes à ſcalmo diſtinguitur; ſed quia puppis altior eſt, & ſpatium anguſtum, major remi

remi pars extra navim eſt, parúmque à ſcalmo diſtat remex; ideò motus potentiæ ad motum ponderis minorem habet rationem, quàm ſi brevior eſſet inter palmulam, & ſcalmum, longiórque inter ſcalmum & remigem diſtantia, ut contingit in medio, ubi navis depreſſior eſt, & maximam habet latitudinem; pondere enim minùs diſtante ab hypomochlio, majora ſunt potentiæ momenta, cùm eadem ponatur utrobique vectis longitudo. Quæ autem de puppi dicta ſunt, ſaltem quo ad ſpatij anguſtias, etiam de prorâ intelligenda ſunt, quæ quia depreſſior eſt puppi, & aliquanto altior quàm circa medium, propterea Thalamiorum labor medius eſt inter Thranitarum & Zygitarum laborem. Dicuntur autem remiges, qui in navis medio ſunt, maximè movere vim, non quia navis motus, qui circa hypomochlium tanquam circa centrum fit, ibi ſit major motu, qui fit in puppi, ſi remiges parem arcum deſcribant, nam potiùs oppoſitum contingit; ſed quia remex in medio minorem inveniens ponderis movendi reſiſtentiam plus navim impellit, quàm ſi in puppi pariter conaretur, ubi eodem niſu non poteſt eodem temporis ſpatio tam amplum arcum deſcribere. Propterea fortiſſimi remiges ad puppim ſtatuuntur, ut majore impetu producto vincant majorem reſiſtentiam; ideóque Thranitis præter publicum ſtipendium etiam extraordinarium datum commemorat Thucydides lib.6. Hæc verò, quæ de Antiquorum navibus magis propriè dicuntur, quarum forma à noſtris diſſidebat, noſtris tamen celocibus aut triremibus ſervatâ analogiâ accommodari poſſunt; nam etiam apud nos ſcalmus ad proram & ad puppim aſcendit, & in medio major eſt navigij amplitudo, ita ut, licèt remorum capita in eâdem rectâ lineâ juxta navigij longitudinem conſtituantur, diſpari tamen Ratione à ſcalmo diſtinguantur in partes.

Sed præſtat ipſum navis motum paulo attentiùs conſiderare; quandoquidem ſi hypomochlium eſſet prorſus immobile, & aqua locum non daret palmulæ urgenti, utique motùs navis ad motum capitis remi in eâ eſſet Ratione, quæ intercedit inter diſtantias ſcalmi, & capitis remi ab aquâ. Nam ſi palmula B immota maneret, & ſcalmus eſſet in C, motus remigis AD ad motum navis CE eſſet ut AB ad CB. Contra verò ſi aqua nihil prorſus obſiſteret remo (ſicuti contingeret,

ret, ſi ille admodùm lentè moveretur, aut palmula nimis obliqua aquam finderet) tantúmque palmula retrograderetur per BH, quantum remex per AD progreditur, immota maneret navis in C: id quod etiam contingeret, ſi regreſſus BH ad progreſſum AD eſſet in Ratione CB ad CA. Quod ſi palmula à profluente rapta ex B in L majus ſpatium conficeret, quàm remex ex A in D (aut ſaltem BL ad AD eſſet in majore Ratione quàm CB ad CA) utique navis ipſa retrocederet, & ſcalmus ex C veniret in F. Cum igitur promoveatur navis, & aqua palmulæ obſiſtens ſit hypomochlium mobile, neceſſe eſt progreſſu remigis AD minorem eſſe palmulæ regreſſum BI, ut ſcalmus ex C propellatur in E. Quare quo magis aqua reſiſtit, minúſque palmula movetur in oppoſitam remigis motui partem, magis promovetur navis, quia majorem impulſum recipit. Majorem autem aquæ reſiſtentiam efficere poteſt aut velocior remi motio, aut major palmulæ immerſio: conſtat ſi quidem, ſi baculo aquam lentè dividas, vix percipi in illa ſcindendâ laborem; at ſi velociter baculum immerſum agitare libeat, multò validiùs illam reſiſtere: ſimiliter quò major palmulæ immerſæ pars plus aquæ propulſat, eò majorem invenit reſiſtentiam, difficiliùs enim multa, quàm modica aqua dividitur. Verùm cum feſtinato opus eſt, ſatius eſt velociter remum movere, & parum immergere palmulam, ut frequentiori remorum percuſſione plus impetûs navi imprimatur.



Quod demum ſpectat ad remi motum, unum ſupereſt obſervandum, videlicet, non eum tantummodo motum capiti remi tribuendum, qui reſpondet partibus navis, quatenus ex remigis muſculorum contentione atque membrorum inclinatione pendet, cujus menſuram definiret perpendiculum à capite remi in ſubjectum navis planum deſcendens, & in eo remi iter deſcribens; ſed præterea addendus eſt motus navis, qui omnibus in navi exiſtentibus communis eſt, adeò ut navis vi remorum acta

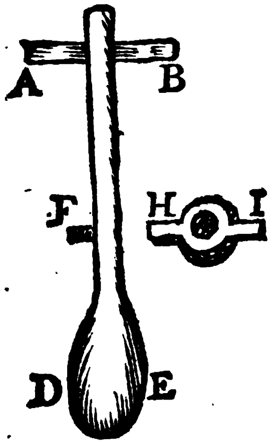
moveatur à motore tranſlato. Quapropter ſi AD eſt univerſus capitis remi, ſeu manûs remigis motus, demendus ex illo eſt navis progreſſus CE, & reſiduus motus à remigis conatu, quatenus remum impellit, pendet.

Sed antequàm ab hac remorum contemplatione animum avertamus, placet innuere, quæ de Sinenſium remis attigit Atlas Sinicus in Præfatione pag.10, ubi de Præfectorum navibus, quæ noſtris triremibus æquales ſunt, hæc habet. *Dum ceſſant ventorum flatus, adſunt deſtinati, qui remulco trahant, aut remis moles tota impellitur motis ad modum caudæ piſcium, methodo facili, & compendioſâ; quippe ſine ulla aquæ percuſſione, extractioneve remi, vel remo unico propellitur & dirigitur navis; adeóque unus hic ſex aut octo noſtratibus nautis æquivalet.* Poſtremum hoc de uno remige ſex aut octo noſtratibus nautis æquivalente, adeò magnificè dictum videtur, ſed & adeò jejunè expoſitum, ut verba mihi dari non facilè patiar, nec me libenter præbeam credulum: fundamentum conſtituendæ fidei fuiſſet remigandi ordo deſcriptus, remorum forma atque poſitio verbis aut iconiſmo propoſita, ut, quanta ſint remigis Sinici momenta, innoteſcerent; aliam enim utique à noſtratibus remorum formam eſſe neceſſe eſt, quippe quos flexiles eſſe oporteat, ut admodum caudæ piſcium moveantur; hi ſcilicet poſtremam corporis ſui partem flectunt priùs atque contorquent, ut caudam poſtmodum velociter porrigentes aquam verberent, qua reſiſtente conceptus impetus totum corpus promoveat, quandiu ille perſeverat. Ubi animadvertendum eſt, quàm ſapienti naturæ inſtituto factum ſit, ut piſces caudam lentiùs inflectant, ſed velociùs explicent, inflectant obliquam, explicent erectam; ſi enim erectam caudam velociter flecterent, ita aqua reſiſteret, ut potiùs retrocederent, quemadmodum Aſtaci fluviatiles (cammaros, alij cancros fluviatiles vocant, rectè ne an perperam? non eſt hujus loci examinare) quando timent, caudâ aquam validè percutientes, ac quaſi ad ſe velociter trahentes non procedunt, ſed retrorſum curvatâ caudâ ſecedunt. Sic etiam contingeret cymbæ, ſi quis in puppi ſtans ligneam tabellam extremæ perticæ infixam aquæ à tergo poſitæ immitteret, perticámque ad ſe velociter traheret, nam cymba retrorſum agi videretur. Cùm autem piſces caudam & obliquè & lentiùs

inflectant

inflectant, minorem aquæ reſiſtentiam percipiunt. Quare, ut remus ſuo motu imitetur motum caudæ piſcium, opus eſt erectam palmulam (hoc eſt, in plano verticali longitudinem navis obliquè, aut ad rectos angulos, ſecante exiſtentem) aquæ occurrere, ut aquâ reſiſtente propellatur navis, eandem verò palmulam poſteà obliquam fieri, ne dum, intra aquam retrahitur ad iterandum impulſum, tantam inveniat reſiſtentiam, ſed aquam faciliùs findat. Hinc conjecturâ aliquâ ducebar aliquando ad ſuſpicandum, an ita remi palmula reliquæ remi longitudini adnexa eſſet fibulâ plicatili, ut, cùm remi caput puppim versùs, palmula verò in oppoſitam partem impelleretur, hæc occurrenti aquæ cederet, eámque obliquè finderet modicâ manûs remigis deflexione remum interim contorquentis. Sed, ut quod res eſt eloquar, vereor, ne argutum nimis, víxque aliquid habens compendij, artificium hoc videatur: nam & noſtrates cymbularij communi remo cymbam ex puppi agentes eam propellunt, & dirigunt aquam non percutientes, nec remum extrahentes, cujus varia inclinatione, loco gubernaculi, cymbæ motum temperant remigando. Ut quid ergo remum in duas partes, quæ fibulâ jungantur, diviſum adhibere: quippe qui noceat potiùs; nam remigis motus in proram directus nullum impulſum imprimit navi, niſi quando iterum rectus factus fuerit remus. Sed flectatur & dirigatur remus in morem caudæ piſcium; quid hoc, ut unus remex ſex aut octo noſtratibus nautis æquivaleat? Hac autem oblatâ occaſione cùm varias excogitaverim rationes utendi remis aquæ ſemper immerſis, liceat mihi per lectoris patientiam unum proponere, quod fortaſſe nec incommodum, nec inutile accideret, ſi in uſum deduceretur, tunc maximè, cum plures hinc & hinc remiges adhibentur, qui navis æquilibrio non officerent: neque enim facilè author eſſem, ut levioribus cymbis methodus hæc communis eſſet: quippe quæ deficiente ponderis hinc & hinc æqualitate in alterutram partem nimis inclinarentur, nec citra casûs nautæ, aut everſionis naviculæ periculum. Remiges ſtatuo hinc & hinc ſcalmo inſiſtentes; id quod incommodum non erit; quandoquidem additis extrinſecùs opportunis fulcris craſſiorem ſatíſque firmam tabulam impono mediocris latitudinis à ſcalmo diſtantem tanto intervallo, quan-

to opus eſt, ut interjici valeat remus, commodéque agitari: externam autem additæ tabulæ oram ambiat limbus, ne facilè pes labatur; alterum enim pedem tabulæ, alterum ſcalmo commodè imponere poterit remex. Remi longitudinem definit altitudo ſcalmi ferè ſupra navis fundum, addita mediocri hominis altitudine; ipſíque remi capiti cylindrulus tranſverſarius injicitur, ita tamen, ut in eodem plano inveniatur cum remi palmulâ: apprehenſo ſi quidem utrâque remigis manu hinc & hinc cylindrulo, palmulæ planities aquæ obvertitur, eámque impellit; apprehenſâ autem alterâ tantum extremitate, ſive A, ſive B, quando retrahitur remus, palmula DE aquam findit, & eſt quodammodo parallela carinæ. Duplicem igitur motum remo conciliare oportet, alterum quidem à puppi ad proram, & viciſſim, cùm ſcilicet impellitur, & retrahitur, alterum verò circa ſuum axem longitudinis, ut convertatur nunc ad impellendam, nunc ad findendam aquam. Primus motus perficitur, ſi ferreo circulo HI remus inſeratur duos polos habenti; quorum alter ſcalmum, alter additam tabulam ingrediatur (ſivè potiùs excavatæ congruæ crenæ incumbant, ut extrahi pro libito poſſint) síntque facilè verſatiles: remus enim in eodem plano verticali ſemper exiſtens deprimi poteſt, ut horizontem versùs inclinetur, atque iterum elevari ac etiam in oppoſitam partem inclinari. Secundus autem motus facillimè habetur, ſi remo ferreus rotundus claviculus F adjiciatur circuli HI ſuperiorem partem contingens; impedit enim, ne remus deorſum prolabatur, adeóque nullo labore convertitur circa axem ſuæ longitudinis remus, dimiſsâ alterutrâ cylindruli AB extremitate, quando retrahitur. Inventum hoc rudi-ter propoſitum expolire, atque accuratiùs excolere poteris, ingenioſe Lector, qui fortaſſe tuâ induſtriâ conſequeris artem mihi ignotam remos ita diſponendi, ut remex unus pluribus nautis æquivaleat, quemadmodum de Sinenſibus narratur.



CAPUT

CAPUT XV.

Quomodo Naves à gubernaculo moveantur.

RES eſt, cui aſſiduus uſus admirationem detraxiſſe videtur, non tamen propterea minus habet admirabilitatis, motus ſcilicet navium, quæ à gubernaculo reguntur, cùm magnum pondus temporis momento moveatur. Nam & Apoſtolus S. Jacobus in Canonicâ Epiſtola cap. 3. ait, *Ecce & naves cum magna ſint, & à ventis validis minentur, circumferuntur à modico gubernaculo, ubi impetus dirigentis voluerit.* Et Ariſtoteles Mechan. quæſt. 5. inquirit. *Cur parvum exiſtens gubernaculum, & in extremo navigio, tantas habet vires, ut ab exiguo temone, & ab hominis unius viribus alioquin modicè utentis, magna navigiorum moveantur moles?* Partes duas in gubernaculo invenimus; alteram extrinſecùs navi adjectam, ligneam videlicet alam, ſive cardinibus, circa quos converti poteſt, poſtremæ puppis parti affixam, ſive ad latus puppi adjacentem, tignóque, quod ex ſcalmo aſſurgit, adalligatam, prout maritimo vel fluviatili itineri deſtinata ſunt navigia; alteram intra navim, temonis in morem; ex cujus converſione aut pars illa externa in oppoſitam plagam convertitur, ita ut deductâ temonis extremitàte ad dexteram, gubernaculi ala extremæ puppi adjacens in ſiniſtram circa ſuos cardines deflectat, & viciſſim hæc ad dexteram, temone in ſiniſtram converſo: aut in navigiis, quorum in fluminibus uſus eſt, gubernaculum ad puppis latus habentibus, depreſſo temomone ſuperior extremitas alæ in triangulum ſubjecto cylindro infixum conformatæ propiùs accedit ad navim, temone autem elevato ab illa recedit: contra verò ſi ala infra cylindrum conſtituâtur, ejus extremitas inferior ad navim accedit temone elevato; à navi recedit temone depreſſo.

Quemadmodum autem ad propellendam navim inſtituti ſunt remi; ita ad ejuſdem curſum dirigendum, atque pro opportunitate in dexteram aut in ſiniſtram inclinandum, clavus ad-

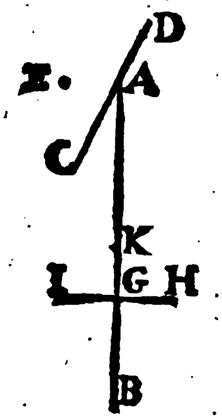
jectus eſt. Quamquam enim remorum pulſu navis acta proram in dexteram obvertere poſſit, ſi remiges ſiniſtri ceſſent, atque è contrario in ſiniſtram ceſſantibus dexteris; aut etiam vento navim impellente fieri poſſit hæc in alterutram partem declinatio modò paſſo, modò contracto velo, ut me obſervaſſe memini, cum ex inſula Seelandia per fretum Oreſunticum in Scaniam (Elſingorâ ſcilicet Elſemburgum) navigiolo transfretarem: id tamen longè faciliùs, atque ad unius gubernatoris arbitrium perficitur converſo opportunè clavo, ut quotidiano experimento docemur.

Porrò dupliciter gubernaculi motum conſiderare poſſumus; neque enim eadem eſt ratio, cùm navis quieſcit, nulluſque eſt aquæ motus, atque cùm navis vento ſeu remis agitur, aut aqua ipſa movetur. Et quidem ſi navigium in aquâ immotâ quieſcat, qui gubernaculi temonem movet, eſt potentia applicata vecti, cujus hypomochlium eſt aqua, ſi navis non ſit tantæ gravitatis, ut faciliùs ipſa moveatur, quam tota aqua propellatur ab alâ gubernaculi; & tunc eſt vectis ſecundi generis, nam puppis, aquâ reſiſtente, ſecedit ad dexteram aut ad ſiniſtram ſequens temonis converſionem. At ſi tanta ſit navis gravitas, ut multo faciliùs tota aqua propellatur, quàm navis loco moveatur, vectis eſt primi generis habens hypomochlium in cardinibus, circa quos gubernaculi ala convertitur, pondus autem, quod movetur, eſt aqua, quæ eò faciliùs, minori ſcilicet labore, propellitur, quò longior eſt temo; tunc enim potentia plus habet momenti. Hinc duplex vectis ratio invenitur, cùm aliquâ ex parte aqua, aliquâ ex parte puppis movetur; quo in motu ſatis conſtat neque motum puppis fieri circa aquam extremæ gubernaculi alæ reſpondentem, neque motum aquæ reſpondentis extremo gubernaculo fieri circa cardines puppi inhærentes; ſed converſionem fieri circa punctum aliquod intermedium reciprocè acceptum pro Ratione reſiſtentiarum aquæ & navis, juxta dicta cap. 5. hujus libri. Cùm autem reſiſtentia aquæ æſtimanda ſit ex magnitudine & figura alæ gubernaculi aquam ipſam impellentis, & reſiſtentia navis pariter definienda ſit tùm ex ejus gravitate, tum ex aquæ propellendæ quantitate, dum navis in dexteram aut in ſiniſtram convertitur, patet nullum certum punctum navibus omnibus commune ſtatui poſſe;

ſunt

ſunt ſiquidem hujuſmodi reſiſtentiæ multiplici varietati obnoxiæ.

At verò cùm navis in motu eſt, & vento impellente ſeu remis agitur, potentia quidem pro temonis longitudine ſua habet momenta, & ad navis converſionem juvat, magis tamen accipiendo vim externam & ferendo, quàm agendo & faciendo, hoc eſt retinendo gubernaculum in illa obliquâ poſitione adversùs vim aquæ in contrarium nitentis, aut reſiſtentis. Quò enim velociùs fertur navis, obviam aquam prorâ ſcindens illam ita dividit, ut ad navis latera hinc atque hinc velociùs refluat in puppim; ubi ſi gubernaculi alam inveniat rectam, pergit navis recto itinere; Sed ſi aqua refluens obliquum gubernaculum offendat, ut ſi exiſtente carina AB fuerit gubernaculum obliquum CD, aqua in alam AD incurrens dum illam urget, puppim cogit declinare ex A in E, & prora obvertitur versùs F.



Hæc tamen, quæ de aquá ad navis latera refluente dicta ſunt, non ita accipi velim, ut non niſi ab ejus impetu flecti navis curſum exiſtimes; ſed hæc deflexio præcipuè tribuenda eſt reſiſtentiæ ipſius aquæ, in quam incurrit gubernaculum obliquum, dum navis tota impellitur; eò autem major eſt aquæ reſiſtentia, quò velociùs illam ſcindi oportet, ut ſæpiùs dictum eſt. Ideò quo validiore venti aut remorum impulſu agitur navis, faciliùs flectitur ope gubernaculi, majorem quippe invenit reſiſtentiam. Cum verò reſiſtentia hæc ex alterutra tantùm parte inveniatur, neceſſe eſt proram in eandem obverti plagam. Cujus rei obvium experimentum ſumere quiſque poteſt, ſi corpus aliquod angulatum (cujuſmodi eſſet norma, qua ad angulum rectum deſcribendum utimur) in plano inclinato æquabili ac polito deſcendere permittat: nam ſi, quod ponè ſequitur, brachium in offendiculum aliquod incurrat, illico reliquum brachium ad eam partem inclinari videbit, impetu ſcilicet promovente corpus, atque objectum impedimentum declinante.

Quare id, quod navim maximè movet in dexteram aut ſi-

niſtram,

niſtram, eſt impetus ab ipſo vento aut à remigibus navi impreſſus; gubernaculum autem infert moram & impedimentum, ne motus omnino fiat juxta directionem impetûs ab impellente impreſſi: quamdiu verò impedimentum perſeverat, navis magis aut minùs obliquè fertur, pro ut modificata impetûs directio exigit. Juvat autem, ut dictum eſt, aqua, quæ à prorâ dividitur, & ad latera refluit, maximè ſi adverſo flumine, aut contra marini æſtus curſum navigatio inſtituatur; aucto enim impedimento faciliùs flectitur inſtituta progreſſio; ſed idcircò etiam navis motus retardatur magis.

Quod quidem ſpectat ad gubernaculum extremæ puppis planæ faciei adhærens, ut in majoribus navigiis maritimo itineri deſtinatis, ſatis jam explicatum eſt: unum addendum videtur, quod in navigiis ad devehendas merces fabricatis in foſsâ quadam manufactâ aliquando obſervaſſe me memini; ex puppi videlicet extremâ in acutum aſſurgente, quaſi caudæ in morem, clavus longiùs protendebatur apici puppis inſiſtens remo abſimilis tantùm, quatenus palmula paulò latior, nec juxta ſcapi longitudinem directa, ſed inflexa intra aquam immergebatur; caput autem temonis fune jungebatur navigij plano ita, ut gubernaculi pars externa ſuo pondere recidere nequiret, ac fundum alvei non peteret, ſed palmula paulò infra aquæ ſuperficiem conſiſteret. Hinc enim fiebat, ut temonis capite in alterutram partem adducto in eandem puppis recederet aquâ reſiſtente palmulæ, ac proinde prora in oppoſitam partem obverteretur: perinde atque in cymbis gubernaculo deſtitutis, cùm remi ad latus extremæ puppis directè immerſi caput ad ſe retrahit nauta, puppim ipſam impellit, ac proram in oppoſitam partem convertit. Huc ſpectare poſſunt, quæ habet Atlas Sinicus pag. 123 in XI Provincia Fokien loquens de flumine Min, quod ex Puching ad oppidum uſque Xuiken per valles & ſaxa ingenti impetu ac violentiâ volvitur, inde placidiſſimum flumen eſt; & quantumcumque violentum enavigatur tamen à Sinis conſuetâ illorum induſtriâ, ac parvarum navicularum artificio: hæ enim naves clavum, ut aliæ non habent, ſed duos longiſſimè porrectos, ad puppim unum, ad proram alterum: his per ſaxa ac ſcopulos prominentes facillimè ac velociſſimè naves, ac ſi fræno equos continerent, dirigunt. Hæc ibi.

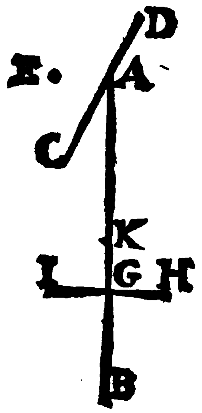
Sed, ut aliquid etiam de gubernaculo ad puppis latus conſtituto in navigiis, quorum potiſſimus uſus eſt in fluviis, dicatur, animadvertendum eſt hujuſmodi navigia non ſolùm proram, ſed & puppim habere, quæ obliquè aſſurgentes in acutum deſinunt, gubernaculum autem conſtare ex cylindro obliquè deſcendente juxta puppis longitudinem, atque ex alâ triangulari ut plurimùm ſurſum reſpiciente, cujus latus unum cylindro congruit, cui infixum eſt. Quandiu ala ſurſum reſpicit, nihil impedit navis motum, æqualiter enim aqua hinc & hinc fluit, ac proinde navis fertur juxta impetûs à vento aut à remigibus impreſſi directionem (idem dic, cùm navis trahitur) quam ſequitur, niſi aliquid fortuito interveniat, à quo turbetur motus, & præter nautarum voluntatem aliò flectatur. Quod ſi convoluto circà ſuum axem cylindro, ala in hanc aut illam partem vertatur, jam occurrit aquæ, ex cujus reſiſtentiâ impedimentum objicitur navi, ne rectâ feratur, ſed in alteram partem detorquetur: nam ſi depreſſo temone, qui priùs erat horizonti parallelus, ala versùs navim inclinetur, aqua inter gubernaculum & navim intercepta reſiſtit, atque interfluens conatur alam gubernaculi in directum reſtituere: quapropter puppim in dexteram trahens, illíque ad dexteram reſiſtens (clavus ſcilicet dextero puppis lateri adjacet) proram obvertit ad ſiniſtram. At ſi gubernaculi ala in oppoſitam navi partem extrorſum vertatur, obviam habet aquam externam, qua reſiſtente repellitur puppis in ſiniſtram, & prora in dexteram convertitur. Quod ſi alam triangularem placeat potiùs cylindro ſubjicere, elevato temone ala accedit ad navim, & depreſſo temone ala recedit à navi: quapropter ibi puppis repellitur in ſiniſtram, hìc ab aquâ intercurrente trahitur in dexteram, motúſque oppoſiti proræ conveniunt.

Ex his facilè innoteſcit, quid præſtet gubernaculum inter puppes duorum pontonum, quos impoſitus pons jungit, validúſque rudens congruæ longitudinis retinet, ne ſecundo flumine rapiantur; prout enim in hanc vel illam partem gubernaculi ala vertitur, obvium habet interjectarum aquarum impetum, quo propellitur in adverſam partem, eáque ratione trajicitur flumen, ut in Pado & aliis Galliæ Ciſalpinæ fluviis paſſim videre eſt.

Illud poſtremò conſideratione dignum eſt, quod ad ipſius navis converſionem attinet nimirùm quodnam ſit punctum circa quod convertitur: Manifeſtum eſt enim neque circa puppim tanquam circa centrum deſcribi arcum à prorâ, neque viciſſim circa proram quaſi centrum arcum à puppi deſcribi, quia aquæ quantitas reſpondens longitudini carinæ plurimum reſiſtit, ne circulariter moveatur tota ad eandem partem, cogeretur ſcilicet nimis amplum arcum deſcribere, nimíſque velociter moveri in latus, ut per deſtinatum navigationis Rumbum nova loxodromia inſtitueretur: faciliùs igitur convertitur navis, ſi dum pars anterior proræ aquam in dexteram propellit, reliqua pars poſterior puppi proxima aquam repellat in ſiniſtram, utraque enim extremitas minore arcu deſcripto ad majorem angulum carinam inclinat atque deflectit à lineâ prioris curſûs, & minore velocitate aquam urgens minorem invenit reſiſtentiam. Fit igitur converſio circa punctum aliquod medium inter proram & puppim; illud autem eſt, circa quod natura faciliùs aſſequitur propoſitum, & minore motu removetur impedimentum, quod ab aquâ occurrente infertur, quæ cùm dividatur à prorâ, refluátque juxtà navis latera, æqualiter quidem à prorâ diſpertitur, ſed ubi navis ventrem, hoc eſt ampliſſimam navigij partem prætergreſſa eſt, offendens ex alterâ parte gubernaculi alam fluere non poteſt, qua velocitate flueret nullo objecto offendiculo; propterea aquæ refluenti ex adverſo navis latere objiciendum eſt obliquè puppis latus, ut illa pariter lentiùs fluat, diviſóque impedimento æquales aquæ portiones ex utroque puppis latere fluant. Quare probabili conjecturâ exiſtimo converſionem fieri circa illud carinæ punctum, quod reſpondet maximæ navigij amplitudini; pars quippe navigij anterior juxta ſuam latitudinem occurrens aquæ invenit reſiſtentiam; aqua igitur incurrens in gubernaculum movet partem poſteriorem in latus, ubi non eſt tam valida aquæ reſiſtentia. Cum autem in majoribus navigiis præcipuus malus ſtatuatur in maxima navigij amplitudine, hoc eſt, ubi carinæ longitudo beſſem relinquit puppim verſus, & trientem versùs proram, carina ad proram ſpectans minùs movetur quàm quæ ad puppim; ſed propter notabilem proræ projecturam ſi pars navis ſuprema inſpiciatur, malus ille eſt circa mediam totius navis

vis longitudinem, ibique ſit converſio. Cæterùm quicumque navis formam, tormentorumque bellicorum diſpoſitionem ac numerum obſervet, utique centrum gravitatis inter puppim & malum præcipuum interjectum eſſe affirmabit; præſertim cum id neceſſe ſit, ne ventorum vi prora nimis deprimatur; id quod multo manifeſtiùs innoteſcit in minoribus navigiis, ſi fortè velouti contingat, malus enim maximè ad proram accedit.

Sit igitur carina A B, maxima navis latitudo H I, malus primarius in G, centrum gravitatis navigij ex. gr. in K. Duo ſunt principia moventia; unum eſt ventus in G, alterum eſt aqua refluens in A D: duo pariter ſunt hypomochlia, ſeu impedimenta; vento reſiſtit gubernaculum A D, propterea navim motione tranſversâ promovens transfert centrum gravitatis K verſus H: aquæ refluenti reſiſtit vis venti in G, ita ut non valeat navim retrorſum agere, propterea puppim ex A transfert in E, & centro gravitatis K impetum imprimit dirigentem versùs I, cui tamen prævalente impetu venti dirigente versùs H, obliquus navis motus efficitur.

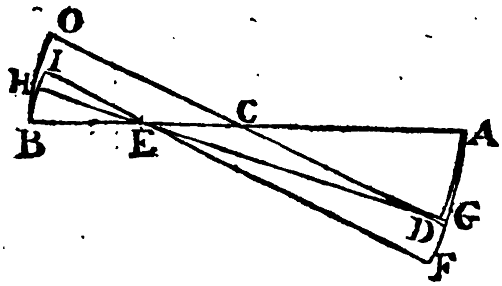


Quare duplex eſt vectis ſecundi generis; aqua in A D ad reſiſtentiam centri gravitatis K habet momentum ut A G, ſeu D G, ad K G: Ventus in G ad ejuſdem centri gravitatis K reſiſtentiam habet momentum ut G A ad K A. Ex quo conſtat majorem quidem eſſe Rationem A G ad K G minorem, quàm ad K A majorem; ſed multo validiorem potentiam eſſe ventum, quàm aquam refluentem, niſi fortè addatur naturalis fluxus aquæ, qui aliquando prævalere dignoſcitur ex occultis Maris Currentibus, quæ navim aliquando retrorſum agunt contrà vim venti. Sed quoniam tam varia & multiplex eſt navigiorum forma, nec in iis conſtruendis omnes artifices eandem ſervant partium membrorúmque Rationem, nulla aſſignari poteſt certa Ratio, quæ intercedat inter diſtantiam centri gravitatis ab extremitate puppis, atque diſtantiam puncti, circa quod ſit converſio, ab eadem extremitate.

Hìc autem (ne quis facilè ſimiliter labatur) fateor me ali-

quando veri quadam ſpecie deceptum exiſtimaſſe intervallum inter extremam proram & punctum converſionis ad quartam totius longitudinis partem proximè ſtatuendum eſſe; ducebar ſcilicet quadam analogiâ deſumpta ex cylindro ligneo innatante, cujus quieſcentis extremitatem ſi tanto impetu percuſſeris, quo certum ſpatium percurrat, videbar mihi ritè inferre punctum, circa quod convertitur, diſtare ab extremitate percuſsâ ad totius longitudinis dodrantem: ſatis enim ipſo uſu innoteſcebat, nec punctum medium, ſcilicet centrum gravitatis, nec oppoſitam extremitatem eſſe centrum converſionis. Videbatur autem naturæ ſua jura tueri conanti valde conſentaneum, ſi corpus amans quietis externo impulſui ita obſecundet, ut quam minimo totius corporis motu impreſſus impetus partem percuſſam pro ſuæ intenſionis modo transferat.

Sit enim Cylindrus A B, cujus medium atque centrum gravitatis C: A E verò ſit totius longitudinis dodrans: percutiatur extremitas A tanto impetu, quanto illa ferri poſſet per ſpatium A D, ſi moveretur circa centrum C. Ducatur igitur per C recta D O æqualis toti cylindro; qui ſi moveretur circa punctum C, utique ſuo motu deſcriberet duos Sectores, A C D, & B C O. Item per E ducatur ipſi D O parallela F I ita, ut ipſi E A æqualis ſit E F, & ipſi E B æqualis ſit E I. Cylindrus igitur A B converſione factâ circa punctum E deſcriberet Sectores A E F & B E I duobus prioribus ſimiles. Sunt autem Sectores ſimiles, ut quadrata Radiorum; quemadmodum facilè colligitur ex 2 lib. 12: atque ideò, cum Radius A C ad Radium A E ſit ut 2 ad 3, Sector A C D ad Sectorem A E F eſt ut 4 ad 9: & quia Radius B C ad Radium B E eſt ut 2 ad 1, Sector B C O ad Sectorem B E I eſt ut 4 ad 1. Motus igitur cylindri circa centrum C ad motum circa centrum E eſt ut 8 ad 10, ſi Sectores ſimiles deſcribantur. Atqui impetus impreſſus ſolùm poteſt extremitatem A transferre per ſpatium æquale



ipſi

ipſi A D (eſt autem arcus A D ad arcum A F ſimilem, ut Radius A C ad Radium A E, hoc eſt ut 2 ad 3) igitur eandem transfert ſolùm per A G beſſem arcûs A F, ac proinde motus eſt per Sectores A E G & B E H, qui ex ult. lib. 6. ſunt bes duorum Sectorum A E F & B E I, quorum ſumma eſt 10; ipſius autem 10 bes eſt $6\frac{2}{3}$. Motus igitur circa centrum E minor eſt motu circa centrum C, & impetus impreſſus æqualiter transfert extremitatem A.

Fateor potuiſſe ſtatui A E mediam proportionalem inter totam longitudinem A B & ejus ſemiſſem A C, & motus fuiſſet paulo minor. Ponatur enim tota A B 200, A C 100, eſt A E 141 $\frac{2}{5}$ proximè: igitur ut quadratum A C ad quadratum A E mediæ proportionalis, hoc eſt ut 10000 ad 19994, ita Sector A C D ad ſectorem A E F ſimilem; & ut ipſius C B 100 quadratum 10000, ad ipſius E B 59 proximè quadratum 3481, ita Sector B C O ad Sectorem ſimilem B E I. Quare ſumma Sectorum A C D, B C O eſt 20000, Sectorum verò A E F, B E I eſt 23475. Sed quia ut A C ad A E, ita arcus A D ad arcum A F, quarum partium A D eſt 100, A F eſt 141 proximè: & aſſumpto arcu A G 100, ſumma Sectorum A E G & B E H, ad ſummam Sectorum A E F & B E I erit ut 100 ad 141, hoc eſt, ut 16649 ad 23475: minor igitur eſt quàm ſumma Sectorum A C D & B C O, quæ eſt 20000. At ſi A E ſit 150, & E B 50, ſumma Sectorum A E F, B E I ut 25000, bes autem 16666 $\frac{2}{3}$, qui excedit numerum ſuperiùs inventum 16649 adeò modicò intervallo, ut contemnendum ſit; cùm maximè impetus per arcum A F aliquantulo majorem motum efficiat quàm per circumferentiam circuli minoris, ac propterea cenſendus ſit arcus A G aliquantulum major quàm arcus A D; idcircò vero propior eſt A E dodrans totius longitudinis A B, quàm A E media proportionalis inter A C & A B.

Verùm quæ de cylindro in aquâ quieſcente dicuntur ſatis probabiliter, non omninò congruere poſſunt motui navis, quæ præter motum aquæ percutientis gubernaculum promovetur à vento aut à remigibus, & præterea non habet æquabili ductu conſtitutam figuram, quemadmodum cylindrus; propterea huic analogiæ non acquieſcendum duxi. Sed & illud adden-

dum, quod neque de cylindro ſatis certus eſſe poſſum; nam ſi alia fiat hypotheſis; & ad totius longitudinis beſſem ſtatuatur punctum converſionis ita ut ſemiſſis A C ſit 3, A E verò ſit 4, & E B ſit 2; Sector A C D ad Sectorem A E F eſt ut 9 ad 16, & Sector B C O ad Sectorem B E I eſt ut 9 ad 4; igitur ſumma priorum ad ſummam poſteriorum eſt ut 18 ad 20. Atqui Sector A E G ad Sectorem A E F eſt ut 3 ad 4 (id quod de ſimili Sectore B E H ad Sectorem B E I intelligendum eſt) igitur, cum A E F ſit 16, A E G eſt 12, & cum B E I ſit 4, B E H eſt 3, ac propterea ſumma Sectorum A E G & B E H eſt ut 15 ad ſummam Sectorum A C D & B C O ut 18. In prima autem hypotheſi quando erat A C ut 2 & A E ut 3, erat motuum Ratio ut 8 ad $6\frac{2}{3}$, quæ eſt planè eadem cum Ratione 18 ad 15. Cum itaque eadem motuum Ratio ſequatur, ſive A E ſit bes, ſive dodrans totius longitudinis A B, cur dodrantem potiùs quàm beſſem pronunciemus, niſi aliunde doceamur?

CAPUT XVI.

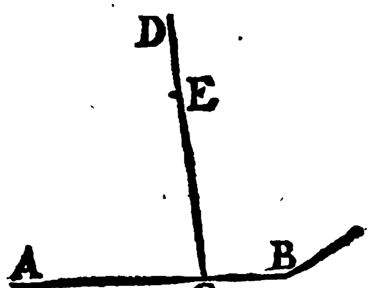
An malus in motu navis habeat Rationem vectis.

NAvim impelli ventorum vi certum eſt, qui velum implent ex antennâ ſuſpenſum atque expaſſum, funibúſque, quos Propedes vocant, poſteriori navis parti alligatum. Quoniam verò, ut quotidiano uſu didicimus, quò altiùs evecta fuerit antenna, eò validiùs, cæteris paribus, navis à vento impellitur, quæritur ab Ariſtotele quæſt. 6. *Cur quando antenna ſublimior fuerit, iiſdem velis, & eodem vento, celeriùs feruntur navigia?* Cauſam ille ex vectis rationibus petendam opinatur, quaſi malus ſit vectis habens hypomochlium in ea carinæ parte, cui infigitur; potentia movens ſit ventus velum implens ſupremæ mali parti applicatus, ubi antenna cum malo connectitur; pondus verò ſit navigium: quò igitur potentia magis ab hypomochlio abeſt, plus habere momenti manifeſtum eſt. Verùm non ego hîc inani labore ſuſcepto, ut Philoſophi dicto aliquam veri ſimilitu

ſimilitudinem adjiciam, tempus conteram: Cui otium eſt, Authores legat.

Si quæſtio eſſet, Cur longiores mali ſint magis obnoxij periculo fractionis, facilè invenirem rationem vectis, quia ponderis vicem ſubeunt particulæ ipſæ, quarum nexus per vim ſolvendus eſt in fractione; quò autem longior eſt malus, ad motum partium, quæ dividuntur, majorem Rationem habet motus venti applicati longiori malo, quàm motus ejuſdem breviori malo applicati. Sed hîc, ubi de navis motu quæſtio eſt, ſive altè aſſurgat malus, ſive brevis ſit, ſemper eadem eſt Ratio motûs venti velo excepti, atque navis. Quomodo enim pterna, ideſt ima mali calx, eſſe poteſt extremus vectis in carinâ, cui inſeritur, velut in hypomochlio quieſcens, navis verò tota ſimul mota æquali motu, rationem habet ponderis à vecte impulſi? nonne hypomochlium, pondus, & potentia æquali planè motu moventur? neque enim velociùs movetur ventus velo exceptus, quàm ipſum velum, nec velum velociùs quàm navis; & cum ipſa navi planè æqualiter movetur carinæ punctum, cui malus infigitur. Quis autem motus per Vectem, qua Vectis eſt Facultas mechanica, hujuſmodi æqualitatem admittit? Non igitur malus in motu, quo navis progreditur, Rationem vectis habere dicendus eſt.

Sit malus C D cujus pterna C inſeratur carinæ A B, carcheſio autem D applicetur antenna cum velo pendente, cujus imæ extremitates navis lateribus opportunè ad ventum excipiendum jungantur. Certum eſt malum C D moveri ſemper ſibi parallelum (niſi fortè aliquanto plus extremitas D moveatur, ſicut in homine plus caput movetur quàm pedes ſupra ſphæricam terræ vel aquæ ſuperficiem, ſed hoc nihil refert) neque poſſe obtinere rationem vectis niſi comparatè ad eum motum, quo circa C tanquam circa centrum fieret converſio; quemadmodum ſi deprimenda eſſet prora & elevanda puppis, ut carina A B non eſſet horizonti parallela,



ſed

ſed B deprimeretur infra planum horizontale, & A ſupra illud elevaretur. Verùm (præterquam quod non hic eſt navis motus, de quo diſputatur) obſervandum eſt in navigiis minoribus, quibus movendis unicus malus adhibetur, hunc ſtatui non in medio navigio, ſed magis accedere ad proram, in majoribus autem navibus, quæ plures malos habent, maximum quidem malum, cujus validiſſimæ ſunt vires, aliquanto quidem magis ad puppim quàm ad proram accedere (ſi longitudo in ſuperiori parte attendatur) ut in Oceano videre eſt Anglicas, Gallicas, Hollandicas naves, comparatè tamen ad carinam, majorem carinæ partem puppim, minorem proram reſpicere. Id autem eo conſilio factum eſt, ne malus centro gravitatis navis reſpondeat, neque exercere poſſit munus vectis deprimendo proram, puppímque elevando. Quando enim magis ad proram accedit malus, major pars navigij inter malum & puppim interjecta renititur ſua gravitate, ne elevetur, quando verò à medio puppim versùs recedit, major pars navis, quæ deprimenda eſſet, majorem aquæ reſiſtentiam invenit; ac proinde ſervatâ carinæ poſitione horizontali faciliùs navis movetur. Hinc tardiorem fieri navigij curſum contingit, vel quia perperam collocatus eſt malus, vel quia pondera in navi non ſunt ritè diſtributa, adeò ut à malo vix abſit centrum gravitatis navigij onuſti; tunc enim depreſsâ prorâ & carinâ ad horizontem inclinatâ major vis obviæ aquæ reſiſtit. Quare tantum abeſt malus à ratione vectis, vi cujus progrediatur navigium, ut potius caveatur, ne vectis munus ille exerceat, motum aliquem efficiendo, qui celeritati non parum officeret.

In motu autem majoris navigij pluribus malis inſtructi non ſolus malus, qui præcipuus eſt & maximus, attenditur, ſed etiam reliqui: potior tamen ad provehendam navim eſt malus, qui à medio ad proram accedit, quippe qui navim trahit; nam qui à centro gravitatis puppim versùs recedit, navim impellit potiùs, quàm trahat: quamquam ille, qui ad puppim proximè ſpectat, & velum habet triangulare, maximè juvat, ut gubernatoris propoſito, qui clavum regit, obſecundet ad navis curſum in alterutram partem dirigendum. Verum quicumque malus conſideretur, in nullo rationem vectis reperies, ſive ad impellendam, ſive ad trahendam navim.

At,

At, inquis, ſi adverſo flumine deducendum ſit navigium ſive à nautica turbâ ſive ab equis trahentibus, cur funis malo, non autem proræ, alligatur, ſi nihil confert facilitatis applicatio potentiæ trahentis medio fune ad majorem altitudinem à carinâ? Ego verò ex te, quiſquis hæc objicis, quæro, cur iidem nautæ ſi remulco navim trahere aggrediantur, funem navi non tam altè alligant; ſi ex vectis rationibus illa altitudo aliquod affert compendium laboris in trahendo. Sed ſatis utrique quæſtioni factum videbis, ſi obſerves non planè æqualem eſſe in univerſo alveo aquæ altitudinem, ac proinde neque poſſe navim æquè ſemper abeſſe à fluminis ripâ, in qua trahentes progrediuntur; idcircò longiore fune opus eſt, qui ſuo pondere ſponte curvatus aquam ſecaret, & trahentium laborem augeret, aut in occultum aliquem ſub aquis latentem obicem incurreret non ſine gravi incommodo, ſi funis extremitas depreſſiori loco navigij alligaretur; propterea malo altiùs adnectitur, eo quoque conſilio, ut ſi quæ virgulta aut arbuſculæ ſecundùm fluminis ripam occurrant, minori impedimento ſint funi obliquè inclinato, quàm ſi horizonti eſſet ferè parallelus. Qui verò navim remulco trahunt, non adeò longè ab illa abeſſe coguntur, nec hujuſmodi impedimentis obnoxij ſunt; ideò breviore fune utuntur, quem proræ alligant. Cæterùm nullæ vectis vires exercentur; non enim prora infra aquam deprimi, & puppis elevari poteſt: id quod ſi contingeret, prora magis demerſa plus inveniret reſiſtentiæ ab aquâ dividendâ.

Quid igitur, ais, cauſæ eſt, quòd antennâ uſque ad carcheſium D elevatâ, magis promovetur navis, quàm ſi tantummodo uſque ad E attolleretur? quandoquidem nulla vectis ratio hîc habetur. Eos, qui cum Ariſtotele ſentiunt, æquivocatione laborare facilè oſtenditur: quid enim refert, utrùm antenna magis an minùs elevetur, ſi potentia, videlicet ventus velum implens, illi mali parti applicata intelligeretur, cui antenna adnectitur? hæc autem funibus, quos κεραίας vocant, ſurſum trahitur, ſemperque, ſive altior, ſive depreſſior ſit, adnectitur carcheſio in D: quemadmodum nauta fune in D alligato navim trahens, ſemper in D applicatus intelligitur, quamvis humiliore in loco, quàm D, conſtituatur. Verùm non ibi vis venti præcisè intelligenda eſt, ubi antenna eſt, ſed toti malo

aut ejus parti applicatur, quæ reſpondet velo non ſolùm antennæ cornibus, ſed etiam navis lateribus alligato: velum autem in humiliore loco minus recipit venti, quia alta majorum navium puppis (niſi ventus ex latere ſpiret) vento oppoſita illum ſubtrahit velo, & præterea ventus, qui in navis puppim & latera illiditur, reflectitur, & proximas venti partes turbat, atque aliorſum dirigit, vel ſaltem illarum impetum imminuit; ex quo oritur minori vi impelli velum. At partes venti ſublimiores ab his inferioribus reflexis, vel nihil, vel mitiùs turbantur, atque adeò plures ad implendum velum majore vi accurrunt.

Adde (his etiam mente ſecluſis) ventum in ſublimiore loco multo validiorem eſſe, quàm in inferiore, ac propterea quò altius attollitur velum, non ſolùm majorem, ſed etiam validiorem ventum excipit, quo fit, ut incitatior ſit navigij motus. Neque de hoc venti diſcrimine dubitare poterit cui contingat iter habere in ampla planitie arboribus & ædificiis vacuâ vento flante; ſi enim ex equo deſiliat, & humi ſedeat, manifeſtè percipiet, quanto minore vi impetatur à vento. Id quod pariter ex ipsâ veli figurâ arguitur; ſive enim velum triangulare fuerit, & obliquâ antennâ erigatur ita ut quaſi aurem leporis imitetur, altiori vento, utpote vehementiori, pars veli ſtrictior objicitur; ſive pluribus quadrangularibus velis inſtruatur navigium ita, ut alia ſuperiora, ſcilicet dolones, alia inferiora ſint, videlicet Acatia; quæ ſupra Corbem ſtatuuntur, non ſolum minora ſunt inferiore velo, ſed etiam eorum ſuprema pars longè ſtrictior eſt baſi, ut nimirum minus recipiat venti validioris: propterea ingruente tempeſtate primùm ſuperiora vela deprimuntur, ut majori ventorum vi ſubducantur; eriguntur autem celeritatis cauſa, ut ſi quando effusè fugere opus ſit.

Ecce igitur citra omnem vectis rationem, *Cur quando antenna ſublimior fuerit, iiſdem velis, & vento eodem, celeriùs feruntur navigia:* quia ſcilicet velum altiùs ſublatum & plus venti, & validiorem ventum recipit. Quod ſi ad vectis rationes confugiendum eſſet, non quæreretur, cur celeriùs ferantur navigia, ſed, cur faciliùs? Nam vectis longitudo (niſi fortè in vecte tertij generis, [illegible]jus nullum veſtigium deprehenditur in malo navis) non cel[illegible]tatem motûs ponderi conciliat, ſed facilitatem,

ita

ita ut poſito longiore vecte potentia ſervans eandem ſui motûs velocitatem faciliûs quidem moveat propoſitum pondus, ſed tardiùs quàm breviore vecte, poſitâ eâdem ponderis ab hypomochlio diſtantiâ: Ac propterea, ſi in hoc navis motu, de quo quæſtio eſt, intercederet ratio vectis, idem ventus eadem vela altiùs ſublata implens eâdem quidem velocitate moveretur, ſed tardiùs navim moveret, quamquam faciliùs, hoc eſt magis onuſtam. Id autem à vero longiſſimè abeſſe teſtatur experientia; quæ idcirco confirmat navigij malo nihil eſſe cum vecte commercij ad navim promovendam.

CAPUT XVII.

An ex vectis rationibus pendeat uſus anchoræ.

QUandoquidem nauticas aliquot quæſtiones cum Ariſtotele ſuperioribus capitibus examinare placuit, liceat & hanc addere, quæ ad uſum anchoræ ſpectat in firmanda navi, ne à fluctibus, aut à vento abripiatur: tranquillo enim mari, aut in lacu quieſcente, ſua ſponte ſubſiſtit navis, nec anchoræ ope indiget, ut ſua in ſtatione permaneat. Et quidem ipſa navis gravitas cum ſuis inſtrumentis, & onus quod illa ferre poteſt (cujus gravitas æquat navigij gravitatem) ſatis per ſe reſiſtunt, nec facilè cuilibet auræ aut fluctui cedunt. Quare major eſſe debet vis venti, aut fluctuum, aut profluentis, quàm ut illi obſiſtere valeat univerſum navigij pondus, ad hoc ut ſit opus anchorâ, qua navigium firmetur.

In anchorâ autem ſpectanda eſt & gravitas, & figura; utraque enim juvat: aliquando ſiquidem ſolum anchoræ pondus ſufficit, ne placidiores fluctus, aut fluminis impetus, aut lenis flatus navim ſecum rapiant. Sic legiſſe me memini navim à naufragio anchoris omnibus deſtitutam in ſtatione totam noctem quieviſſe ſecuram firmatam ſacculo, quo mille trecenti Hiſpani Crucigeri (octo Reales ſingulis Crucigeris tribuuntur) continebantur, rudentis autem munus ſupplebat evolutus

telæ ſcapus: qui enim fluctus navim aliò propellere potuiſſent, non ſatis habebant virium, ut etiam illud argenti pondus maris fundo incumbens & navi connexum pariter trahere poſſent. Simili igitur ratione anchora, licèt duriori ſolo dentem infigere non valeat, aliquando ſuo pondere navim firmabit. Reſpondet autem anchoræ gravitas oneri, quod ferre poteſt navis, ea Ratione, ut pro oneris libris 40000 (hoc eſt 20 Amphoris aut doliis, ſingulorum quippe doliorum gravitas ſtatuitur librarum bis mille, & ſingulis libris unciæ ſexdecim tribuuntur) ferri libras centum & decem habeat primaria & maxima anchora, ſecunda habeat primæ dodrantem, tertia beſſem, quarta ſemiſſem. Rudentis vero, cui anchora adnectitur, pondus ferè ponitur duplum ſeſquiquartum gravitatis ſuæ anchoræ. Quamquam non omnino ſervetur hæc Ratio ponderis anchoræ in ingentibus navigiis, quæ nimirum ſuâ gravitate maximè reſiſtunt fluctuum impulſioni, ac proinde minore anchorâ opus habent.

Primariæ anchoræ potiſſimus uſus communiter eſt, cùm validior tempeſtas navim aggreditur; ſecundæ, ut navis in ſtatione quieſcat; tertiam adhibent nautæ, ut duabus anchoris ad diverſas plagas conſtitutis (puta, alterâ ad Subſolanum, alterâ ad Boream aut ad Borrhapeliotem) vento & fluctibus navis reſiſtat validiùs, nec abrepta à fluctibus anchoram pariter ſecum rapiat, ſed tantum alternis motibus quaſi circa centrum agitetur: Quartam demum lintre transferunt procul à navi juxta longitudinem funis adnexi ducentorum circiter cubitorum, quem machinâ ad id deſtinatâ colligentes accedunt ad anchoram, & ſtationem commutant, aut portum intrant, ſeu ab illo exeunt, ubi ceſſat ventus, aut adverſus ſpirat.

Ad firmandam verò navim plurimum habet momenti longitudo ipſa rudentis; ſatis enim manifeſtum eſt, quantâ vi opus ſit, ut longior funis intendatur, qui ceſſante externâ vi illico ſinuatur; ac propterea vehementi conatu ventorum ac fluctuum navis impellenda eſt, ut rudens intentus anchoram trahat. Varia eſt autem Rudentis longitudo pro anchorarum Ratione; longitudo ſi quidem rudentis anchoræ primariæ cubitos habet centum viginti, ſecundæ cubitos centum, tertiæ cubitos octoginta: quò enim adverſùs validiorem impetum repugnandum eſt,

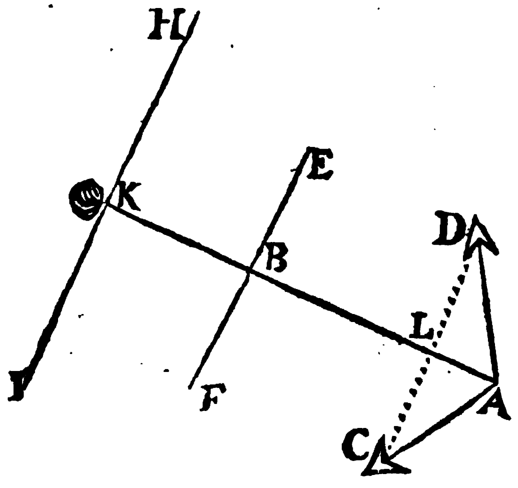
eſt, eò longior adhibetur rudens, ut difficiliùs intendatur, ac idcirco fractionis periculo minùs obnoxius ſit, & venti fluctuumve impetus in rudente intendendo eliſus minus virium habeat ad rapiendam ſimul cum navi anchoram. Hinc ingentes bellicæ naves in Oceano ferè ſemper primariam anchoram demittunt, & tres aut quatuor rudentes capitibus invicem firmiter colligatis in unam longitudinem productos adjiciunt; vix enim tanta eſſe poteſt fluctuum aut venti vis, quæ valeat tam longum rudentem intendere atque dirumpere, niſi fortè ad navis latus aut ad ſcopulum colliſus atteratur. Id quod aliis quoque nautis placet tùm propter eandem cauſam, tùm ut longiùs à littore conſiſtere poſſit navis, & anchora arenæ infigi, etiamſi altior ſit aqua. Mihi ſanè contingit nautarum incuriam experiri in Albi fluvio; cùm enim anchoram breviore rudente demiſiſſent, nocturno maris æſtu intumeſcentibus undis ita elevatum eſt navigium, ut ex prorâ penderet ſuſpenſa anchora, nóſque dormientes æſtus abriperet; quos demum excitavit fragor ex colliſione cum altero navigio, in quod tanto impetu impacti fuimus, ut abrupto fune ſcapham amiſerimus.

Sed quod ad anchoræ formam attinet, non eadem omnibus eſt figura; navigia enim, quorum in majoribus fluminibus uſus eſt, ut noctu in medio alveo ſubſiſtant, anchoram habent quatuor aduncis brachiis inſtructam; cujuſmodi pariter ſunt triremium anchoræ. At in Oceano navium anchoræ non niſi duo habent brachia ad angulum acutum inflexa cum ſcapo; ne verò demiſſa anchora prorſus jaceat in maris fundo, ſcapo prope annulum adnectitur ligneum tranſverſarium (cujus gravitas eſt ferè ſubquintupla gravitatis anchoræ, ſi tamen etiam ferreos clavos, quibus firmatur, in computationem admittas) ejuſdem cum Scapo longitudinis, adeò ut jacente utroque brachio Scapus tranſverſario ſecundum extremitatem innixus obliquè inclinetur. Ex quo etiam fit, ut extremæ brachiorum palmulæ obliquè occurrentes maris fundo faciliùs in ſubjectum ſolum penetrent. Quando igitur vehementior eſt fluctuum impetus, aut venti impulſus validior, quàm ut illi reſiſtere poſſit ipſa anchoræ gravitas, intento rudente tantiſper abripit cum navi anchoram, quæ maris fundum ſulcans, ubi brachiorum palmulæ arenis aliquantulum immerſæ inæqualem invenerint ſubjecti

ſoli reſiſtentiam (quocumque tandem ex capite oriatur hæc reſiſtentiæ inæqualitas) poſitionem mutat, nec ampliùs jacet utrumque brachium, ſed illud, cui minùs obſiſtitur, elevatur, adnitente etiam ligneo tranſverſario, cui naturalis eſt in aquâ poſitio horizonti parallela, quam acquirens ita anchoram convertit, ut Dens maris fundo inhærens magis in illud infigatur tùm urgente deorſum ipſius anchoræ gravitate, tùm trahente ipſa navi, quam fluctus aut ventus impellit; cùm etenim brachium cum ſcapo acutum angulum conſtituat, non ad perpendiculum, ſed obliquè fundum ingreditur, & idcirco in illud profundiùs penetrat.

Cum itaque anchoræ ſcapo alij duplicem, alij triplicem tribuant alterius brachij longitudinem, hæc utique major eſt, quàm diſtantia inter extremos anchoræ dentes, non enim brachia cum ſcapo rectum ſed acutum angulum, ut dictum eſt, conſtituunt. Ad hanc igitur extremorum dentium diſtantiam major tranſverſarij longitudo majorem habet Rationem, quàm minor; eſt autem longitudini ſcapi par tranſverſarij longitudo; quare longioris anchoræ tranſverſarium longius eſt, ejúſque converſio, ut ſe horizonti parallelum ſtatuat, magis juvat anchoræ converſionem, ut dens inferior profundiùs in arenam infigatur.

Sit primùm anchoræ ſcapus A B duplex longitudinis brachij A C, & prope annulum in B æquale tranſverſarium E F adjiciatur ad angulos rectos, ea tamen conditione, ut jacentibus brachiis A C & A D in plano horizontali, tranſverſarium ſit in plano verticali, ejúſque altera extremitas, ex. gr. F. maris fundum contingat, altera E ſublimis ſit, ac proinde ſcapus A B inclinetur ad horizontem grad. 30. Vento, aut fluctu, navim impellente intenditur



rudens,

rudens, & ſcapi extremitas B annulo proxima elevatur, nec ampliùs tranſverſarium in F incumbit arenæ; propterea brachiorum palmulæ C & D in triangulum conformatæ, dum ſimul cum navi trahuntur, ſe ſe profundiùs in arenam inſinuant: ſed ſi inæqualem offendant reſiſtentiam, aut altera, ex. gr. C, profundiùs infigatur præ reliquâ (ſive ex ſubjecti ſoli diverſitate, ſive quia navis in tranſverſum acta trahit anchoræ caput B in latus, & brachij alterius extremitas deſcribens circa A in ſolo arcum versùs navim profundiùs infigitur, atque adeò reliqua extremitas oppoſiti brachij in contrarium mota circa A, vix terram mordet) vis in B trahens, neque valens pariter utrumque brachium trahere, cogitur circa C, tanquam circa centrum, ſeu potiùs tanquam circa polum, moveri. Et quia punctum B ſublimius eſt puncto C, neceſſe eſt ita hujuſmodi converſionem fieri, ut oppoſita extremitas D elevetur, atque ex fundo extrahatur. Cúmque jam tranſverſarium non æqualiter hinc & hinc retineatur per vim in plano verticali, ſed ejus ſuperior pars BE versùs C inclinetur, conatur poſitionem horizontalem acquirere, ejúſque inferior pars BF ad latus declinans aſcendit, juvátque ipſius brachij AD aſcenſum; ex quo fit demum centrum gravitatis totius anchoræ imminere palmulæ C, quæ propterea etiam urgente gravitate profundiùs infigitur.

In hac lignei tranſverſarij converſione obſervandum eſt partem alteram ſublimiorem BE per vim in aquâ deprimi, partem autem inferiorem BF in aquâ ſponte aſcendere, ac proinde, propter intermediam gravitatem in B, illam reſiſtere huic ſurſum conanti, atque ideò illam habere rationem hypomochlij, hanc potentiæ, pondus verò eſſe in B, quod & convertitur: non quidem quia totum pondus ſit in B, ſed quia totius anchoræ centrum gravitatis eſt in ſcapo AB, adeóque intelligitur applicatum puncto B, quamvis ipſius centri gravitatis converſio fiat circa extremitatem C manentem.

At verò ſi ſcapus AK fuerit triplex brachij AC, etiam tranſverſarium HI ſcapo æquale eſt ejuſdem brachij triplex: hinc fit ipſius longioris tranſverſarij HI vim, qua ſe horizontale ſtatuat in aquâ, majorem eſſe, quàm brevioris EF; lignum enim longiùs difficiliùs in aquâ erectum retinetur. Quamvis

autem

autem eadem ſit Ratio FE ad BE, quæ eſt IH ad KH, tamen major eſt Ratio motûs ipſius K ad motum centri gravitatis circa extremitatem C manentem, quàm ſit Ratio motûs ipſius B ad motum centri gravitatis circa idem punctum C: in illa enim converſione centrum gravitatis exiſtens in aliquo puncto longitudinis AK elevari vix poteſt ad majorem altitudinem, quàm ſit CL; quia in longiore anchorâ AK centrum gravitatis magis recedens ab extremitate A, quàm in anchorâ breviore AB, magis imminet palmulæ C, eámque profundiùs in arenam infigit; ideóque ſi fortè ſit inter L & K, atque ex inclinatione ſcapi ad horizontem paulò altius exiſteret quàm CL, ſi C maneret in ſuperficie fundi maris, ipſa depreſſio puncti C infra illam ſuperficiem demit aliquid ex altitudine.

Nam quod ſpectat ad centrum gravitatis anchoræ longioris, certum eſt illud non removeri ab extremitate Scapi A ſecundùm eandem Rationem, ſecundùm quam ejus longitudo producitur: ſi enim ſcapus eſſet longitudo pari & æquabili craſſitie ducta, utique ſicut AK eſt ipſius AB ſeſquialtera, etiam centri gravitatis diſtantia ab A in ſcapo longiore eſſet ſeſquialtera diſtantiæ centri gravitatis ab A in Scapo breviore. Quoniam verò & pars BK aliquanto decremento deficit à craſſitie reliquæ partis BA, & pro centro gravitatis totius anchoræ attendenda eſt non ſolius ſcapi gravitas, ſed & brachiorum, manifeſtum eſt centrum gravitatis anchoræ longioris removeri ab A minùs, quàm in Ratione ſeſquialtera. Atqui circa punctum A (quando jacent brachia, & elevari incipit extremitas altera ſcapi) moventur B & K pro Ratione diſtantiarum, hoc eſt in Ratione ſeſquialtera; igitur motus ipſius K ad motum ſui centri gravitatis eſt in majore Ratione, quàm motus puncti B ad motum ſui centri gravitatis.

Hinc eſt intento rudente faciliùs pro rata portione elevari extremitatem K longioris ſcapi, quam B brevioris, & centrum gravitatis inter A & K, hoc eſt inter hypomochlium & potentiam, habere rationem ponderis, quod elevatur vecte ſecundi generis AK. Quia autem facta elevatione puncti K jacentibus adhuc brachiis, poſtea fieri debet converſio circa palmulam C manentem, tunc punctum C habet rationem hypomochlij, & pondus intelligitur eſſe centrum gravitatis interjectum inter K

& C, ſi minus ſit intervallum inter K & centrum gravitatis, quàm inter K & hypomochlium C, cujuſmodi eſſet, ſi centrum gravitatis eſſet citra L versùs K, & eſſet vectis curvus ſecundi generis. Quòd ſi magis diſtat centrum gravitatis à puncto K, quàm ab eodem puncto K diſtet punctum C, vectis eſt curvus primi generis. Quid autem, inquis, ſi pari intervallo diſtet punctum K à puncto C, atque à centro gravitatis? cujuſmodi generis vectis erit? primi-ne? an ſecundi?

Reſpondeo in vecte hoc curvo, cujus altera extremitas manet, & pondus non ad perpendiculum, neque motu recto in plano verticali, ſed converſione elevatur, attendenda eſſe plana, in quibus tùm potentia, tùm pondus propriam converſionem perficiunt; his autem planis parallelum concipe aliud planum, quod per extremitatem C manentem tranſeat, quod planum ſi interjectum fuerit inter illa plana converſionum, vectis erit primi generis, quia hypomochlium eſt inter potentiam & pondus; ſin autem hoc extremum fuerit, & medium locum obtineat planum, in quo convertitur centrum gravitatis, vectis erit ſecundi generis.

Facta demùm converſione ita, ut tranſverſarium ligneum poſitionem habeat horizontalem, & utrumque brachium in eodem ſit plano verticali; quia faciliùs elevatur K quàm B, & tranſverſarium H I longius majorem habet vim ſuſtinendi, quàm tranſverſarium E F brevius, hinc eſt brachium A C magis inclinari ad ſubjectum maris planum horizontale, ac propterea etiam validiùs in arenam infigi, quando à navi trahitur anchora.

CAPUT XVIII.

Plures Vectis uſus exponuntur.

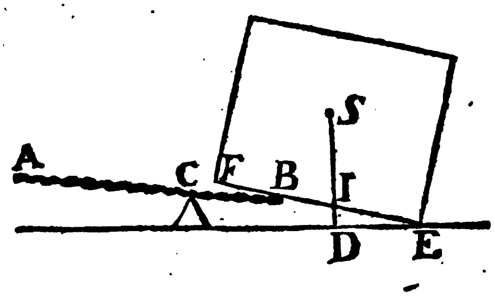
QUod ſuperiore libro præſtitimus libræ atque ſtateræ uſum extendentes, & hìc præſtare operæ pretium fuerit, tum ut vectis natura ex uberiori utilitate innoteſcat, tum ut fax ali-

qua tyronibus præferatur viam commonſtrando, qua ſimiles uſus poſſint pro opportunitate excogitare.

PROPOSITIO I.

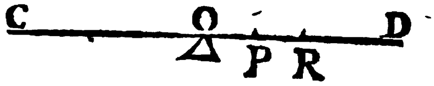
Duplex Vectis genus in uno vecte conjungere.

SÆpiſſime contingit unico quidem vecte nos uti, re tamen vera duplicem eſſe vectem; quemadmodum cùm ingentis alicujus ſaxi extremitati vectem ſubjicimus, quo extremitatem illam attollimus. Sit enim ſaxum, cujus centrum gravitatis S, & ſubjecto vecte A B habente hypomochlium in C attollatur extremitas F, manente extremitate E: utique vectis primi generis eſt A B; ſed ſi rem attentiùs perpendamus, etiã longitudo F E, aut potiùs B E vectis eſt ſecundi generis habens impoſitum pondus S, & fulcrum in E; atque quò magis ſupra horizontem elevatur, linea Directionis S D magis accedit versùs E, ex quo oritur movendi facilitas; quam juvat Potentiæ A depreſſio, ex qua fit ut B magis accedens ad F, magis etiam recedat ab hypomochlio E. Manifeſtum eſt autem pondere accedente ad hypomochlium, & potentiâ ab eodem recedente, majorem fieri Rationem motûs Potentiæ ad motum Ponderis, atque adeò augeri movendi facilitatem. Quare momenta potentiæ in A ſuſtinentis ſaxum ea ſunt, quæ componuntur ex Ratione A C ad C B, & Ratione B E ad E I. Sed de hoc nullus mihi hîc ſermo; quia vel duo vectes ſunt, ut explicatum eſt, alter quidem ab ipſo pondere non ſejunctus F E, alter verò ab eo diſtinctus A B; vel ſi unicus intelligatur vectis, qui ponderi applicatur, hic ſanè ad unum pertinet genus non ad duo, ut hæc propoſitio exigit.



Sit igitur dati vectis longitudo C D, in cujus medio hypomochlium O bifariam æqualiter dividat totam longitudinem, &

& ſit pondus in P. Erit, per 7. lib. 5. eadem Ratio C O ad O P, atque D O ad O P; & ſi in C ſit potentia deprimens, in D autem potentia elevans, æqualia habent momenta ad elevandum pondus



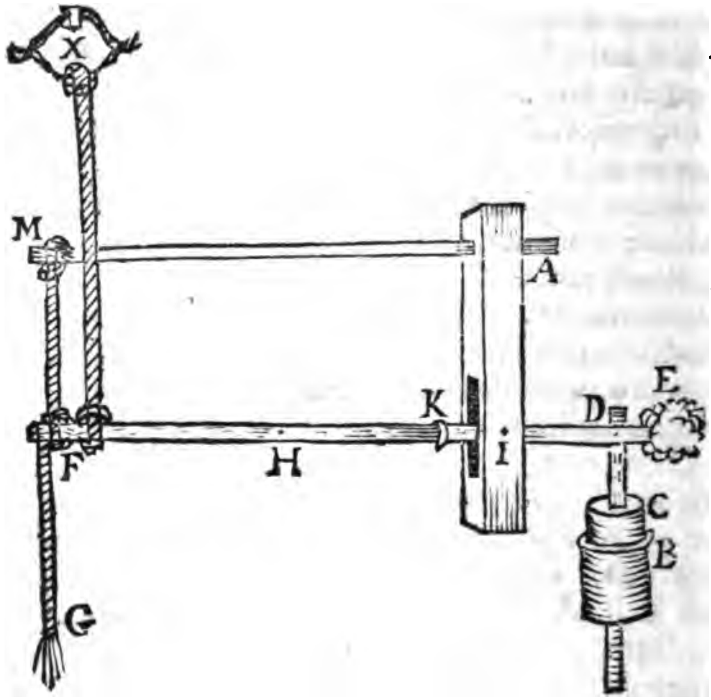
in P. Eſt ergo C P vectis primi generis, & D O vectis ſecundi generis, cui cum primo commune eſt hypomochlium O, & communis pars O P. Quòd ſi Potentiæ inæquales fuerint, utraque autem valeat ſive deprimere, ſive elevare, dividatur longitudo C D in duas partes, quarum Ratio eadem ſit ac Potentiarum, & in puncto diviſionis ſtatuatur fulcrum: tum in extremitatibus reciprocè collocentur Potentiæ, validior ſcilicet propior ſit fulcro, debilior verò remotior, ut æqualium ſint momentorum.

Datæ Potentiæ ſint ut 5 ad 3. Dividatur C D partium octo ita in P (ubi ſtatuendum eſt fulcrum) ut C P ſit 5, P D ſit 3; & Potentia robuſtior, quæ eſt ut 5 ſit in D; infirmior verò, quæ eſt ut 3, ſit in C; & pondus ſit in R, quoniam C P ad P R eſt ut 5 ad 1, & D P ad P R eſt ut 3 ad 1. Igitur ſi pondus R ſit lib. 30, attolletur à Potentia C potente ſine vecte attollere lib. 3, & à Potentia D potente ſine vecte elevare lib. 5: utriuſque enim momenta ſingillatim accepta ſunt 15 compoſita ex virtute movendi & motûs velocitate. At ſi pondus P ſit lib. 30, & fulcrum in O, ſit autem C O ad O P, atque D O ad O P ut 4 ad 1, ſatis eſt ſi ſingulæ Potentiæ æquales C & D poſſint ſine vecte attollere lib. 3. unc. 9.

Porrò ſi inæqualium potentiarum altera poſſit ſolùm deprimendo vectem elevare pondus, manifeſtum eſt ad illam pertinere vectem primi generis: ac propterea ſi illa ſit potentia validior, eidem tribuetur minor diſtantia ab hypomochlio; ſin autem illa ſit imbecillior, ipſi tribuetur diſtantia major, atque illam inter ac pondus ſtatuetur fulcrum. Hinc facilè poterit potentia vivens uti ope potentiæ inanimatæ, quæ vi ſuæ gravitatis deorſum premat oppoſitam extremitatem propoſiti vectis.

Huc ſpectare videtur facillimum genus antliæ ſimplicis,

qua ex depreſſiore loco in altiorem aquas attollimus. Sit enim modiolus B, cui aptè inſeratur congruens embolus medio

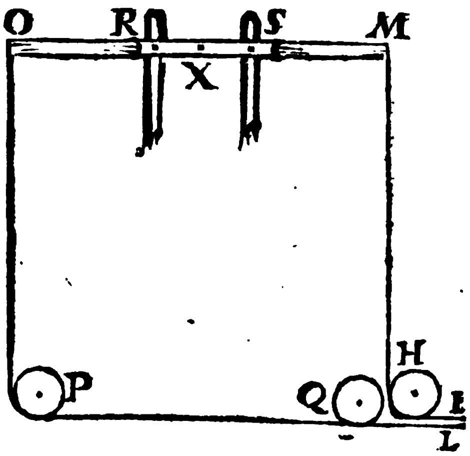


haſtili C D connexus cum tranſverſario E F verſatili circa axem infixum in I: cujus tranſverſarij extremitatem E occupet maſſa plumbea opportunæ gravitatis ad deprimendum embolum intra modiolum, poſtquam elevatus fuerit à potentia funem F G trahente adnexum in altera extremitate F. Vectis F E eſt primi generis duplex habens pondus, alterum in E, alterum in D, utrumque enim per vim elevatur. At vectis E I eſt ſecundi generis, in quo E eſt potentia deprimens embolum, & quo magis diſtabit ab hypomochlio I, minor maſſa plumbea eadem obtinebit momenta. Quòd ſi I F conſtet materiâ ſatis gravi, jam habet rationem ponderis, ac propterea diſtantia centri gravitatis illius H à puncto I determinabit ejus momenta. Quare potentia E vecte E I ſecundi generis deprimet embolum, & vecte E H primi generis attollet pondus brachij I F. Hinc eſt commodius accidere, ſi longitudo E K ferrea ſit, in K verò

verò inſeratur, ut firmiter cohæreat, ſatis validus baculus ligneus KF; poterit enim longior eſſe, & faciliorem efficere antliæ agitationem, quin gravitas nimia indigeat multo plumbo in E, ut præponderetur.

Quòd ſi non placeret addere plumbum in E, & ſolo vecte primi generis FD uti velles, recurrendum eſſet ad vim elaſticam, quâ vel arcûs X in ſuperiore loco firmati nervo, vel extremæ perticæ AM longiuſculæ (ut Toreuticen exercentibus ſolemne eſt) adnecteretur funis pertingens ad F, ut ex tractione Potentiæ GF curvatus arcus, vel inflexa pertica, ceſſante potentiâ, iterum ſe ſuum in ſtatum reſtitueret, ſurſúmque traheret extremitatem F, ac proinde embolum intra modiolum B deprimeret. Tunc enim eſſet FD vectis primi generis, cujus extremitati F applicarentur duæ Potentiæ, altera deorſum, altera viciſſim alterno conatu ſurſum trahens.

At ſi fortè duplicem antliam velis ſimul componere, duplicémque potentiam viventem alternis operis conantem adhibere, jugo RS verſatili circa axem X adde duo, leviora quidem, ſed ſatis firma manubria RO & SM, quorum extremitates aut premi, aut adjecto fune trahi deorſum valeant: nam depreſsâ extremitate O deprimitur pariter haſtile infixum in R, & eſt OX vectis ſecundi generis, atque attollitur haſtile adnexum in S, & eſt OS vectis primi generis. Similiter MX vectis eſt ſecundi generis, movens pondus poſitum in S, atque MR eſt vectis primi generis attollens pondus poſitum in R. Propterea autem leviora dixi adjecta manubria RO & SM, ne ſuâ gravitate movendi difficultatem augeant. Verùm ſi ſolus volueris antliam utramque agitare, unus ſit continuus funis ex O per rotulas P & Q tranſiens, atque in M



connexus : quacumque enim in parte conſtitutus fueris, tantumdem funis ſequitur aſcendentem extremitatem, quantum trahitur deprimendo alteram extremitatem : ſic trahendo funem P O deprimitur extremitas O, deinde trahendo funem P Q deprimitur extremitas M. Aut etiam ſit unicum manubrium S M, & erit R M : atque premens in M attollet haſtulam R, elevans aut in M attollet haſtulam S. Ut autem faciliùs attollatur M, ſit in ſuperiore loco orbiculus, per quem tranſeat funis connexus in M, alteram enim extremitatem deorſum trahens attollet manubrium M. Quod ſi ab oculis remotam volveris antliam, fac per parietis foramen in proximum conclave exire funem M I orbiculi H excavatæ abſidi inſertum, & per orbiculos P, Q, tranſire funem O P Q L ; connexis enim funium extremitatibus I & L modò hunc modò illum funem trahendo utramque antliam agitabis.

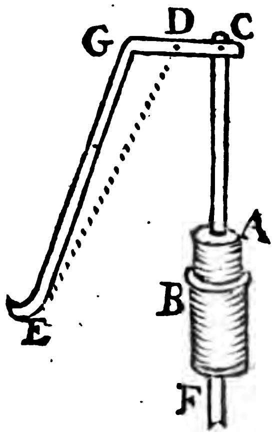
Propositio II.

Antliam opportuno vecte inſtruere.

Ut aliquam ſpeciem vectis curvi oneri movendo deſtinati exhibeam, placet in antlia, qua ad hauriendas aquas utimur, exemplum ponere, quod facilè in reliquis pro re nata imitari poſſimus. Eſt in antliâ loco ponderis aqua, quæ adducto embolo attrahitur in modiolum, eóque reducto exprimitur, & præthereà conflictus ipſe emboli cum modiolo; ſuperanda quippe eſt difficultas, quæ ex mutuo horum contactu oritur, & aqua per vim elevanda eſt, ſive ſolùm attrahatur, ut ex modiolo per emboli reducti foramen ſubinde erumpens effluat, ſive in modiolo compreſſa ab embolo, cùm reducitur, exprimatur in tubum, ut adhuc altiùs aſcendat, juxta ea, quæ in Hydrotechnicis fuſiùs dicuntur. Id quidem fieret ſi haſtili, quod embolo infigitur, ipſa potentia proximè applicaretur ; ſed ut minus laboris illa ſubeat, additur vectis, ut multo major ſit potentiæ motus, quàm emboli.

Sit

Sit enim embolus A congruens modiolo B, illíque infixum haſtile C A; quo elevato aqua per ſubjectum modiolo tubum F attrahitur in modiolum ipſum B, quo depreſſo aqua cogitur ex eodem modiolo exire. Sed ut minore operâ id totum perficiatur, additur in C vectis curvus C D E verſatilis circa axem D infixum parieti interjecto inter antliam & potentiam moventem. Nam extremitatem E arripiens potentia ſi vectem urgeat versùs parietem intermedium, elevatur embolus, & aqua modiolum implet, ſi verò vectis extremitatem à pariete removeat, deprimitur embolus, & compreſſa aqua exprimitur. Hìc vectem primi generis agnoſcis habentem hypomochlium in D, ſcilicet in axe, circa quem verſatur vectis; & pro Ratione longitudinis D E ad longitudinem D C eſt Ratio momentorum potentiæ ad reſiſtentiam ponderis, hoc eſt tantò magis augentur potentiæ vires, quò major eſt Ratio D E ad D C: ſumitur autem D E recta linea non computato flexu D G E, qui eatenus adſtruitur, quatenus parietis craſſities obſtaret, ne commodè uteremur vecte E D C inflexo in D.

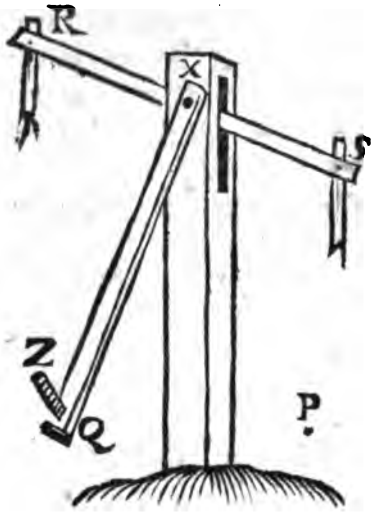


Quia verò faciliùs ab homine urgetur vectis in E, quàm ipſa extremitas E retrahatur, ideò in antliâ ſolùm attrahente utendo hoc vecte primi generis curvo minus eſt laboris, nam in deprimendo embolo minus eſt difficultatis quàm in elevando. At ſi aqua altiùs elevanda eſſet ſupra antliam non attrahentem ſolùm, ſed etiam expellentem, faciliùs attolleretur embolus, quàm deprimeretur, propter majorem aquæ reſiſtentiam, cùm exprimitur, juxtà altitudinem perpendicularem, ad quam expellitur: propterea tunc mutanda eſſet poſitio, ut eſſet vectis ſecundi generis; hypomochlium enim ſtatuendum eſſet in C, & haſtile emboli adnectendùm in D.

Quod ſi potentia viribus abundet, poterit duplicem antliam agitare, cujuſmodi eſſet ſi jugum R S biſariam diviſum

in

in X jungeretur in R & S duplici haſtili, centrum autem motûs reſponderet puncto X, cui firmiter adnecteretur manubrium XZ, quod agitaretur parallelum plano, per quod tranſit axis jungens jugum R S cum manubrio ipſo: dum enim Z versùs P movetur, deprimitur R & attollitur S, atque viciſſim remeans in Q deprimit embolum reſpondentem jugi extremitati S, & oppoſitum attollit. Sunt autem duo vectes curvi Z X R & Z X S primi generis partem unam, videlicet manubrium XZ, habentes communem.



Sed quoniam poſito longiore manubrio Z X, vel D E, faciliùs quidem attollitur aqua, quàm ſi illud brevius eſſet, major tamen corporis agitatio requiritur, & multâ membrorum inclinatione laborioſa exercitatio ſuſcipienda eſt, propterea ſatius eſt uti vecte recto, ut prop. 1. dictum eſt, quem etiam ſedens modico labore commovere poteris adnexum extremitati funem deorſum trahendo.

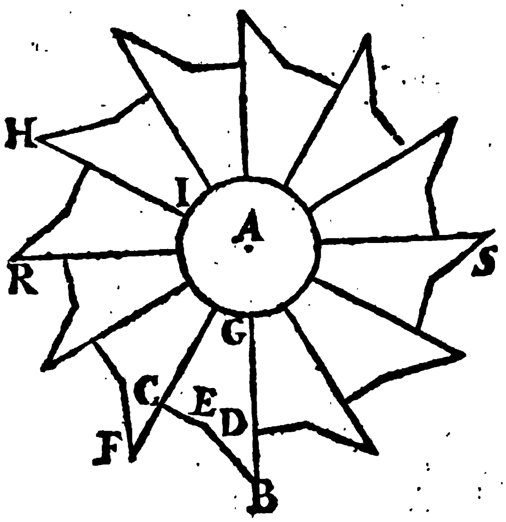
PROPOSITIO III.

Rotam in profluente poſitam, quæ aquam faciliùs elevet ex vectis Rationibus, conſtituere.

AQuam ex depreſſiore loco in altiorem provehi vaſculis abſidi rotæ circum circa alligatis, quæ in infimâ rotæ parte ſubjectam aquam immerſa hauriunt, & circumactâ rotâ, ubi circuli ſemiſſem aſcendendo perfecerint, deſcendendo effundunt, quibus per Helvetios iter facere contigit, perſpectum eſt; ſi in Tigurinâ Urbe, quam lacus Limagum fluvium excipiens interluit, obſervârunt ab utrâque ripâ ductum ex palis confertim denſatis obicem obliquum uſque ad medium alveum, ut

ut ex anguſtiis erumpens aqua cæteroqui leniter defluens, velociùs fluere cogatur, & validiùs in prominentes rotæ palmulas incurrens ingentem illam rotam cum adjunctis vaſculis aquâ plenis faciliùs circumagat, atque adeò in ſubjectum vas ponti impoſitum effuſa aqua per urbem univerſam dividatur. Verùm quia pondus, ſcilicet aqua vaſculis contenta, ſemper à centro rotæ intervallo eodem abeſt, aliud rotæ genus excogitari poteſt, quod aquam facilius elevet; nec adnexa, ſed congenita habeat vaſcula.

In plano ex aſſeribus rite conjunctis compacto, centro A, intervallo A B, intelligatur deſcriptus circulus, cujus ſemidiameter aliquanto major ſit altitudine, ad quam aqua evehenda eſt, dividatúrque deſcripti circuli peripheria in quotlibet æquales partes, ex. gr. duodecim, aut plures. Tum aſſumptâ palmulæ congruâ altitudine B D, alius interior circulus eodem centro A, intervallo A D deſcribatur, qui à ductis per centrum A diametris ſimiliter in totidem æquales partes dividitur. Aſſumptâ itaque C F æquali ipſi D B, ſtatuatur C E intervallum opportunæ amplitudinis, ut aqua facilè ingredi poſſit. Et ductâ rectâ lineâ B E, reſecetur particula exterior, ut ſit B E C F: idémque de cæteris partibus intelligatur, prout adjectum ſchema refert.



Duo hujuſmodi plana parentur omnino æqualia, ſimilitérque denticulata, quæ cylindro (ſive priſmati ſimilem baſim habenti cum polygono ab initio deſcripto) hoc eſt axi inſerantur in A, & parallela ſint. Planorum autem intervallum definiant aſſeres æquè lati, qui perpendiculares inſiſtant lineis G B E, &

ſimilibus; quorum aſſerum latitudo palmulis quoque D B, C F, & reliquis latitudinem ſtatuet. Omnibus ritè firmatis, ac obſtructis accuratè rimulis, rota ſuper polos axi infixos collocetur in profluente, ità ut palmula tota in aquam immergatur, quæ per apertum oſculum C E ingrediens impleat ſpatium E B D.

Impetu igitur profluentis dum rota convertitur, aqua incluſa paulatim versùs rotæ centrum ſecedit, donec quadrantem circuli aſcendendo tranſgreſſa proxima fiat axi: cùm enim B venerit in H, aqua erit in I; cùm verò ex H in S venerit, jam aqua in ſubjectum vas effluet. Quare, licèt æqualium converſionum non ſint æquales aſcenſus in eâdem circuli peripheriâ, ſed ab imo puncto uſque ad finem Quadrantis creſcant, quia tamen centrum gravitatis aquæ ſe in æquilibrio ſtatuentis ſenſim centrum versùs recedit, ejus aſcenſus minor eſt, quàm ſi eodem ſemper intervallo abeſſet à centro rotæ.

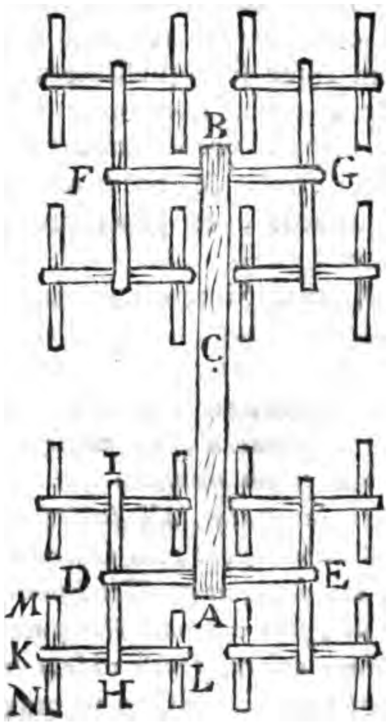
Eſt itaque vectis curvus primi generis, cujus hypomochlium reſpondet centro A, Potentia movens duplex eſt, ſcilicet vis profluentis applicata in B, atque vis aquæ deſcendentis exiſtens in S: pro variâ autem centri gravitatis aquæ elevatæ diſtantiâ ab hypomochlio A, diverſa etiam eſt motuum Ratio & momentorum. Aqua enim in ſuperiore ſemicirculo ſupra R S in ſingulis loculamentis ſibi invicem hinc atque hinc reſpondentibus æqualiter diſpoſita obtinet æqualia gravitatis momenta. Quapropter totus profluentis conatus impenditur in elevandâ aquâ, quæ loculamentis inter B & R interceptis continetur. Quare ſi multæ ſint profluentis vires, craſſior rota ſtatui poteſt, ut, planis magis diſtantibus, major aquæ copia ſingulis loculamentis hauriatur: quo fiet, ut palmula latior majorem incurrentis aquæ impetum recipiat. Quòd ſi placuerit palmulas addere latiores, quàm ſit rotæ craſſitudo, non abnuo: hæc enim, & cætera, quæ conſtructionis facilitatem juvent, prudentis machinatoris arbitrio relinquuntur: mihi ſatis eſt innuiſſe, quid compendij ex vectis rationibus peti poſſit.

PROPOSITIO IV.

A pluribus hominibus ingens pondus transferri poſſe ita, ut omnes æqualiter ferant.

ONus ingens palangâ transferri pluribus hinc atque hinc longo ordine ſuccollantibus, notum eſt: ſed quoniam non omnium æqualis eſt diſtantia à pondere (niſi fortè bini & bini æquè diſtarent à centro gravitatis) non ſunt æqualia momenta; ſed qui propiores ſunt magis premuntur, cæteris paribus, quàm remotiores, maximè ſi quis ſenſim ſe ſubducat oneri adeò, ut inæqualis fiat oneris diſtantia ab iis, qui illud ſuſtentant. Propterea methodus aliqua excogitanda eſt, qua fiat ut ſinguli parem experiantur in deferendo onere difficultatem.

Sit ponderi dato alligatus vectis AB, & gravitatis centro reſpondeat punctum C, atque æqualia ſint intervalla AC & BC. Si centrum gravitatis ponderis reſpondens puncto C vectis non fuerit planè in mediâ ejuſdem ponderis longitudine, neque fuerit vectis valdè longior ipſo pondere, non poterunt plures ita æqualiter diſponi, ut ad ferendum æqualiter pondus ſingulis anterioribus ſinguli poſteriores reſpondeant æquè à puncto C diſtantes, impediente videlicet ipsâ ponderis longitudine.



Quare tam in A quàm in B duo alij vectes D E, & F G bifariam æqualiter diviſi ſuſtineant vectem A B : atque adeò quemadmodum in A (idem dic de B) ſuſtinetur ſemiſſis totius gravitatis, in D ſuſtinetur tantùm quadrans, ſicut & in E. Suſtineatur ſimiliter extremitas D alio vecte H I (id quod præſtitum intellige pariter in extremitatibus E, F, G) & in H ſuſtinetur octava pars : item extremitas H ſuſtineatur vecte K L, & extremitas K vecte M N ; percipitur in K gravitatis pars decima ſexta, & in M pars trigeſima ſecunda. Poterunt igitur hac ratione diſponi homines 32, qui ſi poſſint ſinguli deferre lib. 100, transferent pondus lib. 3200, & erit æqualiter inter illos diſtributa gravitas. Quòd ſi ſpatium non prohibeat adhuc vectem ſingulis extremitatibus adjungere, numerus hominum deferentium duplicabitur, & vel ſingulorum labor dimidiatus erit, vel duplicatum pondus transferre poterunt. Porrò vectem vecti eſſe firmo vinculo connectendum, ne fortè in motu, vecte aliquo ſe ſubducente, luxetur machina, non opus eſt monere, cum per ſe res ipſa loquatur. Illud obſerva, quod vectium inter ſe æqualitatem, ſive longitudo, ſive craſſities ſpectetur, non opus eſt ſtudioſè accurare, dummodo ſinguli vectes æqualiter bifariam dividantur : immò poſtremi, & breviores eſſe poſſunt, ut minus ſpatij requiratur, & graciliores, minùs quippe urgentur à pondere.

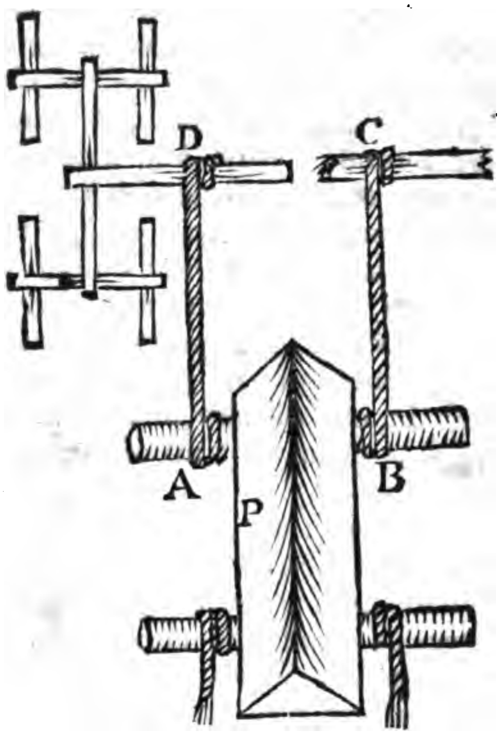
In Atlante Sinico hæc lego pag. 125. *In ferendis oneribus ſcitiſſimi ſunt Sinæ, ac ruſtici illic non parvum ſanè ſtaticis noſtris ſpeculatoribus faceſſerent negotium ad cauſas inveniendas ac rationes, ſi viderent illos tormenta etiam majora, ac ſimilia pondera, ita vectibus utrinque ſuſpendentes, ut per arctiſſimas etiam montium fauces facillimè transferant; ac licèt præcedant alij, alij ſubſequantur, multiſque paſſibus à pondere ſuſpenſo diſtent, ita tamen illud vectibus ac funibus ex æquo nôrunt dividere, ut quilibet æquale ferè ſentiat onus, ſeu paulò remotior ſit, ſive vicinior. Hoc pacto ingentia marmora, atque integras etiam arbores facilè videas humeris geſtare Sinas.* Hæc ibi. Sed quonam id artificio in praxim deducatur, nullum planè apparet veſtigium.

Si

Si igitur funibus ſuſpenditur pondus, & deferentes alij propiores ſunt, alij remotiores, dúo obſervanda ſunt. Primum eſt, quòd ſuſpenſio non eſt perpendicularis ſed obliqua, ac proinde plus virium requiritur, ut conſtat ex iis, quæ dicta ſunt tum lib. 1. cap. 16. de elevationibus obliquis, tum lib. 3. cap. 12, de præponderatione, & æquilibritate gravium fune ſuſpenſorum. Verùm hoc momentorum augmentum in elevatione & ſuſpenſione obliquâ, ubi operis abundamus, non conſideratur; videtur quippe ſatis leve incommodum, quod facilitate transferendi onus compenſatur. Secundum eſt, quòd ſi omnes ferè æqualiter laborant, non diſſimiles eſſe oportet, ſed proximè eaſdem obliquitates funium, ex quibus onus ſuſpenſum defertur: manifeſtum enim eſt in minori obliquitate ſuſpenſionis minus virium requiri, quàm in majori obliquitate.

Quare ſi hanc Sinarum induſtriam æmulari conarer, primùm oneris transferendi extremitatibus (vel ſaltem in pari diſtantiâ à centro gravitatis, quantùm conjecturâ aſſequi poſſem) vectes tranſverſos firmiſſimè alligarem, ut vectium horum capitibus jungerem funes, quibus ſuſpenſum onus deferatur. Horum autem tranſverſorum vectium longitudinem ita definirem, ut in lineâ vectibus parallelâ, & æquali quatuor ſaltem homines commodè collocari queant, quin ſibi ullum impedimentum progredientes inferant. Deinde ſatis validos funes utrique vectium extremitati adnexos tantæ longitudinis ſtatuerem, quantâ opus ſit, ut (tribus hominibus ante onus ſibi ordine recto ſuccedentibus ac mediocriter diſtantibus, quin poſterior prioris calcem progrediendo feriat) ad tertij humerum pertingere poſſit; hæc enim videtur minima obliquitas ſuſpenſionis, & quæ proximè accedat ad ſuſpenſionem perpendicularem: Si verò major fuerit funium longitudo, majori labore deferetur onus, ſi maximè ita elevetur, ut multum diſtet à ſubjecto ſolo, major enim erit obliquitas ſuſpenſionis. Tum extremitati funis alius vectis alligetur, qui vectibus aliis ſuſtentetur eâ methodo, quam paulo ſuperiùs indicavi.

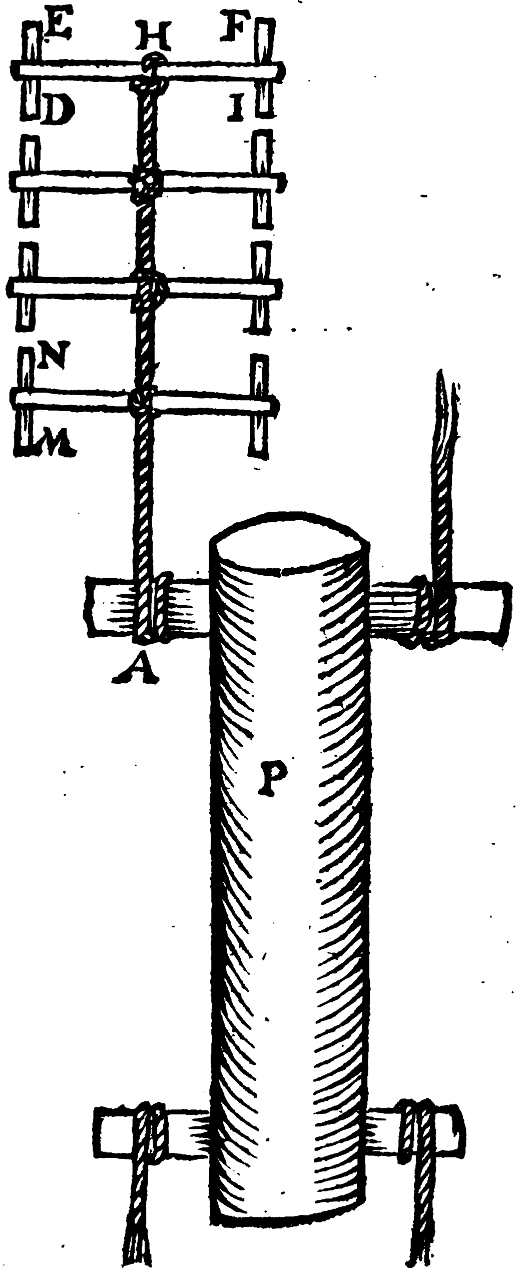
Sit onus transferendum P; extremitati anteriori (omnia eadem in alterâ extremitate poſita intelligantur) adnectatur vectis AB, cui in A & B jungantur funes AD & BC ſufficientis longitudinis, quibus in D & C alligetur vectis ab aliis vectibus, ut paulo ſuperiùs indicatum eſt, ſuſtentatus, adeò ut quarto vecti duo homines facilè humeros ſupponere valeant, & ſingulorum funium extremitates D & C à ſexdecim hominibus ſuſtineantur. Quare ſi totidem funes atque homines poſteriori ponderis parti ſimili ratione applicentur, totum pondus ab hominibus 64 æqualiter laborantibus ſuſtinetur.



Ex quo fit non adeò difficile eſſe in exercitu, ubi non eſt hominum ſuccollantium inopia, bombardas ex loco in locum transferre, ſi nimis arduum ſit iter, nec equis trahi poſſint: Nam majoribus bombardis pro ſingulis globi ferrei libris metalli libræ 150 aut 160 dimidiatis Cartois, ut vocant, in ſingulas globi libras, metalli libræ 180 aut 190, campeſtribus & minoribus bombardis metalli libræ 238 uſque ad 266 in ſingulas globi libras communiter tribuuntur.

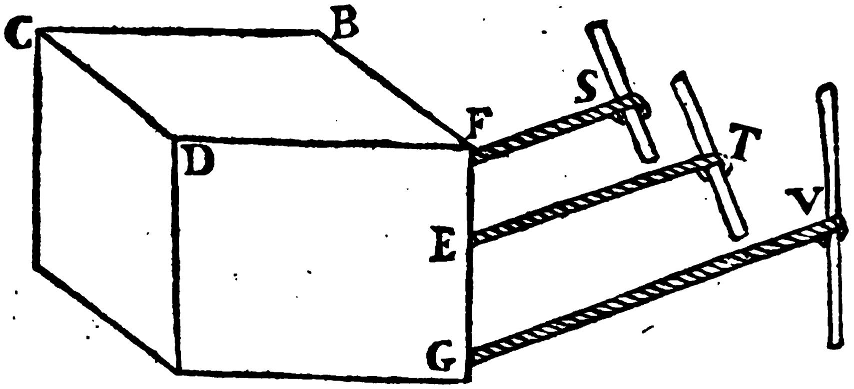
Quòd ſi eæ ſint viarum anguſtiæ, quæ octo homines pariter incedentes non capiant, adhibeatur longior funis, duos, aut etiam tres, aut plures vectes connectens ita invicem diſtantes, ut intentus funis rectus ſit, & propiores quidem ſuum vectem aut manu apprehenſum ſuſtentent, aut fune ſuſpenſum alio

alio vecte parallelo humeris geſtent, remotiſſimi verò humeros ſuo vecti ſubjiciant. Sic diſponatur funis A H, ut intentus pertingat ad humeros eorum, qui in E & F ſuſtentant vectes D E & F I. Quoniam verò vectis M N longè depreſſior eſt, quàm humeri eorum, qui tam propè abſunt à pondere; propterea vel ſolis manibus apprehenſum vectem ſuſtentent, vel, quod ſatius eſt, alium præterea vectem humeris geſtent parallelum vecti M N, ita ut ex illo funibus ad perpendiculum intentis ſuſpendantur extremitates M & N. Id quod etiam de reliquis, atque de conſequentibus vectibus dictum intelligatur. Omnes autem æqualiter conari palàm eſt, quia intento fune A H eadem eſt obliqua ſuſpenſio ponderis, & paria ſunt momenta adverſùs ſingulos vectes, quos funis connectit. Illud tamen negari non poteſt, quod pro majore funis A H longitudine major eſt ſuſpenſionis obliquitas, ac proinde, & major ſuſtentandi labor.



Unum

Unum adhuc hic addere (ne quid intactum relinquatur) fuerit operæ pretium, videlicet, ſi ponderis transferendi craſſities ſeu altitudo mediocris ſaltem fuerit, ita ut non ſolùm infimo plano ſubjici vectes poſſint, ſed etiam ſupremæ aut mediæ parti adnecti, poſſe eidem lateri duos aut etiam tres funes, non quidem omninò, ſed proximè parallelos alligari, quibus duæ, aut tres, ferè ſimiles obliquæ ſuſpenſiones fiant, & deferentes pondus alij aliis remotiores ſint, ferè tamen æqualiter conantes. Sic ingentis ſaxi altitudo ſit F G, & al-



ligatus in F funis connectantur cum vecte in S aliis vectibus ſuſtentato, ut ſupra. Item in E & in G alij funes paralleli ſimiliter jungantur cum vectibus in T & V, ut homines ibi ſuccollantes vectibúſque ſubjecti ſibi invicem impedimentò non ſint. Si igitur ſingulis lateribus ad B,C, D tres funes hac ratione addantur, erunt 12 funes, & ſi homines 16 ſingulis funibus applicentur methodo ſuperiùs indicatâ, pondus geſtabitur à viris 192: conſtat igitur quàm ingens onus facilè transferri vectibus queat.

PROPOSITIO V.

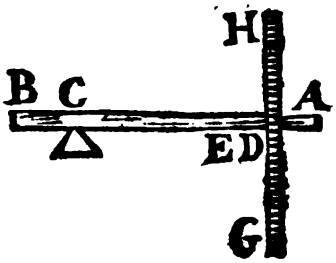
Multiplici vecte moventis vires augere.

PRo vectis longitudine majori, in eâdem ab hypomochlio diſtantiâ ponderis, potentiæ momenta augeri, quia Ratio

motûs

motûs potentiæ ad motum ponderis augetur, ſatis manifeſtum eſt ex dictis. Verùm quia non rarò tam longus vectis, quanto opus eſſet, in promptu non eſt, aut ipſa longitudo illum redderet fractioni, aut ſaltem flexioni, magis obnoxium, aut, ſi periculo huic occurratur, tam immanis eſt vectis moles, ut non levi incommodo ſit eo utentibus: propterea ars aliqua excogitanda eſt, qua oblati vectis brevitatem compenſatione aliquâ ſuppleamus.

Et primò quidem ſi oblatus ſit vectis A B, habens hypomochlium in C, & pondus in B tam grave, ut unica potentia in A non ſatis ſit ad vincendam oneris reſiſtentiam, utique ſi altero, aut tertio movente opus ſit, non omnes in extremitate A vectem apprehendere valent, ſed alter in D, tertius in E; qui propterea, licèt ſinguli æquali robore polleant, non tamen æqualia habent momenta, ſed primus ut A C, ſecundus ut D C, tertius ut E C. Quapropter alter vectis G H adnectatur extremitati A ad angulos rectos, ut huic applicati motores plus habeant momenti. Si enim A C ad C B fuerit ut 10 ad 1, perinde eſt, atque ſi decima ponderis pars à duabus in G & H æqualiter ab A diſtantibus movenda eſſet, ac propterea ſinguli ſemiſſem decimæ partis reſiſtentiæ percipiunt, hoc eſt, habent ſimul ſumpti momentum ut 20 ad 1: qui autem in A eſſet ſolus, haberet momentum ut 10, & qui in D haberet momentum ex. gr. ut 9; qui idcircò ſimul ſumpti minùs poſſunt quàm G & H.



At ſi volueris tres homines in extremitatibus vectis G H diſtribuere in potentias æqualiter conantes, diſtingue G H in tres partes, & ſit A H triens totius longitudinis G H: tum duo applicentur extremitati H, tertius verò extremitati G: ut enim potentia duplex in H ad potentiam in G, ita reciprocè duplex diſtantia G A ad diſtantiam A H. Nam quemadmodum de ſuſtinentibus pondus vecte ſive æqualiter, ſive inæqualiter diviſo dictum eſt, ita hìc pariter de Prementibus dicendum, qui in H & in G ſunt viciſſim Potentia & Hypomochlium: ex eo

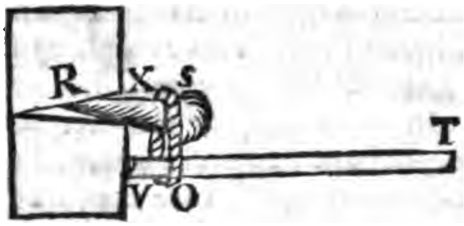
ſcilicet quòd potentia in H premit, habet rationem hypomochlij, dum reſiſtit, ne potentia in G premens elevet ipſam extremitatem H, ac propterea deprimat pondus in A exiſtens; & viciſſim potentia in G premens habet rationem hypomochlij reſiſtendo, ne elevetur à potentiâ premente in H; quæ propterea deprimit pondus in A. Eſt itaque veluti duplex vectis ſecundi generis; & A G ad A H ſi fuerit ut 2 ad 1, momentum potentiæ in G ad reſiſtentiam ponderis in A eſt ut 3 ad 1, hoc eſt ut G H ad A H: & momentum unius potentiæ in H ad reſiſtentiam ponderis in A eſt ut 3 ad 2, hoc eſt, ut H G ad A G. Sed quia in H ex hypotheſi ſunt duæ potentiæ, duplicatæ potentiæ in H momentum erit ut 6 ad 2, hoc eſt, ſingularum momentum ut 3 ad 1. Igitur qui eſt in G habet momentum atque conatum, quaſi ſine vecte moveret trigeſimam partem ponderis in B exiſtentis; & duo, qui in H, ſinguli habent momentum æquale atque conatum ſimilem. Ponatur pondus B lib. 60; in A percipitur ponderis $\frac{1}{10}$, hoc eſt, lib. 6. Igitur potentia in G percipit reſiſtentiam lib. 2, & duæ potentiæ in H ſimul lib 4, hoc eſt ſingulæ lib. 2.

Quod ſi non placuerit longitudinem G H habere tanquam vectem, qui non alternâ quadam motione & quiete extremitatum perficitur motus, ſed G, & A, & H omnino ſimul & æquali motu moventur, non admodum contendo: perinde erit, atque ſi tres potentiæ in A eſſent conſtitutæ, quarum ſingulæ tertiam partem ponderis moveant conatu ſubdecuplo illius conatus, quo tertia illa pars ſine vecte movenda eſſet.

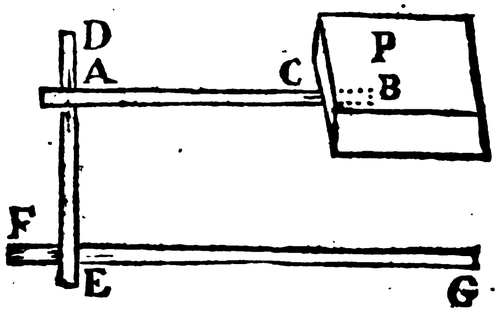
Hinc ſaltem conſtat, quo virium atque conatûs compendio valeat unicus homo oblati vectis momenta augere: Nam ſi idem ſit primi generis vectis A B, & A C ad C B ſit ut 10 ad 1, adhibe vectem ſecundi generis G H, & alterâ extremitate fixâ, ut ibi ſit hypomochlium, idem augebit momenta juxta Rationem totius longitudinis G H ad diſtantiam ipſius A ab hypomochlio: Quare ſi Ratio ſit dupla, aut tripla, æquivalebit duobus aut tribus, qui in A moventes haberent momentum decuplum; nam A movetur decuplo velociùs quàm B, & poſito hypomochlio H, movetur potentia G duplo aut triplo velociùs quàm A, hoc eſt vigecuplo aut trigecuplo velociùs quàm B. Id quod uſum habet non ſolùm, quando vectis A B movendus eſt in pla-

no

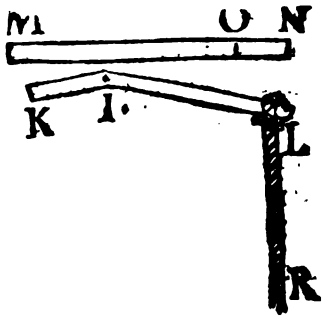
no Verticali, ſed etiam in plano horizontali, ut ſi duo marmora disjungenda eſſent, aut clathri diſſipandi. Juxta autem loci opportunitatem adjungendus eſt ſecundus vectis G H aut proximè ipſi primo vecti, aut remotè medio fune extremitatem A connectente cum ſecundo vecte. Sic inter duo marmora immiſſus ferreus clavus S R jungitur vecti T V fune S O, & potentia in T habet momentum compoſitum ex Rationibus T V ad V O, & S X ad X R.



Neque duos tantummodo, verùm etiam plures vectes adhibere poſſumus, tunc maximè, cùm ingenti oneri exiguus motus tribuendus eſt. Sit enim marmor P attollendum ſubjecto vecte A B ſecundi generis habente hypomochlium in B, ac pondere incumbente illi in C: & A B ad C B ſit ut 7 ad 1. Quia vectis attollendus eſt, ſubjice illi in A vectem alterum D E, ut E D ad A D ſit in Ratione 3 ad 1. Item extremitati E ſubjice tertium vectem F G, & ſit G F ad E F ut 8 ad 1. Igitur A movetur ſeptuplò velociùs quàm C, & E triplo velociùs quàm A, atque G octuplo velociùs quàm E. Quare motus potentiæ in G ad motum ponderis in C eſt ut 168 ad 1. Quàm difficile autem accideret, ſi tam longum vectem parare oporteret, cujus longitudo eſſet ad C B ut 168 ad 1!



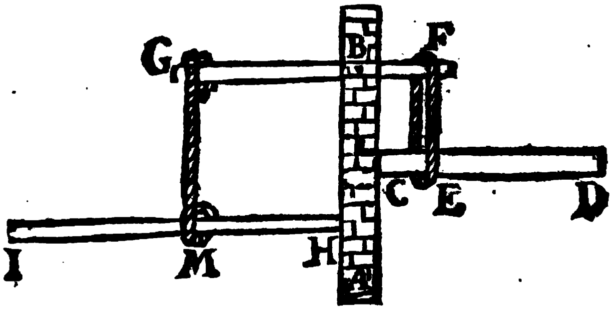
Adde non ſolùm vectibus rectis hoc momentorum incrementum acquiri poſſe, ſed etiam pro loci opportunitate vectibus curvis aut angulatis. Si enim in ſuperiore loco fuerit vectis ſecundi generis M N oneri ſubjectus, aut oneri inferiùs poſito junctus fune



in O, non ſolùm poſſumus extremitatem M fune connectere cum vecte recto ſuperiùs poſito, ſed etiam ſubjicere illi poſſumus vectem curvum K L fixum in I, & extremitas L fune L R trahi poteſt deorſum, ut I K elevetur, atque illo motu attollat extremitatem M, quantum ferre poteſt flexus I K. Non eſt autem opus monere inæqualia ſenſim fieri momenta, prout ſubjectus vectis curvus K I L in alio atque alio puncto contingit vectem M N, pro variâ ſcilicet diſtantiâ ab hypomochlio.

In vecte tertij generis majorem eſſe ponderis motum motu potentiæ, ac proinde majores requiri potentiæ vires ad attollendum onus, ſi illa conjuncta ac ſociata ſit cum hujuſmodi vecte, quàm ſi ipſa ſolitaria manum admoveret ponderi ſublevando, manifeſtum eſt; propterea infirmiori potentiæ ſubſidium aliquod induſtriâ comparare poſſumus, & propoſitum vectem in aliam vectis ſpeciem quaſi convertere, etiã ſi ſpatij anguſtiis coarctemur, modò liceat proximum parietem perfodere.

Sit parieti A B innixus vectis C D, cujus extremitati D adnectendum ſit pondus ex. gr. lib. 200: potentia autem applicari nequeat niſi in E, ita ut E C ſit quarta pars totius vectis C D. Igitur, cum



motus in D ſit quadruplus motûs in E, ut potentia ſublevet onus D, tanta ſit, oportet, ut ipſa ſe ſola valeat quadruplum onus, ſcilicet lib. 800 attollere: id quod valdè incommodum accideret, ſi adeò validam potentiam invenire opus eſſet. Perfode igitur in ſuperiore parte B parietem, illíque immitte vectem F G facilè in B hypomochlio verſatilem, ita ut B F pars imminens ſubjecto vecti ſit æqualis parti E C, hoc eſt, diſtantiæ potentiæ E ab hypomochlio C, & fune F E connectantur: pars verò ultra parietem in proximum conclave extans B G ad partem B F ſit in quacumque Ratione. Tum in inferiore loco, prout opportunius acciderit, vectem alium ſtatue H I, cui junge ſuperioris Vectis extremitatem G fune G M: nam Ratio compoſita ex Rationibus

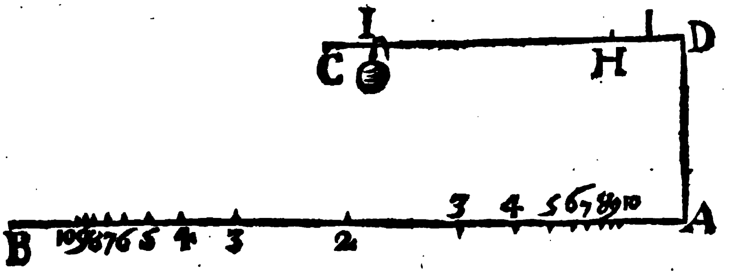
I H ad M H, & G B ad B F dabit momentum potentiæ in I poſitæ ad attollendum pondus in D conſtitutum per vectem datum C D habentem potentiam in E.

Hic habes tria vectis genera; nam I H eſt ſecundi generis,quia pondus intelligitur in M inter potentiam I & hypomochlium H; G F eſt primi generis,quia hypomochlium B eſt inter potentiam G & pondus in F; C D eſt tertij generis, quemadmodum ab initio conſtitutum eſt. Si itaque in E requireretur vis attollendi lib.800,& ſit G B dupla ipſius B F,requiritur in G vis attollendi lib.400. Si verò I H ad M H ſit quadrupla, requiritur in I vis elevandi lib.100. Quare & uteris vecte tertij generis C D, quo ſatis notabiliter movetur pondus D; & potentiæ momenta auxiſti adeò, ut non ſolùm non requiratur potentia major pondere attollendo, ſed ſufficiat potentia minor, habet quippe motum duplo majorem, quàm ſit motus ponderis D; nam motus extremitatis F & puncti E ſunt æquales; motus potentiæ I eſt quadruplus motus ipſius M; hoc eſt extremitatis G; hæc verò motum habet duplum motus ipſius F: igitur motus potentiæ I eſt octuplus motûs puncti E, quod movetur motu ſubquadruplo extremitatis D: Motus igitur potentiæ I ad motum ponderis D eſt ut 8 ad 4, hoc eſt ut 2 ad 1.

Propositio VI.

Stateræ vires addito Vecte augere.

PAretur haſta A B, atque extremitati A addatur annulus, cui inſeri valeat ſtateræ C D uncus, & extremitas B ita confor-



metur, ut notabile ſit & conſpicuum punctum, quod hypomochlio reſpondeat; ſitque certa nota, qua dignoſcatur vectis paralleluſne ſit horizonti, an inclinatus. Tum diſtantia B A di-

vidatur primùm in duas partes, deinde in tres, & ſic deinceps, quatenus commodè fieri id poterit citra confuſionem, quando opus fuerit huic aut illi puncto adnectere onus expendendum, adeò ut certi ſcimus, quotuplex ſit totius vectis A B longitudo comparata cum diſtantiâ ponderis ab hypomochlio B.

Hoc vecte ad uſum parato, examinetur ſtaterâ communi, quantum ille gravitet parallelus horizonti: & ſit æquipondium ſtateræ ex. gr. in H indicans lib. 2: id quod memoriâ retinendum eſt, ut, cùm ponderis gravitas explorabitur, ex numero, qui in ſtateræ jugo indicabitur ab æquipondio, dematur ipſa vectis gravitas deprehenſa, ſcilicet lib. 2.

Propoſita igitur gravitate majori, quàm ut expendi valeat communi ſtaterâ C D, adnecte onus vecti in aliquo ex adnotatis punctis, ex. gr. in puncto 6, prout commodius acciderit: tum reduc tantiſper æquipondium ſtateræ, dum ejuſdem ſtateræ jugum & vectis æquè ab horizonte diſtent, & conſiſtat æquipondium, puta, in puncto I indicante lib. 12. unc. 8. deme lib. 2. gravitatem vectis, remanent lib. 10. unc. 8. Quia autem onus ex hypotheſi adnexum eſt in puncto 6, multiplica per 6 lib. 10. unc. 8, & habebis lib. 64 gravitatem oneris quæſitam. Quod ſi plane in medio puncto 2 conſtitutum fuiſſet pondus, duplicanda eſſet gravitas indicata à ſtaterâ. Manifeſta eſt hujus operationis ratio; ſiquidem æquipondium ſtateræ in puncto I ſuſtinet lib. 12. unc. 8 adnexas extremitati D. At vis ſuſtinendi in vecte ſecundi generis poſita in A ſuſtinet vectem, cujus momentum eſt lib. 2, & præterea ſuſtinet pondus in puncto 6 poſitum, quod ad reliquam potentiæ virtutem in A, hoc eſt lib. 10. unc. 8, habet Rationem, quæ ſit A B ad B 6. igitur convertendo ut 1 ad 6, ita lib. 10. unc. 8. ad lib. 64.

Quoniam verò accidere poteſt, ut oblatum pondus excedat quidem datæ ſtateræ vires, ſed ejus gravitas minor ſit quàm dupla ejus, cui æquipondium in extremo ſtateræ jugo reſpondet; propterea diviſiones eædem, quæ ex 2 ad B adnotatæ ſunt, transferantur ex 2 verſus A, ut habeamus diverſa puncta in vecte, quibus applicari poſſit onus ponderandum. Ex numero igitur adnotato, cui adnectitur pondus, fiat numerator fractionis, cujus Denominator ſit unitate minor ipſo numeratore; & per hanc fractionem multiplicetur numerus à ſtaterâ indicatus

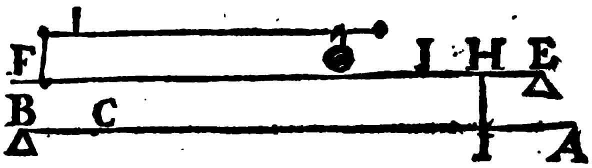
(demptâ

(demptâ priùs vectis gravitate, ut ſuperiùs dictum eſt) & habebitur oneris gravitas. Sit igitur inter A & 2 adnexum pondus in puncto 7, & ſtatera indicet lib. 13. unc. 7: demo vectis gravitatem, quæ eſt lib. 2 ex hypotheſi, remanent lib. 11. unc. 7. multiplicandæ per $\frac{7}{6}$, & dabitur oneris gravitas lib. 13. unc. 6 $\frac{1}{6}$. Quare in hoc caſu fortaſſe nullum habetur ex vecte adjecto compendium, potuiſſet enim ex ipsâ ſtatera immediatè cognoſci eandem gravitas. Quod ſi eundem numerum indicaſſet ſtatera, ſed onus adjunctum fuiſſet in puncto 3, per $\frac{3}{2}$ multiplicatis lib. 11. unc. 7, proveniſſet gravitas oneris quæſita lib. 17 unc. 4 $\frac{1}{2}$, quæ ex hypotheſi major eſt, quàm ut ſolâ ſtaterâ oblatâ expendi poſſit. Vel ſi rem breviùs expedire placuerit, numeri ſtaterâ inventi accipe partem denominatam à numero vectis unitate minore, eámque illi numero invento adde, & idem obtinebis. Sic quia in puncto 3 appenſum fuit onus, accipe librarum 11. unc. 7. partem denominatam à 2, ſcilicet lib. 5. unc. 9 $\frac{1}{2}$, eámque adde libris 11. unc. 7 inventis, & habebis, ut priùs, lib. 17 unc. 4 $\frac{1}{2}$. Cur hac methodo operandum ſit, manifeſtò conſtat ex ipſa vectis diviſione; nam A B ad A 3 eſt ut 3 ad 1 ex conſtructione, atque ideò A B ad 3 B eſt ut 3 ad 2: igitur ut 2 ad 3, ita numerus à ſtatera indicatus (demptâ vectis gravitate) ad numerum quæſitum, quo ponderis gravitas innoteſcit.

Generatim itaque atque universè oblato quocumque vecte ad ſubitum uſum properato utere, etiamſi nullæ in eo diviſiones adnotatæ fuerint, examinato tamen priùs ipſius vectis horizonti paralleli gravitatis momento, quatenus ad ſtateram comparatur: Tum datum pondus ibi alliga, ubi commodè à ſtaterâ extremo vecti applicatâ elevari poſſit. Facto demum æquilibrio, ſtateræ numerum (dempto priùs vectis momento) multiplica per Rationem, quam habet vectis longitudo ad diſtantiam ponderis ab hypomochlio; & propoſitum obtinebis. Hìc habes maximum compendium ad ingentium ponderum gravitatem explorandam: etiamſi enim vectis non ſit adeò craſſus, quia tamen non procul ab extremitate illius, ubi eſt hypomochlium, alligatur onus, validè reſiſtit fractioni; & quo major eſt Ratio longitudinis vectis ad diſtantiam ponderis

deris ab hypomochlio, tanto majore incremento augentur ſtateræ vires.

Quod ſi fortè unicus vectis ſatis non fuerit, nihil prohibet plures adhiberi vectes multo majore compendio, quàm ſi unicum longiorem adhiberes. Nam ſi vectis AB non ita ſtateræ vires multiplicet, ut tormentum æneum in G alligatũ elevari poſſit ab æquipondio ſtateræ, alium



vectem EF ſtatue ipſi AB parallelum, habeátque in E hypomochlium, & ſtatera in F adnectatur, qua primùm ipſorum vectium fune HI conjunctorum & poſitionem horizonti parallelam habentium gravitatis momentum expendatur. Deinde facto æquilibrio dematur vectium momentum, & reliquus librarum numerus à ſtaterâ indicatus multiplicetur primò per Rationem FE ad HE, & quod ex hac multiplicatione conſurgit, ſecundò multiplicetur per Rationem IB ad CB; habebitur enim demum tormenti ænei gravitas quæſita. Sit ex. gr. IB ad CB ut 10 ad 1, & FE ad HE ut 12 ad 1, atque ſtatera, dempto vectium momento, indicet libras 100: igitur 100 per 12 dat 1200, & 1200 per 10 dat lib. 12000 gravitatem ænei tormenti.

His autem indicatis ſtatim occurit animo non duos tantummodo ſed plures vectes poſſe ita diſponi, ut ſemper fiat major Ratio, quæ ex illorum Rationibus componitur: ſi nimirum inter duas trabes in ſolo ad perpendiculum firmatas, & æquali intervallo à ſe invicem diſſitas interjiciantur vectes alterna hypomochlia habentes in axibus, circa quos facilè converti poſſint, & ſimili ratione jungantur, ac de duobus vectibus AB & EF dictum eſt: Ex ſingulorum enim vectium Rationibus una Ratio componitur, per quam multiplicandus eſt numerus à ſtaterâ indicatus, dempto priùs vectium momento. Id quod paulo latiùs explicatum eſt in *Terra machinis mota.* diſſert.-1- n. 16. nec opus eſt hìc tranſcribere.

MECHANICORUM
LIBER QUINTUS.

De Axe in Peritrochio.

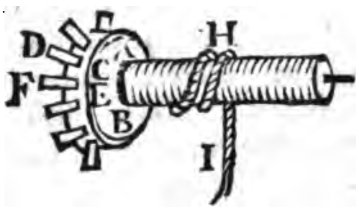
QUÆ de Vecte ejúſque viribus ſuperiore libro diſputata ſunt, illa quidem vera ſunt, & admirabilia, ſed, niſi vectis admodum longus ſit, exiguus motus conciliatur ponderi, adeò ut, ſi ad notabilem aliquam altitudinem attollendum illud ſit, oporteat ſubinde & ipſi ponderi fulcrum ſupponere, ne recidat, & ipſi vecti hypomochlium altiùs ſubjicere, ut congruo loco ſtatuatur. Præterquam quod pro variâ ipſius vectis inclinatione, oneríſque illi impoſiti, aut ſubjecti poſitione, varia quoquè ſunt momenta potentiæ vectem urgentis. Hinc alia Facultas excogitata eſt, quæ, ut pluribus placet, vectis quidam ſit perpetuus, citrà incommoda, quæ in ſimplici Vecte, ut innuebam, occurrunt. *Vectem* autem appellant, quia ad vectis Rationes illius vim revocant; *perpetuum* verò, quia nullâ opus eſt hypomochlij mutatione: proprio tamen, tritóque jam vetuſtate vocabulo, communiter dicitur *Axis in Peritrochio*, quaſi *Axis in Rota*, ut quidam interpretantur; ſed fortaſsè clariùs, pleniúſque vocabuli vim aſſequeremur, ſi *Axem Convolutum* vocaremus; neque enim ſemper adeſt Rota, cum tamen ſemper interſit Convolutio, ſimul quippe volvitur, & Axis ipſe, & id, cum quo Axis conjungitur.

Neque hic ſumitur Axis quemadmodum in Cono, Cylindro, atque Sphærâ, pro linea rectâ, circa quam immotam corpora illa in gyrum aguntur; ſed eſt corpus ſuâ præditum craſſitie, cui Axis nomen inditum eſt, quia rotarum axem imitatur, non tamen circà illum fit convolutio, ſed ipſe circa idem centrum volvitur minore motu, circa quod potentia motu majore rotatur, quatenus illi applicatur, ut ex his, quæ dicentur, manifeſtum fiet.

CAPUT I.

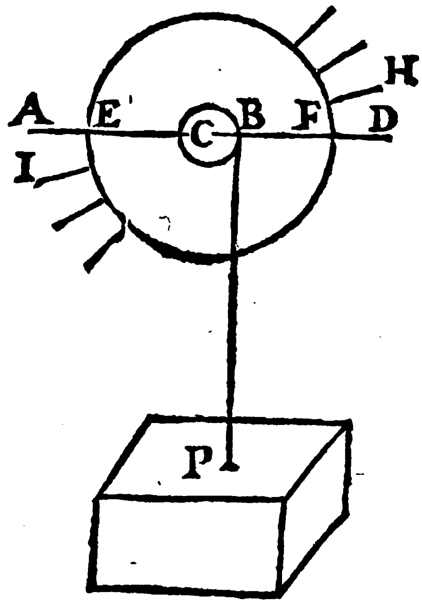
Axis in Peritrochio forma, & vires deſcribuntur.

AXis in Peritrochio forma à Pappo Alexandrino circa finem lib. 8. Collect. Mathem. deſcribitur, quadratum ſcilicet lignum tympano quadrato foramen A B eidem ligno congruens circa ſuum centrum habenti inſeritur, ut ſimul verti poſſint: ligni autem partes è tympano prominentes in cylindricam rotunditatem conformantur; & lignum horizonti parallelum ſuper polos æreos, aut ferreos (choinicidas Pappus vocat) congruis fulcris inſiſtentes ſtatuitur. Extremæ verò tympani orbitæ inſiguntur Radij C D, E F, &c, quos Pappus *Scytalas*, Ariſtoteles *Collopes* nominat, longiores ſcilicet paxilli, quibus arreptis verſatur tympanum, & cum eo Axis, quem ductarius funis H I in convolutione circumplectens attollit adnexam in I ſarcinam; atque hæc tantumdem attollitur, quantus funis Axem circumplicat ex convolutione.



Ut Axis hujuſmodi vires explicentur, communiter in eo agnoſcunt Vectis Rationes: cum enim C B ſit ſemidiameter cylindri, quem funis complectitur, & C E ſemidiameter

ter tympani circumpoſiti, E A verò longitudo Radij, concipiunt A B quaſi Vectem primi generis habentem hypomochlium in C, adeò ut ex Ratione A C ad C B momentum potentiæ in A applicatæ computetur. Quæ quidem vera eſſe non negaverim, ſi hoc unum intelligatur, quòd Ratio A C ad C B ſimilis ſit Rationi, quam haberet æqualis Vectis ſimilem habens poſitionem Potentiæ, Hypomochlij, & Ponderis. Verùm cur primi potiùs quàm ſecundi generis vectis dicatur Axis in Peritrochio, cùm æquè attollatur pondus P, ſi Radij extremitas D elevetur ſurſum, ac ſi extremitas Radij A deprimatur deorſum? Eſto facilior ſit depreſſio, quàm elevatio. Quid, ſi Axis ſtatueretur horizonti perpendicularis, tympanum autem horizonti parallelum, non ad attollendum, ſed ad trahendum pondus? Utique par eſſet trahendi facilitas, ſive impellatur D versùs H, ſive A versùs I: adeóque nulla eſſet ratio, cur primi potiùs quàm ſecundi generis Vectis diceretur: an utrique generi aſcribendus eſt?



Sed quid Axem ad Vectem revocare opus eſt? cùm eodem ex fonte ita utriuſque vires emanent, ut etiamſi Vectem extra omnem Naturæ facultatem poſitum, atque inter ἀδύνατα recenſendum eſſe fingeremus, adhuc Axi ſua permanerent momenta: Eſt nimirum, ſi ſecundum velocitatem comparentur, motûs potentiæ ad motum Ponderis Ratio major, quàm gravitatis ponderis ad virtutem potentiæ: dum enim funis ductarius ſemel cylindrum circumplectitur, potentia ſemel percurrit ſpatium æquale peripheriæ circuli ab extremo Radio deſcripti; cùm autem ſint peripheriæ circulorum in Ratione ſemidiametrorum, motus potentiæ A ad motum ponderis P eſt ut A C ad

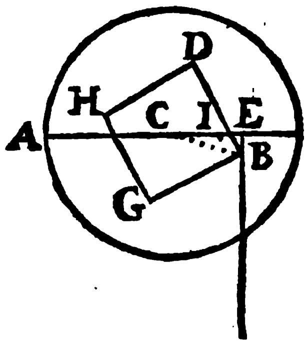
CB. Quare potentiæ Peritrochium verſantis conatus, ad conatum potentiæ ſine machinâ attollentis pondus P, erit in Ratione CB ad AC; quò enim minor ſecundùm velòcitatem eſt motus ponderis comparatus cum motu potentiæ, eo minor eſt ejuſdem reſiſtentia; minorem autem reſiſtentiam minor conatus ſuperat. Quæ ita ex dictis tùm lib.2.cap.5. tum lib.4.cap.1. clara ſunt, ut uberior explicatio ſupervacanea cenſenda ſit.

Hinc apparet, quid juvet ipſius rotæ adjunctæ magnitudo, aut infixarum ſcytalarum longitudo; quò enim fuerit major Potentiæ diſtantia à centro motûs, eò pariter major erit movendi facilitas. Quo circa ſi eidem Peritrochio placuerit duplicem applicare potentiam, atque ideò ſcytalas non exteriori abſidi tympani infigas, ſed potiùs extremam tympani oram ſcytalis ad ejus planum perpendicularibus transfigas; tunc ad augenda Potentiæ momenta nequicquam prodeſt ſcytalæ longitudo, ſed à foramine, cui illa infigitur, uſque ad centrum deſumenda eſt potentiæ diſtantia, quæ ut major fiat, tympani diameter augenda eſt. Id quod pariter dicendum eſt, quando manubrium (unicus ſcilicet paxillus tympani plano infixus) apponitur, quod moventis manu perpetuò in converſione retinetur; ejus enim diſtantia à centro perinde conſideratur, atque ſi potentia illi tympani parti fuiſſet proximè applicata, cui manubrium infigitur.

Cavendum tamen hìc videtur, ne quis majorem aliquam rotam ultrà manubrium excurrentem cylindro circumpoſitam conſiderans, quæ aliquando plus habere videtur momenti, quàm ſi rota non major eſſet, quàm ferat manubrij à centro diſtantia, exiſtimet non ex hac diſtantiâ computandum eſſe potentiæ manubrio applicatæ momentum. Obſervet, oportet, hoc non contingere in immanibus & coloſſicoteris ponderibus, immò neque in mediocribus movendis, ſed in iis tantummodo, quæ leviore negotio & velociter moveri poſſunt: Rota enim, cujus ſemidiameter major eſt, quàm manubrij à centro diſtantia, impreſſum à movente potentiâ impetum concipit, qui levem nactus reſiſtentiam non ſtatim perit, ſed aliquantiſper perſeverans motum rotæ unà cum novo potentiæ conatu efficit majorem, quàm pro ſolitariis potentiæ viribus: immò tanta fieri poteſt impetûs impreſſi acceſſio, ut poſt aliquod tempus, etiam

etiam dimiſſo à potentiâ manubrio, vi ejuſdem impreſſi impetûs adhuc ſe rota in gyrum contorqueat. Hinc eſt aliquando ejuſdem rotæ diametrorum extremitatibus addi plumbeas maſſas, quæ plus impetûs concipientes, atque diutiùs retinentes, rotæ converſionem validiùs promoveant, etiam ceſſante potentiâ. Sed hìc non unica eſt potentia, quæ manubrio applicatur, cujus momenta ex diſtantiâ manubrij à centro definimus; ſed præterea impetus ille perſeverans rationem habet alterius potentiæ applicatæ illis rotæ partibus, quibus ineſt; & pro variâ à centro diſtantiâ, alia pariter atque alia ſunt particularum ipſius impetûs impreſſi momenta ad rotam convertendam. Quoniam verò rotæ ſemidiameter ex hypotheſi major eſt, quàm manubrij à centro diſtantia, nil mirum, ſi particulæ impetûs extremæ rotæ impreſſi multum habeant momenti, quippe quæ magis diſtant, & velociorem motum efficiunt.

Quod verò ad cylindrum ſpectat, quem funis ductarius circumplicat, non eſt neceſſe illum eſſe exactè & Geometricè rotundum, ſed ſatis eſt ſi cylindricam figuram æmuletur: eatenus ſiquidem rotundum axem conſtruimus, quatenus eadem volumus in convolutione ſervari momenta: ſi verò angulatus eſſet axis, perpendiculum, in quo eſſet pondus, modò vicinum centro eſſet, modò ab eo remotum, ac propterea ejuſdem remoti majora eſſent momenta, quàm vicini. Sit enim ex. gr. quadratus Axis B D H G: utique perpendiculum, in quo eſt funis retinens pondus quod attollitur, variam habet à centro C diſtantiam; nam quando latus B D congruit funi perpendiculari, diſtantia à centro C æqualis eſt ſemiſſi lateris G B, & eſt C I; cum verò latus B D in converſione fit obliquum, diſtantia perpendiculi fit major, & eſt C E, ita ut demùm diſtantia maxima ſit æqualis ipſi C B; quæ iterum decreſcit, donec funis congruat lateri B G. Potentiæ autem à centro diſtantia eadem ſemper manet A C, ideòque momentorum potentiæ ad momenta ponderis Ratio ſubinde mutatur. Quòd ſi non quadra-



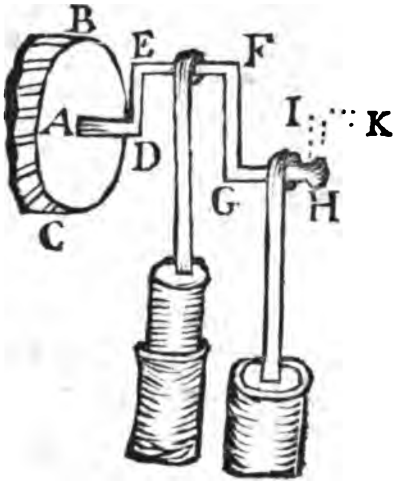
tus ſit Axis, ſed plurium angulorum, ita ut latera breviſſima ſint, ſicuti vix diſtat à rotunditate cylindri, ita vix momentorum diſparitatem infert.

Illud quidem animadverſione dignum eſt, quòd non temerè ſtatuenda ſit Axi craſſitudo, ſed adeò validus eſſe debet ac firmus, ut ponderis gravitati obſiſtere poſſit, quin flectatur, aut diſſiliat; ſi enim incurveſceret, augeretur movendi difficultas, quia nimirum in converſione majorem ambitum deſcriberet, quàm pro ejus ſoliditate. Sed neque idcircò præter modum craſſus Axis eligi debet, quia quò major ille eſt atque craſſior, eò major etiam eſt potentiæ moventis labor, niſi pariter majus illi addatur Peritrochium. Hinc fit contingere poſſe, ut in attollendo pondere augeatur labor potentiæ circa finem motûs; quia videlicet, ſi ductarij funis ſpiræ jam univerſam cylindri faciem circumplectantur, & ſequentes ſpiræ non cylindro cohæreant, ſed ſubjecto funi, jam intelligitur ſemidiameter axis aucta craſſitudine funis ſubjecti, ac proinde ſecundus hic ſpirarum ordo majorem funis longitudinem exigit, adeóque etiam infert majorem ponderis motum, quo tempore potentia motum non majorem perficit: quare diminutâ Ratione motûs potentiæ ad motum ponderis, minora fiunt illius momenta ad attollendum pondus.

Porrò non eſt omnino neceſſe, ut ad pondus attollendum Axis ſtatuatur in ſuperiore loco, ſed fieri poteſt, ut longè altiùs elevetur pondus ſupra locum Axis; ſi nimirum funis ductarius tranſeat per orbiculum ſuperiùs firmatum: Verùm ita firmiter ſtabilienda eſt machina, ut hæc à nimiâ ponderis gravitate non rapiatur ſurſum. Cæterùm cùm funis immediatè nectitur ponderi inferiùs poſito, ipſa ponderis gravitas ſtabilit machinam ſuis fulcris inſiſtentem ſolo. Hactenus quidem Axem rectum, prout magis communiter uſurpatur, ſtatuimus; pro opportunitate tamen adhiberi etiam poteſt curvatus. Quemadmodum ſi ex profluente aquam ſurſum antliâ propellere velimus, rotæ B C congruis pinnis inſtructæ, in quas aqua incurrens vim ſuam exerceat, additur craſſior ferreus ſtylus centro A infixus, curvatúſque ADEFGHIK (ſi IK ſit alter polus, cui machina incum-

bit,

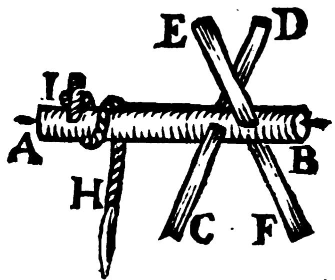
bit, nam ſi fulcrum ſit propè A inter A & D, ſufficit ſi in H terminetur) ita ut ipſi DE æqualis ſit particula HI, utriuſque autem dupla FG, atque inter EF & GH annulo inſeritur haſta adnexa embolo, ita ut dum alter embolus attollitur, alter deprimatur. Hic attendenda eſt Ratio ſemidiametri rotæ, ſeu diſtantiæ potentiæ à centro, ad DE, quæ eſt ſemidiameter cylindri, qui ex ejus convolutione gignitur; perinde atque ſi eſſet cylindrus, cujus tota diameter eſſet FG: atque ideo non ex ipſius ferrei ſtyli craſſitudine, ſed ex flexu æſtimanda eſt Axis ſemidiameter; eatenus quippe craſſior, aut exilis ferreus ſtylus eligitur, quatenus majore aut minore vi opus eſt in attollendo atque deprimendo embolo.



CAPUT II.

Succulæ & Ergatæ uſus conſideratur.

PEritrochij uſus quidem frequens eſt, ſed & ſæpiùs ſine rotâ idem præſtatur, vel addito Axi manubrio, vel Radiis Axi infixis; & machina Latinis *Succula* dicitur; parvulus autem paxillus, cui funis ductarij caput adnectitur, *Porculus* nominatur: Si tamen paxilli loco annulum cylindro adnectas, cui funis caput inſertum firmetur, perinde eſt. Hujuſmodi eſt cylindrus AB ſuis polis inſiſtens congruo pegmati, infixoſque habens Radios CD, EF; quibus manu arreptis cylindrus volvitur, & funis adnexus paxillo I circumducitur cylindro, atque connexum in H onus attollitur. Dupliciter autem



ſucculâ

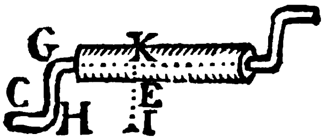
ſuccula uti licet, aut Radiis perpetuò infixis, aut qui cylindri foraminibus dum verſatur, ſubinde inſerantur: Si perpetuò infixi maneant, unus poteſt Axem convertere alio poſt alium Radio arrepto: at verò ſi idem Radius in aliud atque aliud foramen immittendus ſit, duo ſint, oportet, qui alternâ operâ ſuum Radium deprimentes Axem convolvant; alioquin, niſi artificio aliquo retineatur, dum ex uno foramine extrahitur Radius, ut in aliud immittatur, pondus ſuâ gravitate deorſum relaberetur. Licet tamen hanc duplicis potentiæ neceſſitatem utilitate aliâ compenſare; ubi enim duo ſint, quorum viciſſitudine circumagatur Axis immiſſitio hujuſmodi Radio, hic poteſt eſſe multo longior, quàm ſi eidem Axi infixus maneret; oporteret ſiquidem plures Radios perpetuò manentes infigere; id quod, ſi longiores eſſent, non careret incommodo. Quo autem longior Radius fuerit, eò pariter faciliùs potentia movebit, quippe quæ motum multò velociorem motu ponderis habebit, pro Ratione longitudinis Radij plus ſemidiametro cylindri, ad eandem cylindri ſemidiametrum.

Ad hoc fortaſſe genus revocari poſſunt Scytalæ oneribus promovendis ſubjectæ, de quibus dictum eſt lib. 2. cap. 9; cùm harum capitibus aptè perforatis immittuntur ferrei aut lignei vectes, quorum ope ſcytalæ ipſæ convertuntur, atque incumbens onus dum ad aliam atque aliam orbitæ partem accommodatur, promovetur. Quo enim longioribus vectibus utimur, potentia circa cylindri centrum multò velociùs movetur quàm impoſitum ſaxum, cujus motus æqualis eſt converſioni peripheriæ. Nam quod motus abſolutè ſumptus ſit aliquantulo major, quia centrum ipſum promovetur, nihil refert, quia motus hic & cylindro ſubjecto, & oneri, & Potentiæ communis eſt.

Præter Succulam Radiis infixis inſtructam, cujuſmodi ea eſt, quæ ad hauriendas è puteis aquas vulgò uſurpatur (quamquam ob radiorum brevitatem & ipſius Axis craſſitudinem non admodum potentiæ momenta augeantur) forma alia cæmentariis maximè familiaris eſt ad attollenda ſaxa, lateres, & calcem, duplici manubrio in oppoſitas partes diſpoſito, ut quædam conatuum conſtans ſimilitudo ſervetur, dum altero ſuum manubrium deprimente, ſuum alter elevat: cùm enim vi brachio-

rum

deorſum connitentium facilior contingat depreſſio, quàm elevatio, ſi manubriorum inflexio ad eandem partem collocaretur, uterque ſimul deprimendo faciliùs axem converteret, at uterque ſimul elevans aliquid amplius laboris ſubiret; alternis autem elevationibus atque depreſſionibus labor temperatur. Cæterum quod ad potentiæ momenta attinet, parum intereſt, quam poſitionem manubria habeant viciſſim comparata; ſpectatur videlicet ſingulorum longitudo & cujuſmodi motum potentia manubrio applicata deſcribat: Sic manubrij longitudo G H, hoc eſt potentiæ apprehendentis H O diſtantia perpendicularis ab axe cylindri, qui convolvitur, attendenda eſt, & cùm ipſius cylindri, ſemidiametro comparanda, ut Ratio motûs Potentiæ ad ponderis motum innoteſcat, ac proinde Potentiæ momentum definiatur.



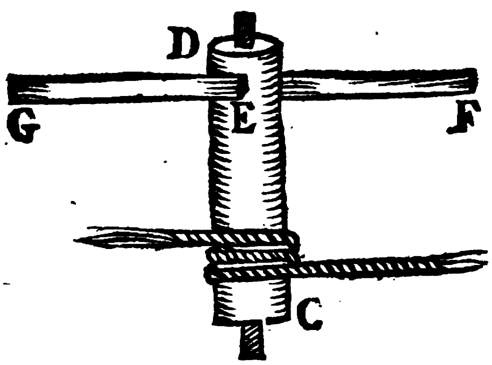
Hinc apparet pro ipſius G H longitudine ad cylindri axem productum perpendiculari augeri momenta potentiæ; perinde namque ſe habet, ac ſi infixus eſſet cylindro Radius K I ipſi G H æqualis; quia ut K I ad K E ſemidiametrum, ita G H ad K E, & ambitus à potentia in H deſcriptus ad ejuſdem cylindri ambitum. Quare non leviter allucinantur, qui manubrij longitudinem G H non rectam, ſed in hemicyclum curvatam volunt quaſi hinc plus aliquid momenti potentiæ conferretur; quamvis enim circuli ſemiperipheria ſit ſaltē diametri ſeſquialtera, potentiæ applicatæ motui non ſemiperipheria, ſed diameter legem ſtatuit: alioquin ſi ex ipſa manubrij inflexione momenta augerentur, ſatius eſſet non tantùm ſemiperipheriæ, ſed majori circuli ſegmento ſimile eſſe manubriū; id quod ſi experiri voluerint, tantum abeſt, ut movendi facilitatem acquirant, ut potiùs momenta minui ſentiant; nam in circulo maximam lineā eſſe diametrum, & quò majorū ſegmentorū arcus majores fiunt, minui ſubtenſas chordas, ex 15. lib. 3. nôrunt ipſi Elementarij.

Hac igitur manubrij longitudine perpenſâ, non ſolùm non eſt eorum æqualitas religiosè ſervanda, verùm author eſſem cæmentariis, ut manubriorum alterum paulò longius conſtituerent; cùm enim ut plurimum inæquales ſint operarum vi-

vires, ſi æqualia ſint manubria, qui infirmior eſt, plus ſubit laboris, quàm ferre poſſit: at ſi alterum paulo longius ſit, debiliorem illi applicari oportebit, ut minore incommodo præſcriptum opus perficiat. Quòd ſi contingat ab unico homine convertendam eſſe ſucculam, non erit contemnendum laboris compendium, ſi poſſit longiore manubrio uti.

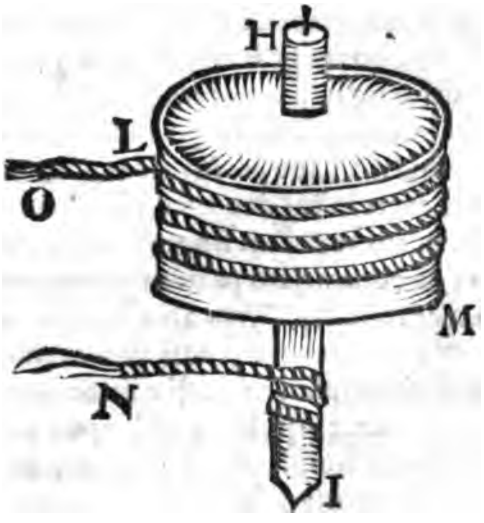
Quamvis autem nullus ſtatuatur finis converſioni, quia funis ductarius ſucculam non circumplectatur, eadem manet Ratio. Si enim axi polygono inſiſtens catena ſingulis palmaribus, aut majoribus intervallis adnexos globulos aut diſcos habeat tubo, per quem tranſeunt, congruentes, qui intra tubum aquam intercipiētes dum ex ſucculæ converſione attolluntur, aquam pariter elevant, ſecúmque rapiunt, perpetua fieri poteſt converſio; pondus autem, quod movetur, eſt aqua tubum implens. Ubi aliquorum imperitiam caſtigare oporteret, qui manubrij longitudinem (quæ ipſe non ſine inſcitiæ admiratione vidi, narro) minorem ſemidiametro axis, cui catena inſiſtit, conſtituunt, & operarum laborem fruſtra augent, dum minor eſt potentiæ motus, quàm ponderis. Quid enim paulo majorem longitudinem manubrio non tribuunt? minùs ſcilicet laborantes operæ concitatiùs axem volverent, & globuli celeriùs elevati minus aquæ elabi ſinerent.

Jam verò ad Ergatam, quæ modicum à ſucculâ differt, tranſeamus, cujus uſus potiſſimùm eſt in trahendis oneribus, quanquam illâ etiam, adhibitâ videlicet trochleâ, ad onera attollenda uti poſſimus, & frequenter utamur. Quemadmodum autem in ſucculæ poſitione eſt cylindrus ut plurimùm horizonti parallelus, ita in Ergatâ ſtatuitur horizonti perpendicularis. Cylindro enim DC ita firmato, ut vel circa extremos polos, vel in loculamento congruo converti poſſit, additur vectis GEF (aut etiam plures vectes eidem cylindro inſigguntur) cui applicata Potentia dum cylindrum circa ſuum axem verſat, funemque



nemque convolvit, adnexam ſarcinam adducit. Æſtimatur autem potentiæ momentum ex ejuſdem Potentiæ diſtantiâ ab axe cylindri, comparata cum ipſius cylindri ſemidiametro: quantus nimirum funis cylindrum circumplectitur, tantus eſt oneris adducti motus, qui ad potentiæ motum eam habet Rationem, quæ inter cylindri ambitum circularem, & peripheriam Radio EF, aut EG, deſcriptam intercedit. Cum verò hujuſmodi vecti EF tanta tribui poſſit longitudo, quantam ferre poſſit ſpatium; in quo Potentia movetur, patet longiore vecte momentum potentiæ pro arbitratu augeri poſſe. Verum quidem eſt plures potentias eidem vecti EE applicatas inæqualia habere momenta pro Ratione inæqualium diſtantiarum ab axe cylindri.

Sed illud maximè commodum accidit in Ergatâ, quod hìc jumentorum ope hominum laborem minuere licet, dum illa extremo vecti alligata, & in gyrum acta cylindrum convolvunt; à quibus tamen ſubſidium petere in ſucculæ convolutione non poſſumus; niſi fortè cylindrum horizontalem Verticali peritrochio inſeramus, & extremam craſſioris peritrochij orbitam funis circumplectatur; qui dum jumento trahente evolvitur, cogat cylindrum converti, funémque, cui ſarcina adnectitur, circa cylindri orbitam convolutum attollere pondus. Id quod etiam præſtare valemus, ſi trahendum ſit onnus, neque in locum inducere liceat jumentum: nam perpendiculari cylindro HI peritrochium, ſeu tympanum LM horizonti parallelum circumponitur, & pluribus ſpiris tympano circumducitur funis, quem in O jumentum trahens quamvis procul poſitum explicat, atque cylindrum convertit, ac propterea onus in N adnexum adducit.



Porrò in funis ductarij circumvolutione circa ſucculæ aut Ergatæ cylindrum obſervandum eſt, non eſſe neceſſe totum funem circumvolvi, illique adnecti; nimis enim multus aliquando eſſet, & non leve afferret incommodum; ut ſatis conſtat, cùm ſolvendæ ſunt anchoræ, ſi craſſum illum rudentem totum cylindro circumduci opus eſſet, ut anchora è maris fundo extrahatur. Satis igitur eſt, ſi funis duplici aut triplici ſpirâ cylindrum circumplectatur, quando ingentia pondera movenda ſunt; hæc ſiquidem valdè reſiſtunt, & ita funis circa ipſum cylindrum conſtringitur, ut illum validè premat, nec facilè poſſit excurrere, maximè ſi cylindrus non fuerit exquiſitè tornatus; nimius ſcilicet partium ſe ſe mutuo contingentium affrictus, qui cum cylindri ſuperficie fieri deberet, perinde reſiſtit, atque ſi funis paxillo aut annulo eſſet idem cylindro adnexus. Quare ſatis fuerit, ſi puer funem in converſione explicatum colligat.

Ex dictis tùm hoc, tùm ſuperiori capite, ſatis conſtat, quænam longitudo ſtatuenda ſit Radio, cui potentia data applicanda eſt, ſi pariter cylindri ſemidiameter, & oneris gravitas detur. Nam ſi fiat ut data Potentia ad datam ponderis gravitatem, ita data cylindri ſemidiameter ad quæſitam Radij longitudinem, habetur longitudo ſufficiens ad ſuſtinendum pondus in aëre ſuſpenſum. Quare pro arbitratu augeatur longitudo Radij, &, cùm facta jam ſit major Ratio motûs potentiæ ad motum ponderis, quàm ſit Ratio gravitatis ponderis ad virtutem potentiæ ſuſtinentis, illa poterit propoſitum pondus movere. Sic quoniam in navibus ad proram jacet horizonti parallelus verſatilis cylindrus (aut potiùs hexagonum ſeu octogonum priſma) cujus extremitas decreſcentibus crenis denticulata incumbentem ligneam regulam ſingulis ſubinde crenis excipit, ne ponderis vi in contrariam partem retroagi valeat, & cylindro circumducitur rudens (*Piſma* ab aliquibus dicitur) ex quo anchora pendet; nec habere poteſt plures Radios perpetuò adnexos, quos videlicet ſpatij anguſtiæ ferre non poſſent, ideò foramina quædam habet, quibus, ubi opus fuerit, inſeruntur vectes. Ut vectium longitudo ſtatuatur, anchoræ gravitas cum adjecto ligneo tranſverſario conſideranda eſt, quæ eſt ferè ſub trecentupla gravitatis navis vacuæ, ut conſtat ex iis, quæ lib.4.cap.17. innuimus.

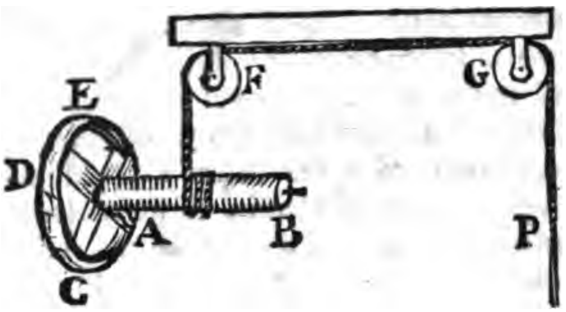
innuimus. Navis autem capacitas (hoc eſt pondus, quod navis geſtare valet, & æquale eſt gravitati navis in aëre) vel per dolia, ſeu amphoras aquæ, quam ſine incommodo ferre poteſt, numeratur, ut ſolent Galli & Angli ſingulis doliis navalibus libras bis mille tribuentes, vel per pondera, quæ Hollandis atque Germanis *Laſt* dicuntur, ſingula librarum ſaltem quatuor millibus definita (nam *Laſt* Hamburgi continet libras 4554, Amſtelodami, ſi ſit triticum habet lib. 4800, ſin autem ſiligo lib. 4200, Stevinus verò lib. 3. ſtaticæ pop. 10. ſingulos modios definit lib. 360) & ſingulis libris unciæ ſexdecim, ſeu *Lotones* 32, hoc eſt ſemunciæ tribuendæ ſunt. Quare data navis capacitas ex. gr. doliorum 400, multiplicetur per lib. 2000; & ſunt. lib. 800000, quarum pars trecenteſima lib. *2666* eſt ferè pondus anchoræ cum ligneo tranſverſario. Poſſunt autem non plures applicari vectes quàm quatuor, ideóque ſinguli quartam ponderis partem elevare debent, hoc eſt lib. *666*. Si fuerit igitur cylindri ſemidiameter $\frac{1}{4}$ pedis, & vis potentiæ (quia ipſa corporis gravitas vectem premit) ſit elevandi lib. 100, fiat ut 100 ad *666*, ita $\frac{1}{4}$ pedis ad pedes ferè quinque; & hæc erit quæſita longitudo Radij, cui potentia applicanda eſt.

CAPUT III.

Tympani à calcante circumacti vires expenduntur.

TYmpana, quæ Græcis *γερανοι*, Latinis retentâ vocabuli interpretatione *Grues* dicuntur, hoc differunt à Succulâ, quòd ab hominibus non brachiorum contentione, ſed corporis calcantis gravitate moventur. Horum autem frequentiſſimus eſt uſus tum in Hollandiâ tùm in Germaniâ juxta fluvios navigabiles, ut ingentia pondera è navibus extrahant, & in ripâ deponant: quamquam & ad alios uſus fa-

cilè traduci poſſint, ſi apto loco collocentur. Cylindro AB verſatili, & horizonti parallelo; ac ritè firmato, ampliorem rotæ peripheriam CDE circumponimus ex latioribus aſſeribus compactam, ut unus ſaltem homo ingredi valeat; qui dum ex C in D

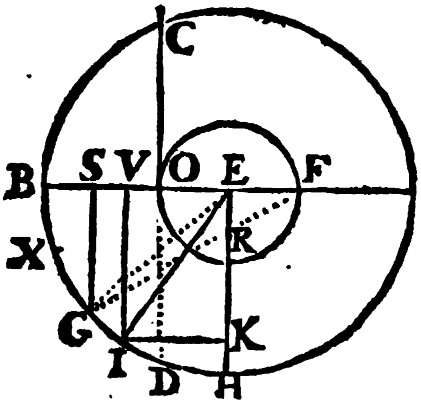


aſcendere conatur, ſua gravitate deprimens tympanum, cylindrum pariter convertit, ductariúmque funem convolvit, qui per orbiculos F & G ſuperiori trabi exporrectæ connexos tranſiens, cum onere in P connectitur, atque adeò ex Cylindri converſione attollitur pondus, etiamſi à machinâ ipſa abſit, quantum trabs exporrigitur. Si placuerit eidem cylindro duplex tympanum, aut unicum valdè amplum apponere, licebit, ut plurium hominum operâ in elevando onere uti poſſimus.

Machinæ hujus vires eò majores eſſe, quò major eſt ſemidiametri rotæ ad cylindri ſemidiametrum Ratio, ſatis manifeſtum eſt ex iis, quæ ſæpiſſimè dicta ſunt; major eſt enim potentiæ motus, quò amplior eſt rota. Cavendum tamen ne, quemadmodum in ſucculâ atque Ergatâ, ita etiam hìc omnino ex ipſa ſemidiametrorum rotæ & Cylindri Ratione definiantur potentiæ momenta: hìc ſcilicet potentia tympanum movens eſt inſita homini gravitas deorſum connitens; in ſucculâ autem atque in Ergatâ potentia movens eſt impulſus ab animali facultate impreſſus, ac in gyrum directis. Quapropter in ſucculâ, atque in Ergatâ cùm eadem ſit potentiæ directio ſimiliter applicatæ in quocumque ſitu, eadem manent in converſione potentiæ momenta: at hominis tympanum calcantis non eædem ſemper ſunt vires, ſed quo magis aſcendit versùs D, augentur ejus momenta; quia videlicet perinde eſt, atque ſi à centro ad punctum orbitæ, in quo eſt gravitas calcans, ducta eſſet linea; ibi enim momentum deſcendendi eſt ut Sinus declinationis à perpendiculo, juxta dicta lib. 1. cap. 15.

Sit

Sit enim rotæ C H G ſemidiameter E B, cylindri verò ſemidiameter E O. Si homo tympanum ingreſſus conſiſtat in infimo loco H, in quem ſcilicet cadit perpendiculum E H, utique machinam non movet, à qua ipſe ſuſtinetur: Similiter ſi funis O C per ſuperioris trabis orbiculos tranſiens fuerit intentus, etiamſi ex H aſcendat in D, in quod punctum cadit recta C O cylindrum tangens,



non movetur pondus, quod ex hypotheſi excedit gravitatem hominis tympanum calcantis: quia nimirum in D homo ratione poſitionis non habet deſcendendi momenta majora, quàm ſit ſemidiameter O E, quæ pariter ſunt momenta oneris funi O C adnexi: Cùm autem ratione poſitionis momenta ponderis atque potentiæ æqualia ſint, ſed ratione gravitatis potentia infirmior ſit ex hypotheſi quàm pondus, illa utique elevare pondus non valebit. Procedet igitur aſcendendo ex. gr. uſque ad I, ubi obtinebit momenta ut V E (hoc eſt I K ſinus anguli declinationis I E H) ad momenta oneris ut O E, adeò ut quæ Ratio eſt V E ad O E, eadem ſit Ratio gravitatis oneris ad gravitatem hominis; ac proinde aſcendentis ex I in G momenta augebuntur, & in G erunt ut S E. Cùm ergo S E ad O E Ratio major ſit quàm V E ad O E, hoc eſt gravitatis oneris ad gravitatem hominis, jam prævalet potentia, & tympanum convertitur, deſcenditque illius punctum G in locum, ubi erat punctum I, in quo fit conſiſtentia & quoddam æquilibrium ſuſtentando pondus, quod ut porrò moveatur, pergendum eſt in percurrendâ tympani orbitâ. Numquam igitur ratione poſitionis potentiæ momentum eſt ut ſemidiameter rotæ, niſi homo ita aſcenderet, ut ejus centrum gravitatis reſponderet puncto B; ex momento enim, quod potentia obtineret in B, demendum eſt, quantum ab ipſo centro retrahitur: in G autem

autem retrahitur juxta menſuram BS, & in I juxta menſuram BV, ac propterea ibi momentum remanet ut SE, hìc ut VE. Perinde autem ſe habere momentum in G ad pondus, atque ſi eſſet libra curva GEF, & ab alterâ extremitate F diametri cylindri, duceretur recta FG ſecans in R perpendicularem EH, manifeſtum eſt, quia ex 2. lib. 6. ut SE ad EF, hoc eſt OE, ita GR ad RF. Quòd ſi tympani orbitam limbus hinc & hinc ambiat, cui teretes paxilli inſerti veluti gradus ſcalas conſtituant, quibus homo non ſolùm inſiſtat pedibus, ſed quos etiam manibus apprehendat; obſervare oportet, pedibuſne tantum premat ſubjectum tympanum, an ex manibus quaſi ſuſpenſus pendeat. Nam ſi in eodem perpendiculo non ſint paxillus, cui inſiſtit, & is ex quo dependet, valde diſparia ſunt momenta. Si verò non planè rectum ſit corpus, ſed quaſi procumbens inclinetur, tunc potentiæ locus definitur à perpendiculo tranſeunte per centrum gravitatis ipſius hominis. Id quod dicendum pariter, quando tympano includitur canis (nam & à cane ingens tympanum verſari vidi, quo in Solarium attollebatur non mediocris ciſta linteis recens ablutis plena) cujus gravitatis centrum ſpectandum eſt, ejúſque diſtantia à perpendiculo tranſeunte per tympani centrum.

Hinc ſi ex navi aliæ atque aliæ ſarcinæ hac machinâ extrahantur, is qui tympanum verſat, etiamſi omnino non videat onus extra machinæ domunculam poſitum, facilè pronuntiabit majorne? an minor ſit ſecundæ ſarcinæ gravitas comparata cum priore: quò enim magis aſcendere cogitur in tympano, eò major eſt oneris gravitas; quærenda nimirum ſunt momenta majora ex poſitione, ut majore intervallo abſit à perpendiculo EH tranſeunte per E centrum. Simili ratione, ſi inter duos homines quæſtio oriatur uter illorum gravior ſit, facilè litem dirimes, ſi alter poſt alterum ingrediatur tympanum, ut idem onus attollat; qui enim magis aſcendere cogitur, minus habet gravitatis, ideóque majora momenta quærit ex poſitione. Quanta autem ſit oneris gravitas, dignoſcetur ex artificio ſtatim indicando. Unum hìc quaſi per anticipationem addendum, quod ad funem ductarium ſpectat; præſtat ſcilicet ejus extremitatem unco extremæ trabi infixo adnecti, & per orbiculum cum onere conjunctum tranſire, atque hinc per orbiculos G & F ad cylindrum deduci: hac

enim

enim ratione attollendi facilitas geminatur, ut clariùs patebit ex iis, quæ ſequenti libro de Trochleâ dicentur.

Ut igitur innoteſcat, quanta ſit proximè oneris gravitas obſervandus eſt in tympano locus, ubi homo illud calcans facit cum pondere æquilibrium: quando ſcilicet eò venerit, ut paulò altiùs aſcendens incipiat attollere pondus. Quoniam verò hujuſmodi pondera ea ſunt, ut in iis exiguæ differentiæ contemnantur, exquiſita quædam accuratio omnino ſupervacanea eſſet, ſi ſingulas, aut pauculas libras ad calculos revocandas eſſe cenſeremus, cum ſæpè non niſi per centenas libras eorum gravitas definiatur. Primùm ex centro E in ipsâ limbi craſſitudine deſcribatur circuli peripheria B C H: id quod facilè fiet funiculo extento, & axem F R O complectente; quo funiculo circumducto ſtylus in extremitate colligatus deſcribet peripheriã.

Deinde ſi nota non ſit accurata ſemidiametri menſura, quæ peripheriæ ſextantem accipiat, punctum unum, quod placuerit, ſtatue, ex quo peripheriam in partes aliquotas (quaſcumque tandem opportunitas dederit) dividere incipias: nam per numerum partium diviſis gradibus 360, ſtatim patebit, quot gradus ſingulæ partes contineant, quas aliquotas aſſumpſiſti. Partem igitur unam in gradus ſibi congruentes tribue; eorum enim menſura in conſequentem arcum tranſlata, quoties oportuerit, demùm integrum Quadrantem in gradus 90 diviſum dabit. Ponamus commodam accidiſſe diviſionem peripheriæ in partes 15: diviſis gr. 360 per 15, quotiens 24 indicat numerum graduum parti decimæ quintæ tribuendorum. Quare partem unam bifariam divide, & intervallum gr. 12 inter punctum diviſionis & aſſumptum punctum, ex quo diviſio incipit, iterum divide bifariam, ut parti uni cedant gradus 6: his iterum bifariam diviſis, habetur partis aliquotæ primò aſſumptæ pars octava gr. 3. hanc in tres æquales partes diſtribue, & ſingulorum graduum menſura manifeſta eſt. Acceptis itaque tribus partibus decimis quintis addantur gradus 18, & habebitur integer peripheriæ Quadrans in gradus 90 diſtributus, qui adeò notabiles erunt, ut etiam gradûs partes, cujuſmodi eſt ſemiſſis, triens, & quadrans ſatis clarè dignoſci queant.

Tertiò. Quia non arcus H G, ſed ſemidiametri pars E S conſideratur, ut dictum eſt, concipe ſemidiametrum E B in partes

aliquotas diſtributam, primùm in duas, deinde in tres, in quatuor, & deinceps, prout opportunum accidet, ita tamen, ut non venias ad partem aliquotam minorem ſemidiametro Axis: Id quod deprehendes, ſi aſſumptam chordam ſubtenſam gradibus 60, in illud genus partium aliquotarum, de quo dubitas, diviſeris, & in ſemidiametro B E incipiendo ab extremitate B illas acceperis; ſi enim poſtrema pars aliquota reſidua major ſit ſemidiametro Axis, aut illi æqualis, non eſt juſto minor. Igitur ex Canone Sinuum exquire arcum ſingulis partibus, incipiendo à centro tympani, congruentem, & in peripheriâ deſcriptâ atque in gradus diſtributa arcum inventum ex Canone deſigna notâ partis aliquotæ $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ &c. ut ſtatim appareat, quo loco intelligatur poſita potentia ſive in ſemiſſe, ſive in triente, ſive in quadrante ſemidiametri, ſive in ejuſdem beſſe aut dodrante &c. Factâ ſiquidem comparatione inter diſtantiam potentiæ à centro, & Axis ſemidiametrum, innoteſcet Ratio ponderis ad potentiam in tympano calcantem. Ponamus itaque tympani ſemidiametrum diſtinctam in partes 10, ita ut Axis ſemidiameter E O ad E B ſit ut 1 ad 10: poſſunt commodè omnes partes intra decimas reperiri, pro ut in adjectâ tabellâ oculis ſubjicio, in qua licèt minuta ſecunda exprimantur, ut innoteſcat etiam alios in uſus, quibus Sinubus quinam arcus reſpondeant: in præſenti

	Partes Radij	Gr. I. II.		Partes Radij	Gr. I. II.		Partes Radij	Gr. I. II.
$\frac{1}{2}$	50000	30. 0. 0	$\frac{1}{7}$	14285	8.12.46	$\frac{2}{9}$	22222	12.50.22
$\frac{1}{3}$	33333	19.28.16	$\frac{2}{7}$	28571	16.36. 6	$\frac{4}{9}$	44444	26.23.15
$\frac{2}{3}$	66666	41.48.36	$\frac{3}{7}$	42857	25.22.40	$\frac{5}{9}$	55555	33.44.55
$\frac{1}{4}$	25000	14.28.40	$\frac{4}{7}$	57143	34.51. 0	$\frac{7}{9}$	77777	51. 3.26
$\frac{3}{4}$	75000	48.35.26	$\frac{5}{7}$	71428	45.35. 0	$\frac{8}{9}$	88888	62.44. 0
$\frac{1}{5}$	20000	11.32.14	$\frac{6}{7}$	85714	58.59.50	$\frac{1}{10}$	10000	5.44.22
$\frac{2}{5}$	40000	23.34.40	$\frac{1}{8}$	12500	7.10.50	$\frac{3}{10}$	30000	17.27.28
$\frac{3}{5}$	60000	36.52.10	$\frac{3}{8}$	37500	22. 1.30	$\frac{7}{10}$	70000	44.25.40
$\frac{4}{5}$	80000	53. 7.50	$\frac{5}{8}$	62500	38.41. 0	$\frac{9}{10}$	90000	64. 9.30
$\frac{1}{6}$	16666	9.35.38	$\frac{7}{8}$	87500	61. 2.40	1	100000	90. 0. 0
$\frac{5}{6}$	83330	56.26.20	$\frac{1}{9}$	11111	6.22.46			

tamen

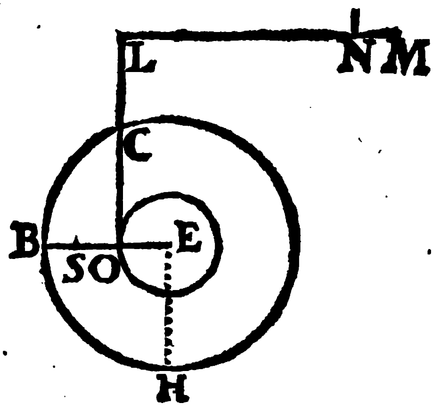
tamen opere prorſus inutilis accideret tam exquiſita accuratio: ſatis quippe eſt circiter illum gradum ejúſque minuta prima rotam appingere, indicem partis, vel partium ſemidiametri tympani.

Quartò. Funiculum Axi inſiſtentem, & facilè excurrentem ita diſpone, ut plumbeus globus in ejus extremitate pendulus intendat funiculum ipſum, qui in tympani limbo deſignet punctum, per quod tranſit linea perpendicularis ab Axis centro in horizontem deſcendens. Tum ab hoc puncto uſque ad punctum, ubi ſit æquilibrium, ſumatur intervallum, atque transferatur in Quadrantem gradibus diſtinctum: Nam punctum, in quod ab initio Quadrantis cadit altera obſervati intervalli extremitas, indicabit notâ in limbo prænotatâ, quotâ ſemidiametri parte diſtet à tympani centro gravitas calcans ipſum tympanum, ex. gr. $\frac{3}{5}$ aut $\frac{4}{7}$. Cum igitur jam innotuerit Ratio ſemidiametri Axis ad ſemidiametrum tympani, ſcilicet ex hypotheſi $\frac{1}{10}$, fiat ut fractio index Rationis ſemidiametrorum, ad fractionem in limbo notatam, ita gravitas calcantis tympanum ad gravitatem ponderis, cum quo facit æquilibrium, videlicet ut $\frac{1}{10}$ ad $\frac{3}{5}$, ita gravitas hominis, puta lib. 250, ad gravitatem oneris lib. 1500. Hinc patet in puncto D, per quod tranſit linea OD tangens Axem & parallela perpendiculari EH ex centro demiſſæ, æquilibrium eſſe inter gravitates omnino æquales, ac proinde minimum pondus eſſe æquale gravitati hominis calcantis: Nam ſi inter H & D fieret æquilibrium, pondus levius eſſet quàm homo, & communi ſtaterâ facilè potes aſſequi illius gravitatem. Maximum autem pondus eſt illud, quod indicat ſemidiameter tympani ad ſemidiametrum Axis, homine nimirum ſuæ gravitatis vires exercente in B, ac propterea gravitas ponderis ad gravitatem hominis in B eſſet ex. gr. in Ratione decuplâ.

Illud tamen hìc perpende, quòd, ſi homo calcans in B, aut indè pendens, non volvit Axem, atque adeò non attollit pondus adnexum, non conſtat, an ſit æquilibrium, idem enim accideret etiam, ſi pondus eſſet multò majus; ac proinde neque conſtat de ejuſdem ponderis gravitate niſi hoc, quod ſit ut minimum decupla gravitatis hominis; quia nimirum nunquam il-

lud movebit; nam aſcendens homo ex B verſus C minora ſemper obtinet momenta, quàm in B. Hoc autem ubi contigerit, & velis exploratam habere oneris gravitatem, aſſume pondus aliquod notæ gravitatis, quod adnectere valeas oræ tympani aut in B, aut eo loco, ut deinde homo calcans infra B, attollat pondus: ubi enim demum fiat æquilibrium, duplex inſtitue ratiocinium, alterum quidem ratione hominis, alterum verò ratione gravitatis additæ: inventi ſiquidem termini ſimul additi indicabunt quæſitam oneris gravitatem. Sic ſi aſſumptum pondus ſit lib. 36, & homo calcans ſit lib. 250, fiat autem æquilibrium homine exiſtente in X, pondere verò in G; ſumptis intervallis XH & GH, atque tranſlatis in Quadrantem inveniatur pro homine $\frac{9}{10}$, & pro pondere $\frac{4}{5}$. Fiat primò ut $\frac{1}{10}$ ad $\frac{9}{10}$, ita lib. 250 ad lib. 2250: deinde ut $\frac{1}{10}$ ad $\frac{4}{5}$, ita lib. 36 ad lib. 288: igitur ſumma lib. 2538 indicat ponderis gravitatem. Quòd ſi funis ductarij extremitas ſit adnexa extremæ trabi, ut indicatum eſt, atque tranſeat per orbiculum ponderi conjunctum, inventus numerus lib. 2538 duplicandus eſt & ſunt lib. 5076.

Ex his fortaſſe alicui placeat ſtateræ LM vires augere addito tympano hujuſmodi EB ut ſupra prænotato. Nam firmatâ in ſuperiore loco ſtaterâ LM, cujus anſa ſit in N, primùm obſervetur, quantum ponderis requiratur in M, ut fiat æquilibrium cum ſolo brachio NL; hæc enim gravitas ſemper addenda erit gravitati, quæ invenietur ex ratiocinatione, qua componuntur Rationes ſtateræ & tympani. Deinde in tympani limbo notetur punctum C,



cui congruit funis OL, quando ſtatera eſt horizonti parallela; ut hinc dignoſcatur, quo in loco tympani, dum convertitur, contingat æquilibrium. Demum cùm nota ſit Ratio MN ad NL, componatur cum Ratione ſemidiametri Axis ad partem

ſemidia

ſemidiametri tympani, ex. gr. E O ad E S; & habetur Ratio gravitatis hominis tympanum calcantis ad gravitatem oneris, quod in M expenditur. Sit E O ad E S ut $\frac{1}{10}$ ad $\frac{4}{5}$, & M N ad N L ut 2 ad 25; Ratio compoſita eſt ut $\frac{1}{5}$ ad 20, hoc eſt ut 1 ad 100. Igitur pondus in M expenſum eſt, ut minimum, centuplum gravitatis hominis; nam addenda præterea eſt gravitas reſpondens gravitati brachij L N longioris ipſius ſtateræ.

Si verò neque tympano, quod ab homine intùs calcante premitur, neque adeò incerto ſacomate, cujuſmodi eſt varia hominum gravitas, uti volueris, aut potius non ingentes ſarcinas, ſed onera mediocria expendere placuerit, paretur C B H diſcus ligneus parvulum axem habens ad centrum E, & in eo deſcripta ſit peripheria circuli C B H, atque adnotatum punctum C, per quod funiculus O L tranſit, quando ſtateræ jugum L M eſt horizonti parallelum. Tum converſo diſco ita, ut L O tranſeat per C, dimiſſo perpendiculo inſiſtente Axi, notetur in peripheria punctum H, per quod tranſit perpendicularis à centro E. Deinde ex H versùs B aſcendendo accipiantur gradus juxta ſuperiorem tabellam, affixis notis indicibus partium, ſimiliter ac de tympano dictum eſt. Demum ſacoma certæ gravitatis, puta unius aut alterius libræ, ita diſponatur, ut per diſci ambitum ex H versùs B excurrere poſſit, & cochleâ firmari, ubi æquilibrium contigerit: Aut potiùs ſingulis Quadrantis gradibus, aut ſaltem punctis partium notatis, claviculos infige, qui inſeri poſſint annulo ſacomatis. Nota enim Ratio ſemidiametri axis E O ad diſci ſemidiametrum E B indicabit, quid faciendum ſit juxta dicta, ut gravitas ponderis in M ſuſpenſi innoteſcat. At ſi volueris Quadrantem H B in ſuos 90 gradus diſtribuere, & uti Canone Sinuum, priùs innoteſcat Ratio ſemidiametri axis ad Radium in partibus Radij: deinde fiat ut partes Radij axi congruentes, ad Sinum Rectum graduum, ubi fit æquilibrium, ita Sacoma appenſum ad gravitatem ponderis, quod expenditur.

CAPUT IV.

An Axis in Peritrochio inveniatur etiam ſine tractione.

HActenus ductarij funis converſionem circa Axem convolutum conſideravimus, ex quo oritur ponderis fune connexi tractio: ſed numquid non etiam ad hoc genus machinæ aliquæ revocari poſſunt, quibus non quidem trahitur pondus, ſed aliqua reſiſtentia ſuperatur?

Occurrit autem primo loco antiquus ſervorum metus Piſtrinum, in quod detruſi frumentum tundere cogebantur molâ verſatili, ſive in noſtrarum Moletrinarum ſpeciem ac ſimilitudinem metam congruo Catillo impoſitam manu truderent, ac circumagerent, ſive ingentem lapideum diſcum perpendiculari cylindro coagmentatum verſarent aſellorum vicarij laborioſo muneri ſuccedentes, cum Vectis cylindro ad angulos rectos infixi extremitatem aut traherent, aut propellerent: Cujuſmodi machinæ genere nos quoque utimur in frendendis leguminibus, & in contundendis ſeminibus, ex quibus demùm oleum prælo exprimitur. Et hìc quidem non ipſius molaris lapidis gravitatem movendam attendimus, quippe qui ipſius machinæ pars eſt; ſed potiſſimum corporis à molâ compreſſi reſiſtentia conſideranda eſt, quæ nimirum vincenda proponitur. Oritur autem hæc reſiſtentia ex corporis obterendi aut contundendi duritiæ, in quod incurrit ſcabra molæ circumactæ ſuperficies; cum verò illud incumbenti lapidi ſe ſubducere non poſſit, à lapidis gravitate & potentiæ impetu cogitur diſſilire in partes. Quia igitur potentiæ cum machinâ connexæ motum impedit illa granorum aut nucleorum frangendorum durities, comparanda eſt diſtantia potentiæ moventis à centro motûs, cum diſtantiâ corporis comminuendi; & quò major eſt hujuſmodi intervallorum Ratio, majora pariter ſunt potentiæ momenta.

Hinc vides, cur in truſatili mola (quam mediocrem eſſe oportet,

oportet, ne nimio labore frangatur molitor in immani ſaxo verſando, catillus quidem planus eſt, meta verò, quâ catillum reſpicit, non omnino ſubjecto plano congruit, ſed cavam obtuſiſſimi coni ſuperficiem æmulatur: ut ſcilicet integra grana per medium foramen immiſſa inter utrumque lapidem intercipiantur non procul à centro, à quo potentia abeſt, comminuta autem peripheriam versùs accedant ad anguſtiora ſpatia, quò magis obterantur: cùm enim integra grana magis fractioni obſiſtant, quàm comminuta, integris frangendis majora debentur potentiæ momenta, comminutis in minuſculas particulas redigendis minores vires ſufficiunt. In molâ autem Aſinariâ ubi lapideus diſcus in plano Verticali conſtitutus ſubjectum catillum modicè excavatum vix extremo ambitu contingit, eadem ferè eſt ſemper diſtantia à centro motûs, niſi quatenus ipſius molæ craſſitudo partem aliam centro motûs propiorem, aliam remotiorem habet: porrò grana illa, quæ lapidum contactui, vel quaſi contactui, propiora ſunt, validiùs teruntur, quàm quæ magis ab eodem contactu recedunt: ſed hoc nihil ad præſentem diſputationem attinet, niſi quatenus lapidis partes remotiores ſubjecta grana agitantes, atque tundentes craſſiùs, majorem Rationem ad potentiæ motum habent in ſuâ convolutione, quàm partes ejuſdem minùs à centro remotæ.

Haud diſſimili ratione, ſi ex chalybe ellipticum ſphæroides obliquis ſtriis modicè aſperum, quaſi in limæ ſpeciem, congruo loculamento interiùs pariter aſperato includatur, ita tamen, ut ſpatium, quo ſphæroides à loculamento diſtat, paulatim à latitudine in anguſtias ſe ſe contrahat; axi verò ſphæroidis ſuperiùs producto addatur manubrium, quo arrepto converti poſſit in gyrum; grana piperis, aut ſimilia ſuperiùs immiſſa leviſſimo negotio comminuentur: quorum ſcilicet durities ſi cum potentiæ viribus conferatur, reſiſtentiam habet maximam pro Ratione ſemidiametri tranſverſæ Ellipſis ad manubrij longitudinem: initio autem, quia grana minùs ab axe diſtant, minùs reſiſtunt, ſi cætera fuerint paria, hoc eſt, ſi modicè comminutorum durities, integrorum duritiei omnino reſpondeat; nam minor diſtantia à centro motûs minorem habet Rationem, quàm diſtantia major ad eandem manubrij longitudinem.

Par

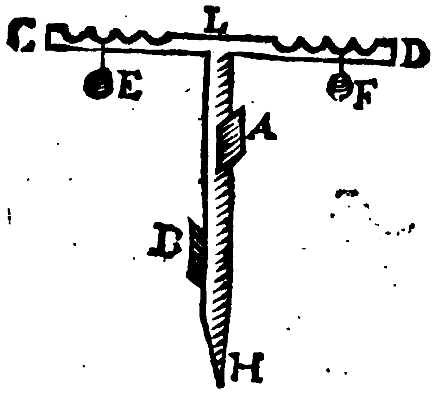
Par erit philoſophandi ratio, ſi tympanis non idem centrum habentibus incluſa aqua ex interioris tympani converſione ad anguſtias redigatur, atque compreſſa exprimatur ex tubo; cujuſmodi fortaſſe fuit veterum Hydracontiſterium; de cujus formâ non eſt hìc diſputandi locus; nam manubrij à potentiâ commoti longitudo comparanda eſt cum diſtantiâ peripheriæ tympani aquam comprimentis à centro, circa quod perficitur motus, ut momentorum Ratio perſpecta ſit; aqua ſcilicet dum impellitur, atque exprimitur, reſiſtit.

Ad hæc porrò inverſus quidam Axis in peritrochio uſus conſiderandus eſt, quando videlicet potentia non peritrochio, ſed ipſi Axi, applicatur; id quod tunc potiſſimum contingit, cùm potentia viribus abundat, motui autem, qui efficiendus eſt, non admodum reſiſtit corpus, quod vel modicè impellendum eſt, vel in orbem circumducendum. Certum quippe eſt potentiam Axi applicatam tardiùs multò moveri, quàm peritrochij peripheriam, pro Ratione ſemidiametrorum Axis & Peritrochij, ac proinde licèt impetus amplioris peripheriæ partibus impreſſus imbecillior quodammodo ſit, ut pote diſtractus, ſatis tamen eſſe ad vincendam levem reſiſtentiam. Hinc quoniam ferrum cotis tritu extenuatur, eóque faciliùs, quò celeriùs cos movetur, qui reſtituunt obtuſas cultorum aut novacularum acies, lapidem ex cotariâ eductum in diſcum rotundant, ut circa axem centro infixum verſatilis circumagi poſſit. Quamvis autem non rarò eidem axi cohæreat manubrium, quo circumducto rotatur lapis, ut tamen minori labore adhuc etiam velociùs rotetur, ſapienter inſtituerunt amplioris rotæ abſidi excavatæ funem inſiſtere, qui rotulam eumdem cum lapide axem habentem circumplectatur, ut minor hæc rotula amplioris rotæ ductum ſequens ſecum pariter rapiat cotem; cujus peripheria, cùm adnexam rotulam valdè excedat, velociùs quoquè movetur. Quantùm verò motus hic, celeritate ſuâ, potentiæ motum ſuperet, facilè conſtabit, ſi motuum ſingulis membris convenientium ratio ineatur. Sit ex. gr. manubrij longitudo ad amplioris rotæ ſemidiametrum ſubquadrupla, hæc autem ſemidiameter ad rotulæ ſemidiametrum ſit octupla: demum rotulæ eundem cum cote axem habentis ſemidiameter ſit ſubtripla ſemidiametri ipſius cotis. Igitur puncti in cotis peripheriâ

notari

notati motus triplò velocior eſt motu ſimilis puncti in rotulæ peripheriâ: rotulæ motum definit funis,qui in convolutione explicatur, hic enim pariter majoris rotæ motum metitur: octies ergo rotula, & cum eâ lapis rotatur, dum amplior rota ſemel in gyrum agitur. Quoniam verò rotæ ſemidiameter eſt ad cotis ſemidiametrum ut 8 ad 3 ex hypotheſi, dum punctum in rotæ peripheriâ notatum movetur velocitate ut 8, ſimile punctum cotis movetur velocitate ut 24. Atqui motus rotæ cum motu potentiæ manubrio applicatæ comparatus eſt ut 4 ad 1, ex hypotheſi; igitur ſi duæ Rationes 1 ad 4, & 8 ad 24 componantur, erit Ratio motus potentiæ ad motum cotis ut 1 ad 12. Sunt hìc itaque duo Axes in Peritrochiis ſuis compoſiti, & Potentia Axibus applicata intelligitur; cùm enim in Verticali plano lapis ipſe verſetur ſuper polos læves atque politos, non admodum repugnat motui; impreſſus autem impetus aliquandiu manens potentiam ipſam juvat.

Simile quiddam obſervandum occurrit in horologiorũ motu, quæ in turribus ſtatuuntur: nam cylindrum horizonti parallelum circumplicat funis, quo vi ponderis deſcendentis explicato, circumagitur rota eidem axi infixa: ex hac in conſequentes rotas derivatur motus ſemper velocior, qui demum temperatur ex quadam motûs retardati & breviſſimæ morulæ viciſſitudine, cum poſtremæ rotæ dentes in ſerræ modum conformati fuſum, cui Tempus adnectitur alternis motibus agunt. Primùm enim dens rotæ ſuperior in pinnulam A incurrens eam impellit, axémque HL convertit unà cum tranſverſario CD & adjunctis globulis plumbeis E & F, qui ſimilem arcum deſcribunt, ac pinnula A, ſed longè majorem; propterea pro ratione gravitatis globulorum, eorúmque diſtantiæ ab axe, HL, etiam



major vis requiritur, adéóque impeditur, ac retardatur motus rotæ dentatæ, & cum eâ reliquarum rotarum, atque ipſius pon-

doris, à quo totius machinæ motus initium ſumit: qui ſi fuerit juſto velocior, globuli E & F removentur ab L, ſin autem juſto tardior, admoventur, ut modò major, modò minor ſit reſiſtentia. Deinde quia globuli E & F ex impulſu pinnulæ A impetum conceperunt ad certam plagam directum, pergerent illorſum moveri, quamdiu impreſſus impetus perſeveraret, niſi in eâ converſione inferior pinnula B occurreret inferiori denti rotæ ſerratæ: hinc fit vi hujus impetûs breviſſimam morulam inferri converſioni rotæ, quæ eandem pinnulam urgens ipſos quoquè globulos in contrariam plagam reflectit. Poſſe autem adeò exilibus viribus morulam inferri tanto ponderi deſcendenti, paulò inferiùs manifeſtum fiet, ubi de Rotis dentatis in unam machinam compactis diſſeretur; illud ſaltem palam eſt, ſi morulam nullam admittas, reſiſtentiam eſſe non ſolùm pro gravitate globulorum, eorúmque diſtantiâ, verùm etiam pro ratione impetûs impreſſi in antecedenti impulſione. Quare globuli iidem quando moventur impulsâ pinnulâ, rationem habent ponderis peritrochio adnexi, & potentia impellens pinnulæ, hoc eſt axi, applicatur: Contrà verò ad retardandum, aut tantiſper coërcendum motum ponderis, quod pinnulæ applicatum intelligitur, iidem globuli vi impetûs ſibi impreſſi rationem habent potentiæ peritrochio applicatæ.

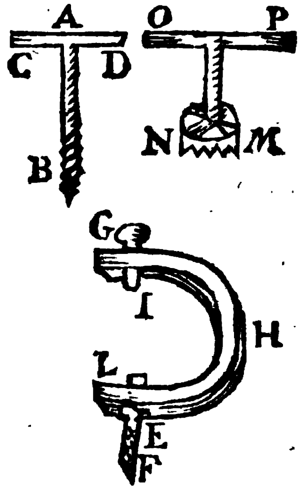
Quoniam verò hìc horologiorum mentio incidit, cur in illis, quæ ſecum quiſque ad perpetuum uſum ferre poteſt, catenula ſeu nervus cono, non cylindro, circumducatur, manifeſtum eſt; quia ſcilicet chalybea lamella, à qua motûs origo eſt, initio in ſpiſſiorem ſpiram contracta ſuam vim elaſticam exerens validiùs conatur ſe reſtituere, trahénſque catenulam, ſeu nervum FE, totum conum DEC eíque connexam rotulam dentatam AB in gyrum agit;



cum verò illa fuerit in paulò laxiores ſpiras explicata, languidiùs conatur, atque catenulam, ſeu nervum, trahens jam non propè verticem coni, ſed magis ad baſim, eandem rotam AB circumagit. Cùm igitur motus potentiæ propè verticem coni, ad motum rotæ AB minorem habeat Rationem, quàm ad eundem rotæ motum motus potentiæ in latiore coni parte (ibi enim breviorem, hìc majorem

jorem gyrum perficit) ut quædam motûs æquabilitas in horologio ſervetur, opportunum fuit potentiæ validiùs conanti majorem opponi reſiſtentiam, minorem verò languidiùs conanti: nam ſi catenula non conum, ſed cylindrum circumplecteretur, eadem ſemper eſſet motuum menſura atque Ratio, ſed inæquales vires elaſticæ motum inæqualiter velocem efficerent.

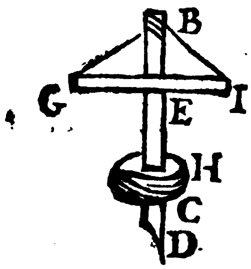
Huc pariter revocandas eſſe Terebrarum vires vix cuiquam dubium eſſe poteſt, quarum quò ampliora ſunt manubria, majores pariter eſſe vires conſtat; quandoquidem potentia ampliorem circulum deſcribit, dum terebræ acies minimo motu ligni aut metalli particulas, in quas incurrit, abſcindit. Quæcumque demum ſit terebræ forma, ſive ejus apex in cochleam ſtriatam exacutam deſinat, ut A B manubrium habens C D rectum, ſive in aciem obliquam aut planam, aut modicè excavatam exeat ut E F, manubrium autem L H I inflexum habeat circa G I verſatile (quam Zerebram Gallicam aliqui Itali appellant) ſive ferrea lamina in orbem convoluta, & inferiùs denticulata, ut M N, manubrio tranſverſo O P coaptetur: Similiter ſemper eſt momentorum Ratio deſumenda aut ex tranſverſarij C D longitudine ad craſſitiem cochleæ ſtriatæ B, aut ex diſtantiâ



puncti H à lineâ tranſeunte per G I E F ad integram ſeu dimidiatam aciei F latitudinem (prout extremum punctum F in mediâ aut in extremâ latitudine poſitionem habet) aut ex manubrij O P longitudine ad diametrum circularis ſerræ N M: partes autem ſubjecti corporis abſcindendæ, ut illud perforetur, habent rationem ponderis movendi eò difficiliùs, quò validiore nexu illæ invicem conjunguntur.

Eadem erit philoſophandi methodus in eo terebræ genere, cui nos Itali proximè ad Græcum vocabulum τρύπανον accedentes nomen fecimus. Teretis baculi B C extremitati C

additur chalybea cuſpis C D ita in punctum deſinens, ut ad aliquam latitudinem obliquè aſcendat pro ratione ſemidiametri foraminis, quod maximum artificis animus deſtinavit. Inferior baculi pars infigitur ſphæroidi H, & tranſverſarium G I in medio E ita perforatum eſt, ut facillimè per inſertum baculum excurrens ſurſum deorſum agitari poſſit: cum enim extremitates G & I adnexum funiculum habeant pertingentem uſque in B, hoc circa baculum contorto tranſverſarium non procul abeſt à B, quod ſi deprimatur, explicatur funiculus, & baculus in gyrum agitur pariter cum infixa cuſpide; qua ſenſim ac leniter minimas ſubjectæ laminæ metallicæ particulas abradente, demùm ſæpiùs repetitâ tranſverſarij ſurſum deorſum agitatione, atque adeò celeri terebellæ converſione, foramen patet.



Quamvis autem artificis manus applicetur medio tranſverſario in E, quod deprimit; potentia tamen intelligitur applicata ſuperficiei baculi medio funiculo illum circumplexo, perinde atque ſi inter utramque palmam alternis motibus adductam atque reductam idem baculus convolveretur: tantóque major eſt potentiæ ſic applicatæ motus, quanto exceſſu baculi ambitus ſuperat terebellæ ſubjectam laminam abradentis gyrum. Quoniam verò potentia, hoc eſt manus, movetur deſcendendo, ejus motus comparandus eſt cum multiplici convolutione baculi, quæ fit, dum explicatur funis.

Sed & alia potentia hìc conſideranda occurrit: adjunctum enim ſphæroides H, quod mediocriter grave ſtatuitur, non ſolùm ſuo pondere juvat, ut cuſpis paulò preſſiùs adhæreat ſubjectæ laminæ, verùm etiam concepto in convolutione impetu dum explicatur funis, pergit ad eaſdem partes moveri, explicatúmque funem iterum circa baculum contorquens cogit tranſverſarium G I aſcendere versùs B, quo viciſſim ab artificis manu depreſſo in contrarias partes volvitur. Impetus igitur ſphæroidi H impreſſus, dum illud movet, rationem habet potentiæ cuſpidem in gyrum contorquentis, cujus momenta ex diſtantiâ ab axe, circa quem efficitur motus, definienda ſunt.

CAPUT

CAPUT V.

Axium in ſuis peritrochiis compoſitione vires augentur.

CONtingere poteſt, & quidem non rarò, ad ſervandam peritrochij & axis cum pondere & potentiâ analogiam, tam ingens tympanum aut manubrium Axi coaptandum eſſe, ut aut loci anguſtiæ commodè illud non patiantur, aut non niſi majore diſpendio, quàm ſit operæ pretium, tam ampla machina parari, aut congruè diſponi queat. Quid enim, ſi ſpectatâ potentiæ validioris virtute centuplum onus ſuſtollendum proponatur? an craſſiori Axi, qui ſatis firmus ſit, rotam aut tympanum cujus diameter centupla ſit diametri Axis, adjungemus? quanto id incommodo futurum eſſet, quantáque ſubſidia comparare oporteret, ut tam immanis machina citrà luxationem ſubſiſteret, & congruo pegmati inniteretur, nemo non videt. Satius itaque fuerit, inſiſtendo iis, quæ lib. 2 cap. 7. dicta ſunt, machinam, quam ad centuplam altitudinem augere incommodum accideret, componere, pluribus Axibus cum ſuis peritrochiis invicem ritè coaptatis.

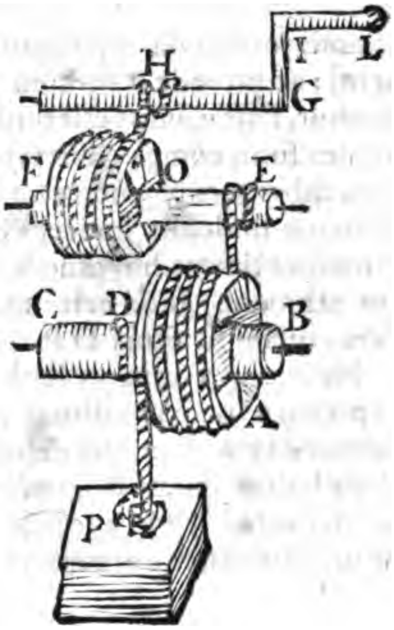
Statuendus primùm eſt Axis, cujus ſoliditas oneris gravitati ſuſtinendæ reſpondeat, longitudo circumflexas ductarij funis ſpiras commodè capiat. Deinde tympanum eligatur, cujus diameter ad conſtituti cylindri diametrum eam habeat, quæ placuerit, Rationem, modò illa ſit majoris inæqualitatis, ut manifeſtum eſt: ſit ex. gr. quintupla, & cylindri craſſities palmaris ponatur. Sed quoniam propoſito ponderi attollendo impar eſt potentia applicata machinæ reſiſtentiam gravitatis in Ratione ſolùm quintuplâ extenuanti, alium adhibe Axem ſuo Peritrochio infixum (vel quem fors tulerit antè in alios uſus paratum, vel ſecundùm deſtinatam Rationem elaboratum) cujus ductarius funis ipſi quidem Axi congruo loco conjungatur, ſed tympanum prioris Axis circumplectatur, ut in convolutio-

ne ſecundi Axis evolutus tympano illi motum conciliet, adeòque etiam ponderi. Duas igitur Rationes, quas ſingula Peritrochia ad ſuos Axes habent, compone, ut potentiæ ſecundo Peritrochio applicatæ momenta innoteſcant. Sit Ratio hæc poſterior ex. gr. quadrupla; & Ratio, quæ ex quadruplâ & quintuplâ componitur, eſt vigecupla, quæ adhuc minor eſt, quàm oporteat. Quare, cùm ex Ratione centuplâ Ratio vigecupla ſubducta relinquat Rationem quintuplam, tertium Axem cum manubrio quintuplæ longitudinis ad ejuſdem Axis ſemidiametrum ſimiliter appone, & erit ex his tribus Rationibus compoſita Ratio centupla quæſita. Quia enim potentia manubrio huic applicata movetur quintuplo velociùs, quàm punctum, cui illa in ſecundi Axis tympano applicaretur, hoc verò quadruplo velociùs, quàm ſimile punctum in tympano prioris Axis, potentia movetur vigecuplo velociùs, quàm ſi applicaretur tympano prioris Axis: huic autem tympano applicata moveretur quintuplo velociùs quàm pondus: igitur manubrium illud verſans potentia movetur centuplo velociùs quàm pondus: id quod fieri oportebat, ut propoſita gravitas in altum attolleretur.

Placeat jam triplicem hunc Axem cum unico illo comparare, qui ſolus adhiberetur, ſi machina ſimplex eſſet, & non compoſita: ille ſiquidem ſi palmaris diametri eſſet, adjunctum tympanum haberet altitudinis palmorum centum; in quo conſtruendo quàm multâ materiâ opus eſſet, quantoque artificio compingenda, ne ſuâ mole labefactata diſſolveretur? Triplex autem hic Axis cum ſuis duobus tympanis, & manubrio (præterquam quod multipliciter diſponi poteſt pro loci opportunitate, & potentiæ moventis commodo) non ſolùm ad altitudinem palmorũ viginti nõ aſſurgeret, ſed longè infra illã ſubſiſteret, à quocũque artifice nullo negotio conſtrueretur, ab alio in aliũ locũ facillimè trãsferretur, levíque diſpẽdio pararetur, ut cuique cõſiderãti obviũ eſt.

Hoc autem, quod in tribus Axibus explicatum eſt, de pluribus etiam dictũ intelligatur: nam ſi Rationes ſingulæ peritrochij ad ſuum axem conſiderentur, & ſimul componantur multiplicando invicem omnes Rationum terminos Antecedentes, item omnes Conſequentes, ut habeatur novus Antecedens & novus Conſequens, apparebit Ratio motûs potentiæ ad motũ ponderis, adeóque gravitatis ponderis ad virtutem potentiæ. Ex quo patet quoſcumque

eumque Axes oblatos utiles eſſe poſſe, modò Peritrochiorum ad ſuos Axes Ratio innoteſcat, ſive ſimiles ſint, ſive diſſimiles Rationes, ſive multiplices, ſive ſuperparticulares, ſive ſuperpartientes: demum enim, ſi quid deſit ad quæſitam Rationem, addi poteſt certus Axis cum manubrio ita, ut Ratio quæſita expleatur. Sint quinque Axes in ſuis Peritrochiis omnino ſimiles, & ſinguli contineant Rationẽ decuplã: quinque Rationes 10 ad 1 invicem ducantur, & erit motus Potẽtiæ ad motũ ponderis, ut 100000 ad 1; ac propterea quo conatu Potentia ſolitaria moveret talentum, ac machinâ compoſitâ movebit centum millia talentorum. Sint item quinque Rationes, 10 ad 1, 20 ad 7, 8 ad 3, 9 ad 2, 4 ad 1 (quocumque ordine inter ſe diſponantur) omnes Antecedentes invicem ducti faciunt novum Antecedentem 57600, omnes autem Conſequentes invicem ducti dant novum Conſequentẽ 42; quare Ratio Compoſita eſt 57600 ad 42, hoc eſt 9600 ad 7: & potentia valens attollere libras 7, hac machinâ compoſitâ attollet libras 9600. Quod ſi oporteret moveri libras decies mille ab hac eadẽ Potentiâ, auferatur Ratio 9600 ad 7 ex Ratione 10000 ad 7, & relinquitur Ratio 700 ad 672, hoc eſt 25 ad 24: quare addendus eſſet ſextus Axis cum manubrio, cujus longitudo ad Axis ſemidiametrum eſſet ut 25 ad 24, & potentia eadem hujuſmodi manubrio applicata attollere poſſet libras 10000.



Illud habere videtur incommodi hæc Axium compoſitio, quod magnam vim funium tympana circumplectentium exigit, qui ſcilicet ſingulorum tympanorum motui reſpondeant. Cum enim tympani A diameter ſit quintupla Axis B C ex hypotheſi, ejus motus eſt quintuplo major motu ponderis P, ac proinde funis, qui tympani limbum complectitur, quintuplo longior eſſe debet fune P D, hoc eſt motu ponderis; cujus funis tympano A circumducti caput cum Axe E F connectitur, circa

quem in motu convolvitur. Quoniam verò tympanum O ex hypotheſi diametrum habet quadruplam diametri ſui Axis E F ejuſque motus eſt ad motum ſui Axis quadruplus, funis circumplicatus tympano O quadruplus eſt funis, qui circa Axem E F convolvitur, ac propterea etiam vigecuplus funis D P; adeo ut, ubi totus funis evolutus fuerit, atque circa axem H G convolutus, pondus ſublatum uſque in D intelligatur. Ex quo fit potentiam manubrio I L applicatam, quia I G longitudo eſt quintupla ſemidiametri Axis G H, adhuc quintuplo velociùs moveri quàm tympanum O, cujus motum metitur evolutio funis illud circumplectentis; atque idcirco Potentia in I movetur centuplo velociùs quàm pondus P. Quare ſi adhuc quartum Axem addere oporteret, & loco manubrij G I tympanum ſuo fune inſtructum apponeretur, funis ille eſſet ipſius P D centuplus; atque ita deinceps pro tympanorum & Axium multiplicatione juxta ſingulorum Rationem augeretur funium longitudo.

Verùm pro tantâ funium longitudine non eſt tympanorum limbo enormis amplitudo tribuenda, ut eos capiat; quia ſcilicet quò longiores exiguntur hujuſmodi funes, eò etiam tenuiores atque exiliores eſſe poſſunt: Si enim funis D P oneri attollendo par conſtat funiculis contortis invicem ex. gr. centum, funis qui tympanum A complectitur, non niſi quintam ponderis partem reſiſtentem habet, hoc eſt ipſum pondus P ſubquintuplo minore reſiſtentiâ repugnans potentiæ per tympanum A retinenti: ac proinde ſi funium firmitatem funiculorum numerus metitur, ſatis validus erit funis conſtans ex funiculis viginti. Similiter funis complectens tympanum O, quia pondus reſiſtentiam ſubvigecuplo minorem habet, ſatis firmus cenſebitur, ſi ex quinque funiculis invicem contortis conſletur. Quod ſi juſto tenuiores timeas hujuſmodi funes, licebit adhuc paulò craſſiores adhibere. Illud certè manifeſtum eſt multo minores ſufficere, quàm ſit funis D P.

Ne autem tympanis limbi amplitudinem funis circumducti capacem temerè conſtituas, ſingulorum funium craſſitudo conſideranda eſt, ut eorum diameter innoteſcat, & longitudinis ratione habitâ ſpirarum numerus inveniatur, per quem ducta funis diameter dabit neceſſariam limbi amplitudinem; quæ ſi juſto minor eſſet primum ſpirarum ordinem ſecundus ordo cir-

cumplecteretur: & quamvis initio hinc major aliqua movendi facilitas oriretur (auctâ ſcilicet peritrochij diametro) tamen evoluto ſecundo hoc ſpirarum ordine diameter peritrochij diminuta majorem crearet movendi difficultatem; maxime ſi circa Axem convolutus funis ſpirarum ordinem pariter geminaret, atque adeò Axis diametrum augeret. Funes itaque quaſi cylindri conſiderandi ſunt, quorum craſſitudinis diametri ſunt in ſubduplicatâ baſium Ratione; ac propterea inter ipſas craſſitudines numeris definitas inveniendus eſt numerus medio loco proportionalis, & hic indicabit tenuioris funis diametrum, quemadmodum primus numerus major ponitur pro diametro craſſioris funis. Sic quoniam funis D P eſt ex hypotheſi ut 100, & funis circa tympanum A ſubquintuplæ craſſitudinis eſt ut 20, inveniatur inter 100 & 20 medius 44 $\frac{72}{100}$ proximè, & diametri funium erunt proximè in Ratione 100 ad 45. Quare quam amplitudinem requirunt 45 ſpiræ maximi funis D P, eandem exigunt 100 ſpiræ minoris funis attributi tympano A, ſi uterque funis circa eumdem cylindrum convolvatur. Sed quia perimeter tympani A quinquies continet perimetrum Axis B C, unica tympani ſpira quinque Axis ſpiris æquatur ſecundùm longitudinem, & centum ſpiræ tympani quingentis Axis ſpiris reſpondent, ſi lineæ longitudo ſpectetur: ſatis autem eſt, ſi longitudinem ſpirarum 225 circa Axem, ille funis tympani obtineat, quia longitudo illa eſt ad funis D P longitudinem 45 quintupla. Propterea tympani limbus minorem exigit amplitudinem, quàm ſit ſpatium, quod in Axe B C occupatur à convoluto fune D P: nimirum à limbo contineri oportet ſui funis circumplicati ſpiras 45; ſatis igitur fuerit dimidiata amplitudo.

Simili methodo tympano O limbi amplitudinem definies: quoniam enim funis craſſitudo ad craſſitudinem funis D P eſt ſubvigecupla, inter 100 & 5 medio loco proportionalis 22 $\frac{36}{100}$ proximè inveniatur; & eſt diameter funis tympani O ad diametrum funis D P ut 22 $\frac{36}{100}$ ad 100. Quare ſi circa eundem cylindrum uterque funis convolveretur, quod ſpatium ſpiras funis D P 45 contineret, tenuioris hujus funis ſpiras ſaltem 201 comprehenderet. Ponamus tympani O perimetrum eſſe ad pe-

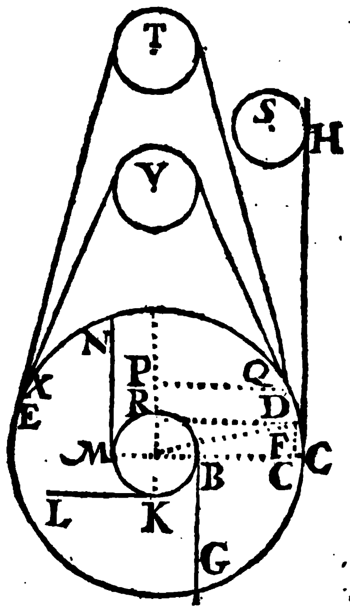
rimetrum Axis BC ut 4 ad 1: igitur limbus tympani O ſi eandem habeat amplitudinem, quam funis DP occupat in ſuo Axe BC, capiet ſui funis ſpiras 201, quæ in unam longitudinem extenſæ conſtituunt longitudinem, quæ ad longitudinem ſpirarum 45 funis DP eſt ut 804 ad 45. Sed quia longitudo illius funis eſt vigecupla longitudinis funis DP, debet eſſe ut 900 ad 45; ideò adhuc majorem exigit amplitudinem, ut adhuc ſpiras 24 aut 25 ſupra ducentas obtineat. Quod ſi Axis EF ſubtilior ſit quàm Axis BC, & tympani O diameter ad ſui axis EF diametrum quadrupla ſit, jam tympani perimeter ad perimetrum Axis BC habebit minorem Rationem quàm 4 ad 1, ac proinde ejus limbum adhuc ampliorem conſtitui neceſſe eſt.

Quare ſi Axis BC diameter ſit palmaris, ſpiræ 45 funis DP convoluti elevabunt pondus P ad altitudinem palmorum circiter 141, quanta nimirum eſſet ipſius funis convoluti longitudo: funis circa tympanum A longitudo eſſet palmorum ſaltem 705, & funis circa tympanum O longitudo palmorum 2820. Hinc quamvis præter primum Axem BC oneri ſuſtinendo parem, reliqui conſequentes Axes EF, & GH, & ſi qui alij adhuc ſint, poſſint in minorem ſoliditatem extenuari; ſi ponderis reſiſtentia attendatur, quia tamen, quò ſubtiliores ſunt, frequentioribus etiam ſpiris circumplicantur, ex quo fit ut plures ſpirarum ordines fiant, adeoque Axis diameter aucta minuat momentorum Rationem; præſtat exiles Axes non ſtudioſè quærere, niſi fortè neceſſitas aliqua iis uti ſuadeat. Quamquam & huic incommodo occurri poteſt, ſi, quemadmodum in Ergatæ uſu funem paucis aliquot ſpiris circumductum, dum in converſione evolvitur, puer agglomerat, ita etiam hîc funem tympanorum A & O quatuor aut quinque ſpiris circa Axes E & H convolutum puer colligeret: hoc enim pacto non contingeret, ut primum ſpirarum ordinem alter ſpirarum ordo ſuperinductus circumplecteretur.

Porrò ne tantam funium vim comparare cogamur, & ampliore limbo tympana circumſcribere, haud ſanè ineptum cenſerem, ſi pro eorum more, qui novaculas obtuſas acuunt, ut aliàs innui, funis in ſeſe rediens unâ aut altera (aut etiam triplici, ſi opus fuerit) ſpirâ tùm Axem, tum ſubjectum tympanum arctè complecteretur: ſic enim fieret, ut Axe convoluto etiam ſubjectum

jectum tympanum volveretur; idémque funis perpetuo ordine à tympano in proximum Axem & ab Axe in tympanum ſuccedens quantolibet motui perficiendo ſufficeret. Et ut omne periculum ſubmoveatur, ne funis excurrat, ſatius eſt tùm Axis, tùm tympani ambitum non in cylindricam ſuperficiem expolire, ſed angulis aſperum eſſe. Quod ſi aliquando languidior funis non adeò preſsè complecteretur Axem & tympanum, ſpongiam aquâ imbutam ipſi funi admove, & intentus fiet.

Demùm in hujuſmodi Axium compoſitione non ſine animadverſione prætereundæ videntur mutua Axium poſitio, atque diſtantia, qua ſecundus Axis à primo tympano abeſt. Sit Axis A in Peritrochio C D E, atque ex fune perpendiculari B G dependeat onus, & G B Tangens cum Radio A B conſtituat angulum rectum A B G. Producatur recta A B uſque ad tympani peripheriam in C, & ſit ad angulum rectum Tangens C H, cui adnexa intelligatur potentia per axem S trahens, atque tympanum C D E convertens; ex cujus converſione convolvitur Axis A B versùs I, & pondus aſcendit. Verùm ſecundus Axis S cum primo tympano comparatus non hanc ſolùm poſitionem obtinere poteſt, ut ſuperior ſit, ſed etiam conſtitui poteſt ad latus ita, ut funis ductarius cadens in horizontem ad perpendiculum ſit K L, Tangens verò H C ſit horizonti parallela; aut ita diſponi poſſunt, ut Axis A ſuperiore loco, Axis S inferiore loco ſtatuatur, & funis pondus retinens ſit M N, cui parallelus ſit funis C H. Quamcumque ex his tribus poſitionem habeat Axis ſecundus S, ſivè ſuperior, ſivè ad latus, ſive inferior ſit (modò linea C H vel parallela ſit lineis ductarij funis B G aut M N, vel parallela lineæ A K jungenti centrum Axis cum puncto contactûs perpendiculi K L.)



eadem habere videtur momenta; quia punctum C, cui applicata intelligitur potentia, juxta potentiæ directionem ſimili Ratione accedit versùs potentiam comparatè ad aſcenſum puncti Axis, cui applicatur pondus, ac eſt Ratio ſemidiametri tympani ad ſemidiametrum Axis. Concipiamus enim in convolutione punctum C venire in F, punctum verò B in I: punctum igitur C ſequens potentiæ directionem accedit versùs potentiam juxta menſuram Sinûs arcûs C F, hoc eſt O F, quemadmodum punctum B contrà directionem gravitatis ponderis aſcendit juxta menſuram Sinûs arcûs B I: ſunt autem hi ſinus arcuum ſimilium ſimiliter poſitorum in Ratione Radiorum A C ad A B. Atqui ſive in K, ſive in M intelligatur pondus, aſcenſus illius eſt æqualis aſcenſui B I; ergo ad illos, ut pote huic æquales, acceſſus puncti C ad potentiam, qui eſt O F, eandem habet Rationem, quæ eſt Radij A C ad Radium A B.

At verò ſi Axis ſecundus ſit T, potentia non intelligitur applicata tympano in C, ſed in F, ubi circulum tangit recta T F; nec ejus directio F T eſt parallela directioni ponderis B G, ſed obliqua, adeò ut quamvis F veniat in Q per arcum æqualem arcui C F, quia tamen non eſt ſimiliter poſitus, punctum F ſequens directionem potentiæ accedit versùs potentiam acceſſu, quem metitur R P; eſt autem R P minor quàm A R, hoc eſt O F, ut ex doctrinâ Sinuum conſtat; igitur acceſſus R P ad aſcenſum B I habet minorem Rationem, quàm acceſſus O F ad eundem aſcenſum B I. Potentia igitur volvens Axem T in lineâ T F obliquâ minora habet momenta, quàm in parallelâ H C. Similiter ſi Axis fuerit V propior quàm Axis T; linea V D tangit circulum in D puncto remotiore quàm F, à puncto C; ac propterea datâ arcûs æqualitate adhuc minor eſt acceſſus in D quàm in F, multóque minor quàm in C, & idcircò minorem habet trahendi facilitatem. Quare quò propior eſt Axis ſecundus, ſi tractio ſit obliqua, ut T F & V D, plus laboris requiritur in movendo.

Neque hoc mihi inconſiderantiæ tribuas, quod aſſumpſerim arcus C F & B I perinde atque ſi idem eſſet motus, ac quando funis H C eſſet firmiter alligatus in C, & ejus caput veniret ex C in F; cum tamen alia ſemper atque alia pars funis aliis ſubinde peripheriæ tympani partibus reſpondeat, in quibus fit ad angulum

angulum rectum cum diametro contactus, dum ille evolvitur. Eatenus enim notabilem arcum aſſumpſi, quatenus ob oculos ponenda erat momentorum Ratio: Cæterùm ſatis ſcio non adeò notabiles arcus, ut CF & BI, conſiderandos eſſe, ſed eorum particulam minimam, ſive centeſimam dicas, ſive milleſimam aut decies milleſimam: eadem ſcilicet erit Ratio Sinuum, qui reſpondent minimis arcubus ſimilibus ac ſimiliter poſitis, qui nimirum incipiunt à C & B, atque Sinuum reſpondentium majoribus arcubus ſimilibus ab iiſdem punctis C & B incipientibus. Id quod pariter de punctis F & D comparatis cum puncto B, aut K, aut M dicendum: Nam quæ inito ſemel motu intercedit momentorum Ratio inter potentiam & pondus ratione poſitionis, eadem in toto motu perſeverat. At ſi funis non evolveretur, ſed puncto C eſſet firmiter colligatus, in tractione ex C in F ſubinde mutarentur Potentiæ momenta, fieréntque ſemper minora, adeò ut demum perirent, & nulla eſſent, ubi in rectam lineam coaleſcerent Radius AC & funis HC.

Hæc quæ de ſecundo Axe funem primo tympano circumductum evolvente dicta ſunt, facilè traduci poſſunt etiam ad funem in ſe ſe redeuntem, cujuſmodi eſſet funis FTEF, aut DVXD: niſi enim funis contingat tympanum in puncto ſemidiametri tranſeuntis per contactum Axis & funis ductarij (hoc eſt in C extremitate ſemidiametri AC tranſeuntis per B, aut M) ita ut ſit funi ductario parallelus, aut in puncto ſemidiametri parallelæ funi ductario KL, conſultius erit, cæteris paribus, axem ſecundum eſſe remotum ut T, quàm proximum ut V: in proximo enim lineæ DV & XV productæ coirent in angulum majorem, quàm lineæ FT & ET, ac propterea comprehenſus arcus DX minor eſt arcu FE. Cæteris, inquam, paribus; ſi videlicet in eadem rectâ lineâ intelligantur trium Axium centra A, V, T; nam ſi in lineâ eadem jungente centra AT non eſſet V, ſed recederet ita, ut funis tympanum contingens minùs obliquus eſſet, ſed magis accederet ad paralleliſmum cum lineâ BG, aut cum Radio Axis AK, quamvis Axis V propior eſſet, quàm Axis T, plus tamen haberet momenti ratione directionis potentiæ minùs obliquè trahentis.

Cave autem, ne hîc in latentem quendam æquivocationis ſcopulum incurras, ſi fortè permixtim accipias ponderis elevationem atque ejuſdem ſuſpenſi retentionem, ne recidat; hæc enim duo oppoſito modo contingunt, & quæ minor funis obliquitas cauſa eſt facilioris elevationis, eadem difficiliorem efficit retentionem: nam pondus B retinetur à potentiâ C, abſque eo quod potentia ullo conatu urgeat polos, quibus axis & peritrochium incumbit, ideò pondus totas ſuas vires exerit adversùs potentiam ſurſum directè trahentem: at verò in F aut in D potentia ſurſum obliquè trahens tympanum verſus centrum quodammodo urget, & quidem eò magis, quò magis obliqua eſt tractio; ac proinde pondus non ſolùm vincere debet potentiæ vires, ſed etiam reſiſtentiam ex illâ preſſione ortam; quæ quò major eſt pro majore declinatione à parallelismo cum lineâ BG, aut Radio AK, majorem quoque potentiæ tribuit retinendi facilitatem. Hinc quando ſecundus Axis eſt in inferiore loco, & potentiæ trahentis directio deorſum tendit, magis premuntur poli, quia & à potentia deorſum conante, & à ponderis gravitate urgentur, & quidem eò magis, quò magis potentiæ deorſum trahentis directio accedit ad lineam directioni ponderis MN parallelam, aut ultra illam excurrit ſe quodammodo invicem decuſſando. An non exeſa publicorum puteorum marmorea labra aliquando obſervaſti, quæ diuturno atque frequentiſſimo uſu à funibus, quibus aqua hauritur, detrita ſunt? Utique aquam in ſitulâ ſurſum trahentis labor minor eſſet, cæteris paribus, ſi ſolùm ſitulæ & aquæ gravitatem vincere oporteret, quàm ſi præter hanc etiam ſuperanda ſit reſiſtentia, quæ ex funis conflictu cum marmore oritur. Sed quia deinde hoc eodem conflictu efficitur, ut quando tractio alternis morulis interciditur, retentio minorem potentiæ conatum exigat; propterea etiam trahentes facilè patiuntur reſiſtentiam augeri, ut aliquantulo laboris compendio gaudeant, quoties placuerit quietem aliquam captare.

Quamquam non negaverim rudes fœminas atque pueros hoc in opere, naturâ duce, quærere etiam in trahendâ ſurſum ſitulâ non leve laboris compendium: ſi enim rectâ, intacto putei labro, funis ſurſum trahendus eſſet, id utique ſolâ brachiorum

rum contentione perfici poſſet; ſed ubi funis labro innititur, non ſolùm contentis brachiorum muſculis trahunt, ſed etiam inclinato retrorſum corpore hoc efficiunt, ut ipſa corporis gravitas nonnihil conferat, quo potentiæ animalis viribus fiat additamentum. Ex quo manifeſtum eſt reſiſtentiam illam ex preſſione ortam & difficiliorem efficere tractionem, & faciliorem retentionem: ac proinde lapſum putarem, qui trahentis potentiæ momenta æſtimaret ex majore retinendi facultate.

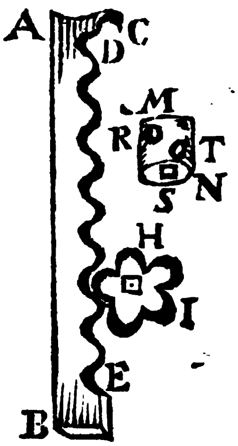
In his, quæ in poſteriore hujus capitis parte diſputata ſunt de hac inæqualitate momentorum pro diverſa poſitione axis ſecundi, mihi videor ſatis probabiliter philoſophatus: verùm ſi ad Rationes Vectis (ut pluribus placet) revocanda eſſet vis Axis in Peritrochio, quamvis aliqua ſatis commodè explicari poſſent, ubi Vectis eſt rectus, non omnia tamen, ubi Vectis curvus intelligendus eſt, congruam patiuntur explicationem, ut cuilibet rem attentè conſideranti manifeſtum fiet; mihi enim hìc non videtur operæ pretium in re parùm utili tempus conterere; placuit tamen id obiter innuere, ut ipſe tibi perſuadeas inanem eſſe laborem, quo quis ſingularum Facultatum vires ad Vectem revocare conatur.

CAPUT VI.

Tympanorum dentatorum uſus & vires exponuntur.

QUæ hactenus tympana conſideravimus, fune circumducto atque evoluto verſantur; nunc genus aliud, cujus ampliſſimus uſus eſt, contemplari oportet, tympana videlicet dentata, ſeu Rotas dentatas, in quibus ſivè fuerint ſimplices, ſivè compoſitæ, aut nullo prorſus fune indigemus aut illo tantummodo, quo pondus proximè trahitur, aut attollitur: dentes enim majoris atque minoris tympani, ubi plura componuntur, ſe mutuâ collabellatione mordentes ſe viciſſim urgent, pro

pro ut hoc aut illud tympanum habet originem motûs. Sit chalybea lamina A B ſatis ſolida, in alterâ extremitate, quæ pondus reſpicit, modicè ſinuata, ut in A, & in validum uncum recurva, ut in C; latus autem D E quaſi ſerræ in morem ſit dentibus aſperum. Tum rotula I paris ſaltem cum laminâ craſſitudinis paretur dentes habens ita in orbem diſpoſitos, ut hi in rotulæ circa ſuum centrum converſione dentibus laminæ ſubinde congruant: collocatis enim in apto loculamento rotulâ, atque laminâ (cujus tamen pars D C extet) adeò, ut hæc ex illius converſione liberè promoveri, illa circa ſuum axem, cui firmiter infixa ſit, facilè verſari valeat, circumducto axis manubrio ad latus extra loculamentum extante, urgeri poterit pondus, aut trahi: Nimirum ſi rotulæ converſio fiat ex H in I, propellitur extra loculamentum lamina, ejúſque extremitas A recedens à rotulâ urget pondus obvium: contrà verò ſi rotula convertatur ex I in H, laminam ad ſe intra loculamentum retrahit, & pondus unco C connexum ad ſe rapit. Hinc clariùs vides, quàm ut monendus ſis, oportere in attollendo, aut propellendo pondere loculamentum aut ponderi ſuppoſitum firmo ſolo inſiſtere, aut ponderi objectum ſolido repagulo inniti; in trahendo autem pondere, quod uncus C apprehendit, oppoſitam loculamenti extremitatem valido fune retineri.



Illud potiùs attentè perpendendum, quod in ſtatuendis tùm laminæ, tùm rotulæ dentibus plurimum refert, utrùm rari, an ſpiſſiores ſint laminæ dentes, ac proinde utrùm pauci, an plures inſint ipſi rotulæ, cujus peripheria in converſione aptatur laminæ; hæc enim juxta numerum dentium rotulæ, quibus ſubinde coaptatur, promovetur, & cum ipſâ pondus pari velocitate aut tarditate movetur. Præſtare autem pondus tardè, potentiam velociter moveri, quid opus eſt iterùm inculcare? Igitur quò minor erit rotula & paucioribus dentibus inſtructa, eodem manente manubrio, faciliùs movebitur pondus; quia ut ſemidiameter rotulæ ad manubrij longitudinem, ita motus ponderis,

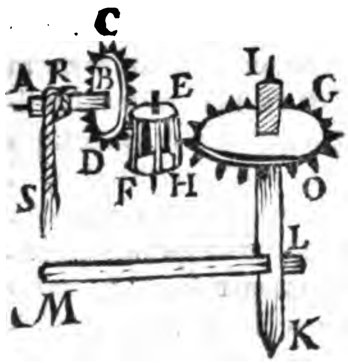
ad motum potentiæ, & reciprocè ita potentiæ vis movendi, ad pondus. Quare ulteriùs manifeſtum eſt, ſi majore potentiæ virtute opus fuerit, ſpectatâ ponderis movendi difficultate, poſſe augeri manubrium, ut majora ſint potentiæ momenta. Quoniam verò non ſemper in promptu eſt opportunum manubrium, ſuaderem extremum axis caput, quod manubrio inſeritur, quadratum fieri, & longiuſculum eſſe: loco autem vulgaris manubrij habeatur craſſioris cylindri fruſtulum MN, in cujus imâ baſi circa centrum excavatum ſit quadratum foramen S ad excipiendum caput axis, & ipſius cylindri ſcapum penetrent foramina rotunda R, T, quibus pro opportunitate inſeri poſſint baculi ſive longiores, ſive breviores. Porrò cylindri craſſitiem nihil obeſſe apertè conſtat, ſi quidem ſola rotulæ ſemidiameter attenditur ad definiendum ponderis motum comparata cum baculi longitudine, quatenus potentia ab axe rotulæ diſtat.

Quod ſi uno eodémque tempore duo pondera in oppoſitas partes diſpellere, aut ſibi invicem propiora fieri oporteat, ſimilem alteram laminam priori parallelam in eodem plano ſed contrario modo poſitam (ut ſcilicet extremitas ſimilis ipſi ACD reſpiciat prioris laminæ extremitatem B) in oppoſitâ rotulæ parte colloca ad I, ut pariter laminæ dentes rotulæ dentibus implicentur: Quia enim circuli circa ſuum centrum circumacti partes adverſæ oppoſitis motibus cientur, etiam laminarum extremitates, quæ pondus propellunt aut trahunt, in contrarias partes à rotulâ circumactâ moventur, ita ut vel à ſe invicem recedant, vel ad ſe mutuò accedant.

Hoc idem quod laminæ rectæ dentatæ tympano ſimiliter dentato implicitæ contingit, accideret pariter, ſi illius in circulum inflexæ extremam oram dentes ambirent: quemadmodum enim recta lamina AB, tympani HI converſi ductum ſequitur, ita illa in circulum conformata circa ſuum centrum moveretur à tympani dentibus impulſa; eâ tamen ratione, ut duarum hujuſmodi rotarum ſe invicem mordentium converſiones in oppoſitas plagas tenderent; ſi enim prioris rotæ pars ſuperior Occaſum versùs converteretur, poſterioris rotæ pars item ſuperior Ortum versùs convolveretur; & ſi adhuc tertia rota dentata adderetur, hæc iterum proximæ adverſata ad occaſum pergeret; atque ita deinceps alternis converſionibus ſibi viciſſim reſpondentibus.

Obſervandum eſt autem hujuſmodi tympanorum, quæ dentata vocamus, multiplicem eſſe poſſe formam, eámque eligendam, quæ præſtituto motui magis congruere videbitur: non ſolùm enim pro majoribus tympanis aſſumi poteſt diſcus extremum limbum habens ſerræ in morem denticulatim inciſum, verùm etiam in orbem infigi poſſunt paxilli dentium loco prominentes, ſive peripheriam ipſam quaſi radij exeuntes ambiant, ſive ſuprà diſci planum erigantur ad perpendiculum certis intervallis diſtributi. Hoc autem dentium inſitorum genus non parum habet utilitatis præ dentibus illis quaſi connatis: nam ſi longo uſu dens aliquis atteratur, aut excutiatur, facilè reſtitui poteſt novo paxillo in prioris locum immiſſo; at non ita facilè reparatur pars illa limbi denticulata, quæ facta eſt inutilis. Similiter pro minoribus tympanis non ſolùm dentatas rotulas adhibere poſſumus ſuis axibus infixas, ſed etiam uti licet aut paulò craſſioribus axibus ſtriatis, quorum excavatæ ſtriæ majoris tympani dentibus congruant, aut vertebris pariter ſtriatis ſubtiliori axi infixis. Quando verò majus tympanum paxillos habet pro dentibus, tympanum minus illi reſpondens eſt Curriculus (quē alij ex Italico idiomate *Roccbetum* dicunt) aliquot virgulis, ut plurimum ferreis ad firmitatem, capita duobus parallelis planis infixa habentibus conſtans, ita ut in majoris tympani converſione ſingulos paxillos excipiant ſingula virgularum intervalla, quibus propulſis curriculus convolvitur, & cum eo aut pondus ipſum, aut aliud tympanum movetur.

Sic contingere poteſt ut Axe A B attollendum ſit pondus, & expediat uti jumento, quod tamen non niſi in plano horizontali moveri poteſt; tympanum autem C D, in quo eſt Axis A B horizontalis, eſt in plano Verticali. Ad tympani C D planam faciem averſam, perpendiculares paxillos in ambitu ſtatue, & Curriculum E F circa ſuum axem ſuperiùs atque inferiùs firmatum verſatilem adjice, cujus virgulæ congruis intervallis diſtinctæ tympani



dentibus reſpondeant. Aliud item tympanum H G horizonti paralle

parallelum dentes habens ex peripheriâ extantes, & Curriculi E F virgulis aptè congruentes, inſigatur axi perpendiculari I K, cui opportuno loco addatur vectis L M, ita ut in M commodè jungi poſſit jumentum: hoc enim progrediente, & tympanum ex G versùs O convolvente, dens H incurrens in virgulam curriculi E F illum convertit versùs tympanum C D, cujus pariter denti occurrens alia virgula, atque impellens cogit infimam tympani partem D aſcendere, ſimúlque Axem A B converti, & convoluto fune ductario R S attolli pondus.

Hæc tympanorum duorum & curriculi intermedij complexio ſi attentè perpendatur, non auget potentiæ momenta præter ea, quæ obtineret proximè applicata tympano C D ad convolvendum Axem A B: Nam ſi ponatur vectis L M non longior ſemidiametro tympani dentati H G, perinde eſt, ac ſi potentia in M poſita exiſteret in G, æquali ſcilicet motu cum tympani H G peripheriâ movetur. Curriculi autem E F motus æquè velox eſt atque motus tympani H G; licèt enim hoc ſit majus, ille minor, tamen dum illud ſemel, hic ſæpiùs convolvitur pro ratione diametrorum; adeò ut ſi tympanum H G habeat dentes viginti, curriculus ſtrias quinque, hic quater volvatur ex unicâ tympani converſione: quapropter quatuor curriculi ſubquadrupli convolutiones uni converſioni tympani H G æquantur. Similiter & de tympano C D dicendum, cujus tantummodo dentes quinque reſpondentes quinque ſtriis aut virgulis curriculi E F urgentur unicâ converſione curriculi ejuſdem, & idcircò æqualis eſt utriuſque motus, ac proinde etiam duo tympana C D & H G æqualiter moventur, & potentiæ in M applicatæ momenta eadem ſunt, quæ forent, ſi tympano C D proximè applicaretur. Quamobrem, ut aliqua fiat momentorum acceſſio in potentiâ, oportet vectem L M ſtatuere longiorem ſemidiametro tympani H G: tunc enim ex Ratione longitudinis L M ad ſemidiametrum tympani, & Ratione diametri tympani C D ad diametrum Axis A B, componitur Ratio, quæ definit momenta potentiæ; eſt ſcilicet Ratio motûs potentiæ ad motum ponderis.

Ex quo ſatis vides eatenus addi tympanum H G, quatenus quærendus eſt jumento locus, ut in gyrum circumagi valeat: cæterum ſi tympanum C D cum ſuo Axe A B ita in ſuperiore aut inferiore loco collocari atque firmari poſſit, ut nulli impedi-

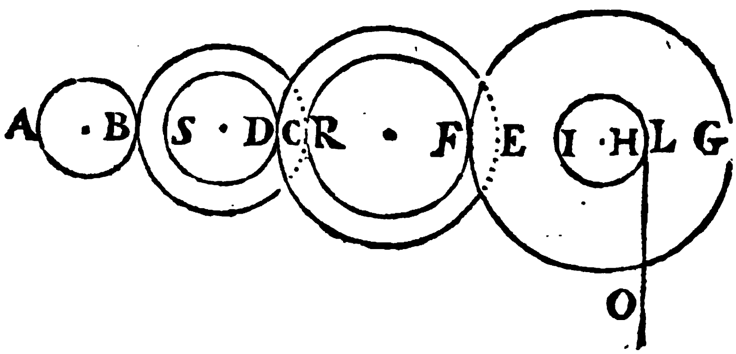
mento ſit jumento in inferiore aut ſuperiore plano exiſtenti & circumacto, ſatius eſt labori & ſumptibus parcere omiſſo tympano H G, & circa craſſiorem axem conſtruere curriculum E F, cui axi opportunè adjungatur vectis L M, ut potentia ipſum curriculum immediatè convertat; erit ſiquidem major Ratio ipſius vectis L M ad curriculi ſemidiametrum, quàm ad ſemidiametrum tympani H G; ac proinde minore conatu indigebit potentia, ut Curriculum cum adjacente tympano C D convertat.

Non alio quàm hujuſmodi artificio videtur uſus Anonymus, qui de Rebus Bellicis ſcripſit ad Theodoſium Auguſtum ejúſque filios Honorium, & Arcadium Cæſares, ubi liburnam proponit *navalibus idoneam bellis, quam pro magnitudine ſui virorum exerceri manibus quodammodo imbecillitas humana prohibeat, & quocumque utilitas vocet, ad facilitatem curſûs ingenij ope ſubnixa animalium virtus impellit. In cujus alveo, vel capacitate bini boves machinis adjuncti, adhærentes rotas navis lateribus volvunt; quarum ſupra ambitum vel rotunditatem extantes radij currentibus biſdem rotis in modum remorum aquam conatibus elidentes miro quodam artis effectu operantur, impetu parturiente diſcurſum. Hæc eadem tamen liburna pro mole ſui, próque machinis in ſemet operantibus tanto virium fremitu pugnam capeſſit, ut omnes adverſarias liburnas cominùs venientes facili attritu comminuat.* Quamvis, quæ demum machinæ eſſent, quibus boves adjungebantur, Author non exponat, facile tamen eſt opinari boves in ſuperiore tabulato circumacto verſâſſe axem carinæ perpendiculariter inſiſtentem, cui infra tabulatum rota dentata horizonti parallela infixa eſſet dentes habens in alterutra tympani facie, quibus ſubinde apprehenderet virgulas curriculi in plano Verticali convoluti, & infixi axi horizontali, qui utrumque navis latus permearet, & in extantibus extremitatibus rotas haberet cum palmulis prominentibus, quæ aquam in converſione verberarent. Potuerunt autem hujuſmodi machinæ juxta liburnæ longitudinem multiplicari, prout ipſum ſchema ab Authore propoſitum exhibet. An verò hujus liburnæ, quam in Præfatione dicit *velociſſimum liburnæ genus, decem navibus ingenij magiſterio prævalere*, tantus impetus, tantáque velocitas eſſet, ut adverſariæ liburnæ venientes facilè comminuerentur, diſpiciat lector,

cui

cui otium fuerit, quemadmodum an noſtris uſibus navalibus artificium hoc aliquid utilitatis afferre poſſit.

Hinc manifeſta fit illarum machinarum vis, quæ Pancratia Gloſſocoma, Chariſtia, & ſiquod eſt aliud vocabuli genus, dicuntur, ex plurium tympanorum complexione minorum & majorum, ita ut à minore tympar cui manubrium additur, incipiat motus, & deinceps minora majoribus conſequentibus motum communicent. Quandoquidem rotula minor dentata ſi comparetur cum rotâ majore, cum qua communem habet axem, utique tardius movetur, quàm peripheria rotæ majoris, cum qua connectitur: At verò ſi cum rotâ majore conſequente comparetur, cujus dentes apprehendit, utique æqualis eſt ipſarum motûs velocitas, nam plures minoris converſiones æquales ſunt uni converſioni majoris, quam efficiunt. Sit rota dentata



A B, cujus axi firmiter infixo additum ſit manubrium ejuſdem rotæ ſemidiametri ex. gr. quintuplum, ac propterea potentia manubrio applicata quintuplo velociùs movetur, quàm punctum in rotæ A B peripheriâ notatum. Addatur rota major B C, cujus dentes implicentur dentibus rotulæ B A: ex hujus converſione illa pariter convolvitur; ſed ſi diameter B A ſit diametri B C ſubtripla, ter rotula B A volvitur, ut rota B C compleat integram converſionem, ac proinde potentia quintuplo velociùs movetur, quàm rota B C. Rota hæc major ſibi connexam habeat in eodem axe minorem S D, quæ apprehendat dentes ſecundæ majoris rotæ D E; quæ ſimiliter in eodem axe conjunctam habeat minorem F R: hujus dentes mor-

deant peripheriam tertiæ majoris rotæ F G, in qua eſt Axis I H, ex cujus convolutione ductarius funis L O trahit pondus.

Ut potentiæ momenta habeantur, ejus motum cum ponderis motu collatum ad calculos revoca componendo Rationes, quas ſingulæ majores rotæ ad ſuas minores habent quo ad diametrum. Quare ſi manubrium ad ſemidiametrum rotulæ A B habeat Rationem quintuplam, diameter B G ad diametrum S D triplam, D E ad R F item triplam, & F G ad I H ſimiliter triplam, compoſitis tribus Rationibus triplis cum Ratione quintuplâ, oritur Ratio 135 ad 1: atque adeò ut poſtrema rota F G & cum eâ Axis I H ſemel volvatur, prima rotula A B facit 27 converſiones; potentia autem manubrio applicata movetur quintuplo velociùs quàm ſuæ rotæ A B peripheria; igitur ponderis motus ad motum potentiæ eſt ut 1 ad 135. Porrò fieri 27 converſiones manubrij apertè conſtat, quia hoc ter volvi ponitur, ut rota B C, atque adeò etiam S D illi connexa, ſemel convolvatur: & quia ex hypotheſi rotula S D tres converſiones habet, ut toti peripheriæ rotæ D E congruat, manubrium novies in gyrum agitur, ut rota major D E & minor R F ſemel convertatur: demum quia pariter ex hypotheſi rota minor R F triplici convolutione indiget, ut toti peripheriæ rotæ majoris F G reſpondeat, ut hæc unicam circuitionem perficiat, viginti ſeptem manubrij converſionibus opus eſt. Quare momentum Potentiæ manubrio applicatæ comparatæ cum rotulâ A B eſt ut 5, cum ſequenti rotulâ S D ut 15, cum rotulâ R F ut 45, cum Axe I H ut 135.

Ne verò artifex hujuſmodi rotas dentatas majores atque minores parare juſſus inutili demùm labore ſe torqueat, monendus eſt, ut animum diligenter advertat, utrùm omnes majores rotas, item omnes minores, inter ſe æquales ſtatuere velit, an inæquales; ex hoc enim ipſarum rotarum collocationem definiet, ne ſibi viciſſim impedimento ſint. Finge enim rotulas D S & F R æquales eſſe, item majores B C & D E, atque alterno ordine poſitas, ita ut ſi rotula D S fuerit in parte anteriore ſuæ rotæ B C, viciſſim rotula F R ſit in parte averſâ rotæ D E: quemadmodum dentes minoris D S implicantur dentibus majoris D E, ita pariter dentes majoris B C implicantur

dentibus

dentibus minores F R : igitur unica converſio majoris rotæ B C ter convolveret minorem rotam F R : atqui cum minore rotâ F R ſimul converteretur major D E in eodem axe ; igitur dum ſemel converteretur major rota B C , ter convolveretur rota major D E : hoc autem omnino fieri nequit, quia unica rotæ B C converſio eſt etiam unica converſio rotulæ minoris D S, hujus autem unica converſio reſpondet ſolùm tertiæ parti converſionis majoris rotæ D E : plurimum igitur abeſt à trinâ converſione. Quare ſi hujuſmodi æqualitas intercederet tùm inter majores, tùm inter minores rotas dentatas, oporteret minores rotas ad eandem partem reſpicere, ne rota major conſequenti minori rotæ motum ullum communicare poſſit. Verùm hoc fortaſſe alicui videatur incommodum, quod non ita aptè in ſuo loculamento hujuſmodi rotæ collocari valeant, ſi rotarum majorum conſequentium plana ſuperimponantur planis antecedentium ; id quod exigit ipſa minorum rotularum poſitio, ſi omnes partem eandem reſpiciant. Propterea inæquales fiant rotæ ita, ut alternatim poſitæ minores rotulæ occurrant quidem ſingulæ peripheriæ conſequentis majoris, non attingantur autem à dentibus majoris rotæ antecedentis : hoc enim pacto in ſuo loculamento preſſiùs firmantur, & ſunt quaſi duo plana parallela, in quibus hinc rota minor inter duas majores, hinc verò rota major inter duas minores conſpicitur.

Porrò minores rotæ in eodem axe cum majoribus dupliciter diſponi poſſunt : primùm ut major rota minori proxima ſit, & earum plana ſe contingant ; deinde ut aliquo inter ſe abſint intervallo. Si minor majori cohæreat, ſuaderem minores rotas ex lamina paulò craſſiore fieri quàm majores ; ſic enim in loculamento ita diſponuntur, ut plana majorum ſe omninò non contingant, ac proinde nullus ſit partium ſe viciſſim terentium conflictus, qui moram inferat motui. Sin autem quæ in eodem axe ſunt rotæ, major & minor invicem diſtent, nullum quidem ſubeſt periculum ex mutuo affrictu majorum, verùm cavendum eſt, ne axis longior, quàm par fuerit, etiam ſit infirmior ; ſi nimirum axis longioris extremitates loculamento infixæ volvantur. Propterea aliter etiam diſponi poſſunt, ita ut loculamentum validiſſimum ſit, nec fractioni obnoxium, & facilè ex alio in alium locum transferri valeat. Parentur axes rotundi, ſed utraque

que extremitas quadrata ſit, ut inſeratur quadrato foramini, quod rotarum centro ineſt: tum tigni pars accipiatur craſſitudinis tantæ, ut congruis foraminibus rotundis excipiat axium rotunditatem, extantibus hinc atque hinc extremitatibus quadratis. Deinde quadratas axis extremitates excipiant rotæ dentatæ alterno ordine, ut qua parte prior axis habet rotam majorem, ſecundus axis habet rotam minorem, & viciſſim ille in oppoſitâ tigni parte habeat rotam minorem, hic majorem; illud ſemper præcavendo, ne rota minor ſecundi axis contingat peripheriam rotæ majoris primi axis; id quod fiet, ſi poſteriores rotæ majores etiam paulò majorem ſemidiametrum habeant. Relinquitur autem artificis induſtriæ ita foraminum extremitates munire, ut nec axes ultrò citròque commeare valeant, rotis ipſis illos coërcentibus, nec nimio affrictu tigni faciem rotæ circumactæ terant, interjecto inter tignum & rotam exiguo circulo, cum quo tritus omnis atque conflictus exerceatur.

Quamvis autem tria tantummodo tympana dentata præter primam rotulam manubrio affixam, brevitatis gratiâ, examinanda propoſuerim, plura, & plura ſimilia addi poſſe eſt manifeſtum, adeò ut omni arrogantiæ notâ vacent magnificæ illæ Mechanicorum propoſitiones, quibus ſe quodcumque etiam immane pondus moturos ſpondent, immò tellurem ipſam, ſi locus daretur ſtatuendæ machinæ idoneus. Illud tamen incommodum vitari nullatenus poteſt, quod ex ponderis tarditate oritur: quî enim fieri poſſit, ut gravitatis reſiſtentia ex motûs tarditate minuatur, quin multo tempore opus ſit ad pondus movendum? Idcirco unâ eadémque operâ, qua potentiæ momenta inquiris componendo Rationes, quas majora tympana habent ad minora ſibi adjuncta, etiam motûs tarditatem notam facis; ac proinde conſtituto intra certam temporis menſuram potentiæ motu, innoteſcit ponderis motus, quem eodem tempore perficit. Fac eſſe decem Rationes quintuplas, quæ componendæ ſunt, ſi manubrium ad ſuæ rotulæ ſemidiametrum habeat Rationem quintuplam, & ſimilis ſit Ratio majorum ad ſua minora tympana. Motus potentiæ manubrio applicatæ eſt ad motum ponderis ut 9.765625 ad 1: tot igitur ſpatij pedes iteratis revolutionibus confici à potentiâ neceſſe eſt, ut pondus pedem unum percurrat. Quod ſi potentiam tantâ velocitate moveri

veri ponamus, ut horis ſingulis pedum quindecim millia percurrat, indigebit horis 651 $\frac{1}{24}$, hoc eſt diebus 27, horis 3. min. 2 $\frac{1}{2}$, ut pondus à loco in locum pedis unius intervallo diſtantem transferat: atque ideò quis tantâ oculorum acie polleat, ut ponderis motum dignoſcat, niſi poſt aliquot horas? quandoquidem unius horæ ſpatio vix unius unciæ partem quinquageſimam quartam perficit, ſcilicet $\frac{1}{651}$ pedis. Verùm tam immane pondus, quod ad gravitatem reſpondentem potentiæ machinâ deſtitutæ ſit ut 9. 765625 ad 1, movere, licet tardiſſimè, ſatius eſt, quàm nullo pacto movere.

Ex his liquet, quid contingat, ſi potentiæ & ponderis loca ita commutentur, ut potentia extremo tympano applicetur, pondus verò movendum primæ rotulæ axi aut manubrio reſpondeat; exiguus enim validioris potentiæ motus velociſſimè movet pondus, motúmque diu continuat; ut palam eſt in automatis horas indicantibus, ſive potentia movens ſit vis elaſtica laminæ chalybeæ inflexæ, ſivè gravitas ponderis axem maximæ rotæ volvens; niſi enim Tempus alternis motibus objiceret rotæ ſerratæ dentibus ſui fuſi pinnulas, quæ moram inferrent, rota ipſa ſerrata velociſſimè volveretur. Sed quoniam raró contingit validiſſimam potentiam adhibere, ut leve pondus moveatur, propterea non eſt frequens hujuſmodi locorum commutatio inter pondus & potentiam: uſum tamen aliquando habere poſſet in rebus ſcenicis, maximè ſi æquabilis eſſe debeat motus; gravitas enim, quæ per unius aut alterius palmi ſpatium deſcendat, non acquirit in motu notabile aliquod velocitatis incrementum, atque idcirco æquabilis apparet motus tam ipſius gravitatis deſcendentis, quàm ponderis illius virtute aſcendentis: hoc ſi non rectâ ſurſum trahatur, ſed circumagatur, fortaſſe impreſſus impetus velociorem circumvolutionem efficere poſſit.

Quod demum ad ipſos rotarum dentes attinet, ſingulæ quidem rotæ à ſuis dentibus in partes æquales tribuuntur; ſed hallucinati videntur non pauci fruſtra requirentes in omnibus rotis invicem comparatis dentium æqualitatem, & ex dentium numero potentiæ momenta metientes; quaſi ſervari nequiret eadem momentorum Ratio, etiamſi minoris tympani dentes

non omninò ſimiles eſſent, aut ut veriùs loquar, ſinguli non eſſent æquales ſingulis dentibus majoris tympani in eodem axe exiſtentis. Dentium æqualitas in iis tantummodo rotis requiritur, quæ ſibi mutuâ collabellatione cohærentes in convolutione dentem dentibus implicant; niſi enim ab unius rotæ dentium intervallis alterius dentes ſubinde reciperentur, fieri non poſſet utriuſque rotæ converſio. Cæterùm nil prohibet, quominùs in plurium majorum tympanorum complexione alia rariores, alia ſpiſſiores dentes habeant, dummodo ſingulis majoribus ſingula minora, à quibus illa motum recipiunt, reſpondeant ſimilibus dentibus inſtructa, etiamſi hi diſſimiles ſint dentibus tympani in eodem axe connexi. Si enim prioris majoris tympani peripheria ſit in dentes 24 diſtributa, minoris autem tympani eidem axi infixi peripheria ſex dentes habeat, ſed eorum diametri ſint ut 3 ad 2, utique eorum motus non aliam habent Rationem quàm ſeſquialteram, licèt dentium numeri ſint in Ratione quadruplâ. Idem planè dicendum de ſecundo tympano majore, quod ad prioris motum convolvitur; hujus enim motus pariter comparandus eſt cum motu tympani minoris ſibi conjuncti ſpectatâ diametrorum Ratione, non dentium multitudine, ut momenta innoteſcant. Quare illæ dentium multitudines invicem comparatæ ſatis quidem faciunt quærenti, quoties potentia manubrium circumagat, ut ſemel convertatur Axis, quem ductarius funis complectitur; ſed quibus momentis id perficiat ipſa potentia, ſola diametrorum Ratio ſpectata indicabit.

Sed hìc ubi diametrorum incidit mentio (quamquam res Mechanicæ in praxim deductæ tantâ ſubtilitate non indigeant) non eſt diſſimulandum aliquam neceſſariò intercedere momentorum inæqualitatem in ipſo motu, quando tympanorum ambitus eſt dentium inciſuris aſperatus: cum enim extremi dentium apices à centro magis abſint, quàm anguli, in quibus ſibi dentes occurrunt, non eſt utrobique eadem movendi facultas, quippe quæ in majore à centro diſtantiâ validior eſt, cæteris paribus. Eatenus ſcilicet rota rotam urget, quatenus rota movens ſui dentis apice contingit faciem dentis rotæ, quæ movetur: hic autem contactus primùm fit propè angulum, hoc eſt minùs procul à centro, & ſen-

ſim

ſim dens rotæ moventis ſuo apice excurrens versùs extremitatem dentis rotæ, quæ movetur, magis recedit à centro. Cum igitur rota movens ſuam vim exerceat apice dentis, integra ſemper illius diameter aut ſemidiameter conſideranda eſt; at rota, quæ urgetur, cum non in eodem puncto recipiat moventis impulſionem, non eſt abſolutè attendenda integra illius diameter aut ſemidiameter, ſed potiùs mediocris quædam inter maximam & minimam à centro diſtantiam eligenda eſt, ut alter Rationis terminus habeatur. Ex quo vides (ſi res ſubtiliter elimetur) non parum intereſſe, utrùm minor rota majorem urgeat, an è contrario major minorem propellat. Concipe enim majoris rotæ integram ſemidiametrum eſſe particularum 100, & talem eſſe dentium inciſuram, ut angulus, in quo ipſi dentes coëunt, diſtet à centro particulis 94: rotæ autem minoris, quæ ſuos dentes illius dentibus implicat, ſemidiameter integra ſit ſimilium particularum 20, & angulus concursûs dentium diſtet à centro particulis 14. Utique ſi minor majorem urgeat illius Radius eſt ut 20, hujus verò eſt ut 97: contra autem ſi major pellat minorem illius Radius eſt ut 100, hujus ut 17. Quare ſingulæ comparatæ cum iis, quæ ſecum communem habent axem, diverſam conſtituunt Rationem: ſi enim major rota urgeatur à minore ſibi proximâ, adeò ut ſecunda minor moveatur ad motum majoris in eodem axe, & Ratio ſit ut 20 ad 97, ſi majore proximâ urgente minorem moveretur major ad motum minoris in eodem axe, hujus minoris motus ad motum ſuæ majoris non eſſet pariter ut 20 ad 97, ſed ut 17 ad 100, quæ eſt minor Ratio.

CAPUT VII.

Moleſtrinarum artificium ex Axe in Peritrochio pendet.

ARtificia omnia, quæ ex Axe in Peritrochio pendent, recenſere res eſſet non quidem injucunda, ſed penè infiniti laboris, hiſtoriam potiùs redolens, quam theoriam, cui potiſſimùm inſervio Machinarum fontes indicans, ex quibus ingenioſus quiſque Machinas ſuo inſtituto opportunas moliri queat. Placuit tamen in Molendinorum artificio pauliſper immorari, ut quam uberem ab Axe in Peritrochio utilitatem ad vitæ commoda percipiamus, innoteſcat. Quamvis autem potiſſimùm inſtituta ſint molendina ad comminuendum triticum & alia ſemina, ut ex farinâ panis conficiatur, ad alios tamen uſus pars eorum aliqua deſtinatur: omnibus quippe communis eſt rota exterior, quam aqua incurrens verſat, & Axis, qui convolvitur. Si enim tundenda ſit lana, aut Cannabis; ſi in pollinem redigenda elementa pulveris pyrij carbo, ſulphur, nitrum; ſi antiqua linteorum reſegmina conterenda, & in minimas particulas diſſipanda ad conficiendam chartam, Axi infixæ ſunt pinnulæ, quæ in converſione occurrentes alis piſtillorum illos elevant, atque dimittunt, & eorum gravitate recidente ſubjecta materia aut contunditur, aut conteritur.

Nec diſſimili methodo diſponi poſſent piſtilli ſuis embolis congruentes, qui à pinnulis Axis elevati aquam in embolum attraherent, aut ſponte irruentem admitterent per aſſarium, tùm dimiſſi vi ſuæ gravitatis aquam exprimerent per tubum, & in altiorem locum aſcendere cogerent. Vel ſi non adeò graves piſtillos parare placuerit, velíſque certiùs aquam in altiorem locum pellere, diſpone binos piſtillos fune, aut catenâ, per excavatum rotæ ſuperiùs poſitæ ambitum tranſeunte connexos, aut potiùs tranſverſario, quaſi libræ jugo conjunctos, ita ut altero depreſſo alter elevetur; pinnula autem Axis de-

primat

primat piſtillum, vi cujus aqua in tubum aſcendentem exprimatur, & alter piſtillus attollatur aquam inferiùs poſitam attrahens, qui pariter ab Axis pinnulâ ejus alæ reſpondente ſubinde deprimatur. Hinc fit poſſe longiorem Axem addi rotæ, & plura hujuſmodi piſtillorum paria diſponi pinnulis in ambitu Axis ita diſtributis, ut non plures ſimul piſtillos, ſed ſingulos unum poſt alium premant, ſi non adeò valida fuerit potentia rotam verſans; Sin autem validior illa fuerit, plures ſimul deprimant, iiſque conjugatos attollant. Niſi fortè magis arriſerit duobus tantummodo piſtillis conjugatis uti, tot pinnulis in Axe diſpoſitis, ut in unâ ejuſdem Axis converſione bis alter piſtillus idem deprimatur.

Hûc pariter ſpectant, quæ paſſim videre eſt in officinis malleatorum cupri aut ferri, ubi & rota exterior vi aquæ labentis circumacta interiùs in conclavi quaſi manubrium convolvit, quod ſuperiori Axi horizonti parallelo infixum Radium, ſibíque regulâ in juncturis plicatili connexum, dum attollit, atque deprimit, in alterâ ejuſdem Axis extremitate tranſverſarium hinc pariter attollens atque hinc deprimens follibus alternum motum conciliat: Et rota alia validiorem aquæ decidentis impetum recipiens, ſuúmque Axem convolvens, pinnulis axi infixis extremitatem alteram deprimit tigilli, cujus oppoſitæ extremitati elevatæ cohæret ingens ferreus malleus, qui prælapsâ Axis pinnulâ ſponte recidens tundit ſubjectum cuprum aut ferrum ignitum.

In his omnibus rotæ quidem ſemidiameter attendenda eſt, in cujus extantes palmulas aqua incurrens vim potentiæ moventis obtinet; ſed Axis ſemidiameter non ſolitariè accipienda eſt, verùm & addenda prominentis pinnulæ longitudo, ita ut ex utrâque conficiatur unica ſemidiameter motûs, qui communicatur piſtillo, aut depreſſæ extremitati mallei. Depreſſæ, inquam, extremitati mallei, nam mallei elevatio aliquanto major eſt, quam illa depreſſio, ut validior ictus ſequatur; neque enim tigillus à ſuo axe, cui innititur, omnino æqualiter dividitur, ſed ab eo aliquantulo remotior eſt malleus, quàm oppoſita extremitas, quæ deprimitur: ac proinde vis illam deprimens major eſt, quàm ſi tigillus in partes æquales diſtingueretur. Similiter in follium motu primùm comparanda eſt rotæ ſemidiame-

ter cum adhærente manubrio, deinde Radius Axi ſuperiori infixus comparandus eſt cum ſemiſſe tranſverſarij, cui folles junguntur; & ex his duabus Rationibus componitur Ratio momentorum potentiæ ad momenta ponderis movendi.

At verò in molendinis, quibus mola frumentaria plano horizontali parallela circumagenda eſt, & quidem velociter, ut granum in farinam diſſolvatur, non ſatis eſt exterior rota aquæ impetum recipiens & Axem ſibi infixum volvens, ſed etiam interior rota denticulata in eodem Axe requiritur; & ne Machinæ membra fruſtrà multiplicentur, ita molares lapides communiter diſponuntur, ut ferreus axis metam ſuſtinens, & curriculo inſtructus, inferiorem locum obtineat, ac proinde curriculus ipſe proximè attingat ſuperiorem partem interioris rotæ in ſuo plano denticulatæ eundem cum exteriore rotâ axem habentis. Quod ſi molares lapides collocari non poſſint in plano, infra vel ſupra quod volvatur rota interior denticulata, ſed ſolùm paulò infra, aut ſupra axem ejuſdem rotæ; quia Vertebra ſtriata proximè molari lapidi cohærens, adeóque lapidem ipſum volvens, diſtat, à rotâ denticulatâ, hæc autem commodè non admittit tam longos dentes, qui ejuſdem Vertebræ aut curriculi virgulis aptè commiſceri valeant, propterea exigitur alius Axis horizonti perpendicularis curriculo & rotæ infixus, quem convertat rota interior curriculi hujus virgulas ſuis dentibus impellens; ſimul enim rota dentata horizonti parallela, eidem Axi perpendicularis infixa volvitur, & curriculum molæ conjunctum circumagit.

Hìc quoque plures Rationes componendæ ſunt; prima eſt Ratio diametri rotæ exterioris ad diametrum rotæ interioris in eodem axe; deinde Ratio diametri curriculi molæ adhærentis ad ipſius molæ circumactæ diametrum (ſive integra diameter accipienda ſit, ſive illa tantum pars, quæ eſt diameter circuli in rotatione molæ deſcripti à puncto inter centrum & peripheriam intermedio) & ſi, ut in ſecundo caſu, interjectus fuerit Axis perpendicularis, prætereà in compoſitionem venit Ratio diametri curriculi ad diametrum rotæ denticulatæ in eodem Axe perpendiculari. Ex quibus apparet præſtare rotæ interioris diametrum minorem eſſe diametro rotæ exterioris, ut aquæ hanc impellentis momenta validiora ſint: ſed & cavendum, ne

illa

illa ita minor ſtatuatur, ut ejus dentium numerus vix excedat numerum virgularum curriculi molæ adhærentis, hæc enim nimis tardè moveretur; & ſi intermedius fuerit Axis perpendicularis, poſitâ hac dentium æqualitate & virgularum curriculi, unica rotæ exterioris converſio ſemel tantùm convolveret rotam denticulatam horizonti parallelam, atque idcirco eodem tempore mola toties ſolùm converteretur, quoties numerus virgularum ejus curriculi contineretur in numero dentium rotæ denticulatæ infixæ Axi perpendiculari.

Ut autem convolutionem molæ numerum augeas, cave ne movendi difficultas pariter plus juſto augeatur, ſi nimirum in axe perpendiculari diameter curriculi ſit immodicè minor diametro rotæ denticulatæ in eodem axe: potentia ſi quidem curriculo applicata multo tardiùs moveretur, quàm pondus extremis rotæ dentibus applicatum, ac proinde movendi difficultas augeretur. Quare omnia prudenter adminiſtranda, ut neque potentiæ moventis vires fruſtra conterantur, neque mola tardiùs aut velociùs, quàm par ſit, moveatur.

Quod ſi non placuerit, aut loci diſpoſitio non tulerit, axem illum intermedium ſtatui perpendicularem, ſed horizonti parallelus commodior accidat, tunc rotæ interioris eundem cum exteriore rotâ axem habentis dentes non plano infixi, ſed in extremo ambitu defixi requiruntur, ut ſuperioris axis curriculum (ſive majorem, ſive minorem, prout opus fuerit) convertant, & cum eo rotam non in ambitu, ſed in plano, denticulatam, à qua molæ curriculus convolvatur. Neque aliter, ac priùs, momentorum Ratio componitur, ex Rationibus videlicet tympanorum, quæ communem Axem habent, ut ſatis conſtat ex dictis.

Hinc quoniam potentia movens eſt aqua, obſervamus non omnino eandem eſſe formam rotæ aquam excipientis; quæ enim in profluente collocantur rotæ, nimis incommodæ eſſent, ſi valdè amplam diametrum haberent; aut modico aquæ labentis impetu pellerentur, ſi palmulis exiguis inſtruerentur: propterea rotæ hujuſmodi mediocrem quidem habent diame-

trum,

trum, ſed valdè notabilem axis partem occupant palmulis, adeò juxtà axis longitudinem expanſis, ut à multâ aquâ in illas incurrente validiore impulſu circumagantur. Sic in Pado communiter Rotæ hujus longitudo eſt cubitorum 10, diameter tota cubitorum 6; interior rota diametrum habet cubit. 5 $\frac{1}{2}$, dentes 108 plano infixos, & molæ curriculus in fuſos 9 diſtinguitur; lapis autem molaris in craſſitudine numerat uncias 6 aut 7, in diametro cubitos 2 $\frac{1}{2}$. Quia verò aquæ ex alto cadentis motus major eſt quàm profluentis, propterea rotarum diameter amplior ſtatui poteſt, ſi opus fuerit, & palmularum latitudo valde mediocris ſufficit, quippe incluſa canali, per quem aqua decidens labitur: modica ſcilicet aqua per planum magis elevatum prolapſa majora habet momenta, quàm per planum ferè horizontale: & præterea rota amplioris diametri faciliùs volvitur etiam à minore aquâ, nam ad interiorem rotam, cæteris paribus, habet majorem Rationem. Porrò palmulæ communiter quidem planæ ſunt, aut non niſi modicè ſinuatæ, ita ut aqua hinc atque hinc diffluat; aliquando tamen limbo ex utraque parte concluduntur, & quaſi vaſcula aquam aliquandiu continent, ut ipſius aquæ incluſæ gravitas converſionem juvet deorſum urgendo. Adde in ipſo canali inclinato majores eſſe vires aquæ in parte inferiore, quàm in ſuperiore propè initium caſûs; quia videlicet aqua naturaliter deſcendens motum habet acceleratum, & ex antecedente deſcenſu acquiſivit impetum.

Hactenus Molendina, quæ aquarum vi aguntur conſideravimus, nihil addentes de iis, quæ ab hominibus, aut ab animalibus volvuntur, nihil enim hæc habent peculiare præterquàm quod axis primæ rotæ, quæ cæteris conſequentibus membris motum conciliat, eſt horizonti perpendicularis, quia potentia faciliùs in plano horizontali movetur, quàm in tympano Verticali, quod calcaretur, & loco exterioris rotæ ab aquâ propulſæ vectis axi infigitur, quem aut jumenta trahunt, aut homines urgent.

Aliquid tamen innuendum de Molendinis, quæ vento aguntur, ſive ad comminuendas fruges, ſive etiam ad agitandas

candas antlias, quibus aquæ depreſſioribus campis inſidentes exhauriuntur. Quod enim attinet ad interius artificium rotarum & curriculorum, ſimillimum eſt iis, quæ in noſtratibus molendinis aquâ urgente commotis reperiuntur, niſi quod in illis, ut pote à ſubjectâ planitie remotis (locus ſiquidem amplo ventilabro opportunus tribuendus eſt, & captandus ventus) per ſcalas aſcenditur, & in ſuperiorem locum comportandæ ſunt fruges, quas commolere oportet, atque farina inde transferenda: quo labore levari poteſt molitor, ſi operâ eâdem, qua ventus axem primarium cum rotis verſat, ſaccos tritico aut farinâ plenos attollat, aut deponat, fune ductario circa ipſum Axem convoluto, aut evoluto. Illud potiſſimum in hoc molendinorum genere attendendum eſt, quod ad ipſa flabella, quibus ventus excipitur, ſpectat; neque enim quemadmodum juxta aquæ curſum rotæ planum dirigitur, etiam ventilabrum flabella habet ita diſpoſita, ut venti ductum ſequantur: ſed ſuperior domunculæ pars, qua Axis cum rotâ denticulatâ continetur, uſque adeò convertitur, ut ventilabrum flanti vento adverſum ſtatuatur.

1. Sunt autem flabella quaſi quatuor ſcalæ in primarij Axis extremitate conjunctæ, quibus obducitur ſingulis linteum, ut vento reſiſtat; qui ſi juſto validior fuerit, lintei pars complicata aliquem vento exitum præbet. Non tamen flabella hæc ita ex æquo collocantur, ut in uno eodémque plano Verticali conſtituantur, ſed ſingulorum flabellorum planum modicè obliquum ſtatuitur latere altero ſe paulatim ſubducente à vento. Ex quo fit ventum inter quatuor flabellorum intervalla intercurrentem repellere in latus, & quaſi cubito percutere ipſa flabella, atque adeò Axem converti juxta flabellorum inclinationem. Nam ſi nulla eſſet flabellorum obliquitas, & omnia quaſi unicum planum efficerent, in quod Axis eſſet perpendicularis, incertum eſſet, quam in partem fieret converſio. Quod ad latitudinem aut longitudinem hujuſmodi flabellorum obliquè poſitorum attinet, non dubitatur, quin eorum latitudo maximè juvet motum; quia eâdem obliquitate poſitâ, major aëris pars incurrit in

amplius quàm in ſtrictius linteum; & in vehementiori vento, ne nimia ſit machinæ velocitas, experimur aliquando non niſi dimidium velum expandi. An verò fuerit operæ pretium horum longitudinem augere, incertum eſt: quamvis enim potentia magis à centro motûs diſtans plus habeat momenti, tamen quia longiorum flabellorum extremitates valde inter ſe diſtarent, ventus ampliora ſpatia nactus minus haberet virium; ſicut & aqua fluens, velociùs atque majore conatu per anguſtias, quàm per patentem alveum currit. Propterea in hujuſmodi flabellis non auderem omnino definire, quo locò potentiæ moventis vires ſtatuendæ ſint quaſi in centro virtutis; nam prope Axem, cui infixa ſunt, modica eſt diſtantia, & ventus quaſi eorum objectu compreſſus velociùs ſpirat, procul autem ab Axe in majore intervallo faciliùs elabens minùs incitat curſum. Cum verò non ſit temerè ſtatuendum venti compreſſionem omnino reſpondere mutuis flabellorum diſtantiis, quæ in eâdem Ratione ſunt ac diſtantiæ ab Axe; neque facilè asseri poteſt eâdem Ratione decreſcere vim venti ex compreſſione, qua ejuſdem momenta creſcunt ex diſtantiâ ab Axe: Ex quo fieret momenta compoſita ex diſtantia ab Axe, & ex vi compreſſionis, eſſe per totam flabelli longitudinem æqualiter diffuſa, ac proinde in mediâ longitudine eſſe Centrum virtutis moventis. Omnibus tamen ritè perpenſis, exiſtimarem centrum hoc virtutis, cui applicata potentia intelligitur, haud procul abeſſe à mediâ flbelli longitudine: Niſi fortè flabella ipſa talia eſſent, ut eorum latitudo ab Axe recedens augeretur; ſic enim diminutâ in extremitatibus flabellorum diſtantiâ, etiam venti compreſſio augeretur.

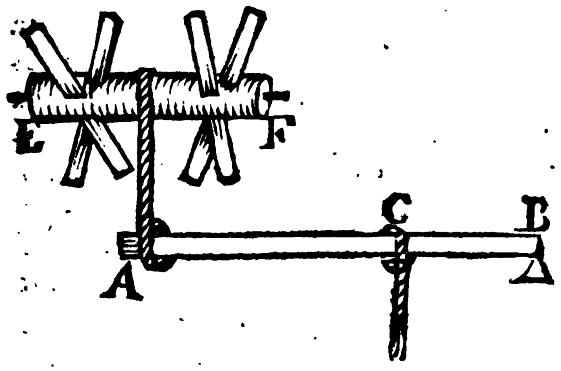
Quod ſi occurrendum putares incommodo, quod ſubire neceſſe eſt ædiculam polo innixam ita convertendo, ut flabella adverſum ventum excipiant, haud abs re eſſe ducerem, ſi quis in ſupremo domûs faſtigio, loco patente & ventis omnibus expoſito, craſſum ſatiſque validum axem horizonti perpendicularem ſtatueret, quem rota denticulata horizonti parallela complecteretur, ex cujus converſione demum

mum mola circumageretur. At flabellorum latitudo juxta Axis longitudinem in ejuſdem ſupremo capite extra tectum collocanda eſſet, ut incurrentis venti impulſum exciperent, perindè atque fluentis aquæ impetum recipiunt palmulæ rotarum. Sed quoniam plana flabella parùm apta videntur ad converſionem continuandam, quia, quæ ſunt à diametro oppoſita, demùm venti viribus exponerentur æqualiter, nec dexterum potiùs quàm ſiniſtrum impellendum eſſet, adeóque ceſſaret converſio; propterea flabella conſtruenda eſſent modicè incurva; hac enim ratione fieret, ut oppoſita inæqualiter urgerentur, & dextri quidem convexam, ſiniſtri verò cavam faciem ventus impeteret inæqualibus viribus, illud ſcilicet quaſi ſe ſubducit vento, nec admodum ejus impulſui opponitur extremitas juxtà venti directionem inflexa; hoc autem cavo ſinu ventum excipiens totum ejus impulſum recipit. Adde quod venti particula in duo proxima flabella incurrens à convexâ unius facie in cavam proximi faciem reflectitur, & auget impulſionem. Quod ſi placuerit non quatuor, ſed quinque flabella ſtatuere, ne unquam duo ex diametro opponantur, non abnuo. Illud certum eſt hujuſmodi flabellorum tùm longitudinem, tùm latitudinem plurimùm juvare, quo enim ampliora ſunt, plus venti excipiunt, & quò longiora, ut pote à motûs centro magis ſejuncta, plus habent momenti. Quomodo autem ſiſtenda ſit machina, explicanda aut complicanda vela, ne præter molitoris voluntatem agitentur flabella, nil refert hìc pluribus diſputare, ubi tantummodo vis movendi conſideratur. Neque ſolùm hujus molendini uſus eſſet in comminuendis tritici aut leguminum granis, ſed etiam in attollendis atque alio derivandis aquis, ut palus exſiccetur, & cæteris hujuſmodi, quæ præſente ſemper corpore movendo, non certo tempori alligantur, quemadmodum, opus molendi, quod non perpetuò exercetur.

CAPUT VIII.

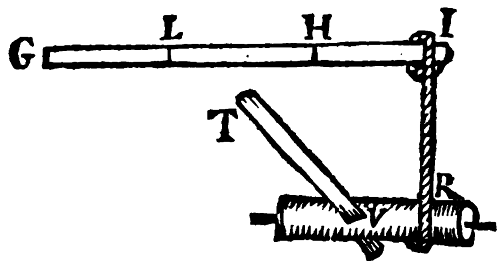
Axis cum Vecte compoſitus auget Potentiæ momenta.

TAnta eſt aliquando ponderis gravitas, ut datæ potentiæ vires illi movendo impares ſint, aut de oblatæ machinæ ſoliditate ac firmitate dubitetur: propterea opportunum accidet Vectem cum Axe in Peritrochio componere. Primùm dato Vecte A B ſecundi generis, cujus hypomochlium ſit B, & pondus conſtitutum in C, Potentia, quæ in extremitate A applicanda eſt, minor ſit, quàm pro gravitate ponderis, datâ vectis Ratione C B ad A B. Adhibeatur ſuccula E F opportunè collata, ut funis ductarius in A alligatus Vectem attollat: momenta enim potentiæ componuntur ex Rationibus radiorum ſucculæ ad ſemidiametrum Axis, & diſtantiæ A B ad diſtantiam C B in vecte. Hinc ſi Ratio A B ad C B ſit ut 3 ad 1, Ratio autem radiorum ad Axis ſemidiametrum ſit ut 4 ad 1, unicus homo Succulam vertens momentum habet æquale momentis quatuor hominum in A vecti applicatorum, quorum ſinguli æquiparantur tribus, qui pondus idem ſinè vecte attollere conarentur: atque adeò unicus homo ſucculam convertens æquat vires duodecim hominum ponderi ipſi proximè applicatorum citra quodlibet machinæ ſubſidium.



Deinde

Deinde in vecte primi generis, quando movendo ponderi velocitas aliqua concilianda eſt, validiore potentiâ opus eſt, & tamen adjecto Axe infirmæ potentiæ adjumentum comparare in promptu eſt. Sit enim vectis I G, & hypomochlium in H. Utique potentia in I tanto major requiritur, quanto major eſſe debet ponderis motus ſupra motum potentiæ, hoc eſt in Ratione H G ad H I. Statuatur Axis R S, & funis ductarius Vectem apprehendat in I.



Tum axi infigatur Radius V T; nam pro Ratione longitudinis V T ad Axis ſemidiametrum ita augeri poſſunt potentiæ momenta, ut non ſolùm ponderis gravitati paria ſint, ſed & illam excedant. Fac enim I H ad H G eſſe ut 1 ad 4, pondus verò in G eſſe lib. 200, certè requireretur in I potentia major libris 800., ut ſuâ virtute gravitati ponderis præſtaret: At ſi Radius V T ad Axis R S ſemidiametrum ſit ut 10 ad 1, jam potentia in T motum habet ad motum ponderis in G ut 10 ad 4: igitur reciprocè potentia in T ad pondus in G eſſet ut 4 ad 10, ac proinde potentia habens vires attollendi abſque machinâ libras 80, applicata in T attollet libras 200. Hæc quæ de attollendo pondere dicta ſunt, intellige pariter ſi in plano horizontali aut inclinato movendum eſſet; collocato ſcilicet Axe non parallelo horizonti, ſed vel perpendiculari, vel inclinato, pro ut loci opportunitas feret: hìc ſiquidem ſola momentorum incrementa conſiderantur ex harum duarum Facultatum compoſitione.

Quid autem opus eſt monere idem virium compendium haberi poſſe in Vecte pariter primi generis, quando pondus tardè movendum eſt? res enim per ſe clara eſt, hypomochlio ſcilicet magis ad extremitatem G accedente, quàm ad extremitatem I, quæ potentiæ locus eſt, ut ſi eſſet in L:

id quod tunc potiſſimùm uſurpari poteſt, cùm elevatio ponderis ad aliquam non minimam altitudinem requiritur; oportet enim hypomochlium à pondere intervallo notabili abeſſe, unde & major movendi difficultas oritur, atque idcircò additâ ſucculâ potentiam juvari neceſſe eſt. Succulam verò potiùs adhibendam proponere cenſui, quippe quæ & parabilior eſt, & commodior, nec multis impenſis conſtruitur: Cæterum nec Ergatam, nec tympana ſeu Grues, nec rotas dentatas, ſi placuerint, excludo.

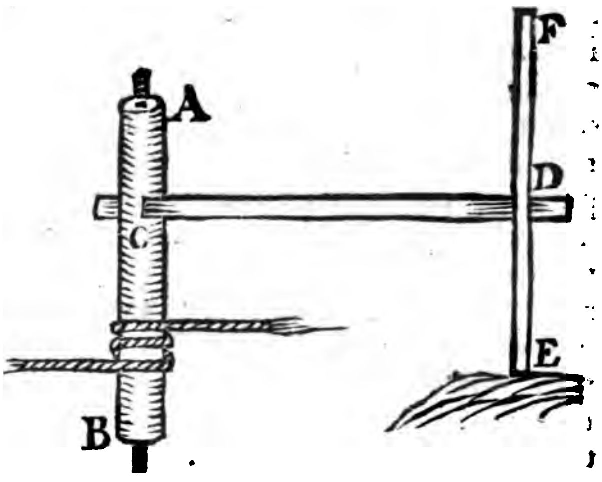
Ex his ſatis liquet, quid de Vecte tertij generis dicendum ſit, in quo Potentia media inter pondus & hypomochlium collocatur: Succula ſcilicet in ſuperiore loco ſtatuenda eſt, ita ut funis ductarius vectem apprehendat, ubi potentiæ locus aſſignatur: ſed quoniam minor eſt potentiæ, quàm ponderis motus, & augenda ſunt potentiæ momenta, ut ponderis gravitati elevandæ par ſit, Axi addendus eſt Radius tantæ longitudinis, ut potentia non jam Vecti, ſed Radio applicata velociùs moveatur, quàm pondus.

Hactenus Axem in Peritrochio additum Vecti conſideravimus, quatenus Vectem ſolitarium infirmior potentia movere nequit: Nunc Vectem addere opportet Axi in Peritrochio, ut hujus uſus illo addito facilior accidat. Machinulam ſecum deferunt communiter aurigæ in Germania, qua rotam currûs, ſi fortè limo profundiùs infixa inhæſerit, ſublevant, ac proinde recte *Pancratium aurigarum* dici poteſt. Lamina eſt chalybea denticulata, cui rotula pariter dentata congruit, cujuſmodi initio capitis 6. deſcripſimus: parvula tamen eſt rotula illa, ſed centrum habens commune cum rotâ majore ſimiliter dentatâ, ex cujus converſione minor convolvitur, & laminam ſurſum propellit. Majoris rotæ dentes apprehendit Axis ſtriatus, cujus motûs principium ducitur à manubrio extra loculamentum ad latus extante. Quare duplex eſt Ratio, videlicet manubrij ad ſemidiametrum axis ſtriati, atque diametri rotæ majoris ad diametrum rotulæ minoris concentricæ; ex quibus componitur Ratio motûs Potentiæ manubrium verſantis, ad motum ponderis ſublevati. Quia autem fieri poteſt, ut aut de laminæ

næ ſoliditate dubitetur, aut ſubjectum rotæ ſolum non admittat congruam machinulæ poſitionem; tunc rotæ elevandæ capiti ſubjiciatur validus fuſtis alterâ extremitate incumbens telluri, alterâ innixus dentatæ laminæ; quæ eò minùs à plauſtri onere gravabitur, quò major erit Ratio totius longitudinis fuſtis ad ejus partem inter rotæ caput, & ſolum, cui innititur, interjectam.

Hînc ſi Ratio vectis ſit ut 2 ad 1, machinæ lamina non niſi à ponderis ſemiſſe gravatur; & Potentiæ manubrio Pancratij applicatæ momenta geminantur. Nam ſi manubrij longitudo ad Axis ſtriati ſemidiametrum ſit ut 8 ad 1, rotæ autem majoris diameter ad rotulæ concentricæ diametrum ſit ut 4 ad 1, potentiæ motus ad motum laminæ dentatæ eſt ut 32 ad 1: ſed appoſito vecte, cujus Ratio datur ut 2 ad 1, jam motus potentiæ ad motum ponderis elevati eſt ut 64 ad 1, & potentiæ conatus, qui ſatis eſſet ad attollendas ſine machinâ libras 20, hoc Pancratio unâ cum Vecte attollet libras 1280.

Similiter ſi Ergatâ A B raptandum eſſet onus, & potentia infirmior eſſet, quam ut in extremitate Radij C D valeret ſuperare oneris reſiſtentiam, adhibe Vectem E F, & extremitate E innitente ſubjecto ſolo, potentia applicetur extremitati F; nam ejus momenta componũtur ex Rationibus C D



Radij ad ſemidiametrum Axis A B, & vectis F E ad D E. Poteſt autem poſt aliquantulum motum ſubinde promoveri extremitas

extremitas E vectis, ut manifeſtum eſt. Quod ſi Ergatâ ipſâ uteremur ad ſenſim demittendum in plano inclinato onus quoddam ingens, & timeretur, ne vis gravitatis vinceret conatum hominum in D reluctantium, ne præceps delabatur onus; adhibeatur vectis E F, quo ſenſim dimiſſo certiùs retinetur onus, & lentiùs deſcendit.

CAPUT IX.

Multiplex rotarum dentatarum uſus innuitur.

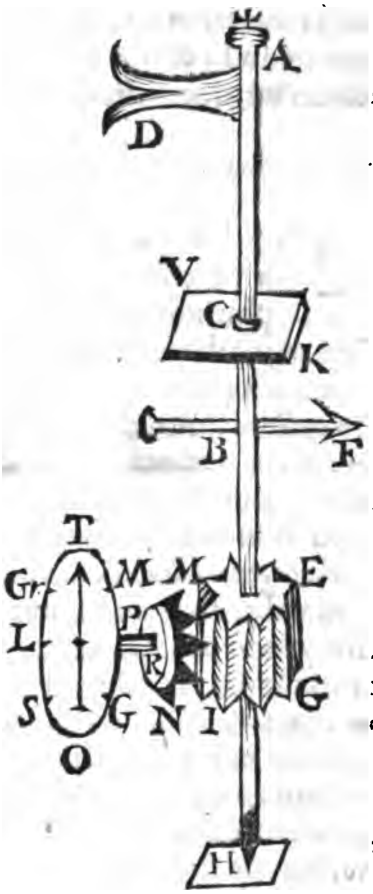
QUanquam ea, quæ ad Mechanicam ſcientiam ſpectant circa tympana dentata, ſatis in ſuperioribus explicata ſint, quatenus ex iis ſubſidium petitur ad virium ſupplementum, & fontes indicati ſint, ex quibus unuſquiſque variam hujuſmodi tympanorum complexionem pro opportunitate excogitare poſſit; placuit tamen auctarium adjicere multiplicis uſûs, etiam aliquando citra momentorum potentiæ moventis incrementum. Illud autem generatim obſervandum eſt, ne pluribus membris diſtinguatur machina, ſi pauciora ſufficiant: fieri ſiquidem non poteſt, quin motui mora aliqua inferatur, ubi plurium membrorum multiplex conflictus atque tritus contingit, etiamſi omnia ritè diſponantur, & ſibi invicem proportione reſpondeant.

PROPOSITIO I.

Anemoſcopium, Ventorum flantium indicem deſcribere.

SI quis in conclavi manens cognoſcere cupiat, quo vento impellatur aër externus, & Anemoſcopium conſtruendum curet, ſi hoc quidem in fornice, aut in laqueari deſcribendum ſit, nullo opus eſt artificio; ſed ſatis eſt intra laminæ V K foramen erecto axi perpendiculari A B, qui nodo

nodo C laminæ inſiſtat facilè verſatilis, adjicere flabellum A D ſupra tecti faſtigium loco apto ita eminens, ut directè, citra reflexionum ſuſpicionem, cujuſlibet auræ flantis impulſum excipiens, & venti ductum ſequens convertatur, atque ejus extremitas D cœli plagam vento oppoſitam reſpiciat. In alterâ verò axis extremitate B infra laquearis aut fornicis faciem, in qua ritè juxta horizontis poſitionem deſcripti ſint ventorum cardines, adnectatur index B F, ea lege, ut ex diametro contrariam flabello A D poſitionem B F obtineat: hinc enim fiet, ut quoniam ventus ex A in D directus ſpirat, index F eam horizontis partem, unde flat, reſpiciat.



Sin autem in plano Verticali (aut etiam inclinato) deſcribendum ſit Anemoſcopium, ſit axis A H cum flabello A D tranſiens per C foramen, & acutâ cuſpide inſiſtens plano H, ut facillimè converti queat, vertebram ſtriatam E G habens in octo æquales ſtrias diſtinctam, quibus ſubinde exactè congruere poſſint rotæ M N dentes octo, in quos ferrea lamina diſtributa eſt æqualiter, antequàm in circulum inflecteretur. Ex hujus rotæ centro infixus exeat axis R parietem pervadens, & in extremitate adnexum indicē convolvens ad indicandos ventos in interiori, aut exteriori parietis facie deſcriptos.

Verùm in ventorum deſcriptione cavendum, ne, quemadmodum in Mappis Geographicis ſupremus loeus Septentrioni, infimus Auſtro, dexter (qui ſcilicet eſt ad dexteram aſpicientis) Subſolano, ſiniſter Favonio tribuitur, ita hìc ordinem eundem ſerves: quia enim vento flabellum impellente ſi vertebra

ſtriata convertatur ex G in I, rota dentata aſcendit ex N in M, & ſimiliter index convolvitur ex T in L; propterea ſi ventus ab Arcto ſpirans in ſupremâ parte deſcriptus ſit in T, & in infimâ qui à meridie in O, is, qui ab ortu flat, deſcribendus eſt ad ſiniſtram in L, & qui ab Occaſu, ad dexteram in P. Quare manifeſtum eſt, quo ordine reliquos intermedios deſcribere oporteat.

PROPOSITIO II.

Currûs motum metiri.

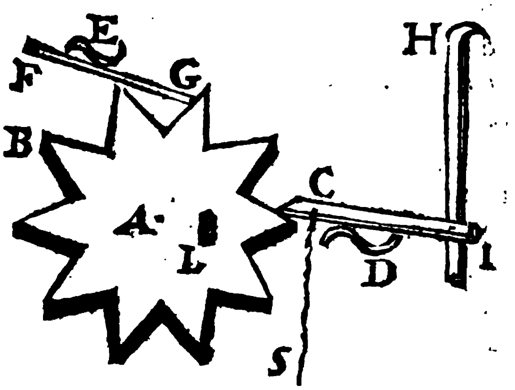
QUæ Vitruvius lib. 10. cap. 14. ſcripſit methodum innuens, qua Veteres navi aut rhedâ vecti peractum iter dimetiebantur, plurium ingenia excitarunt (quandoquidem non paucis Vitruvij verba obſcuritate admodum laborare videbantur, quam tamen notam illi inurere nō auſim) ad varias rationes excogitandas, quibus hoc idem aſſequi ſe poſſe confidant. Maneat ſua cuique Machinatori laus; neminis inventa improbo, aut aſpernor: Mihi planiſſimâ inire viam ſemper placuit, qua putaverim ad id, quod volumus, perveniri poſſe: quapropter nec certam rhedæ formam, nec verſatilem cum affixis rotis axem præſcribo, ſed aliquid vulgaribus rhedis aut curribus commune comminiſci placuit, modò liceat alterius poſteriorum rotarum (quippe anterioribus altiores ſunt) modiolo ad partem interiorem infigere breviorem paxillum, quo rota ipſa, dum convertitur, motum machinulæ currui alligatæ conciliet.

Unum moneo, quod ad Vitruvium ſpectat (in quo nullam reperio obſcuritatem) non arguendum eſſe oſcitantiæ, quòd rotæ diametrum ſtatuerit pedum quaternum & ſextantis, deinde verò totam rotæ verſationem definiat pedibus duodecim; cùm tamen ex Rationibus Cyclicis ſint ut minimum tredecim; atque adeò quadringentæ verſationes perficiant pedes 5200, hoc eſt paſſus geometricos 40 ſupra milliare; ex quo integrâ die, qua milliaria 30 computarentur, error eſſet paſſum 1200, qui milliaribus 30 addendi eſſent. Contra verò ſi rotæ ambitus ſolùm peragat pedes 12; quadringentæ verſationes dant pedes 4800, & pedes 200 deſunt ad milliaris complementum: quare & hic in milliarium 30 computatione deeſſent paſſus 1200, qui milliaribus 30 demendi eſſent. Ipſe tamen Vitruvius quadringentis verſationibus tribuit ſpatia pedum 5000, hoc eſt integri milliaris.

Non eſt, inquam, oſcitantiæ arguendus Vitruvius, quem iſta latere non potuerunt, cùm ſint admodum obvia cuique vel leviter Geometricis aſperſo; ſed eo conſilio rotæ diametrum ſupra quatuor pedes ſextante auxit, ut quod deteritur ex aliquâ rotæ depreſſiore in ſolo, cui impreſſa veſtigia relinquit, hoc augmento aliquâ ex parte reſtituatur, adeóque tota verſatio conſiſtat intra pedes 12 & 13; addere autem certam fractiunculam pedibus 12, temerarium fuiſſet, illa quippe valdè inconſtans & incerta eſt: ſatis fuit demum in ſummâ 400 verſationum medium eligere inter 5200, & 4800: neque enim error, qui notabilis eſſet, obrepere poterat.

Non tamen placet Vitruvianum tympanum, cujus orbita in quadringentos æquales denticulos eſſet diſtributa, nimia quippe & incommoda mihi videtur hujuſmodi tympani magnitudo: ſi enim ligneum fuerit tympanum, ſingulorum dẽtium pedem, quo orbitæ cohærent, vix puto minorem eſſe poſſe latitudine digitali, hoc eſt quatuor granorum hordei, ſi quidẽ ſatis validi, & ad perennitatem conſtructi intelligantur: ſin autem ferreum fuerit tympanum, latitudo ſingulorum ſaltem æquabit duo grana hordei. Quare orbita tympani in 400 hujuſmodi dentes diſtributa, erit digitorum 400, aut 200, hoc eſt, palmorum 100, aut 50; ac proinde diameter erit palmorum ferè 32, aut 16. Commodius igitur acciderit minora tympana componere, quàm adeò ingens tympanum conſtruere in tot dentes diviſum.

Sit itaque primùm rota denticulata A, cujus denti inſiſtens haſtula C I axiculo in I jungatur laminæ H I ita fixæ in H, ut elateris, non tamen admodùm validi, vice fungatur. Tum haſtulæ C I ſubjiciatur elaſma D aliquanto validius, quantum ſatis fuerit ad efficiendum motum, quem ſtatim indicabo. Alia pariter haſtula F G cum ſuo elaſmate E ita diſponatur, ut denti G occurrens non permittat rotam retroagi ex G versùs B, ſed ſolùm converti poſſe ex G in C, atque à ſin-



gulis dentibus elevata ſtatim vi elaſmatis E recidat, ſéque illis objiciat,ne retrocedant. Additus igitur funiculus C S ſi trahatur, dentem rotæ convertit haſtula C I impellens ſubjectum elaſma D,eademque operâ dens unus tranſgreditur haſtulam F G, quæ vi elaſmatis E recidens prohibet,ne in contrarium fieri poſſit rotæ converſio. Quia verò haſtula C I dum trahitur,dentem quoquè ſecum rapit,& ab eo inclinato demum liberatur,dimiſſo funiculo,vi elaſmatis D ſurſum validè propellitur,& per obliquum dentis latus excurrens extremitas C, obliquè pariter deſinens, repellit in I elaterem H I, donec haſtula ipſa dentis apicem tranſgreſſa ab elatere H I ſeſe reſtituente coaptetur lateri ſuperiori dentis. Quo pacto ſinguli rotæ dentes ſubinde convertuntur; atquè tandiu hujuſmodi convolutio perſeverat, quandiu trahitur, & dimittitur funiculus.

Deinde rota altera pariter denticulata paretur,ſuóque axi infixa ita diſponatur priori rotæ parallela (ſed citra planorum contactum) ut in ejus dentes incurrat paxillus L in rotæ A plano ad perpendiculum erectus,quo poſt integram prioris rotæ converſionem dens unus ſecundæ rotæ promoveatur. Ex quo fiet tot prioris rotæ converſiones requiri ad poſteriorem ſemel convolvendam, quot in poſteriore rotâ dentes numerantur. Simili ratione tertia, aut etiam, ſi opus fuerit, quarta rota denticulata paretur, & ita pariter parallelæ diſponantur, ut paxillus ſecundæ rotæ tertiam,& tertiæ quartam convertat, paxillo videlicet dentium intervalla ſubeunte poſt integram ſuæ rotæ converſionem.

Hinc ut innoteſcat, quoties trahendus, atque dimittendus ſit funiculus,ut rotæ convertantur,attendendus eſt in ſingulis rotis dentium numerus: tùm numerus primæ per numerum ſecundæ ducendus; & qui producitur indicans numerum tractionum funiculi,ut ſecunda rota ſemel convertatur,per numerum dentium tertiæ rotæ eſt multiplicandus, ut ſciamus,quot funiculi tractionibus tertia rota gyrum integrum perficiat. Quod ſi hæc poſtrema non fuerit,ſed & quarta rota adjiciatur, productus ex ſecundâ illâ multiplicatione numerus per numerum dentium quartæ hujus rotæ multiplicabitur: ac demum innoteſcet, quoties funiculum trahere oporteat, ut quarta hæc rota totam circuli peripheriam percurrat.

Quod ſi paxillis,de quibus dictum eſt,uti non placuerit,ſed potiùs

tiùs libeát ſingulis rotis craſſiuſculos axes inſerere,ex quibus dẽs unus promineat,qui poſt integram ſuæ rotæ converſionem dentibus ſequentis rotæ implicetur ; omnino licebit,& fortaſſe ſuo commodo non carebit. Illud in rotarum collocatione intra ſuum loculamentm eſt diligenter animadvertendum, quod prioris rotæ paxillus (aut axis dens) non niſi poſt integram ſuæ rotæ converſionem incurrat in dentes poſterioris ; alioquin in errorem non ſanè levem inducere nos poſſet index, qui extremitati axis adnexus in exteriore loculamenti facie indicat ſingularum rotarum convolutiones.

Affigatur itaque poſteriori rhedæ parti opportuno loco regula circa axem verſatilis, cujus ſuperior extremitas conjunctum habeat funiculi C S trahendi caput S, inferior autẽ extremitas occurrat paxillo,quem ab initio rotæ modiolo ad partem interiorẽ infixiſti : ſic enim fiet, ut paxillo regulam impellente funiculus trahatur,atque ad ſingulas rotæ currûs converſiones,ſinguli dentes rotulæ A funiculum trahentem ſequantur : ac propterea in loculamẽti facie index cum axe A convolutus indicabit,quoties rota currûs cõverſa fuerit;& abſolutâ integrâ rotæ A converſione index ſequentis ſecundæ rotulæ oſtendet integras convolutiones primæ ; atque ita deinceps index tertiæ numerabit convolutiones ſecundæ,& index quartæ convolutiones tertiæ. Hinc ſi rotulæ ſingulæ ſint in dentes decẽ diſtributæ, numero, quem indicat ſecunda rotula,adde unicam cyphram o, numero tertiæ rotulæ adde duas cyphras oo , & numero à quarta rotula indicato adde tres cyphras ooo ; ſtatímque manifeſtus fiet numerus converſionum rotæ currûs. Quare ſi poſteriores currûs rotæ habeãt diametrum quinque pedum,rotæ ambitus eſt trium paſſuũ Geometricorum (quod eſt ſuper,negligitur,nam ſæpè rota ſolũ molliuſculum penetrans extenuat diametrum) atque adeò,ut ſemel prima rotula cõvertatur,currûs rota decies cõverſa percurrit ſpatium paſſuum 30 ; ut ſecunda unicam converſionẽ perficiat,rota currûs centies volvitur,& conficit paſſus 300;ut tertia gyrum abſolvat,rota currûs millies vertitur,& tria Italica milliaria percurrit. Ideò numerus ab indice quartæ rotulæ ſignificatus,indicans tertiæ rotulæ integras convolutiones, triplicandus eſt, ut peracti itineris menſura Italicis milliaribus definiatur. Ex quo fit quartam rotulam in dentes decem diſtributam ſufficere ad numeran-

da milliaria Italica 30 : quod ſi plura velis numerare unicâ hujus rotæ converſione, in plures dentes, quàm decem, quartam rotulam diſtingue : ſed non eſt opus, quia unâ convolutione abſolutâ, milliaribus indicatis addi poſſunt milliaria 30.

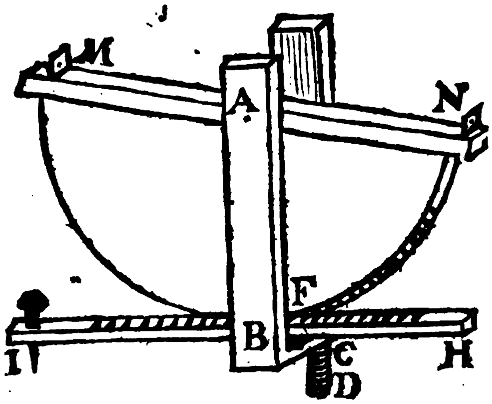
Si ad navis curſum dimetiendum machinulam hanc eandem traducere placeat, adjiciẽda eſt ad navis latus rota, ex cujus converſione integrâ obſervatum fuerit, quãtùm navis promoveatur: nam ſimiliter impellendo regulam, qua funiculus trahitur, rotæ converſionũ numerus innoteſcet, atque adeò etiã itineris ſpatiũ. Cave tamen, ne in errorẽ incidas, qui facilè obrepere poſſet; cum enim navis non ſemper æquè mergatur in aquâ (ſeu quia illa non eſt ſemper æquè onuſta, ſeu quia hæc nõ eſt ſemper æquè craſſa, aut tenuis) etiam rota inæqualiter mergitur, ac proinde una rotæ hujus converſio non ſemper æquali itineris ſpatio reſpondet.

Nec diſſimili ratione pedeſtria itinera metiri licebit, ſi parvulam hujuſmodi machinulam ita corpori alligaveris, ut funiculi extremitas ſub poplite adnectatur: nam ad ſingulos paſſus denticulus unus convertetur, & demum paſſuum numerus innoteſcet.

PROPOSITIO III.

Objecti procul viſi pſeudographam ſpeciem deformare.

CONtingit aliquando minùs attentos recti ſpecie decipi: propterea hac propoſitione non inutile fuerit abuſum quendã rotæ dentatæ, quæ facilè fucum faciat imperitis, indicare : ne fortè ſibi quaſi de præclaro invento inaniter gratulentur. Quadrilaterum Priſma A B eligatur, cujus extremitas in tenuiorem cylindrum C D deſinat inſerendum foramini ſubjecti plani craſſioris, ita ut plano ad perpendiculum inſiſtat priſma, & ſervatâ poſitione perpendiculari, facilè converti poſſit in dexteram, & in ſiniſtram. Tum rotæ dentatæ ſemiſſis M F N priſmati ſecundùm longitudem excavato inſeratur, atque circa axem A ductum per



priſma

priſma & rotæ dentatæ centrum circumagi poſſit. In eandem autem priſmatis fiſſuram infra rotæ dentatæ ſegmentum immittatur regula H I ſuperiùs exaſperata in crenas dentibus rotæ tangentis congruentes, adeò ut ex rotæ converſione regula H I adducatur, & reducatur: quæ in I calamum ſcriptorium, aut lapidem plumbarium habens (aut ſaltem acutum ſtylum, quo certa puncta lineis deinde jungenda notari valeant) in ſubjectâ chartâ lineas deſcribit ſequens ductum radij optici per dioptram M N excepti. Quare quot lineas in objecto procul viſo percurrit radius opticus, totidem lineæ à ſtylo I deſcribuntur in chartâ.

Quando igitur magis altum, aut longiùs poſitum objecti punctum per dioptram aſpicitur, dioptræ extremitas oculo proxima deprimitur, atque adeò rotæ dentatæ portio ita convertitur, ut versùs objectum promoveat regulam: contrà verò depreſſius, aut propius objecti punctum aſpiciens, proximam oculo extremitatem dioptræ elevat, & regulam ab objecto removet; cuicumque tandem extremitati M, aut N oculum admoveas: Si enim ex M aſpicias, deprimendo M propellis ſtylum I versùs priſma, hoc eſt versùs objectum; atque ſimiliter ex N aſpiciēs, deprimendo N removes ſtylum I à priſmate, & versùs objectum impellis. At verò ubi tranſverſum objecti latus aſpiciendum eſt, factâ circa cylindrulum C D converſione, plurimum intereſt, utrùm ex M, an ex N aſpicias: Nam ſi oculus ſit in N, & radio optico percurrat objecti latus à ſiniſtrâ in dexteram, etiā ſtylus I à ſiniſtrâ in dextram movetur unâ cum extremitate M objectum reſpiciente. Sin autem oculus ſit in M, atque ſtylus I inter oculū & priſma, aut oculus inter ſtylum & priſma interjectus ſit, contrariam poſitionem habent puncta à ſtylo deſcripta, & ſiniſtra migrant in dexteram, atque dextera in ſiniſtram; ſtylus quippe oculum ſequitur, qui motum habet oppoſitum motui alterius extremitatis N objectum reſpicientis. Quamobrem expedit oculum dioptræ in N admovere, & in objectū ſtylū I obvertere, ut dextra dextris, & ſiniſtra ſiniſtris reſpondeāt, prout ſub aſpectū cadunt.

Verùm, licèt objecti viſi ſpeciem aliquam hoc artificio adumbrare liceat, cavendū tamen, ne ipſi nobis aſſentātes quaſi exactā Ichnographiam, & ſubtilem, ſervatis corporis partiū Rationibus, deſcriptionem nos comparaſſe exiſtimemus: cuique ſcilicet rem accuratè perpendenti manifeſtum eſt, quandiu ſemicirculus in

eodem

eodem plano Verticali cõſiſtit,& dioptra elevatur,ſive deprimitur,lineam objecti,quam radius opticus percurrit in plano horizontali,reſpondere differentiæ Tangentium angulorum,quos cũ perpendiculo A B conſtituit radius opticus: At linea, quam ſtylus I deſcribit, reſpondet quidem (ſaltem proximè, & quatenus ſenſu in tantâ parvitate percipi poteſt) differentiæ Tangentium angulorum æquè differentium, quos cum perpendiculo eodem A B conſtituere intelligitur linea à centro A ad ſtylum I ducta. Non tamen fieri poteſt,ut deinde in omnibus poſitionibus mutato Verticali eadem Ratio ſervetur; quia linea à centro A ad ſtylum I ducta, non eſt parallela radio optico, ſed angulum multo minorem conſtituit cum perpendiculo; ac proinde angulorum minorum differentia,etiamſi æqualis differentiæ angulorum majorum, non infert proportionalem differentiã Tangentium. Statuatur ex.gr.differentia angulorum duobus gradibus definita,& in uno Verticali majores anguli à dioptrâ conſtituti ſint gr.88.& 86,minores autem gr.58.& 56:in altero Verticali majores anguli à dioptrâ conſtituti ſint gr.73.& 71, minores verò gr.43, & 41. Quia idem eſt Radius A B, quarum partium 1000 eſt Radius, in primo Verticali differentia majorum Tangentium eſt 14336,& differentia Tangentium minorum eſt 118: in ſecundo Verticali differentiæ Tangentium ſunt 367 majorum, & 63 minorum angulorum: inter hos autem terminos non intercedere proportionem manifeſtum eſt.

Quando verò,factâ circa cylindrum C D converſione,fit tranſitus ab uno plano Verticali ad aliud planum Verticale, linea, quam radius opticus percurrit, & linea, quam ſtylus I deſcribit, ſubtendunt quidem ſimiles arcus, opponuntur enim eidem angulo Verticalium, ſed ſunt in Ratione diſtantiarum objecti viſi, atque ſtyli à cylindrulo tanquam centro motûs. Porrò haſce lineas differentiis illis Tangentium non eſſe analogas perſpicuum eſt. Quapropter deſcriptum ſchema non ſervans objecti Rationes, cenſendum eſt pſeudographum.

Oporteret plano immobili,cui infigitur priſma,adnectere congruis cardinibus aut fibulis,tabellam,quæ ſemper parallela dioptræ cum hac pariter elevaretur & deprimeretur (non tamen cum eâ convolveretur) ut in chartâ tabellæ affixâ ſpecies magis cum objecto conveniens deſcriberetur: Qua autem methodo? ingenioſus lector diſpiciat.

MECHA

MECHANICORUM
LIBER SEXTUS.
De Trochlea.

NON ſemper commodum accidit Ergatâ, aut ſucculâ, aut Tympano uti ad pondus aliquod movendum: ut enim ex iis, quæ ſuperiore libro diſputata ſunt, manifeſtum eſt, ſi in altiorem locum evehendum ſit pondus, ibi conſtruere oporteret pegma, cui machina inſiſteret: ſæpè autem id fieri non poſſet ſine magna impenſa, aut citrà incommodum ſive propter loci anguſtias, ſive propter temporis brevitatem pegmati conſtruendo imparem. Hinc alia Facultas excogitata eſt, cui *Throchlea* nomen inditum eſt; quippè quæ communiter ex rotulis circà axem in ſuo loculamento verſatilibus coagmentatur, iiſque circumducitur funis ductarius, quo trahitur pondus trochleæ adnexum. Trochleam autem, ut Vitruvius lib. 10 cap. 2. teſtatur nonnulli *Rechamum* dicunt.

Ex orbiculorum numero nomen ducit machina; nam ſi unicus ſit orbiculus, Trochlea ſimplex, aut Monoſpatos vocatur; ſi duo fuerint orbiculi, Diſpaſtos; ſi tres Triſpaſtos; atque ita deinceps. In hac tamen nomenclaturâ obſervandum eſt, non eodem omnes vocabulo uti: aliqui enim cunctos orbiculos utriuſque loculamenti in unam ſummam referunt, & ex eorum numero vocabulum ſtatuunt; ut ſi alterius loculamenti duo ſint orbiculi, alteriùs verò unicus, Triſpaſton appellant: Alij tamen nomen indunt ex orbiculis ſingulorum loculamentorum; nam ſi binos orbiculos ſingula contineant, non Tetraſpaſton, ſed Diſpaſton vocant, quia communiter ambo loculamenta æquali orbiculorum numero inſtruuntur, & ex alterius numero reliqui, pariter numerus innoteſcit. Neque omnino abs re alte-

rius tantummodo loculamenti orbiculos numerant, quia hujus facultatis vires potiſſimùm habentur ex ſolis orbiculis loculamenti, cui pondus trahendum adnectitur; reliquum ſcilicet loculamentum cum ſuis rotulis propterea adjicitur, ut funis ductarius ſingulos illius orbiculos complecti poſſit. Ex quo fit, poſito inæquali orbiculorum numero, modò Monoſpaſton, modò Diſpaſton dici, prout pondus adnectitur loculamento unum, aut duos orbiculos habenti. Cæterùm in vocabulis non eſt hærendum: Ego Trochleam voco loculamentum unum cum ſuis orbiculis; & quando opus eſt duplici loculamento uti, duplicem Throchleam dico, atque orbiculos numero, ne ullus ſubeſſe poſſit æquivocationi locus.

Quantum autem Facultas hæc ſit Axe, aut Vecte utilior, hinc ſaltem conſtat, quod etiamſi plures potentiæ diverſis funis ductarij partibus applicentur, æqualia tamen obtinent momenta; id quod non contingit pluribus eundem Succulæ Radium, aut eumdem Vectem urgentibus; neque enim æqualibus à motûs centro intervallis abſunt.

CAPUT I.

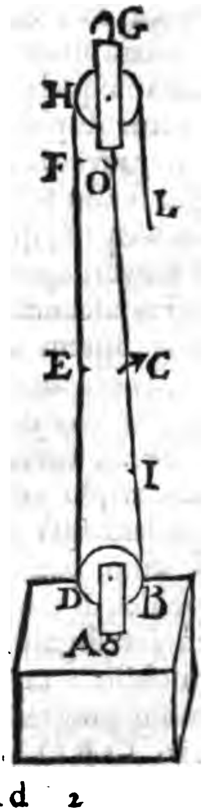
Trochlearum forma, & vires exponuntur.

ALiquando ſimplicem orbiculum, cujus excavatæ orbitæ funis ductarius inſiſtit, adhibemus, ut onera ſurſum attollamus: & quidem communiter in ſuperiore loco firmatur loculamentum cum orbiculo verſatili, & alteram funis extremitatem apprehendit Potentia, alteri adnectitur pondus ſublevandum, quod aſcendendo ſpatium percurrit æquale ſpatio, per quod Potentia deſcendendo movetur. Id quod eatenus excogitatum eſt, quatenus brachia deprimentibus in ponderis elevatione inſita brachiorum gravitas vires addit, & minore lacertorum contentione opus eſt, quàm ſi pondus ipſum ſurſum traheremus brachia elevantes. Factus eſt autem orbiculus circa ſuum axem verſatilis, ut vitetur difficultas, quæ cæteroqui conſequeretur mutuum tritum funis cum ſubjecto corpore, cui inſiſteret, ſi illud non verſaretur. Quantus enim ſit hujuſmodi funis cum ſubjecto corpore (ſi illud non convolvatur) conflictus, manifeſtū

eſt

eſt in puteis, quibus ad hauriendam aquam non eſt girgillus, hoc eſt, orbiculus verſatilis, adjectus, ſed funis tranſverſo fuſti cylindrico, verùm immobili, inſiſtit; excavatur ſiquidem cylinder ille diuturno, & frequenti tritu funium. Cæterum ſi non ad perpendiculum attollendum ſit pondus, ſed in plano horizontali, aut inclinato (non tamen lubrico) raptandum, vix, aut ne vix quidem, ullum compendium conſequeris, ſi funem per orbiculum tranſeuntem trahas in plagam oppoſitam plagæ, versùs quam pondus dirigitur, ac ſi pondus idem arrepto fune ad te directè rapias: eadem quippe eſt brachiorum contentio, quorum inſita gravitas non juvat potentiam, niſi quando hæc deorſum tendit. Adhiberi tamen hujuſmodi orbiculus in planitie poterit, ſi commodiùs Potentia conſiſtat in loco, ubi jacet pondus, quàm ibi, quò illud adducendum eſt.

Quamquam verò orbiculus ſtabili loculamento infixus non ſit aptus ad augendas Potentiæ vires, prout ad Machinæ rationem pertinet; ſi tamen loculamentum ipſum adnectatur ponderi, quod cum illo moveatur, geminantur Potentiæ momenta, non enim æqualis eſt Potentiæ & Ponderis motus, ſed illa duplo velociùs movetur. Sit pondus attollendum ſivè raptandum A, cui adnectatur loculamentum orbiculi B; funis autem ductarius firmetur in C, & funis extremitatem reliquam apprehendat Potentia in D: utique Potentia ut adducat orbiculum uſque in C, tantumdem progredi debet ultra C, quantum orbiculus B diſtat à puncto C; oportet ſiquidem totum funem DBC explicari. Igitur potentia ex D venit primùm in E, deinde in F: eſt autem diſtantia DE æqualis intervallo BC; ſed tunc, cùm illa eſt in E, orbiculus ſolùm eſt in I, & demum hic eſt in C, quando potentia eſt in F. Motus itaque potentiæ DF eſt duplus motus orbiculi BC. Porrò cum orbiculo pariter trahitur pondus A adnexum; igitur



duplo velocior eſt potentiæ motus præ motu ponderis. Quare potentia valens trahere motu ſibi æquali pondus aliquod ſine orbiculo, hoc addito valebit trahere pondus duplo majore gravitate præditum.

Ex quibus manifeſtum eſt, quantum interſit, utrùm extremitati funis adnectatur pondus, & orbiculi loculamentum ſtabile ſit, an verò, funis extremitate manente atque immotâ, ponderi adnectatur loculamentum, quod cum ipſo pondere moveatur, immò veriùs, cujus motum conſequatur motus ponderis: nam in ſecundo hoc caſu potentiæ motus duplus eſt ad motum ponderis; in primâ autem poſitione motus utriuſque ſunt planè æquales.

Hinc ulteriùs conſtat, quando duæ Trochleæ ſimplici orbiculo inſtructæ adhibentur, ita ut altera fixa maneat, altera cum pondere moveatur, nihil addi momenti Potentiæ ſi funis extremitas alligetur trochleæ ſtabili, aut loco alicui extra trochleas. Nam ſi in G poſita ſit Trochlea manens immota H, & altera funis extremitas illi jungatur in O, ſeu extra illam clavo, aut paxillo in C, Potentia in L applicata æqualiter movetur cum puncto D: at punctum D movetur duplo velocius, quàm Trochlea B; igitur Potentia L movetur ſolum duplo velociùs quàm pondus, perinde atque ſi non fuiſſet addita trochlea H. Eatenus igitur additur Trochlea H, quatenus Potentiam & Pondus in oppoſitas plagas moveri oportet, aut potentia deorſum conari debet, ut pondus aſcendat.

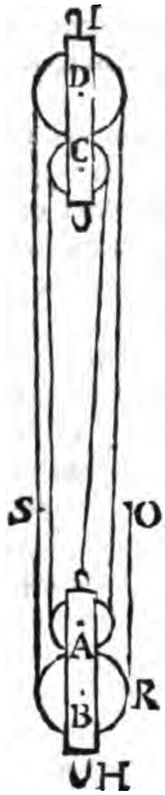
Sin autem extremitas funis alligetur Trochleæ mobili, cui pariter adnectitur pondus, & primùm funis ab unco trochleæ mobilis deducatur ad orbiculum trochleæ immotæ, deinde ad orbiculum ejuſdem Trochleæ mobilis, jam Potentia triplo velociùs movetur quàm Pondus; quia videlicet etiam ipſa funis extremitas movetur trahentem ſequens unâ cum pondere. Concipe enim pondus A ſejunctum à Trochleâ B, quæ ita firmetur, ut immota maneat, pondus verò intelligatur tranſlatum in G, atque Trochlea H jam ſit mobilis: utique Potentia funem in L arreptum trahens in motu progreditur ultra B, quanta eſt longitudo funis explicati O B D H, quæ longitudo dupla eſt intervalli O B: igitur

igitur potentia L accedens ad B ſemel percurrit intervallum O B, & præterea adhuc duplum ſpatium ultrà B, dum punctum O venit ad B ſimul cum pondere adnexo in G: triplo igitur velociùs movetur Potentia quàm Pondus.

Simili omnino ratione ac de Trochleis ſimplicibus philoſophamur, etiam ratiocinari oportet in Trochleis plures orbiculos habentibus; ſi enim ſingulæ duos habeant orbiculos, attendendum eſt, an funis extremitas adnectatur Trochleæ immotæ, an verò mobili: ſi immotæ, potentia movetur quadruplo velociùs quàm pondus; ſin autem mobili, movetur quintuplo velociùs. Generatim igitur numera orbiculos trochleæ mobilis, cui ſcilicet jungitur pondus, & pro ſingulis orbiculis duplica potentiæ momenta. Hinc ſi tres fuerint orbiculi, momentum Potentiæ eſt ſextuplum; ſi quatuor, octuplum; & ſic deinceps. At ſi eidem Trochleæ mobili adnectatur extremitas funis, adhuc adde unitatem, & momentum erit ſeptuplum, aut noncuplum. Funis ſiquidem uni trochleæ alligatus primùm inſiſtit orbiculo primo reliquæ trochleæ; inde flectitur ad orbiculum primum trochleæ, cui adnectitur: poſtmodum ad ſecundum orbiculum alterius trochleæ tranſit, & rediens ad priorem trochleam inſiſtit orbiculo ejus ſecundo; atque ita deinceps, alterno ex trochleâ in trochleam excurſu, donec orbiculis omnibus inſiſtat. Quod ſi duabus Trochleis non inſit æqualis orbiculorum numerus, ſed altera alteram unitate ſuperet, neceſſe eſt funem alligari trochleæ pauciorum orbiculorum. Quare attendendus pariter eſt numerus orbiculorum trochleæ mobilis, quæ ſi pauciores habeat orbiculos, utique illi adnectitur extremitas funis; atque adeò duplicato ejus orbiculorum numero addenda eſt unitas: ut, ſi duos habeat orbiculos, motus Potentiæ eſt quintuplus motus Ponderis. At ſi trochlea mobilis plures habeat orbiculos quàm trochlea immota, duplicandus ſolùm eſt illorum numerus, ut habeatur denominatio momenti; ut, ſi tres fuerint orbiculi, motus potentiæ ad ponderis motum eſt ſextuplus.

In hujuſmodi Trochleis plures rotulas habentibus obſervandum eſt interiores rotulas minores ſtatui, exteriores verò

majores : nam A & C minores ſunt , B & D majores , ne funium ductus ſe invicem intercipiant , ac motum mutuo tritu retardent, niſi etiam ſeſe viciſſim atterentes funes diſrumpantur. Quare probare non poſſum Trochleas, quæ plures orbiculos parallelos uni & eidem axi infixos intra congruum loculamentum habent ; quamvis enim Trochleis hujuſmodi valde inter ſe diſtantibus non adeò appareat incommodum funium ſeſe perfricantium , ubi tamen illæ propiores factæ fuerint, hoc manifeſtò apparet : præterquam quod funis obliquè inſiſtens extremæ ipſarum rotularum orbitæ , quam contingit, non adeò facilè movetur, ac ſi illis exactè congrueret, ut fit, quando ſingulæ rotulæ ſuos habent axes.



Et quidem quod ad axes rotularum ſpectat, quamvis nec admodum longi ſint , & rotula ſuo loculamento proximè adhæreat, atque adeò non ſint facilè obnoxij fractionis periculo , cavendum tamen eſt , ne nimis exiles ſint , aut ex materia non ſatis ſolidâ ; ne fortè ponderis attollendi gravitas illos labefactet. Verum quidem eſt non eſſe neceſſe ſingulos axes ſtatuere ſuſtinendo oneri pares; cum enim plures ſint, adverſus ſingulos minor conatus ponderis exercetur. Si verò illi exquiſitè læves atque politi fuerint, faciliorem fore rotularum iis infixarum revolutionem apertiùs conſtat, quàm ut moneri artificem oporteat.

Prætereà rotularum facies optimè lævigatas velim, & loculamentum ipſum non placet ita amplum, ut maximam rotularum partem includat : ſatis eſt, ſi ità firmum ac ſolidum ſit, ut axes contineat, & in extremitatibus validos uncos habeat, quibus & funis, & onus alligari queant : Quò ſcilicet minorem rotularum partem tangit, minus cum illis confligit, adeóque facilior eſt motus : neque enim leviora hæc compendia omninò contemnenda ſunt.

Demum funis ductarij craſſitudo ſtatuenda eſt , quæ reti-

nendo

nendo ponderi reſpondeat: ſed quia plures ſunt funis à trochleâ in trochleam ductus, ideò quaſi plures funes reputantur, inter quos quodammodo diſtribuitur ſuſtentatio ponderis, perinde ferè, atque ſi ex pluribus illis ductibus funis unicus componeretur. Hinc ſi pondus fuerit adnexum trochleæ I, ſuſtinetur à quatuor funibus; ſin autem trochlea I in ſuperiore loco firmata fuerit, & pondus trochleæ H alligatum dependeat, ſuſtinetur à quinque funibus, nam etiam Potentia in O ſuſtinet fune R O. Ex funis autem craſſitudine definitur rotularum altitudo, ut nimirum orbitæ excavatæ inſiſtere poſſit funis, quin interiorem loculamenti faciem contingat, ne perpetuo affrictu atteratur cum diſruptionis periculo, & non levi celeritatis detrimento, auctâ trahendi difficultate. Porrò cùm excavatam dico rotularum orbitam, nolim intelligas quaſi crenam perimetro profundiùs inciſam; ſed ſatius fuerit orbitam ipſam eſſe modicè ſinuatam; hoc enim pacto faciliùs excurrit funis, etiamſi paulò craſſior aliquando adhibendus ſit, qui cæteroqui inter crenæ inciſæ labra depreſſus non ſine labore ex illis anguſtiis eximeretur in rotulæ converſione.

Cum itaque ea ſit Trochlearum diſpoſitio, ut pondus tardiùs moveatur, potentia velocius (ſi videlicet alteri Trochlearum non Potentia, ſed Pondus adnectatur, alioquin ſi loca permutarent, res contrario prorsùs modo ſe haberet) manifeſtum eſt reſiſtentiam ponderis minui ex tarditate; poterit igitur augeri ex gravitate: ſæpiùs quippe dictum eſt adæquatum reſiſtentiæ momentum componi ex inſita gravitate, & ex diſpoſitione ad motûs velocitatem, aut tarditatem. Potentia igitur valens ſuperare reſiſtentiam ponderis alicujus certæ gravitatis, ſi cum illa æqualiter movendum ſit, poterit eodem impetu, atque conatu ſuperare reſiſtentiam majoris ponderis, ſi ex collocatione, quatenus cum Potentiâ connectitur, ita minus velociter moveatur, ut quæ Ratio eſt æqualis illius velocitatis ad minorem velocitatem, eadem ſit Ratio majoris ponderis ad pondus illud æquè velox cum potentiâ; eſt enim omnino par reſiſtentia; quia quantum addit major velocitas minori ponderi, tantumdem addit majus pondus minori velocitati.

Quamvis autem ponderis motus non ſit æquè velox ac motus potentiæ, tamen ponderis motus entitativè acceptus æqualis eſt motui

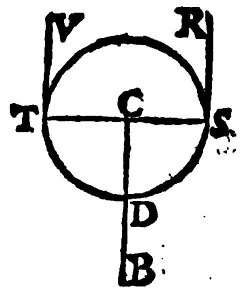
motui potentiæ, ac proindè mirum non eſt, ſi potentia eadem impetu eodem æqualem motum producat, atque efficiat. Pone enim in O gravitatem paulò majorem libris 100; utique ſi in S ſtatuerentur libræ 100 gravitas O prævaleret, & gravitatem S elevaret: igitur illa eadem gravitas O elevabit libras 400 in I adnexas Trochleæ, nam I movetur quadruplo tardiùs quam O, ex dictis, S autem movetur æqualiter ac O; ergo ratione motûs tardioris quadruplo minùs reſiſtit pondus lib. 400 in I, licet ratione gravitatis quadruplo magis reſiſtat. Si itaque libræ 100 in S intra certum tempus percurrant unà cum Potentia O ſpatij pedes 40, eodem tempore ſingulæ libræ 100 gravitatis in I adnexæ percurrunt pedes 10: at ſunt libræ 400; igitur ſunt quatuor motus pedum 10, & illarum omnium motus eſt pedum 40. Quare potentia O idem planè efficit, ac ſi moveret in S libras 100: id quod præſtare poteſt abſque ulla machina. Et quidem ſi res attentè perpendatur, nec vulgaribus vocabulis notionem minus propriam ſubjiciamus, non eſt dicendum manente eodem conatu, & eadem velocitate Potentiæ augeri per Machinam potentiæ momenta, aut vires, ſemper enim Potentia vincit æqualem reſiſtentiam ſive adhibitâ machinâ, ſive abſque illâ, quamvis non ſemper vincat eandem gravitatem. Quemadmodum in libra nil refert, utrum corpus expendendum habeat majorem gravitatem ſecundum ſpeciem, ſed molem minorem, an verò minorem gravitatem ſpecificam ſub mole majori, modò reciprocè ſit ut gravitas ſpecifica ad ſpecificam gravitatem, ita moles ad molem; eſt ſiquidem par gravitas abſoluta, quæ componitur ex gravitate ſpecificâ & mole. Ita pariter æqualis eſt abſoluta ponderis reſiſtentia, quæ ex gravitate, & velocitate componitur, ſi fuerit inter eas reciproca Ratio.

CAPUT

CAPUT II.

An Trochlea ad Vectem revocanda ſit.

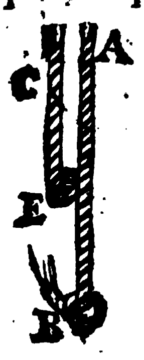
UT Machinalis motûs cauſa meliùs innoteſcat, neque opus eſſe Facultates omnes ad Vectem revocare, ut non pauci hactenus conati ſunt, & adhuc conantur, hìc potiſſimùm quæſtionem hujuſmodi examinare placuit in Trochleâ. Aiunt ſiquidem in ſimplici orbiculo, quando ejus centrum immotum manet, & alteram funis extremitatem potentia apprehendit, ex alterâ dependet pondus, Vectem eſſe primi generis, cujus hypomochlium eſt in centro orbiculi, potentia & pondus in extremitatibus diametri; quæ cùm à centro æqualibus intervallis abſint, vectis ille nil juvat potentiam. Quando verò ponderi adnectitur theca, cui orbiculus includitur, adeóque ejus centrum unà cum pondere movetur, jam pondus reſpondet orbiculi centro, & extremitatem alteram diametri obtinet potentia trahens funem; quapropter hypomochlium cenſendum eſt in oppoſita diametri extremitate. Quapropter cùm pondus ſit inter potentiam, & hypomochlium, vectis eſt ſecundi generis: & quia pondus eſt in vectis medio, potentiæ momentum duplum eſt momenti ponderis, ſi poſitio ipſa ſpectetur. Sit orbiculus, cujus centrum C, ejuſque loculamento adnexum pondus reſpondeat lineæ CB: funis R S D T V ſit alligatus in R, & Potentia ſit in V, quæ funem trahens intelligitur conſtituta in T, & oppoſitum diametri punctum S cenſetur hypomochlium; atque adeò momentum Potentiæ ad momentum Ponderis eſt ut T S ad C S. Ex quo fit, ſi reciprocè vis potentiæ ad gravitatem ponderis ſit ut C S ad T S, ab hujuſmodi potentiâ ſuſtineri pondus, & potentia ſi augeatur, etiam moveri, orbiculo circà ſuum centrum revoluto, & verſus poten-



EEee

tiam attracto. In converſione autem orbiculi, prout aliæ atque aliæ ſunt diametri, quas contingunt funis ductus RS, & VT, alios ſubinde, atque alios vectes eſſe comminiſcuntur.

Verùm hujuſmodi ratiocinationi nunquam aquieſcere potui; mihi enim perſpectum eſt, ſi orbiculus non fuerit verſatilis, ſed omnino fixus in ſuo loculamento, adhuc potentiam V faciliùs attollere pondus, quod in B intelligitur ſuſpenſum, quàm illud directè, & immediatè attolleret; & tamen diameter eadem TS ſemper maneret horizonti parallela (nam CB ſemper eſt in perpendiculo) nullumque haberet motum converſionis circà punctum, quod vocant, hypomochlij S, quo referret motum Vectis proprium. Adde orbiculum in ſuo loculamento fixum perinde eſſe, atque ſi annulus ponderi adnectatur, & funis alligatus in R inſeratur annulo, atque potentia in V funem trahat; potentia enim duplo velociùs movetur, quàm annulus & pondus: hìc autem in annulo, quem nullatenus convolvi certum eſt, quomodo Vectis veſtigium deprehendes? Illud quidem incommodi in annulo, & in orbiculo non verſatili, accideret, quod funis ob ſuam aſperitatem cum orbiculi orbitâ, & cum annulo confligeret; ex quo tritu non levis movendi difficultas oriretur: propterea, ad vitandum hujuſmodi incommodum adhibentur orbiculi circa ſuum axem verſatiles; axis enim politus, aut etiam addito unguine lubricus, ferè nullam creat orbiculi rotationi difficultatem, funis verò non atterit ejuſdem orbiculi orbitam, quâ revolutâ ille explicatur. Cæterum quod ad Rationem motuum potentiæ & ponderis ſpectat, eadem eſt Ratio dupla, ſive orbiculus verſatilis ſit, ſive fixus, ſive annulus ponderi adnectatur, ſive etiam ponderi inſeratur funis, ità ut pondus ipſum excurrere queat. Hoc ſcilicet unicè pendet ex

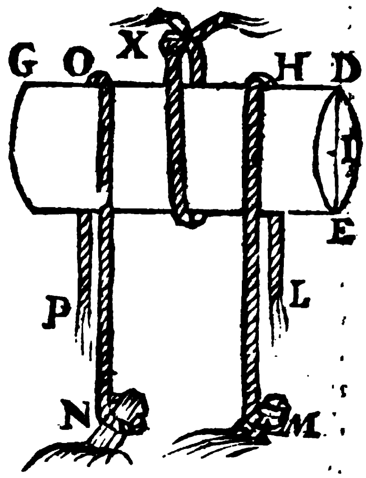


ipsâ funis inflexione: nam ſi funis AB ita flectatur, ut ad extremitatem extremitas accedat, & B veniat in C propè A; utique non niſi media pars BE movetur; adeò ut, ſi annulus inſeratur funi in B, & per longitudinem funis, qui complicatur, excurrat, veniat ex B in E interea, dum extremitas B, & potentiam illam adducens, venit in C: quo in motu ſingulæ funis particulæ inter B & E percurrunt ſpatium duplum diſtantiæ ſingularum à medio, ante-

quam

quam complicarentur : & ſi potentia ex C ulteriùs progrediatur, ſingulæ funis particulæ inter medium & caput A interceptæ perficiunt ſpatium duplum diſtantiæ ſingularum à capite A, ubi funis religatur.

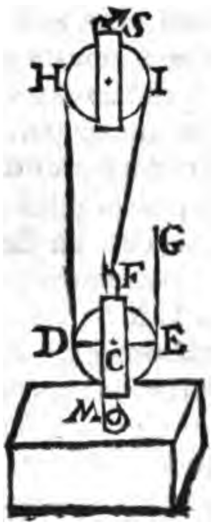
Jam verò ſtatue ampliorem aliquem, & ſatis gravem cylindrum D E F G, qui rotatu promovendus ſit, aut in plano horizontali, aut in ſuperiorem plani inclinati locum : applicentur autem homines in D & G, & quotquot neceſſarij fuerint juxta cylindri longitudinem, qui illum impellant. Quæro, an ibi ulla Vectis ratio intercedat, ita ut ſit quaſi vectis D E, hypomochlium in E, & pondus in puncto I, quod reſpondet centro gravitatis, atquè adeò in cylindri converſione ſubinde mutetur vectis, & locus tùm potentiæ, tùm hypomochlij,



prout aliis atque aliis perimetri punctis applicatur potentia impellens, quibus ex diametro opponuntur alia atque alia puncta, in quibus à ſubjecto plano cylinder tangitur. Vix, puto, audebis Vectem ibi agnoſcere, ubi demum Potentiam impellentem, & Pondus, quod in centro gravitatis, ſcilicet in Axe cylindri, conſtitutum intelligitur, æqualem motus lineam percurriſſe deprehenderis, ut manifeſtum eſt in hujuſmodi rotundorum corporum revolutione, in qua æqualem lineam percurrunt centrum, & punctum in peripheriâ notatum. Igitur duorum funium capita firmiter alliga in M & H, ipsóſque funes cylindro ſubjice, & in ſuperiorem partem reductos ita diſpone, ut cylindrum complectantur, atque à duabus potentiis, quæ priùs in D & G impellebant, trahantur capita L & P. Certiſſimo conſtat experimento longè faciliùs cylindrum hujuſmodi funibus convolvi, quàm impulſione potentiarum illi proximè applicitarum. Si nulla Vectis Ratio agnoſcenda eſt in diametro D E, utique facilitas illa movendi non habetur à vecte, qui nullus eſt : Sin autem Vectem ibi eſſe conſtanter affirmes, igi-

tur perindè eſt ſi Potentia proximè, & immediatè applicetur puncto D, aut H, ad impellendum, atque ſi medio fune M H L applicetur puncto H trahens funis caput L: atqui longè majora momenta habet funem L H trahens, quàm impellens in H; cum igitur utrobique idem Vectis; eadem ſcilicet cylindri diameter, habeatur, ſed non idem momentum, non ex rationibus Vectis, ſed aliundè petenda eſt hæc momenti acceſſio: Quia videlicet fune ſic diſpoſito, potentia duplo velociùs movetur quàm pondus, nullâ habitâ vectis ratione. Finge jam funem laxiorem circumplecti cylindrum, & in nodum colligi in X: utique ſi in X adderetur pondus aliquod raptandum unà cum cylindro promoto; facilius raptaretur cylindro hujuſmodi funibus revoluto, quàm ſi cylindrus impulſione potentiæ proximè applicatæ promoveretur; & tamen major hæc facilitas ex nullo vecte addito oriretur. An non ergo cylindrus trochleæ orbiculum refert, & funis X orbiculi loculamentum, cui pondus adnectitur? manifeſto igitur experimento habetur non ex Vectis rationibus ducendam eſſe majorem movendi facilitatem, quæ ex ſimplici trochleâ habetur, quando illi adnectitur pondus.

Sed præſtat examinare, quæ præterea dicuntur, quando eidem ſimplici Trochleæ, cui pondus M adnectitur, etiam funis caput alligatur; tunc enim potentiæ momentum triplex eſt, adeò ut ad attollendum pondus M ſufficiat potentia ſubtripla



illius potentiæ, quæ abſque machinâ attolleret idem pondus. Sic igitur ratiocinantur apud P. Schott in Magia mechanica Syntagm. 4. cap. 2. prop. 5. Si fuerit Vectis D E, in cujus medio C ſit pondus, fuerit autem quædam potentia in C ſuſtinens, & alia potentia illi æqualis ſuſtinens in E, hypomochlium verò in D, unaquæque potentia eſt ſubtripla ponderis ſuſtentati. Quia enim potentia C diſtat ab hypomochlio D æqualiter ac pondus in C conſtitutum, ſuſtinet pondus æquale ſuis viribus; potentia autem E, quia eſt in duplo majore diſtantiâ quàm Pondus C, ſuſtinet pondus duplum ſuarum virium.

virium. Quoniam ergo Potentiæ ex hypotheſi ſunt æquales, & totius ponderis duæ partes ſuſtinentur à Potentia E, & una à Potentia C, illa autem eſt ſubdupla ponderis à ſe ſuſtentati, unaquæque eſt ejuſdem totius ponderis ſubtripla quo ad vires ſuſtentandi. Cum igitur in propoſitis Trochleis ſit potentia F ſuſtinens in medio, & potentia G in alterâ extremitate ſuſtinens, unaquæque eſt ſubtripla ponderis M ſuſtinendi, ac propterea Potentia G ſi ſit paulo major quàm ſubtripla, erit etiam apta ad movendum pondus.

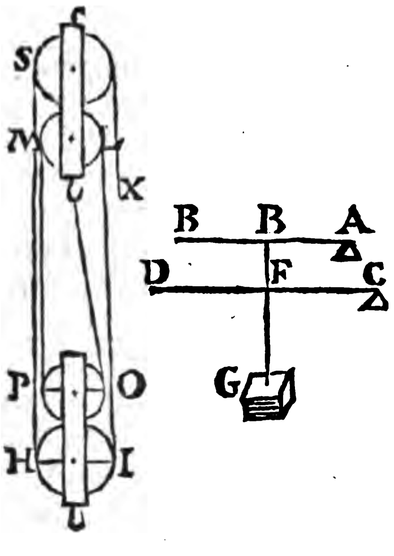
His pariter aſſentiri nequeo, quæ de ponderis ſuſtentatione dicuntur; nec ſatis video, an Vecti ſecundi generis congruant; neque enim ſolùm Potentiæ in medio atque in altera extremitate applicatæ, verùm etiam hypomochlium ipſum exercet vim ſuſtinendi: ex hoc ſiquidem quod addatur potentia in medio, ubi eſt pondus, non tollitur omnino preſſio, quâ hypomochlium à pondere urgetur. Quare non tota vis ſuſtentandi dividenda eſt inter duas illas potentias, ſed etiam admittendum eſt hypomochlij conſortium.

Dic autem, quænam eſt potentia in F retinens pondus? nonne ſtatim ac potentia in G remiſſiorem conatum adhibet, etiam F cum pondere deſcendit? ipſa quippe Potentia G dum intentum funem F I retinet, ſuſtinet etiam pondus; atque adeò non duæ ſunt potentiæ ſuſtinentes, ſed unica. Et quidem, ſi res ſincerè exponatur, pondus ſuſtinetur & à potentiâ G ſurſum conante, & à clavo S, cui ſuperior trochlea adnectitur, mediis funibus H D, I F retinente, ità ut centrum gravitatis ponderis ſit in lineâ Directionis tranſeunte per ipſum clavum S, ſi funis G E ſit ad perpendiculum, nec in latus retrahat trochleam C: eo autem ipſo, quòd Potentia G ſuo conatu prohibet, ne funis excurrat, retinet pondus ex eodem clavo S ſuſpenſum. Quapropter ejuſdem potentiæ G eſt vis illa, quæ & in F, hoc eſt in C & in E retinet. Quandò verò ſurſum attollitur pondus, eadem eſt potentia G, quæ ſurſum trahit F, cui non minùs applicatur medio fune I F, quàm applicetur ipſi E medio fune G E; neque enim in F eſt alia potentia ſponte ſurſum aſcendens, & ſecum rapiens pondus.

Sed quid fruſtrà confugiamus ad vim ſuſtentandi pondus ex trochleis dependens? ſi pondus fuerit in plano horizontali tra-

hendum, nihil in trochleis reperitur, à quo ſuſtineatur pondus omnino incumbens ſubjecto plano, & tamen potentia G eſt ſubtripla potentiæ, quæ ſine machinâ in eodem plano traheret idem pondus: ratione vectis E D ſolùm eſſe poteſt ſubdupla; in F nulla eſt potentia trahens; unde ergo ratione vectis potentia ad trahendum pondus habet momenti incrementum? Quod ſi dixeris eandem potentiam, quæ in G trahit, etiam trahere in F; igitur conatum non adhibet ſubtriplum, ſed ſubſeſquialterum; nam conatur & in extremitate E, & in vectis medio C, ut tu quidem ais, ita ut utrobique ſit ſubtripla vis movendi: fatendum eſt ergo potentiam trahentem conari ut $\frac{2}{3}$, cum tamen reipſa adhibeat ſolum conatum ut $\frac{1}{3}$.

Conſideremus demum Trochleas pluribus inſtructas orbiculis, & videamus, quid ex Vecte ſperari poſſit. Statuunt Authores cum eodem P. Schott ibid. prop. 7. ſi fuerint duo vectes B A, & D C, ex quorum medio E & F dependeat pondus G, duas potentias æquales in B & D conſtitutas, ſimúlque æqualiter in ſuſtinendo pondere laborantes, ſingulas eſſe ſubquadruplas ponderis. Nam ſi ſola potentia D ſuſtineret, eſſet ponderis ſubdupla, ſcilicet ut F C ad D C; & ſi ſola potentia B ſuſtineret, eſſet ipſa pariter ſubdupla, nimirum ut E A ad B A. Cum igitur ambæ æquales ſint, & æqualiter conentur, unicuique reſpondebit ſubduplum ſubdupli, hoc eſt quarta pars ponderis. Atqui in Trochleis binos orbiculos habentibus ſunt duo vectes H I, & P O in medio ſuſtinentes pondus, hypomochlia in I & O, atque Potentiæ in H & P. Igitur potentia ſuſtinens eſt ponderis ſubquadrupla, & movens paulò major ſubquadruplâ.



Quæ de duobus Vectibus D C & B A dicuntur, illa quidem eatenus

eatenus admitto, quatenus ſingulas potentias D & B ſuſtinentes ſubquadruplas eſſe ponderis definiunt; nam perinde ſe habent, atque ſi utraque potentia in unius, ejuſdémque vectis extremitate ſimul ſuſtinerent, unicámque potentiam, conſtituerent, quæ ſubdupla eſt ponderis: & quia ſingulæ potentiæ ſunt ad totam & integram potentiam ſubduplæ, ſingulæ ſunt ponderis ſubquadruplæ. Cæterum ex hoc quod ambæ potentiæ æquales ſint, & ſingulæ ſolitariæ eſſent ſubduplæ arguere, quod unicuique reſpondeat ſubduplum ſubdupli, materialiter quidem verum eſt, non autem formaliter ex modo argumentandi; alioquin ſi addatur tertius vectis, ſervatâ eadem argumentandi formâ, tres eſſent potentiæ, & unicuique reſpondebit ſubduplum ſubdupli, hoc eſt octava pars ponderis; id quod eſt falſum. Neque enim ex hoc quod potentia D ſuſtineat pondus in F, facit illud eſſe minùs grave, quaſi transferatur in E factum gravitatis ſubduplæ, & potentia B ſubduplam gravitatem ponderis ſuſtineret ſubduplo conatu, hoc eſt ſubquadruplo ejus, qui requiritur ad ſuſtinendum totum pondus; alioquin addito tertio vecte in illius medium transferretur gravitas ſubquadrupla ponderis, quæ ſuſtineretur à potentiâ illius ſubduplâ, ac proinde ſuboctuplâ totius ponderis; cum tamen in tribus vectibus ſic diſpoſitis tres potentiæ ſuſtinentes ſingulæ ſint ſolum ſubſextuplæ. Quod ſi pondus alligetur medio primi vectis in F, tum extremitas D alligetur medio ſecundi vectis in E, & deinceps extremitas B alligetur medio tertij vectis, optimè concluditur potentiam in F ſuſtinere ſubduplum ſubdupli, & potentiam applicatam tertio vecti ſuſtinere ſubduplum ſubdupli ſubdupli, ac proinde illam eſſe ſubquadruplam, hanc verò ſuboctuplam. Sed hæc diſpoſitio nil juvaret ad explicandum Trochlearum momentum.

Verùm in Trochleâ duas illas potentias in H & P non video; nam unica potentia in X medio fune X S H applicatur quidem puncto H, ſuóque conatu prohibet ne pondus ſuâ gravitate deorſum trahat ipſam Trochleam: at in P quænam alia Potentia hoc idem efficit? An non eadem Potentia X medio fune X S H I L M P applicatur vecti P O in P? igitur eadem potentia exhibet conatum duarum potentiarum ſubquadruplarum: igitur Potentia non eſt ſubquadrupla, ſed ſolum ſubdupla;

pla; quemadmodum ſi duos ſimul vectes in D & B idem ſuſtineret, utique tantumdem virium impenderet in utroque ſimul ſuſtinendo, quantum ſi unicus eſſet vectis.

Neque dixeris ſuſtineri pondus à funibus inferiores orbiculos complectentibus: Hoc enim ad propoſitam quæſtionem nihil eſt, tum quia nulla eſt ſuſtentatio, ſi pondus raptandum ſit in plano horizontali, & tamen vis Trochleæ exercetur in motu; tum quia ad pondus retinendum funes vim eandem exercerent, ſi tam ampla eſſet unius orbiculi orbita, ut funem utrumque caperet, vel unicus eſſet funis tam validus, ut utrique illi funi, quibus duo inferiores orbiculi inſiſtunt, æquivaleret; tum quia vero propius eſt dicere, pondus ſuſtineri à clavo, ex quo ſuperior trochlea pendet, quàm à funibus, quemadmodum ipſa potentia ſuſtinet; non autem vis ſuſtinendi tribuitur funi illi, quem potentia arripit, & quo medio ſuſtinet: Clavus autem in hujuſmodi trochleis, quando potentia trahens proximè applicatur trochleæ clavo adnexæ, perinde ſuſtinet totam atque integram ponderis gravitatem, ſi plures fuerint orbiculi, ac ſi unicus eſſet orbiculus; quamquam potentia minùs reluctans in pluribus orbiculis, minore impetu conetur adversùs pondus, ac proinde illa clavum minùs premat: quando verò potentia proximè applicatur trochleæ inferiori, atque ſurſum trahit, clavus nec urgetur ab impetu potentiæ, quem nullum recipit, nec ipſe ſuſtinet totum pondus. Quod ſi pondus trahatur in plano horizontali, ſola potentia eſt, quæ adversùs clavum ſuam vim exercet ſuperando reſiſtentiam ponderis, quod nihil agit adversùs clavum, ſed ſuâ gravitate urget ſubjectum planum.

Ut autem manifeſtè deprehendas nihil eſſe Trochleis cum Vecte commercij, duo ligna accipe, cujuſcumque tandem figuræ: ſingulis tria inſint foramina, quoad ejus fieri poterit, exquiſitè polita, ut minore conflictu funis excurrere poſſit: deinde funis alterno ab uno in alterum lignum ductu per foramina trajiciatur: Nam ſi alterum lignorum hujuſmodi certo in loco firmetur, alteri adnectatur pondus, tum funis extremitatem arripiens trahas; idem planè præſtabis, quod adhibitis orbiculis in communibus Trochleis: & tamen nullum hîc vectis veſtigium apparet. Certè in majoribus navigiis malus hinc & hinc

navis lateribus alligatur, ut rectam poſitionem ſervet: quia autem rudentes aliquando remittuntur, ut in majore æſtu, illóſque intendi oportet, propterea duo hujuſmodi ligna in Ellipſim ferè deformata (vel potiùs in ſphæroides Hyperbolium factâ converſione non circa Axem, ſed circa ordinatim Applicatam) alterum navis lateri, alterum rudenti adnectunt nautæ, & funem non adeò craſſum per foramina alterno ductu trajiciunt, quem etiam axungiâ, aut aliâ pinguedine inficiunt, ut faciliùs excurrat. Cum autem remiſſior factus fuerit rudens, funis illius caput ſolvunt, & trahentes cogunt ligna illa fieri propiora, ex quo rudens intenditur exiguo trahentis conatu, ſi animadvertas quàm operoſum & incommodum eſſet alio artificio rudentem remiſſum intendere. Argumentum hoc, quod olim ante annos vigintiquinque in Collegio Romano meis Auditoribus inſinuavi, conatus eſt P. Schott ubi ſupra cap. 3. eludere dicens *ligna illa nullo modo habere rationem trochlearum, quia malus, qui eſt reſiſtitivum, & debet trahi versùs latera navis, eſt appenſus uni extremo illorum mediante fune, & potentia trahens eſt applicata alteri extremo eorumdem, & nihil dependet intermedium. Mirum ergo non eſt, ſi non habeat Vectis rationem.* Verùm, tanti viri pace dixerim, ligna illa ita habent rationem Trochlearum, ut ſi illorum loco communes Trochleas ſubſtituas, idem planè & eodem modo efficias, trochleâ alterâ adnexa navis alteri, alterâ rudenti intendendo: Neque enim malus eſt reſiſtitivum, quod ponderis loco ſuccedit, neque ille ad navis latus trahendus eſt, aut inclinandus, ſed rudentis caput trahendum eſt, ut malo immoto ad navim accedat, adeóque intendatur: Quare rudens ipſe intendendus vicem ſubit ponderis, quatenus intentioni repugnat, & potentia eſt applicata funi per lignorum foramina trajecto, ſicut applicaretur funi ductario trochlearum orbiculos complexo. Quod ſi ligna illa non habent rationem Trochlearum, & tamen trahendi facilitatem præſtant, ad quam Facultatem Mechanicam ſpectant? Non ad Vectem, ut ille quoquè admittit; non ad Axem, neque ad Cuneum, neque ad Cochleam, ut manifeſtum eſt, pertinent: igitur vel novam Facultatem conſtituunt, vel omnino Trochleæ ſunt.

CAPUT III.

An orbiculi magnitudo quicquam conferat.

QUamquam Trochleæ Vires haberi etiam ſinè orbiculis ſuperiùs dictum ſit, communiter tamen rotulas ſuis thecis incluſas, & verſatiles adhibemus. Quæritur autem, an rotularum hujuſmodi magnitudo quicquam conferat ad faciliorem motum: an verò indiſcriminatim rotulis ſive majoribus, ſive minoribus uti poſſimus, citra virium notabile diſpendium. Quæſtioni huic locum fecit Ariſtoteles Mechan. quæſt. 9. ubi inquirit, *Cur ea, quæ per majores circulos tolluntur, & trahuntur, faciliùs & citiùs moveri contingit, veluti majoribus trochleis, quam minoribus?* & reſpondet, *An quoniam quanto major fuerit illa, quæ à centro eſt, in æquali tempore majus movetur ſpatium? Quamobrem æquali inexiſtente onere idem faciet, quemadmodum diximus, & majores libras minoribus exactiores eſſe; ſpartum enim in illis centrum eſt.*

Non deſunt, qui negent faciliùs attolli pondus, ex. gr. ſitulam aquâ plenam è puteo, ſi funis inſiſtat orbiculo majori, quàm ſi minorem complectatur, ac proptereà ab Ariſtotele fruſtrà quæri cauſam facilitatis, quæ nulla ſit. Si enim diameter orbiculi ſumatur ut Vectis primi generis hypomochlium habens in centro, potentia & pondus in diametri extremitatibus æqualiter diſtant ab hypomochlio, ac proinde ſive major ſit, ſive minor diameter, eadem ſemper manet Ratio æqualitatis momentorum, quatenus ex poſitione pendent; adeóque nullum eſt facilitatis in movendo diſcrimen. Sin autem nullus agnoſcatur Vectis, ſed potentiæ motus cum motu ponderis comparetur, hos ſemper æquales eſſe manifeſtum eſt, ſive major, ſive minor rotula adhibeatur: atque hinc nullum infert momentorum diſcrimen magnitudo, aut parvitas rotulæ.

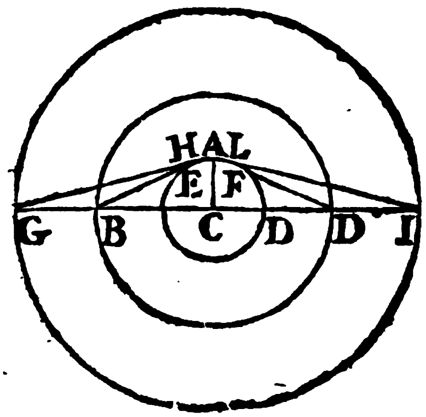
Ego tamen, Ariſtotelem omnino temerè majorem hanc movendi facilitatem per majores orbiculos aſſumpſiſſe, affirmare non

non auſim; neque enim carere potuit experimento aliquo, quo id ſuaderetur. Difficultas potiùs ſuboriri poteſt, an veram ille afferat cauſam majoris hujuſce facilitatis: Nam quod innuit de libris majoribus, quæ exquiſitiores ſunt minoribus, quo pacto intelligendum ſit, dictum eſt lib. 3. cap. 6: illud autem hìc locum non habere manifeſtum eſt. Nemo negat in majoribus circulis, quorum major eſt Radius, ab extremitate Radij majorem arcum deſcribi, quàm à Radio minore, ſi tempore eodem ſimilem arcum deſcribant; ſunt ſcilicet arcus ſimiles in Ratione Radiorum; ſed quando rotulæ inæquales commune centrum non habent, neque Radij omnino ſimul moventur, quaſi minor ſit pars majoris, quid prohibet eodem tempore arcus quidem æquales, ſed diſſimiles, deſcribi? Nam ſi potentia trahens deſcendat per ſpatium palmare, ſive rotula major ſit, ſive minor, pondus aſcendit per palmum, & punctum in orbitâ rotulæ tam majoris quàm minoris notatum deſcribit arcum palmarem: hoc autem tantummodo differunt, quod in univerſo ponderis elevati motu rotula minor ſæpiùs convertitur quàm major, & converſionum numeri ſunt reciprocè in Ratione Radiorum: ſic ſi Radius minor ad majorem ſit ut 4 ad 9, novem converſiones minoris eodem tempore fiunt, ac quatuor converſiones majoris rotulæ, ſi à Potentiâ æqualiter moveantur. Quare æquali tempore major Radius non movetur per majus ſpatium; movetur ſiquidem æqualiter cum potentiâ trahente & pondere aſcendente, quemadmodum & minor Radius.

Ut igitur Ariſtotelis dicto veritatem aliquam conciliemus, quæ tamen experimentis reſpondeat, illud obſervandum eſt, quod ſuperiùs innui, videlicet eo conſilio excogitatos eſſe orbiculos, ut impedimentum ex funis attritu ſubmoveatur, qui ſanè tantus eſſet cum corpore, cui funis inſiſtit, quanta eſt funis longitudo æqualis motui ponderis, quod trahitur. At in orbiculo verſatili ſolus axis teritur à cavâ foraminis ſuperficie axis ſuperficiei congruente, quæ eò minor eſt, quò minor eſt axis diameter diametro ipſius orbiculi: perimetri enim ſunt in Ratione diametrorum. Quare ſi Axis diameter ad orbiculi diametrum ſit ex. gr. ſubquadrupla, conflictus axis cum orbiculo eſt ſubquadruplus ejus, qui eſſet orbitæ orbiculi ſtabilis cum fune mobili; immò adhuc minor eſt quàm ſubquadruplus, funis enim multò

aſperior eſt quàm ſuperficies axis & foraminis ſibi congruentes. Quoniam verò axis ſoliditas definitur ex pondere, quod ab eo ſuſtinendum eſt, idem eſſe poteſt axis cum majore, & cum minore orbiculo. Si ergo eidem axi major orbiculus inſeratur, manifeſtum eſt minorem fieri attritionem datâ motûs æqualitate. Nam orbiculorum orbitæ ex hypotheſi ſint in Ratione duplâ, minoris autem orbiculi peripheria ad axis ambitum ſit in Ratione quadrupla, jam orbita majoris orbiculi ad ambitum axis eſt in Ratione octupla: ponamus ambitum axis eſſe digitorum 4, orbita minor eſt digitorum 16, orbita major digit. 32: igitur ſi adhibeatur minor orbiculus, dum potentia & pondus pariter moventur per digitos 16, tritus cum axe eſt per digitos 4 (pono ſcilicet axem & foramen ſe invicem terere in puncto, in quo exercetur ſuſtentatio) adhibito autem majore orbiculo, dum potentia & pondus per digitos 16 moventur, tritus cum axe eſt ſolum per digitos 2, ſemiſſem ambitûs foraminis. Ubi autem eſt minus movendi impedimentum, facilior eſt motus; igitur majore orbiculo faciliùs movetur pondus.

Sed ut rem ipſam penitiùs introſpiciamus, animadvertendum eſt conflictum orbiculi cum Axe non fieri in centro motûs, quod idem eſt cum centro Axis, ſed in ipſius axis ſuperficie: quapropter hinc pondus repugnans, hinc potentia contranitens ſuas exercent vires in axem non per lineam ad ejus centrum ductam, ſed per lineam à punctis potentiæ & ponderis contingentem ejuſdem axis ſuperficiem. Sic poſito Axe, cujus centrum C, ſemidiameter ad perpendiculum C A, ſi in extremitatibus diametri orbiculi D B ſit in B potentia, in D pondus, illa ſuas vires in Axem exercet per lineam contingentem B E, hoc verò per lineam D F. Similiter ſi potentia ſit in G, & pondus in I extremitatibus diametri orbiculi majoris circa eundem Axem, illa vires exercet per contingentem



tem

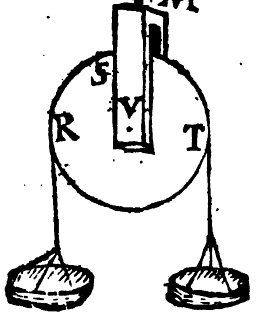
tem G H, hoc per I L. Potentia igitur B trahens, punctum F orbiculi minoris cogit aſcendere in A, & potentia G cogit punctum L orbiculi majoris aſcendere pariter in A. Porrò punctum L propius eſſe puncto A, quàm punctum F, eſt manifeſtum, quia minor Secans C D & minor Tangens D F comprehendunt arcum S F minorem, quàm ſit arcus S L comprehenſus à majore Secante C I & majore Tangente I L. Hinc ex Doctrinâ Sinuum conſtat in Radio C A minorem particulam reſpondere arcui L A, quàm ſit particula reſpondens æquali arcui incipienti ab F versùs A. Igitur datâ motûs æqualitate, potentiæ ſcilicet trahentis tantum funem, quantus eſt arcus L A, minùs reſiſtit aſcenſui punctum L, quàm punctum F, & citiùs L venit in A per breviorem arcum L A, quàm veniat F per longiorem arcum F A. Potentia itaque in G faciliùs, hoc eſt minore labore, cæteris paribus movebit pondus in I poſitum, quàm potentia eadem minori orbiculo in B applicata moveat idem pondus in D.

Neque dixeris ex æquali funis tractione pondus in ſuâ perpendiculari lineâ Directionis æqualiter aſcendere, ſive fuerit in D, ſive in I, ac propterea nullum inveniri facilitatis diſcrimen in illo attollendo. Quia adhuc conſiderandum eſt pondus, quatenus eſt applicatũ Axi medio orbiculo, in quo axe dum aſcendit, aſcendit pariter in ſuâ perpẽdiculari lineâ Directionis; & quamvis in hac æqualiter ſe habeat, non tamen eſt æqualiter applicatũ axi: lineæ autem G H, I L productæ concurrerent in angulum magis obtuſum, quàm lineæ B E, D F; quapropter ſibi invicem minùs adverſantur, quò propiùs accedunt ad rectitudinem.

Verùm facilitas iſta non eſt cum additamento momenti, quod à machinâ efficitur; Machina enim tribuens movendi facilitatem eſt pariter cauſa tarditatis motûs; at hìc *faciliùs & citiùs* per majores circulos moveri pondus docet Ariſtoteles; quatenus videlicet ſublatâ impedimenti particulâ, quæ ex tritu oriretur, potentia faciliùs & citiùs movetur, cum qua pariter æquali planè motu etiam pondus movetur, quod tamen per machinam tardiùs moveretur, quàm potentia.

Quod ſi cylindricam axis ſuperficiem non admittas omnino congruere cavæ ſuperficiei foraminis, jam contactus Axis eſt ſolùm ad punctum A utriuſque orbiculi tam majoris, quàm mino-

ris,& tunc refert quandam libræ ſimilitudinem, cujus jugum ſit aut G I,aut B D, & ſpartum in loco ſuperiore A. Sed non eadem hìc militat ratio,quæ in libra: nam in brevioribus libræ brachiis, quando pondera ſunt inæqualis gravitatis,extremitas brachij deſcendentis in ſuo motu deflectens à lineâ rectâ, etiam deflectit à perpendiculo eò magis, quò minor eſt ſemidiameter circuli,cujus arcum deſcribit; at in longioribus brachiis majorem arcum deſcribentibus ſimilem minori, minùs deflectit à perpendiculo; ac proinde in deſcenſu pauciora deteruntur gravitatis momenta, cum magis obſecundet naturali gravitatis propenſioni,quæ nititur ad perpendiculum. At hìc in orbiculis,ſi Potentia movens ſit gravitas aliqua major pondere attollendo,non cogitur deflectere à perpendiculo, ſive major,ſive minor fuerit orbiculus. Quapropter non ex Rationibus libræ philoſophandum eſt,ſed conſideranda eſt preſſio ſuperanda, quæ fit in A, tùm pondere, tùm potentiâ deorſum, ex hypotheſi, conantibus; vel ſi pondus in plano, cui inſiſtit, raptandum ſit, preſſio fit vi potentiæ trahentis pondus reſiſtens. Avellenda eſt igitur ab Axe pars orbiculi illum tangens in A: ſed poſito æquali motu potentiæ tùm in B, tùm in G, minor motus & tardior particulæ A efficitur, ſi potentia moveat in G,quàm ſi moveat in B: facilius igitur illa movet præ iſtâ. Minorem autem & tardiorem eſſe motum in A,ubi vincenda eſt vis preſſionis,cōſtat,quia,ut ſemel foramen orbiculi minoris percurrat axem in A,totus ille convertendus eſt; at orbiculi majoris punctum in orbitâ deſignatum ſi moveatur æquali motu ac punctum minoris orbitæ, non abſolvit integram revolutionem; atque adeò orbiculus major æquale habens foramen cum orbiculo minore, ſed multo majorem orbitam, motu æquali non percurrit Axem in A, niſi juxta partem, quæ reſpondeat revolutioni orbitæ, quam conſtat non eſſe integram.



Hinc conjicere licet poſſe orbiculo conſtrui ſatis exactam libram. Fiat ex ligno aut ex materiâ metallicâ diſcus R S T, cujus centrum V, ejuſque orbita ad tornum modicè excavetur, ut illi inſiſtere poſſint funiculi lancium. Tum in V centro fiat foramen exquiſitè rotundum atque politum, cui indatur Axis pariter politus & lævis: axis

axis autẽ extremitatibus hinc atque hinc eminentibus alligentur fila, inter quæ interceptus diſcus poſſit ſuſpendi. Si gravitas fuerit per univerſam laminam æquabiliter diffuſa, cõſiſtet diſcus in quacumque poſitione; ſin autem partes fuerint ſecundùm gravitatem inæquales, ita ſponte convertetur diſcus, ut pars gravior inferiorem occupatura locum uſque eò deſcendat, dum centrum gravitatis ſit in lineâ directionis perpendiculari tranſeunte per punctum ſuſpenſionis, & punctum contactus orbiculi cum axe. Hanc perpendicularem lineam refert, atque deſignat filum, ex quo ſuſpenditur. Notato igitur diligentiſſimè puncto S, in quo fila ſuſpendentia tangunt extremam orbitam, ibi eſt locus apponendæ lingulæ, atque ibi firmandus eſt uterque funiculus SR & ST. Amotis igitur funiculis, ſeu filis, ex quibus prius ſuſpendebatur orbiculus, atque adjectâ opportunâ lingulâ, apponatur anſa VM, quæ includet lingulam, ſi hæc fuerit ritè collocata. Demum pendentibus funiculis adnectantur lances ita, ut æquilibrium conſtituant, quod à lingula indicabitur. Sic parata erit, ut opinor, exactiſſima libra, de qua dubitari non poſſit, an centrum motus verè reſpondeat lineæ, in qua eſt centrum gravitatis: æqualitas brachiorum VR, VT eſt manifeſta propter faciliorem circuli conſtructionem, quàm brachiorum rectorum æqualitatem æquabili & æquali gravitate præditam: pondera autem ſi inæqualia lancibus imponantur, ſemper in eodem perpendiculo conſiſtunt, ſive deſcendant, ſive aſcendant: lingula verò quia ſatis longa eſt, quippe quæ incipit ab V, quamvis additamentum factum ſit in S, vel modiciſſimam inclinationem in alterutram partem indicabit.

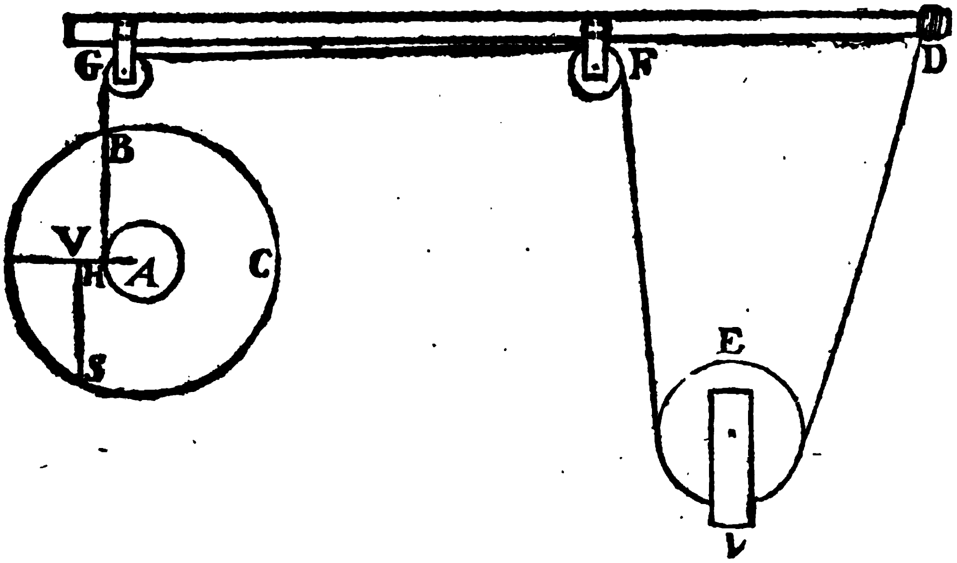
Cum itaque negari non poſſit in ſimplici orbiculò aliquam demum movendi facilitatem aquiri, ſi ille major fuerit, quàm ſi minor, hoc pariter in Trochleis contingere poſſe non negarem adhibitis majoribus orbiculis potiùs quàm minoribus. Verùm attendendum eſt, an ſit operæ pretium tam ingentes trochleas movendis ponderibus adhibere; illa enim & majore diſpendio conſtruerentur, & eſſent valde graves, & ægrè transferri poſſent, ſi notabili aliquâ magnitudine præditæ eſſent. Quare nemini author eſſem, ut rejectis minoribus orbiculis majores quæreret; communiter enim valde mediocribus trochleis utuntur artifices, & ſatis commodè perficitur motus, ſi orbiculi

li facilè convolvantur : commodum verò, quod accederet ex aliquatenus diminuto orbiculorum cum ſuis axibus conflictu, non tantum eſt, ut majore incommodo parandum ſit.

CAPUT IV.

Qua Ratione Trochlearum vires augeantur.

EX dictis cap.1. ſatis notum eſt Trochlearum vires augeri pro multitudine orbiculorum: ſed quoniam non præſtat ingentes Trochleas conſtruere, propterea ſatius eſt Trochleas cum aliâ quapiam Facultate componere, & potiſſimum cum Axe in Peritrochio, ſive Sucula ſit, ſive Ergata, ſive Tympanum, quorum Axi dum in converſione circumducitur funis ductarius, Trochleæ evadunt propiores, & adducitur pondus.



Ejus rei meminit Lucret. lib. 4 : Multaque per Trochleas & Tympana pondere magno commovet, atque levi ſuſtollit machina niſu. Et quidem ſuperiore loco, uti de Tympano agebatur, indicata eſt methodus geminandi vires Tympani A B C S, ſi

ſi nimirum trabis exporrectæ extremitati D alligetur funis ductarius, qui primùm tranſeat per orbiculum E ponderi attollendo adnexum, deinde per orbiculos F & G trabi adhærentes, per quos demum venit ad Axem H, cui circumducendus eſt. Quia enim potentia in F duplo velociùs movetur quàm E, & Potentia in S premens Tympanum movetur velociùs quam F, in Ratione partis ſemidiametri tympani ad ſemidiametrum Axis, hoc eſt in Ratione A V ad A H, manifeſtum eſt geminari momenta tympani ſolitariè accepti. Quod ſi tam extremitati D, quàm Ponderi adnecterentur Trochleæ, adhuc major eſſet vis Tympani aucta per Trochleas, & viciſſim major Trochlearum vis aucta per Tympanum. Hinc ſi eſſent duæ trochleæ binis orbiculis inſtructæ, & funis caput inferiori trochleæ adjungeretur, quintuplex fieret tympani momentum, & viciſſim trochlearum momentum acciperet incrementum in ratione A H ad A V.

Diſtinguenda ſunt autem onera, quorum alia ſunt mediocria (nam minora facilè ſolis trochleis attolluntur, arreptâ ab hominibus funis ductarij extremitate) alia majora, & ingentia, quæ à Vitruvio, ut aliàs innui, Coloſſicotera dicuntur. Pro mediocribus ponderibus ad operarum numerum minuendum Trochleis adjungi poteſt Sucula, cui circumducatur funis ductarius: compoſitis enim Rationibus Suculæ & Trochlearum, habetur Ratio momenti potentiæ ad Pondus. Si non ad multam altitudinem attollendum ſit Pondus, neque proximo parieti trabem infigi expediat, cui Trochlea adjungatur, & ex qua onus dependeat, ex Vetruvij præſcripto lib. 10. cap. 2. tigna tria parantur longitudine & ſoliditate reſpondentia oneris magnitudini & gravitati; hæc à capite fibulâ aut funibus conjuncta, in imo divaricata eriguntur, quaſi in pyramidis triangularis ſpeciem. Quod ſi timeatur, ne in hanc aut illam partem machina inclinetur, funibus in capitibus collocatis, & circa diſpoſitis in adverſas plagas, atque firmatis, erecta retinetur. In ſummo, ubi tigna coëunt, alligatur Trochlea; & inferiùs, ubi commodè applicari poſſit Potentia, exteriori duorum tignorum divaricatorum faciei firmiter affiguntur Chelonia, hoc eſt fulcra quædam rotundum foramen habentia, in quæ conjiciuntur Suculæ capita; ut Axis facilè verſetur. Sucu-

la autem proximè capita aut habet infixos Radios, aut ſaltem bina foramina ita temperata & diſpoſita, ut vectes in ea immitti poſſint variæ longitudinis pro opportunitate atque neceſſitate, habitâ ratione loci & ponderis. Altera Trochlea adnectitur ponderi, prout commodius acciderit, & funis ductarij extremitas ſuperiori trochleæ adnectitur, ejuſque per Trochlearum orbiculos trajecti caput ad Suculam religatur, cujus converſione attollitur pondus. Machinam hanc aliqui artifices *Capram* vocant.

Ex his, ſi data fuerit ponderis gravitas, & nota Potentiæ virtus, definies trochlearum orbiculos, aut ſaltem vectium longitudinem, qui faciliùs parari poſſunt, & commutari pro re natâ, quàm aliæ trochleæ inveniri. Sint itaque trochleæ binis orbiculis inſtructæ; harum forma & poſitio non niſi quadruplum potentiæ motum determinat, ſi cum motu ponderis comparetur. At potentia univerſa ſint duo homines, ſinguli valentes attollere libras 25; atque adeò potentia eſt lib. 50; quæ ſi proximè applicetur funi ductario trochlearum, poterit ſolùm attollere gravitatem quadruplam, hoc eſt lib. 200. Quoniam verò oblatum pondus eſt ex hypotheſi lib. 1000, hoc eſt quintuplum librarum 200, addenda eſt trochleis Ratio quintupla Succulæ, cujus Radij aut Vectes ſint quintupli ſemidiametri Axis ejuſdem Suculæ. Nam Potentia Vectibus aut Radiis applicata quintuplo velociùs movetur, quàm extremitas funis ductarij Axem complexi; hæc autem quadruplo velociùs quàm pondus; atque idcircò potentia vigecuplo velociùs movetur quàm pondus, poteritque movere pondus vigecuplum librarum 50, hoc eſt lib. 1000.

Quod ſi ad inſignem aliquam altitudinem evehendum ſit pondus, non eſt opus tria hujuſmodi tigna compingere, ſed ut ſumptibus & labori parcatur, ſatis eſt non procul à pondere longiorem trabem, etiam ex pluribus aptè & firmiter conjunctis compoſitam, erigere, atque funibus in oppoſitas ventorum plagas diſpoſitis ita ejuſdem caput firmare, ut nullam in partem vi ſuſpenſi ponderis inclinetur. Verùm quidem eſt trabem hujuſmodi (Antennam aliqui dicunt) non omnino ad perpendiculum erigi, ſed modicè inclinatam ſtatui, ut à ſummo vertice pendens ad perpendiculum ſarcina, quæ attollitur,

non

non incurrat in trabem. Modicè, inquam, inclinata ſtatuitur trabs iſta (niſi fortè illa altiùs defodiatur, & circùm fiſtucatione ſolidetur, tunc enim poterit magis inclinata ſtatui) quia propter notabilem longitudinem ita poteſt inclinari, ut linea directionis ab illius centro gravitatis ducta cadat intrà (vel certè non admodum ultrà) baſim ſuſtentationis, atque perpendiculum à ſummo vertice deſcendens & illi lineæ parallelum tanto abſit intervallo, quod ſatis ſit ad elevandum pondus citra periculum colliſionis cum trabe: cui periculo occurri non poteſt in tigno breviore, quo valde inclinato ad vitandum hujuſmodi periculum colliſionis, linea directionis ab ejus centro gravitatis cadens multo notabiliùs recederet à baſi ſuſtentationis: propterea ubi brevioribus trabibus fuerit utendum, tres modo ſuperiùs dicto compinguntur, ut ſe invicem fulcientes ſponte conſiſtant, & pondus non contingant. Capiti igitur erectæ trabis longioris altera trochlea alligatur, altera oneri; ſed ad trabis pedem orbiculus unus firmiter adnectitur, per quem funis ductarius juxta trabis longitudinem deſcendens trajicitur, & ad Ergatæ axem adducitur, ut ex ejus revolutione funis trahatur: orbiculum hunc Græci ἐπαγόντα Latini Artemonem vocant, ex Vitruvio lib. 10 cap. 5. Hic tamen infimus orbiculus cum nihil immutet aut potentiæ velocitatem, aut ponderis tarditatem, nihil addit momenti ipſi potentiæ ad onus attollendum, ſed ideò potiſſimùm adhibetur, ut funis commodiùs Ergatæ circumducatur.

Quare Potentiæ momenta componuntur ex momentis Trochlearum & Ergatæ; quæ ſi innoteſcant, & data ſit potentiæ virtus movendi, manifeſtum erit pondus, quod illa Ergatæ applicata movere poterit. Sic ſi Trochleæ binos habeant orbiculos, qui dant Rationem quadruplum, Vectis autem Ergatæ ſit ad ejuſdem Axis ſemidiametrum ut 20 ad 1, Ratio, quæ ex quadruplâ, & vigecuplâ componitur, eſt octuagecupla; ac proindè potentia extremo Vecti applicata poterit movere pondus octuagecuplum ejus, quod ſinè machinâ movere poteſt.

Hinc ſi potentia movere valeat libras 50, huic machinæ applicata movebit pondus lib. 4000. Illud autem commodi habet Ergata, quod in illâ convolvendâ uti poſſumus jumentis extremo vecti applicatis: & experimento didicimus trochleis

binorum orbiculorum, & Ergatâ attolli à duobus equis pondus librarum non minùs quàm triginta millium. Cum enim ſint duo equi, unuſquiſque movet libras 15000; ſed quia Trochleæ dant Rationem quadruplam, accipe librarum 15000 quadrantem 3750, & ope trochearum, ſi ſolæ eſſent & ab Ergatâ ſejunctæ, unicuique equo adhibendus eſſet niſus ſubquadruplus, videlicet conatus ſufficiens ad movēdas abſque trochleis libras 3750: quoniam demum Ergatæ Vectis ad ſemidiametrum axis eſt ex. gr. decuplus, ſinguli equi adhibent conatum adhuc ſubdecuplum, quo ſcilicet moverent libras 375: eſt nimirum, ex hypotheſi harum trochlearum, & hujus Ergatæ, motus potentiæ ad motum ponderis quadragecuplus; ac proindè potentia adhibet conatum, quo moveret abſque machina gravitatem dati ponderis ſubquadragecuplam.

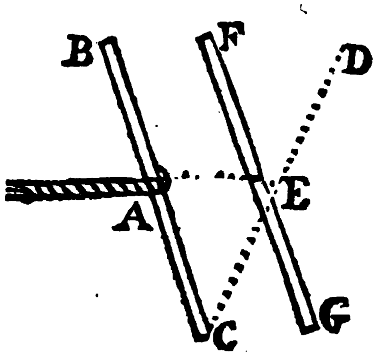
At verò ſi pondera attollenda ſint omnino ingentia & coloſſicotera, non ſatis fuerit trabem erigere, ſed ex pluribus trabibus invicem compactis ſive funibus, ſive ferreis retinaculis, & clavis quaſi craſſiores columnas erigere, eaſque tranſverſis aliis trabibus inter ſe colligare, aut etiam obliquis fulcire oportet, & circa pondus componere validiſſimum caſtellum, quod nullam in partem inclinari queat: ut deinde pluribus Trochlearum paribus cum ſuis Ergatis ritè collocatis machinator tutò aggredi poſſit opus. Hìc autem multo commodius accidit plures communes Trochleas & Ergatas adhibere, quàm pauciores trochleas plurimorum orbiculorum conſtruere, quæ longiſſimum funem ductarium exigerent, aut ingentes Ergatas ſtatuere, quarum vectis valde longus non niſi in amplo ſpatio circumagi poſſet. Illud Machinatoris ſolertiæ relinquitur, quod Ergatas ſingulas atque Trochleas tam aptè diſponat, ut ſibi invicem impedimento non ſint. Quod ſi, dum moles ipſa elevatur, fulcra ſubinde opportuno loco ſubjicias, quibus illa innitatur, multo certiùs, nec ſine laboris compendio, rem totam perficies.

Quod demum ad funes attinet, in ponderum ingentium elevatione duplex periculum præcavendum eſt; alterum, quod plures Trochleæ diverſis ponderis partibus applicantur, ne ſcilicet funes aliquarum Trochlearum vi ponderis plus juſto diſtendantur, & longiores fiant, quàm par ſit, ut pondus uſque

in

in deſtinatum evehatur locum, & aptè collocetur; una enim parte jam ferè ſuum in locum deductâ, reliqua pars adhuc diſtaret, nec potentia trochleis illis applicata ſola ad perficiendum motum ſufficeret. Alterum eſt, ne ex motu, & vehementi funium cum orbiculis, aut orbiculorum cum axibus tritu, nimis incaleſcant, atque ignem concipiant. Sed utrique periculo occurritur, ſi aquam in promptu habeas, qua funes aut trochleæ madefiant; illa enim non ſolum incenſionis periculum ſubmovet, verùm etiam funes contrahit.

In plano autem horizontali aut inclinato longè facilior eſt motus, potentia quippe caret labore retinendi onus, quod innitur plano; & quamvis hoc ſit inclinatum (non tamen lubricum, neque pondus incumbat ſcytalis, ſeu cylindris) ita pondus ſuâ gravitate premit ſubjectum planum, ut etiam dimiſſum non facilè prolabatur: ut tamen in hujuſmodi planis faciliùs trahatur, expedit cylindros ſupponere, aut rotas addere, aut illud trahæ imponere. Hìc pariter ad trahendum juvari poteſt potentia, ſi funis ductarij per Trochleas trajecti caput ad Axem Ergatæ, aut Suculæ, aut Tympani referatur; prout majora aut mediocria fuerint pondera. In minoribus autem ponderibus raptandis, etiam ſimplici Vecte, & quidem expeditiſſimè, augeri poſſunt momenta Trochlearum; ſi nimirum vecti circa medium alligetur caput funis ductarij, & inclinati vectis caput ſubinde transferatur. Sit enim ductarij funis extremitas A; hæc in A religetur vecti B C, qui terram premat in C, quod eſt hypomochlium, & potentia movens ſit in B; quæ, manente extremitate C, dum promovetur in D, funis caput venit ex A in E: tunc iterum inclinetur vectis C D, ut habeat poſitionem F G, & potentia ſimiliter circa punctum G manens moveatur ex F versùs D, atque ulteriùs adducatur funis caput E, & ſic deinceps. Quod ſi progredi nolueris, ſed eodem in loco conſiſtere, ubi vectis poſitionem C D nactus fuerit, & A venerit in E, retrahe D ite-



rum in B, atque particulam funis A E ita vecti convolve, ut excurrere nequeat; nam iterato vectis motu trahetur funis, & cum trochleâ pondus; motúque hujuſmodi continuato deſtinatu min locum adducetur pondus. Quantum verò ſit hoc compendium, illicò innoteſcet, ſi obſervaveris ut minimum geminari momenta potentiæ, ſi videlicet punctum A præcisè medium fuerit æqualiter ab extremitatibus B & C diſtans: quod ſi A C ſit triens totius B C, momentum potentiæ triplicatur, & eſt Ratio compoſita ex Ratione Trochlearum, & Ratione Vectis.

Ut autem manifeſto experimento deprehendas, quàm tenuis Potentia Trochleis cum Axe in Peritrochio compoſitis non leve pondus trahat; in extremitate tabulæ non ruditer dolatæ duos perpendiculares tigillulos erige intervallo digitorum quatuor, illóſque junge tranſverſario ſimilis craſſitiei, non tamen à plano abſit niſi quatuor digitos: Deinde ſupra tranſverſarium intervallo ſaltem digitorum octo ſtatue axem in tigillis facillimè verſatilem, cujus diameter vix digitalis ſit; alteri autem hujus axis capiti rotam circumpone, cujus diametrum digiti duodecim metiātur: quæ rota ut levis ſit, bino radiorum ordine conſtet aptè colligatorum, & circa perimetrum emineant palmulæ, ut in molendinorum aquaticorum rotis, ex levi materiâ, cujuſmodi eſſet craſſior charta, aut membrana, aut quid ſimile valens flatum excipere. Tum parvulæ trochleæ duæ binis orbiculis inſtructæ firmentur, altera quidem in tranſverſario tigillorum, altera in extremitate aſſerculi, cui onus aliquod eſt imponendum, eique aut rotæ, aut cylindruli ſubjiciantur, ut facilè mobilis ſit; & trochleæ mobili adnectatur extremitas funiculi ſerici, qui per orbiculos trochlearum trajectus demum ad Axem referatur. Nam ſi in rotæ palmulas vehementiùs inſuffles, rota convolvetur, & cum illâ Axis, atque adeò funiculum involutum ſequeretur trochlea cum pondere ferè ſexagecuplo ejus, quod flatu eodem exſufflare poſſes. Aut potius Æolipilam aptè colloca, ut flatus ex illâ exiens in palmulas incurrat, & ex ponderis, quod aſſerculo impoſitum movetur, gravitate cognoſces impetum, quo flatus ex Æolipilâ erumpit, ſi Ratio Trochlearum, quæ eſt quintupla, componatur cum Ratione diametri rotæ ad diametrum axis, quæ, ex conſtructione, eſt duodecupla: cum enim ſit Ratio, ſexagecupla, fiat ut 60 ad 1, ita gravitas ponderis,

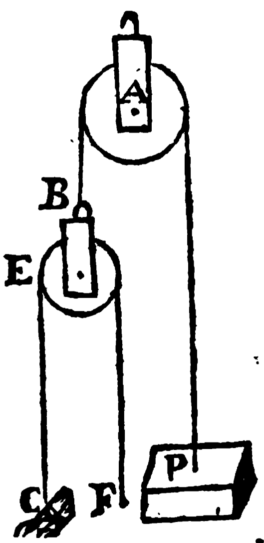
ponderis, quod per hujuſmodi machinulam trahitur, ad pondus, quod flatu illo impelli poſſet ſine machinâ.

CAPUT V.

Trochlea Trochleis addita plurimùm augent momenta Potentia.

QUodlibet oblatum pondus datâ Potentiæ virtute movere adhibitis Trochleis omnes norunt, ſi binas trochleas conſtituant orbiculis, quot exigit Ratio ponderis ad potentiam, aut plura communium trochlearum paria cum pluribus Ergatis adhibeant: quo in opere quàm immanes trochleas eſſe oporteret, ſi centenos aliquot, aut millenos orbiculos ſingulæ continerent, aut quot Ergatæ, quantóque diſpendio ſtatuendæ eſſent, ex methodo ſuperiori capite traditâ, nemo non videt. Hic ergo ſolis Trochleis rem facillimè perfici poſſe me demonſtraturum confido, prout in *Terrâ machinis motâ* diſſert. 1. indicavi.

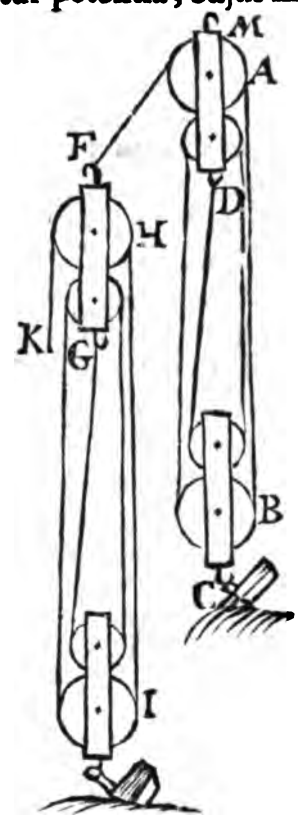
Et primò quidem ſimplici orbiculo ſtabili elevari poteſt pondus cum incremento momentorum Potentiæ deorſum trahentis (id quod multo facilius accidit, quàm ſurſum trahere) ſi extremitati funis loco Potentiæ adnectatur alius orbiculus, cujus funis in loco inferiore alligatus fuerit. Sit Pondus P, orbiculo ſtabili A elevandum: utique Potentia funi ductario in B applicata non attollet pondus, niſi ejus gravitas, aut virtus movendi major fuerit gravitate ponderis P. Adnectatur in B orbiculus verſatilis E: & paxillo in C firmato alligetur caput funis per orbiculum E tranſeuntis: Nam potentia in F funem trahens duplo velociùs movetur quàm orbiculus E, hoc eſt B extremitas funis ductarij, quæ cum pondere P æqualiter movetur: ac proinde



potentia,

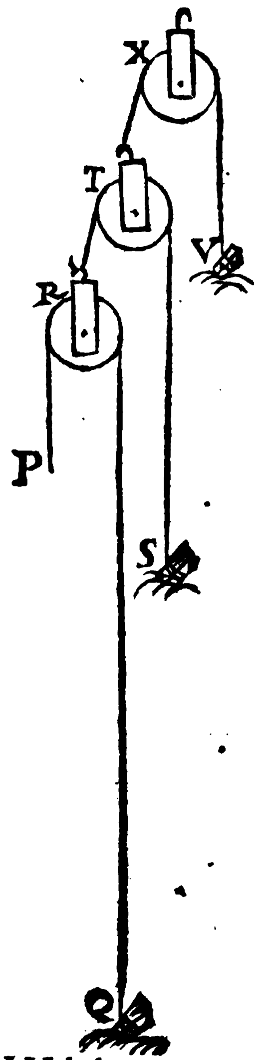
potentia, quæ duplo velociùs movetur quàm pondus, ſatis eſt ſi fuerit paulo major, quàm ſubdupla ponderis.

Ex hoc quaſi rudimento continuò ſe ſe offert methodus componendi trochleas conjugatas; ſi nimirum duabus trochleis aptè diſpoſitis ad trahendum pondus, funis ductarij extremitati non applicetur potentia, ſed alia trochlea adnectatur, quaſi ibi eſſet pondus, & harum trochlearum ſecundò poſitarum funi applicetur potentia, cujus momenta ex Trochlearum rationibus componuntur. Sint duæ Trochleæ A & B binis orbiculis inſtructæ; pondus in M adnexum ſit trochleæ A; & trochlea B firmetur in C: funis autem ductarius in D alligetur trochleæ A mobili: utique Potentia in F habet momentum quintuplum, quia quintuplo velociùs movetur, quàm pondus in M adnexum. Sed iterum duæ aliæ Trochleæ H & I binos orbiculos habentes parentur, & trochlea H mobilis jungatur extremitati funis F, trochlea verò I ſtabilis ſit. Trochlearum H, I funis ductarius alligetur in G trochleæ mobili; & potentia in K applicata quinquies velociùs movetur quàm F; ergo & vigeſies quinquies velociùs quàm pondus adnexum in M. Illud igitur pondus, quod quinque homines applicati in F traherent, ab unico homine in K applicato atque trahente adducitur, qui unicus æquivalet viginti quinque hominibus pondus abſque trochleis trahere conantibus.



Cum itaque communes Trochleæ in promptu ſint, manifeſtum eſt, quàm facilè multiplicari valeant momenta potentiæ quæ cæteroqui in exemplo propoſito duas trochleas ſingulas duodenûm orbiculorum exigeret, ut unus homo præſtaret idem, quod viginti quinque Quod ſi adhuc duas ſimiles trochleas adhiberes, & alteram ſimiliter in K adnecteres, unicus homo æquivaleret hominibus 125 trahentibus: hinc ſi unicus ille homo tanto conatu trahat, quanto traheret libras 50, omninò ſolus tribus his trochlearum paribus movebit pondus librarum 6250. Sed

Sed ſi quem admiratio capiat duodecim orbiculis in ſex trochleas diſtributis tantum pondus moveri, admiretur adhuc ampliùs iiſdẽ duodecim orbiculis in duodecim ſimplices trochleas diſtinctis, quæ binæ & binæ conjungentur, longè majus pondus poſſe trahi. Nam ſi trochleæ mobili, cui alligatur pondus, etiam funis extremitas adnectatur, jam ſingulæ Trochlearũm conjugationes dant rationem triplam; ſunt igitur ſex Rationes triplæ compoſitæ; ac propterea prima conjugatio dat Rationem 3 ad 1; ſecunda 9 ad 1; tertia 27 ad 1; quarta 81 ad 1; quinta 243 ad 1; ſexta 729 ad 1: & hæc eſt Ratio motûs potentiæ ad motum ponderis. Quare ſi potentia conetur ut 50, ducatur 729 per 50, & potentia trahere valebit pondus librarum 36450. At verò ſi duodecim illæ ſimplices trochleæ nõ fuerint conjugatæ, ſed ſingulæ ſeorſim ſuos habeant funes, ita ut primæ adnectatur põdus, & ſecundæ jungatur extremitas funis ductarij primæ, atque ita deinceps, jam multo majus erit momentum potentiæ; erunt ſcilicet duodecim Rationes duplæ cõpoſitæ. Sit enim trochleæ X adnexum pondus, funis illius alligatus in V, & ejuſdem capiti adnexa ſit ſecunda Trochlea T; cujus pariter funis alligatus in S reliquâ extremitate conjungatur cum tertia Trochleâ R, ejuſque funis ſimiliter firmatus in Q veniat ad P, cui deinceps quarta trochlea adjungatur, & ſic de cæteris conſequentibus. Certum eſt T moveri duplo velociùs quàm X, & R duplo velociùs quàm T, & P duplo velociùs quàm R; ac proinde P moveri octuplo velociùs quàm pondus in X. Si igitur duodecim rationes duplæ componantur, erit demum Ratio 4096 ad 1. Quapropter potentia in extremitate funis trochleæ duodecimæ ſimiliter conata ut 50, movebit pondus librarum 204800.



Ex his vides poſterioribus trochleis minùs repugnare pondus quàm prioribus, atque propterea funes ductarios poſteriorum trochlearum poſſe exiliores eſſe, quamvis longiores; eóque deveniri poſſe, ut potentia ſubtiliſſimo funiculo applicetur, & ſecurè trahat valde magnum pondus. Semper autem tractionis mentionem feci, non elevationis, quia in illa faciliùs quàm in hac uti poſſumus hujuſmodi trochlearum complexione: quamquam etiam in elevatione ad mediocrem altitudinem, diſpoſitis duabus trochleis, quaſi illas tantum adhibere oporteret, poſſumus extremitati funis ductarij adjicere trochleam, cujus comparem paxillo in terram firmiter depacto alligemus; aut etiam, ſi altitudo ſuppetat longè major eâ, ad quam attollendum eſt pondus, in ſupremo loco ſtatuere poſſumus trochleam ſtabilem ſecundæ conjugationis, & mobili trochleæ adnectere extremitatem funis ductarij priorum trochlearum, in quibus propterea caput funis adnectendum eſt trochleæ mobili, cui adhæret pondus evehendum.

Non eſt autem diſſimulandum incommodum, quod ex hac trochlearum diſpoſitione atque complexione oritur, ſcilicet magnam funium longitudinem requiri, nec non ingens ſpatium, in quo diſponantur duo illa Trochlearum paria, quibus vigequintupla fiunt Potentiæ momenta. Quia enim in Trochleis adnexam ſarcinam adducentibus ſunt quatuor funis ductus æquales trochlearum intervallo, utique, ſi eidem trochleæ pondus ac funis alligatur, totus explicatur ultra terminum, cui trochlea ſtabilis adnectitur: quare trochleam mobilem ſecundæ conjugationis adnexam extremitati funis priorum trochlearum conſtituere oportet diſtantem à ſuâ trochleâ ſtabili non minùs quàm intervallo quintuplo diſtantiæ priorum: ac propterea harum poſteriorum funis explicàtus excurrit ultra terminum, cui affigitur compar trochlea ſtabilis ſpatio illius quintupli intervalli quadruplo, hoc eſt vigecuplo intervalli priorum trochlearum; cui ſi addatur diſtantia poſteriorum quintupla diſtantiæ priorum, Potentia trochleæ ſecundæ mobili applicata funem trahens movetur vigequintuplo velociùs quàm pondus, & exigit ſpatium vigequintuplum diſtantiæ priorum trochlearum, ſi illa velit progredi, quantum fert longitudo funis explicati; id quod neceſſe eſt, ſi funis à jumentis trahatur,

nec circumducatur Ergatæ ; tunc enim non tantum ſpatij requiritur, & momentum Ratione Ergatæ augetur. At ſi Potentia trahens ſint homines, ſatis eſt ſi propè ſecundam trochleam ſtabilem conſiſtant. Quare ſi quis voluerit hujuſmodi quatuor trochlearum complexione uti, ut potentia obtineat momentum vigequintuplum, requiritur ſpatij longitudo quintupla ſpatij, per quod deducendum eſt pondus. Quod igitur ad funium longitudinem ſpectat, longitudo funis priorum trochlearum eſt quadrupla ſpatij percurrendi à pondere, & longitudo funis poſteriorum eſt ejuſdem ſpatij vigecupla; hic tamen poſterior funis poteſt eſſe priore tenuior atque exilior, ut dictum eſt.

Dixerit fortaſſe aliquis, rem minùs attentè conſiderans, poſſe poſteriores trochleas habere funem non longiorem fune priorum; ſed quia, ubi ille totus explicatus fuerit, pondus non eſt adductum niſi ad quintam partem ſpatij, poſſe trochleas illas poſteriores ita invicem disjungi, ut ea, quæ eſt mobilis, adjungatur funi ductario propè trochleam priorem mobilem; nam potentia iterum trahens adducet pondus: id quod ſæpius iterari poteſt.

Verùm hoc fieri omnino non poſſe deprehendes, ſi obſervaveris, nunquam hoc pacto adduci pondus niſi per quintam partem reliqui ſpatij; quare aliquid ſemper relinquitur, quin ad deſtinatum locum pondus perveniat. Si placuerit tamen hunc laborem aſſumere in disjungendis poſterioribus trochleis, priores trochleas ita invicem disjunctas initio colloca, ut earum intervallum ſit ſaltem ſeſquialterum ſpatij, per quod pondus moveri oportet; ſic enim repetito quinquies trahendi labore obtinebis propoſitum motum: primâ videlicet tractione deducitur pondus per totius intervalli $\frac{1}{5}$; in ſecunda per ejuſdem intervalli $\frac{4}{25}$; in tertiâ per $\frac{16}{125}$; in quartâ per $\frac{64}{625}$; in quintâ per $\frac{256}{3125}$; quæ partes ſi in ſummam redigantur, dant $\frac{2101}{3125}$, hoc eſt paulo amplius quàm $\frac{2}{3}$ propoſiti intervalli, quantum ſatis eſt ad perficiendum deſtinatum ſpatium. Ubi vides; ſi intervallum aſſumptum fuiſſet paulo majus quàm duplum deſtinati ſpatij, tertiâ tractione abſolvi propoſitum motum; nam $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{25}$, $\frac{16}{125}$ ſi colligantur in ſummam, dant $\frac{61}{125}$, hoc eſt ferè $\frac{1}{2}$. At ſi duobus ſimplicibus orbiculis utaris, quibus compoſitis potentia habet mo-

mentum quadruplum, etiamſi ſecundi orbiculi funem ſtatuas æqualem funi prioris orbiculi, cui adnectitur pondus, facillimum eſt orbiculum ſecundum retrahere ad orbiculum primum, poſtquam hic primâ tractione abſolvit ſemiſſem ſpatij inter pondus & paxillum, cui alligatur funis; & ſecundâ tractione abſolvit quadrantem totius intervalli initio conſtituti: Quare ſatis fuerit funem prioris orbiculi æquari intervallo ſeſquitertio longitudinis ſpatij, per quod deducendum eſt pondus.

Et quoniam hìc mentio incidit orbiculorum ſimplicium, obſerva, quanto faciliùs duobus orbiculis perficiamus id, quod duabus trochleis binos orbiculos habentibus præſtaremus in trahendo pondere, quando funis ductarius eſt alligatus trochleæ ſtabili; tunc enim potentia ſolùm habet momentum quadruplum, quod pariter obtinet duobus orbiculis. Sit enim

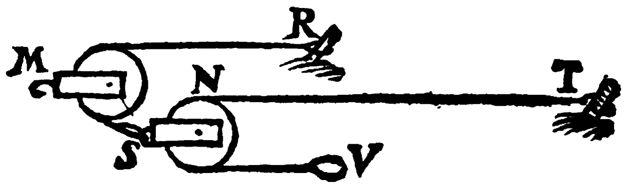


A B diſtantia ſeſquitertia ſpatij A I, per quod trahendum eſt pondus in P adnexum orbiculo A: funis in B alligetur, & ejus caput C connectatur cum orbiculo E, cujus pariter funis in B alligetur, atque illius extremitas à Potentiâ F trahatur. Quando potentia F adduxerit orbiculum E propè B, erit orbiculus A in H: retrahatur orbiculus E ex B, & propè H adnectatur funi orbiculi A; factâ enim ſecundâ tractione, quando orbiculus E fuerit iterum prope B, orbiculus A erit in I; eſt autem ex hypotheſi diſtantia A I æqualis ſpatio, per quod trahendum erat pondus, ſubſeſquitertio intervalli A B. Ecce igitur Potentia habet momentum quadruplum, & duorum funium longitudines ſimul ſumptæ non dant longitudinem triplam ſpatij, per quod deducendum eſt pondus. At ſi eſſent duæ Trochleæ cum binis orbiculis, exigerent unicum funem quadruplum longitudinis ſpatij, per quod inſtituendus eſt motus.

Sed & illud addendum videtur, quod duobus ſimplicibus orbiculis etiam ad longiora ſpatia adduci poteſt pondus, ita ut quilibet trahentium habeat momentum quadruplum. Expe-

dit

dit autem trahentium numerum geminari, ut alternâ quiete faciliùs & citiùs onus trahant. Sit orbiculus M adnectendus



ponderi, & ſit datus funis ductarius S R, cujus extremitatibus R & S replicatis quaſi in laqueum, ſeu anſam facillimè immitti poſſint & paxillus R, & alterius trochleæ uncus S. Funis alius paretur N T prioris duplus extremitates ſimiliter replicatas habens, ut in V immitti poſſit trahentis manus, & in T paxillus. Quare tantumdem paxillus R diſtat à Trochleâ M, quantum à paxillo T, & hic tantumdem à paxillo X. Cum igitur toto fune V N T explicato orbiculus N fuerit in T, orbiculus M erit in R, & funis extremitas S erit in T. Itaque ex paxillo T auferatur funis explicatus, & ejus loco injiciatur extremitas S. Eximatur tunc ex paxillo R extremitas funis, & adnectatur alteri Trochleæ funem habenti æqualem funi V N T, cujus extremitas alligata fuerit paxillo X, & ad T adducetur trochlea M unà cum pondere. Atque ita alternâ operâ adducetur pondus ad quancumque diſtantiam; interea enim, dum orbiculus M ex R trahitur ad T, is qui traxerat funem V, alligat illum paxillo, ad quem progrediendo pervenitur, & extremitatem T exemptam è paxillo trahet, ubi trochleam N eò jam deductam iterum junxerit extremitati S in T exiſtenti. Sunt itaque pangendi in terram paxilli æqualibus intervallis.

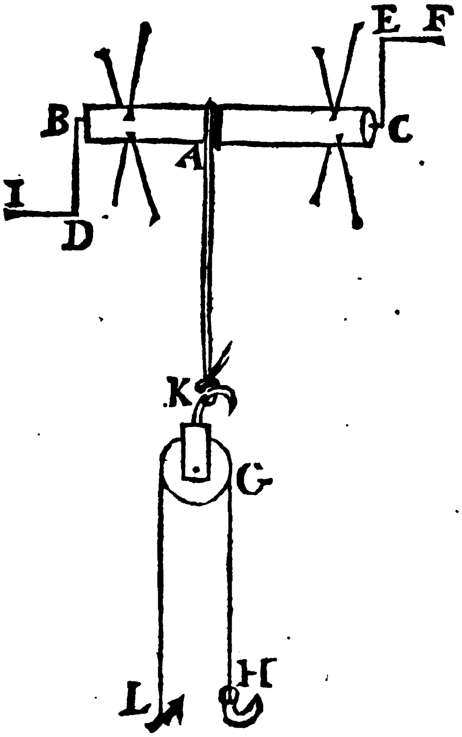
Monendus eſt autem Lector ad hoc caput non pertinere illam Trochlearum additionem, quæ non facit rationum Compoſitionem; quando ſcilicet plures trochleæ uno loculamento ita includuntur, ut ſingulæ trochleæ tam ſuperior, quam inferior plures habeant orbiculorum ordines in latitudinem collocatos, atque adeo tot funes ductarios, quot ſunt ordines illi orbiculorum, exigunt; perinde enim eſt atque ſi duæ aut tres trochleæ diverſis loculamentis diſtinctæ adhiberentur. Cum autem plures ſint funes ductarij, qui uno eodémque tempore adducendi ſunt, diligenter animum advertere oportet, ut operæ omnes æqualiter trahant.

CAPUT VI.

Trochlearum ope moveri poteſt pondus velociter.

HActenus Trochlearum in facilè movendis oneribus vires expendimus, ubi quò majora momenta ope hujus Facultatis adduntur Potentiæ, eò etiam tardior eſt motus ponderis, potentiæ autem velocior: quod ſi velociter movendum ſit pondus, neceſſariò augeri debet potentia. Verùm quia non raró contingere poteſt, ut potentia quidem ipſa per ſe viribus abundet, illam tamen tardè moveri oporteat, aut contra in trahendo onere feſtinato ſit opus, propterea hìc indicandum eſt, qua methodo uti poſſimus, ut hinc plenior hujus Facultatis notitia habeatur.

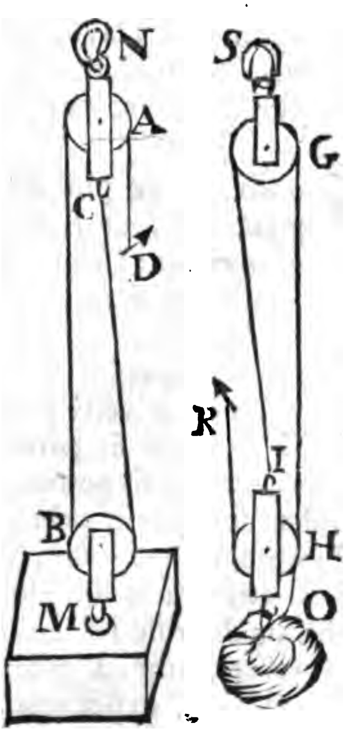
Opus ſit in turrim, vel in urbis mœnia commeatum transferre velociter: operarum ſuppetat ſatis, at non item temporis.



Statuatur in ſumma turri, aut certè in loco opportuno, Sucula B C cum manubriis C E F, & B D I, quibus plures operæ applicari poſſint pro gravitate oneris attollendi; immò etiam habeat infixos radios, ut adhuc plures recipiat, qui illam verſare poſſint. Circà Axem involutus ſit funis paulo longior ſemiſſe altitudinis, & extremitati ſit adnexus girgillus G, cui inſertus ſit funis ductarius H G L æqualis altitudini, ad quam evehendum eſt onus; alteri hujus funis extremitati cohæreat in H validus uncus, quo onus ſuſpendatur, alteram verò extremitatē L firme

firmet clavus, aut quid ſimile ad pedem turris. Nam ſi convertatur Sucula, devenient pariter in A tum girgillus G, tum onus unco H ſuſpenſum; quod ſanè duplo velociùs movetur, quàm ſi adnexum funi ductario A K traheretur ſurſum ope ſimplicis ſuculæ. Quare momenta ſuculæ non niſi dimidiata computanda ſunt, adeò ut ſi duo homines ſuculam B C circumagentes valerent attollere libras 400, eodem conatu, & labore poſſint ſolum libras 200 attollere: at quia facilè multiplicari poſſunt homines ſuculam verſantes, geminetur eorum numerus, & attollent libras 400, ſed breviori tempore. In contrarium autem revoluta ſucula demittet girgillum G, & ſuo pondere duplo velociùs deſcendet uncus H. Ex quo habetur quæſitum temporis compendium.

At ſi duabus trochleis ſimplicibus ſingulos orbiculos habentibus res perficienda eſſet, ita ut uni trochleæ adnecteretur Potentia, alteri Pondus, funis autem extremitas alicubi clavo religata eſſet, attentè diſpiciendum eſt, utri trochleæ adnectatur reliqua funis trochleas jungentis extremitas. Nam ſi trochleæ A, quam trahit potentia N, adnectatur in C funis per orbiculos trajectus, trochleæ verò B pondus M, & funis religatus fuerit in D, intelligitur motus incipere, quando trochleæ adhuc invicem abſunt, ità ut in motu trochlea ponderis ad trochleam potentiæ accedat, ceſſare autem, cùm illæ proximæ factæ fuerint in maximâ diſtantiâ à clavo D, ubi funis extremitas alligatur. Contrà verò accidit trochleis G & H, ſi trochleæ H adnectatur pondus B, atque in I funis ductarij caput: nam trahente potentia S, quæ initio propiores erant trochleæ, à ſe invicem recedunt, trochleâ potentiæ ſecedente à trochleâ ponderis; & demum abſolvitur motus,

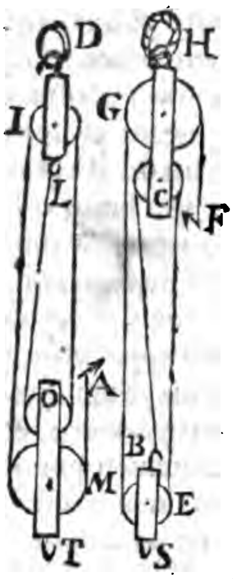


tus, cùm trochlea H ponderis acceſſerit ad R extremitatem funis religati. Cum itaque in utroque caſu & potentia, & pondus versùs eandem partem moveantur, in primo tamen pondus, quod à potentiâ diſtabat, ad illam accedat, & in ſecundo potentia vicina ponderi ab illo recedat, manifeſto indicio eſt in primo caſu pondus, in ſecundo potentiam velociùs moveri: quare ibi potentia augenda eſt, ut valeat movere pondus, hìc fieri poteſt additamentum ponderi, ut potentiæ virtuti reſpondeat. Eſt autem motuum Ratio ſeſquialtera, ut palàm faciunt funium ductus, eorúmque explicatio: Nam in primo caſu maxima trochlearum diſtantia eſt, quando trochlea A eſt clavo D proxima; igitur potentia movetur per ſpatium, cujus longitudinem metitur funis explicatus, qui eſt duplus diſtantiæ trochlearum, & pondus accedens ad potentiam inſuper percurrit ſpatium, quo trochleæ diſtabant; igitur motus ponderis eſt ut 3, & potentia ut 2. In ſecundo verò caſu, Trochleæ G & H cùm proximæ ſunt, diſtant à clavo R juxta longitudinem funis explicati, cùm autem maximè invicem abſunt, & potentia tranſgreſſa eſt clavum R, totus funis diſtributus eſt in duos ductus, & trochlearum intervallum eſt medietas longitudinis funis; quare ponderis motus eſt ut 1, & motus potentiæ ut 1 $\frac{1}{2}$.

Simili ratione philoſophandum erit, ſi trochleæ inæquales proponantur, ut ſi altera ſit duorum orbiculorum, altera unius orbiculi: Utique funis per orbiculos trajectus adnectendus eſt ſimplici trochleæ, ejúſque altera extremitas alicubi firmanda. Non igitur indiſcriminatim ſivè huic, ſivè illi trochleæ adjungenda eſt potentia, ſed priùs ſtatuendum tibi eſt, utrùm velis pondus movere facilè, an velociter; ſi facilè, tardior ſit ponderis motus, quàm potentiæ; ſi velociter, tardior ſit potentia. Facilè movebis pondus, ſi potentia trahat ſimplicem orbiculum, & pondus cohæreat trochleæ duorum orbiculorum: Velociter autem movebitur pondus, ſi illud adnectatur ſimplici orbiculo, potentia verò trahat trochleam duorum orbiculorum. Nam in primo caſu funis explicatus replicatur, & potentia recedit à pondere; in ſecundo funis replicatus explicatur, & pondus accedit ad potentiam.

Sit

Sit Trochlea M O, & orbiculus I; huic in L adnectitur funis, cujus altera extremitas religatur in A, quò demum devenire poteſt trochlea M O cum pondere T adjecto. Vice versâ Trochleæ G C adhibeatur potentia, & pondus S adjiciatur orbiculo E: huic in B adnectitur funis, qui per orbiculos trajectus deſinit in F, ubi ille religatur, & trochlea G O maximè diſtat ab orbiculo E. Inſtituto motu, Potentia D ſemper magis recedit à pondere T; at pondus S ſemper magis accedit ad Potentiam H: ibi ergo potentia celerior eſt pondere, hìc pondus velocius eſt Potentiâ; motuum autem Ratio eſt ſeſquitertia: Nam explicato fune toto, qui religatur in A, potentia proxima eſt ponderi, & diſtant ab A pro funis longitudine; potentiâ trahente accedunt ad A, ſed potentia ulteriùs progreditur, atque abſoluto motu replicatus eſt funis in tres ductus, & Potentia diſtat à pondere tertiâ parte ipſius funis, ita ut pondus quidem ſit clavo A proximum, potentia verò tranſgreſſa ſit clavum A intervallo O L: igitur motus ponderis, quem longitudo funis metitur, eſt ut 1, potentiæ ut $1\frac{1}{3}$. Ex adverſo Potentia applicata trochleæ G C proxima eſt clavo F, cum ab illâ pondus maximè abeſt intervallo tertiæ partis ipſius funis in tres ductus replicati: inito motu pondus accedit ad Potentiam, cui demum proximum eſt, quando jam totus funis eſt explicatus; igitur motum potentiæ metitur funis explicatus, motum autem ponderis adhuc tertia pars, ſcilicet intervallum B C: adeóque ponderis motus ad motum potentiæ eſt ut $1\frac{1}{3}$ ad 1.



Quæ autem de his trochleis dicta ſunt, ſi attentè conſiderentur, etiam cæteris trochleis conjugatis, ſed diſpari orbiculorum numero inſtructis, conveniunt. Non poſſe verò orbiculorum numeros differre niſi unitate, ſatis manifeſtum eſt: nam ſi differrent binario aut ternario, eorum aliquis aut plures planè otioſi eſſent, quippe qui recipere nequirent funem ducta-

rium, jam per reliquos orbiculos trajectum. Quare ſi altera trochlea minor duos habeat orbiculos, altera major non niſi tres habere poteſt, aut ſi minor tres habeat, major non niſi quatuor habere poterit. Attendendum eſt igitur, utri trochlearum trochlearum potentia applicetur; ſi enim illa trahendam arripiat trochleam plures habentem orbiculos, tardiùs movetur, quàm pondus in Ratione ſubſuperparticulari denominatâ à numero omnium ſimul orbiculorũ: ut ſi potentia trochleæ trium, pondus verò trochleæ duorum orbiculorum applicetur, motus potentiæ eſt ad motum ponderis in Ratione ſubſeſquiquintâ, quia illa movetur ut 5, pondus ut 6: & ſi potentia trochleæ quatuor orbiculorum applicetur, pondus autem trochleæ trium, Ratio eſt ſubſeſquiſeptima, quia illa movetur ut 7, hoc ut 8. Quare augetur motus ponderis, & in eadem Ratione difficultas potentiæ. Contrà autem ſi pondus alligetur majori trochleæ, etiam potentiæ motus major, eſt motu ponderis in Ratione ſuperparticulari denominatâ à numero omnium ſimul orbiculorum: ſic erit Ratio ſeſquiquinta, ſi potentia duobus, pondus tribus orbiculis alligetur; nam motus potentiæ eſt ut 6, & motus ponderis ut 5: ſimiliter erit Ratio ſeſquiſeptima, quando pondus alligatum trochleæ quatuor orbiculorum movetur ut 7, dum potentia applicata trochleæ trium orbiculorum movetur ut 8.

Quod ſi pari orbiculorum numero conſtet utraque trochlea, & utraque moveatur, ſimiliter motus erunt in Ratione ſuperparticulari denominatâ à numero omnium orbiculorum ſimul: hoc tamen erit diſcrimen, quòd illud tardius movebitur, quod applicabitur trochleæ; cui extremitas funis per orbiculos trajecti adnectitur. Sic ſi trochleæ ambæ binos habeant orbiculos, Ratio eſt ſeſquiquarta, ſi ternos ſeſquiſexta: ſi trochleam, cui funis ductarij extremitas adnectitur, potentia trahat, illa movetur ut 4, aut ut 6, pondus verò movetur ut 5, aut ut 7: ſed ſi trochleæ, cui funis adnectitur, alligetur pondus, potentia movetur ut 5, aut ut 7, pondus autem ipſum ut 4, aut ut 6.

Ex his itaque duplex trochlearum uſus innoteſcit, alter communis quo potentia applicatur extremitati funis ductarij (alterâ trochlearum manente ſtabili) quem trahens attrahit pariter pondus, & motus potentiæ eſt in Ratione aliqua multiplici ad motum ponderis. Alter verò eſt, quando extremitas funis

ductarij

ductarij non trahitur, ſed alicubi firmatur, potentia autem trahit alteram trochleam, ad cujus motum etiam reliqua trochlea cum pondere illorſum movetur, quorſum potentia tendit: ſi in hoc motu trochleæ disjunguntur, & potentia recedit à Pondere, Ratio motûs potentiæ ad motum ponderis eſt ſuperparticularis, & potentia conſequitur aliquam movendi facilitatem: ſin autem pondus ad potentiam accedit, & trochleæ, quæ disjunctæ erat, fiunt proximæ, Ratio motûs potentiæ ad motum ponderis eſt ſubſuperparticularis, & potentiam plus adhibere conatûs oportet, quàm ſi illud abſque trochleis traheret; quia pondus velociùs movetur quàm potentia.

CAPUT VII.

Quàm validum eſſe oporteat trochlearum retinaculum.

IN Trochlearum uſu communi alteram ſtabilem eſſe ac firmam; alteram mobilem (ſi enim plures eſſent omnino ſtabiles, quantumvis multæ, non augerent motum potentiæ) illam autem ab aliquo corpore, cui alligata eſt, retineri, ſatis per ſe patet; propterea corpus hoc adeò validum eſſe oportet, ut neque gravitati ponderis, neque conatui potentiæ cedat, ſed ita immotum perſiſtat, ut univerſus potentiæ impetus ad vincendam ponderis reſiſtentiam referatur. Hinc à veritate non admodum receſſiſſe videntur, qui in Mechanicis motionibus quaſi duplex munus diſtinguunt, alterum, quo pondus retinetur, ne vi ſuæ gravitatis labatur, alterum, quo gravitas ipſa ſuperatur, & cogitur inire motum ſuæ propenſioni adverſantem: poſterius hoc ſoli potentiæ tribuendum, prius illud non uni potentiæ, ſed etiam corpori, cui machina innititur, adſcribendum cenſent, & in illud maximam oneris partem rejici aſſerunt. Et ſanè quid prodeſſet trochleam ſuperiorem aut fune, qui laxari nequiret, aut ferreo unco, quem revellere nulla gravitas poſſet, connecti cum tigno parieti infixo, ſi timendum eſſet, ne

tignum ipſum imbecillum, vímque gravitatis ſuſpenſæ ferre non valens, frangeretur? Quare ne magnum in diſcrimen res adducatur, & ad periculum omne ſubmovendum, ne inſtitutus motus repentina retinaculi abruptione intercidatur, atque ut certiùs eligi poſſit, cuinam potiſſimùm corpori (tigno ne parieti infixo? an antennæ erectæ?) concredenda ſit oneris ſuſtentatio, machinatori attentè diſpiciendum eſt, quantam vim tùm oneris gravitas, tùm potentiæ conatus exerceat adversùs hujuſmodi retinaculum. Propterea vim iſtam placuit hoc capite examinare, ut cætera ſecurè definiri valeant. Ut verò brevitati & perſpicuitati conſulatur, retinaculum hoc ponamus eſſe clavum, ex quo trochleæ cum onere ſuſpenſo dependeant; quæ enim de hujuſmodi clavo dicentur, facilè ad cætera traduci poterunt.

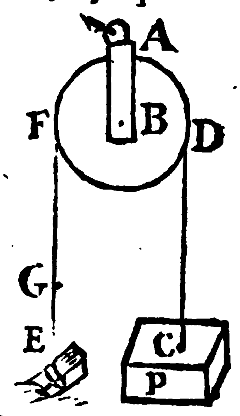
Et primò ſi trochlearum funis per orbiculos ritè trajectus demum ſuâ extremitate in nodum colligatur, ne excurrere valeat, totam atque integram oneris gravitatem (trochleas & funem à ſuâ inſitâ gravitate nunc quidem mente ſecernamus) à clavo, ex quo trochleæ ſuſpenduntur, retineri dubium eſſe non poteſt; nihil aliud quippe adeſt, adversùs quod ponderis gravitas deorſum ſe ipſa urgens connitatur. Deinde ſi funis ductarij caput, quod potentia trahere ſolita eſt, alligetur ſolo, aut ingenti ſaxo longiſſimè graviori, quàm pondus ſuſpenſum, utique neque ſaxum illud ſubjectæ telluri incumbens, neque tellus ipſa, quippiam virium exercent adversùs pondus, cui ſolùm ſuâ longè majori gravitate reſiſtunt Formaliter, non verò Activè; quia nimirum nullum efficiunt impetum, quo deſcenſum moliantur; ac proinde à clavo ſolo pondus trochleis adnexum ſuſtinetur, & ſolum pondus clavum deorſum trahere conatur.

At verò ſi funis ductarij extremitati adnectatur alia gravitas pro trochlearum Ratione reſpondens ponderis gravitati, ita ut æqualibus momentis certantes ambæ ſuſpenſæ conſiſtant, utraque gravitas collatis viribus clavum trahere conatur, utraque enim deorſum connititur: & ideò tam validum ſtatui clavum oportet, ut utriuſque gravitatis conatum ferre valeat. Id quod multo magis obſervandum eſt, quando gravitas adnexa præponderans vim infert oneri, illúdque ſurſum trahit; ipſa ſcilicet gravitas plus conatur in motu, quàm in æquilibrio; ac propterea & potentiæ

potentiæ deorſum connitentis in motu impetum, & oneris motui ſurſum repugnantis gravitatem fert clavus utrique reſiſtens ſuâ ſoliditate. Sicut igitur gravitas inanimata ex trochlearum fune pendens ſuſpendit pondus, aut attollit; ita potentia vivens funem retinendo ſuo impetu virtutem ejuſdem gravitatis æquat, ac ſimilem vim exercet in clavum; funem verò trahendo virtutem illam gravitatis ſuperat, atque impreſſo impetu quodammodo attenuat, ita tamen, ut quod videtur gravitati demptum, intelligatur additum conatui potentiæ prævalentis.

Mihi autem (quid fruſtra diſſimulem?) non levis injicitur ſcrupulus & dubitatio, an vis illata clavo, ex quo trochleæ cum onere dependent, menſuram præciſè recipiat ex abſolutâ gravitate oneris, quando abeſt conatus potentiæ illud attollentis aut ſuſpendentis. Dubitandi anſam offert quædam munerum commutatio inter Potentiam, Pondus, & Clavum, ſi ad effectiones diverſas referantur. Si enim oneris ſuſpenſio aut elevatio vi potentiæ ex adverſo nitentis conſideretur, Clavus exercet munus Retinaculi: at ſi vim clavo illatam, ejúſque inflexionem, aut revulſionem intueamur, efficientia vim hujuſmodi inferens tribuenda eſt aut gravitati oneris, aut impetui potentiæ trahentis: quapropter ſoliditas clavi inflexionem reſpuentis, aut ejus firma cohæſio cum pariete aut ligno, cui infixus eſt, vicem ſubit Ponderis ope trochlearum movendi cum alterâ trochleâ connexi; Sarcina autem ex reliquâ trochleâ dependens aut retinaculi munus obtinet, ſi attollatur, aut Potentiæ vices ſubit, ſi deorſum moveatur.

Sit clavo A adnexa ſimplex Trochlea B, ejúſque funis ductarius C D E: adnectatur in C ſaxum P, & à Potentia G elevatum ſuſpendatur religato funis capite in E. Si ſaxum P accipiatur, quatenus elevatur, ipſum eſt Pondus, Clavus A eſt Retinaculum, & Potentia eſt G, ſive illa ſit inanima ſua majore gravitate contranitens, ſive ſit vivens ſuo impetu ſurſum trahens, & poſtmodum remiſſiore impetu, & nervorum contentione impediens, ne ſaxum elevatum relabatur. At ſi ipſius

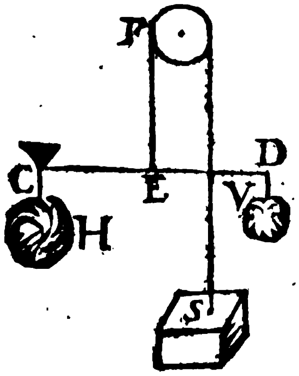


clavi A preſſio, ſive inflexio conſideretur, jam vis efficiendi preſſionem hanc, ſeu inflexionem, tota tribuenda eſt ſaxo P, quod propterea inducit rationem Potentiæ, & retinaculum eſt paxillus E in terram firmiter depactus, qui nihil agit, ſed funem duntaxat retinet. Verùm in hac poſitione momentum ſaxi adversùs clavum non eſt ſimplicis gravitatis abſolutè acceptæ, perinde atque ſi funis F G infra orbiculum reflexus colligeretur in nodum cum fune D C: tunc enim, collecto in nodum fune, orbiculus eſſet planè otioſus, & nihil conferret ad momentorum varietatem, ſed idem accideret, ac ſi funis ſimplex proximè & immediatè clavo adnecteretur ſepoſitâ quacumque trochleâ. Sed fune in E religato (quaſi duplex pondus ex ſimplici fune penderet) geminatur ſaxi P momentum adversùs clavum, qui nequit vel minimum flecti, quin duplo motu ſaxum ipſum moveatur: neque enim, quod ad geminandum momentum ſpectat, differt ſaxum à potentiâ vivente, quæ utique in C applicata funi, & trochleam trahens, adversùs pondus trochleæ adnexum habet momentum duplum ejus, quod obtineret, ſi funem ſimplicem traheret: eſt autem trochleæ adnexus clavus.

Quod ſi in G contra ſaxum P aut gravitas inanimata, aut potentia vivens nitatur, ſi quidem æqualibus conatibus hinc & hinc certetur, atque ſuſpenſum conſiſtat ſaxum, aut clavus ſimiliter premitur atque libræ agina, cùm jugum à duobus æqualibus ponderibus in æquilibrio retinetur, aut alterutri munus Potentiæ, & alteri Retinaculi adſcribendum eſt, & Potentia ſimiliter geminato momento clavum trahit deorſum. Sin autem aut ſaxum P, aut virtus movendi in G, ſuperat, huic Potentiæ ratio tribuatur, oppoſito munus retinaculi; ſed Potentiæ abſolutè acceptæ momenta non geminantur, quia retinaculum ſtabile non eſt, ſed cedit; adeóque impetus à Potentia productus duos motus efficit, alterum trahendo retinaculum, alterum inflectendo clavum, qui propterea minùs flectitur, quò magis oppoſitum retinaculum movetur.

Neque hæc quicquam habent admirationis: Nam ſi Vectis ſit C D, habens in C hypomochlium; in medio autem puncto

puncto E adnexus ſit funiculus, qui incumbens orbiculo F verſatili adnexum habeat pondus S innixum plano ſubjecto; utique in extremitate D pondus V paulo majus quàm ſubduplum ponderis S illud elevabit, atque præcisè ſubduplum non elevabit quidem illud, ſed adversùs orbiculum F conatur momento duplo ejus, quod obtineret, ſi ex E penderet ipſum pondus V, cui reluctaretur pondus S gravius innixum plano. Verùm ad vectem retinendum in poſitione horizontali C D nihil intereſt, utrùm in C aliquid ſuperius ſit prohibens, ne illa extremitas vi ponderis V attollatur, an verò inferiùs funiculo connectatur cum tellure, aut ex C pendeat onus H (ſed plano ſubjecto innixum) vel æquale ipſi V, vel eo majus; ſemper enim pondus V eadem obtinet momenta. Quare ſi, amoto orbiculo F & pondere S, manu retineas funiculum I E, percipies ad ſervandum vectem horizontalem, quantâ virium acceſſione tibi opus ſit, ſupra quàm exigeret ſimplex gravitas ponderis V, ſi ex E penderet, ubi nulla Vectis ratio intercederet.



Cum itaque hæc in Vecte pariter ratione poſitionis ponderis contingant, quæ trochleæ accidere diximus ratione connexionis ponderis vel cum trochleâ, vel cum paxillo telluri infixo, nil mirum ſi alia atque alia ſint ejuſdem ponderis momenta adversùs clavum. Sicut autem quando tam ab hypomochlio quàm à potentiâ ſuſtinetur onus in medio vecte ſuſpenſum, hypomochlium à pondere non premitur niſi juxta ſemiſſem gravitatis ponderis; ita quoque cùm funis ductarius alterâ extremitate adnexus eſt clavo, alterâ retinetur à potentia, pondus ex trochleâ ſimplici pendens partim à Potentiâ, partim à clavo ſuſtinetur, adversùs quem minus virium exercet ejus gravitas, ut conſtabit, ſi clavo orbiculum verſatilem infigas, & funiculo per orbiculi orbitam excavatam tranſeunti aliud pondus adnectas, quod ſatis erit, ſi fuerit ſubduplum ponderis ex trochleâ pendentis; hoc enim ſuſtinebitur à duplici virtute ſubduplâ gravitatis illius. Non igitur plus

reſiſtentiæ

reſiſtentiæ requiritur in clavo, quàm in pondere illo ſubduplo.

His ita in unicâ ſimplici trochleâ conſtitutis, examinandæ ſunt trochleæ conjugatæ; nec difficile erit ex dictis ſuperiore capite inveſtigare momenta ponderis adversùs clavum, cui altera trochlea adnectitur. Ibi enim alteri trochleæ potentiam ſurſum trahentem, alteri pondus dependens adnecti poſuimus, funis verò extremitatem clavo alligari: Hìc loco clavi illius retinentis extremitatem funis intelligendum eſt retinaculum, quodcumque tandem illud ſit, ſive manus hominis, ſive etiam alius clavus: ſed loco Potentiæ ſuperiorem trochleam ſurſum trahentis ſit clavus, ex quo trochleæ fune ductario connexæ unà cum pondere dependent; gravitas autem illa ſuſpenſa ex inferiore trochleâ exercet munus potentiæ adversùs clavum, qui ſubit vicem ponderis movendi, quatenus aliquantulum flectitur, aut inflexioni repugnat. Sicut ergo ibi oſtenſum eſt in duabus ſimplicibus trochleis ſingulos orbiculos habentibus, ſi funis ductarij caput alligatum ſit ſuperiori trochleæ, motum trochleæ ſuperioris ad motum inferioris eſſe ut 2 ad 3; ſi verò funis caput alligatum fuerit inferiori trochleæ, motum ſuperioris ad motum inferioris eſſe ut 3 ad 2: Ita hìc dicendum eſt (ponamus clavum flecti aliquantulum) in primo caſu motum flexionis clavi ad motum deſcenſûs ponderis eſſe ut 2 ad 3, in ſecundo autem caſu ut 3 ad 2. Ex quo fit in primo caſu pondus habere adversùs clavum majus momentum quàm in ſecundo caſu; & in primo caſu validiùs deorſum trahere, quàm ſi ſimplici funiculo dependeret, & motus eſſent æquales; major ſiquidem eſt Ratio 3 ad 2, quàm 2 ad 2; in ſecundo verò caſu debiliùs deorſum trahere, quàm ſi nullæ eſſent trochleæ, adeóque motus æquales eſſent; minor quippe eſt Ratio 2 ad 3, quam 1 ad 1, aut 3 ad 3.

Simili planè methodo philoſophandum eſt in reliquis trochleis conjugatis: ſi enim duabus trochleis diſpar inſit orbiculorum numerus, ut altera major ſit, altera minor, obſervandum eſt, an major trochlea alligetur clavo, an verò minor: Si trochlea plures habens orbiculos clavo adnectatur, motus flexionis clavi minor eſt motu deſcenſûs ponderis in Ratione ſubſuperparticulari denominatâ à numero omnium ſimul orbiculorum;

ac

ac proinde pondus habet momentum majus, quàm ſi nullæ intercederent trochleæ: contra verò ſi clavo adnectatur trochlea minor, motus flexionis clavi major eſt motu deſcenſûs ponderis in Ratione ſuperparticulari denominatâ à numero omnium ſimul orbiculorum; atque ideo pondus adversùs clavum minus habet momenti, quàm ſi ex illo ſimplici fune penderet. At ſi utriuſque trochleæ par ſit orbiculorum numerus, & pariter ratio ſuperparticularis, aut ſubſuperparticularis denominata à numero omnium ſimul orbiculorum; & ſi quidem trochleæ ſuperiori adnectatur funis caput, pondus adversùs clavum habet momentum majus, quàm ſi amotis trochleis ex ſimplici fune penderet; ſin autem inferiori trochleæ alligetur extremitas funis ductarij, ponderis momentum adversùs clavum minùs eſt, quàm ſi idem pondus ex eodem clavo ſimplici fune ſuſpenderetur.

Ex his ſatis apparet clavo eandem vim inferri, ſi pondus dependens ex trochleis ſuſpenſum maneat, ſive quia funis extremitas religetur paxillo, ſive quia ex eâdem funis extremitate dependeat onus ſubmultiplex ponderis ex inferiore trochleâ pendentis, ſecundùm Rationem, quam inferunt ipſi orbiculi. Sic ex trochleis binos orbiculos habentibus dependeat pondus, & funis extremitas religetur paxillo: ex dictis, ſuperioris trochleæ clavo adnexæ, & funis ductarij caput habentis, motus, ad motum inferioris trochleæ & ponderis eſt ſubſeſquiquartus; ac proindè pondus trochleis connexum cum clavo ad vim illi inferendam perinde ſe habet, atque ſi ex eodem clavo abſque trochleis ſimplici fune appenderetur pondus aliud dati ponderis Seſquiquartum. At ſi extremitati funis adderetur pondus valens ſuſpendere onus adnexum trochleæ inferiori, eſſet ex dictis cap. 1. dati oneris ſubquadruplum. Igitur duorum horum ponderum ſumma ad datum pondus eſſet ut 5 ad 4, cujuſmodi erat Ratio motuum, ex quibus momentum deſumitur. An non ſi onus in plano horizontali raptandum ſimplici trochleæ adnexum proponatur, & duo homines pariter utramque funis extremitatem arripiant, atque trahant, ſinguli medietatem neceſſarij conatûs adhibent? ſi verò alter trahentium deficiat, & illa funis extremitas alligetur paxillo, nonne qui reliquus eſt eodem conatu trahens ſolus adducet idem pondus? non niſi

quia, cùm ambo trahebant, pondus & potentia æqualiter movebantur; cùm alter tantùm trahit, ille movetur duplo velocius, quàm pondus, quod ad ſubduplam velocitatem ſatis habet impetum ſubduplum impetûs neceſſarij ad velocitatem æqualem. Eadem igitur militat ratio in clavo, cui vis infertur à duobus ponderibus ſuſpenſis ex trochleis in æquilibrio, quæ ſimul deorſum trahentia motum habent æqualem cum motu clavi, qui flectitur, aut revellitur; ſed funis capite religato firmiter ad paxillum, pondus inferiori trochleæ adnexum motum habet velociorem comparatum cum ejuſdem clavi motu, ac propterea majus momentum habet.

Hinc præterea inferendum eſt non ſatis utiliter eos operari, qui pondus ex ſuperiore loco fune ſuſpenſum, ſive orbiculus intercedat, ſive non, putant firmius ſuſtineri, ſi funis caput in inferiore loco religetur: ſi enim funis excurrere nequeat, inferiùs hoc retinaculum prorſus inutile accidit, ſin autem excurrere valeat, ſuperius illud retinaculum geminatam vim ſuſcipit, quaſi duplex pondus ab illo ſuſtineretur.

CAPUT VIII.

Aliqui Trochlearum uſus indicantur.

PRo more in ſuperioribus libris ſervato, hìc pariter indicandi ſunt aliqui Trochlearum uſus, qui facilè ad ſimilia traduci poterunt, ſpectato motu, qui exhibendus proponitur, ut ei trochleæ reſpondeant, & aptè collocentur, neque pluribus, quàm opus ſit, orbiculis inſtruantur; ne dum potentiæ facilitatem conſectaris, nimis tardè moveas pondus, aut ex adverſo, dum ponderi velocitatem concilias, nimio labore potentiam opprimas.

PROPOSI

PROPOSITIO I.

Auram in Conclavi excitare.

QUæritur ſæpè æſtivo tempore aliquod ex aëris motu refrigerium; ſed manuali flabello auram excitare aliquando incommodum eſt, ſi aliud agendo diſtinearis: propterea ventilabrum in conclavis angulo ſtatuere poſſumus, quod aliquandiu moveatur, aëremque agitet: ideóque illud ad angulum ſtatuendum propoſui, ut commotus aër in proximos hinc atque hinc parietes impactus reflectatur, & faciliùs reliquum conclavis aërem exagitet.

Excitetur angulo congruens turricula haud abſimilis iis, quibus horologia reconduntur; in ſupremâ turriculæ parte ab angulo ad oppoſitum ex diametro angulum Axis horizonti parallelus ſtatuatur facilè verſatilis, cujus tamen pars extra turriculam promineat tantæ longitudinis, quanta flabellis latitudo deſtinatur. Pars tamen hæc Axis extima nullam exigit certam figuram, nihilque refert ſive cylindrica ſit, ſive quadrata, ſive quæcumque alia; modò ea ſit, ut illi facilè flabella firmiter infigi, atque eximi pro opportunitate poſſint, iiſque exemptis aptari valeat manubrium, quo faciliùs & citiùs ab homine convolvatur Axis.

Parentur duæ trochleæ ternis orbiculis inſtructæ, altera in ſuperiore turriculæ loco firmetur, altera ad turriculæ pedem conſtituatur adnexam habens plumbeam maſſam motui perficiendo congruentem: huic eidem trochleæ adnectatur extremitas funis ductarij, qui per omnes trochlearum orbiculos trajectus demum ad Axem referatur, ibíque alligetur. Tum appoſito manubrio convolutum Axem circumplectetur funis ductarius, & plumbea maſſa in ſupremam turriculæ partem Axi proximam deducetur. Infigantur Axi ventilabra, & amoto manubrio plumbea maſſa ſibi relicta lentiſſimo motu deſcendet, convolvénſque axem cum flabellis tandiu aërem commovebit, quandiu illa deſcendet.

Hìc commutatas vices inter potentiam & pondus obſervare quilibet poteſt; potentia ſiquidem movens eſt plumbea maſ-

ſa, quæ ſeptuplo tardiùs movetur quàm extremitas funis ductarij, quem aliàs trahere ſolita eſt potentia. Loco autem ponderis eſt aër, qui à flabellis impellitur; ac proinde quò ampliora ſunt flabella, eò major eſt reſiſtentia aëris commoti, ratione cujus etiam retardatur motus potentiæ. Ubi quoquè attendenda eſt Ratio longitudinis flabellorum ad ſemidiametrum axis convoluti: nam ſi hæc Ratio componatur cum Ratione ſeptuplâ, quam Trochleæ inferunt, habebitur Ratio motûs extremi flabelli ad motum maſſæ plumbeæ: quamquam non ita computanda eſt aëris reſiſtentia, quaſi tota in flabelli extremitate exerceretur; hæc ſcilicet per univerſam flabelli longitudinem diffunditur inæqualiter diſtributa pro Ratione diſtantiæ à centro motûs, aër quippe pro diverſâ impellentis velocitate inæqualiter reſiſtit.

Quod ſi magis arrideret non continua convolutione flabella circumagi, ſed alternâ quadam modò in dextram, modò in ſiniſtram inflexione agitari; Axi, quem funis ductarius complectitur, infige rotam dentatam, cujus dentes incurrant in pinnulas fuſi perpendicularis flabella ſuſtinentes, quemadmodum in Tempore horologij: ſimili enim ratione, ac Tempus, ultrò citróque remeabunt flabella, & aërem in oppoſitas partes commovebunt. Cùm verò antè motum appoſito manubrio convolvendus erit Axis, ut funem ductarium recipiat, atque trochlea inferior cum pondere attollatur, ita fuſum paulìſper elevare oportebit, ut ejus pinnulæ non occurrant dentibus rotæ, niſi cùm iterum fuſus ſuum in locum reſtituetur. Hac alternatione diuturnior erit motus.

PROPOSITIO II.

Corpus aliquod in gyrum celeriter volvere.

IN rebus ſcenicis locum habere non infrequentem poteſt hæc propoſitio: aliquando ſcilicet ſolis diſcum in ſcenam producimus, quem licet auro obductum, ac multis facibus illuſtratum, quas ſpectatorum oculis ex arte ſubducimus, non tamen radios ejaculantem mentimur, niſi ille circa ſuum

ſuum centrum velociter circumagatur. Id quod variâ quidem methodo præſtari poteſt infixum diſci centro cylindrum convolvendo, ſive ope rotæ dentatæ Vertebram ſtriatam cylindro circumpoſitam moventis; ſive fune cylindrum bis aut ter arctè complexo, & in ſeſe redeunte, ubi majoris alicujus tympani orbitam pariter complexus fuerit; ſive pondere funem cylindro involutum explicante: ſed poſtremus hic modus non niſi breve temporis ſpatium exigit; duo priores, ſi paulo longior futurus ſit motus, non niſi à potentiâ vivente commodè exhiberi poſſunt. Quare ſatius fuerit trochleas, ut in ſuperiore propoſitione, diſpoſitas adhibere, atque loco flabellorum ſolis diſcum Axi adnectere; ſic enim fiet, ut & celeriter in gyrum agatur, & diu perſeveret motus.

Similiter ad fingendum mare, & undarum motum vehementiorem, ſtatuuntur horizonti & invicem paralleli aliquot axes, quos ambiunt ſpiræ profundiùs excavatæ colore marinam undam imitantes: dum enim hujuſmodi axes convolvuntur, marini æſtûs curſum ſpectatoribus repræſentant. Ut autem axes illi citra cujuſquam laborem volvantur trochleas duas binis, aut ternis orbiculis inſtructas (prout diuturnior motus requiritur) compone, & proximas ſtatue, alteram firmans in ſuperiore loco: Tum funis ductarius per omnes Trochlearum orbiculos trajectus ſingulorum axium capita ex ordine ambiat unâ ſaltem aut alterâ ſpirâ, & demum ad peculiarem alium axem deveniat, quem totus plures in ſpiras complicatus circumplectatur, ita tamen, ut facilè volvi queat. Ubi igitur tempus advenerit, inferiori trochleæ congruum pondus adnecte; hoc enim licèt lentè deſcendat, velociter tamen axes convolvit funem evolvens. Procellam verò miteſcere aut exaſperari mentieris, factâ ponderis aliquâ detractione aut acceſſione, id quod difficile non fuerit.

Propositio III.

Se ipſum ope trochlearum in altum evehere, aut promovere.

SElla paretur hinc & hinc habens fulcra, quibus brachia innituntur, & in hujuſmodi fulcrorum extremitate anteriore aptetur Sucula manubriata, quam ſedens commodè verſare valeat: ſella autem quatuor funibus in nodum cum annulo coëuntibus ſuſpendatur ita, ut inferioris tróchleæ uncus annulo indatur, & funis ductarius per cunctos trochlearum orbiculos trajectus demum ſuculæ alligetur. Nam in ſellâ ſedens, & ſuculæ manubria convertens, funem ductarium trahit, atque ipſe ſe in altum evehit eâ facilítate, quam infert Ratio compoſita ex Rationibus trochlearum, & Suculæ: eſt ſiquidem Potentia ipſa virtus animalis muſculorum contentione verſans manubria, pondus autem eſt inſita corpori gravitas, quæ eò minor apparet, quo majores ſunt, hoc eſt pluribus inſtructæ orbiculis, trochleæ, & major eſt Ratio manubriorum ad ſemidiametrum Axis, qui fune obvolvitur. Sit enim ex. gr. inferior trochlea, cui pondus movendum adnectitur, & funis ductarij extremitas alligatur, orbiculorum duorum; ſuperior autem trochlea, quæ ſtabilis manet, tres habeat orbiculos: utique Ratio motûs potentiæ ad motum ponderis eſt quintupla: manubria autem Suculæ ſint quadrupla ſemidiametri Axis: Ratio compoſita ex quadruplâ & quintuplâ eſt vigecuplâ; igitur conatus Potentiæ manubria verſantis ſatis eſt, ſi reſpondeat vigeſimæ parti ponderis.

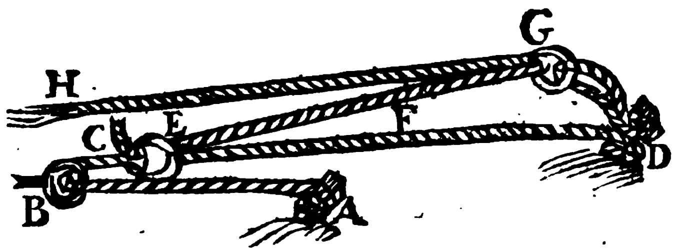
Similiter ſi cymba adverſo flumine non procul à ripâ deducenda ſit, & qui in eâ ſunt nautæ, ita pauci ſint, ut non valeant eam adversùs vim profluentis remo agere, aut è ripâ fune nautico trahere; ſubſidium ex trochleis petere poterunt; exſcenſu ſcilicet in terram facto, atque defixo in ripâ paxillo alligatur trochlea una, altera adnectitur proræ cymbæ, in qua nautæ duo funem ductarium trahentes illam adverſo flumine promovent perinde, atque ſi eſſent octo aut duodecim homines, ſi trochleæ binos aut ternos habuerint orbiculos-

los. Quod ſi trochleis illi careant, utantur artificio ſequentis propoſitionis, unà cum iis, quæ cap. 5. dicta ſunt.

PROPOSITIO IV.

Trochlearum defectum ſupplere.

EX his, quæ cap. 2. hujus libri indicata ſunt, ſatis conſtat etiam ſinè orbiculis haberi poſſe momentum Trochlearum: quare his deficientibus annulos ſufficere facile erit.



Et primo quidem ſingulis annulis uti poſſumus: nam cùm cymba communiter adnexum proræ annulum habeat, ut medio fune, aut catenâ ad ripam religetur, funis ductarius unus A B adnectatur paxillo A in ripâ defixo, & per cymbæ annulum B trajiciatur; illius alteri extremitati C annulus alius adnectatur, per quem alter ductarius funis D E F trajectus & paxillo D alligatus ſi à Potentiâ in F conſtitutâ trahatur, illa habebit momentum quadruplum, perinde atque de orbiculis ſuperiùs dictum eſt cap. 5. At ſi conſiſtentes in cymbâ trahere illam velint nautæ, adjiciatur paxillo D annulus G ſtabilis, per quem productus funis E F tranſeat, & veniat in H ad nautarum manus in cymbâ; nam illum trahendo cymbæ prora ex B accedet ad A.

Porrò annuli nomine notatum volo quicquid ejuſmodi eſt, ut funis per illud trajici poſſit; & liberè excurrere, ſive ſit ligni fruſtum foramen habens politum & ſatis amplum, ut per illud funis facilè moveri valeat, ſive etiam ſit flexilis

bacilli

bacilli particula in arcum vel modicè ſinuata; modò illa non ſit fractioni obnoxia. Illud autem in annullis obſervandum eſt, quod faciliùs excurrit funis, ſi illi craſſiores fuerint & politi, quàm ſi exiles & aſperi.



Quod ſi annulis Trochleas propiùs æmulari placuerit, duos annulos R & S alliga paxillo V, duóſque alios H & G adnecte in M ponderi trahendo: Tum funem ductarium eidem paxillo V alligatum trajice primùm per annulum G, deinde per annulum S, hinc per annulum H, demum per annulum R. Nam ſi extremitati I potentia trahens applicetur, movebitur quadruplo velociùs, quàm pondus in M, adeóque etiam habebit momentum quadruplum. Ne autem funes ob nimiam propinquitatem ſibi invicem impedimento ſint ſe mutuo conflictu atterentes, annulos tranſverſis bacillis O N, & L P disjunge.

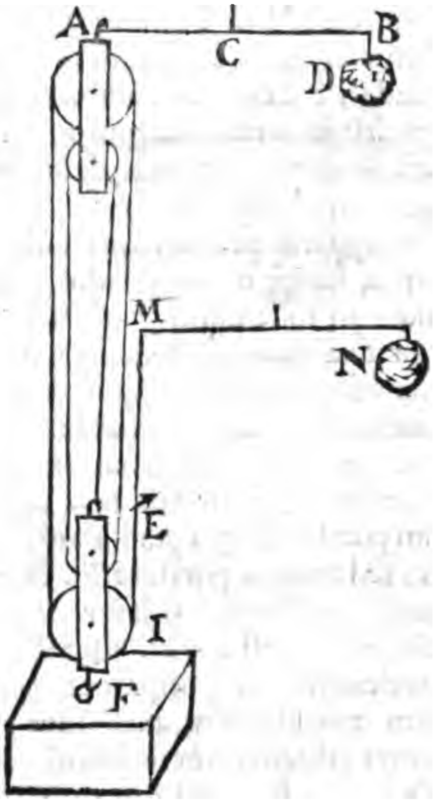
PROPOSITIO V.

Reſiſtentiam ex axium cum orbiculis conflictu in Trochleis examinare.

QUoniam variarum Trochlearum uſum indicavimus, modò trochleâ alterâ manente atque ſtabili, modò utraque commotâ, placet hìc examinare propoſitas duas trochleas, an aliquid impedimenti afferant ex conflictu axium cum orbiculis, aut etiam trochleas comparare cum annulis earum

earum loco adhibitis, quantum videlicet præ trochleis afferat impedimenti conflictus funis ductarij cum annulis.

Sit libræ jugum A B æqualium brachiorum aginam cum examine habens in C; adnectatur in A trochlea ſuperior, ex qua cum inferiore trochleâ pendeat ſaxum F notæ gravitatis, & funis ductarij extremitas religetur clavo in E. Innoteſcat autem tùm trochlearum ſingularum, tùm funis ductarij gravitas, ut congruum pondus parari poſſit in B appendendum. Clavus igitur E ſuſtinet inferioris trochleæ & adnexi ſaxi gravitatis partem quintam, reliquas quatuor quintas partes, & præterea trochleæ ſuperioris, atque quatuor ductuum funis gravitatem ſuſtinet brachium libræ in A.



Quare in B tantum ponderis apponendum eſt, quantum ſufficiat ad æquilibrium; proinde ſenſim augendum eſt pondus in D, donec examen in C æqualitatem momentorum indicet. Hoc peracto adde adhuc ponderi D aliam atque aliam gravitatem, uſque dum brachium B deorſum inclinetur: hujuſmodi enim additamentum indicabit reſiſtentiam ortam ex conflictu axium cum orbiculis.

Jam ſi trochlearum loco annulos ſubſtituas, eadémque methodo invento primùm æquilibrio, deinde factâ in D ponderis acceſſione præponderantiam quæras, deprehendes, quanto major reſiſtentia ex funis ductarij cum annulis affrictu oriatur, quàm ex axium cum ſuis orbiculis conflictu in trochleis.

Simili ratione ſi in A ſit clavus, cui ſuperior trochlea ſtabilis permanens affigatur; extremitas verò funis ductarij M adnectatur brachio libræ ad æquilibrium conſtituendum ſufficit in N quinta pars gravitatis trochleæ inferioris unà cum ſaxo F, & ductu funis M I. Facto igitur in H additamento gravitatis, ut tollatur æquilibrium, indicabitur quanta reſiſtentiæ acceſſio fiat ponderi F ex axium cum orbiculis conflictu: atque ſimiliter repoſitis loco trochlearum annulis, poſt æquilibrium aucto pondere N donec deprimatur, innoteſcet reſiſtentia orta ex funis cum annulis affrictu.

Hinc apparet primò ſatius eſſe hoc poſteriore modo operari, quia longè minus pondus requiritur in N, quàm in D. Secundò ad tollendum pondus F cum trochleâ inferiore, ſi ſuperior fixa maneat, tantam vim in potentiâ requiri, quantâ opus eſſet ad attollendum abſque ullâ machinâ pondus N præponderans; ad attollendum verò idem ſaxum F cum utrâque trochleâ, trahendo ſcilicet ſurſum trochleam A, tantam vim exigi in potentia, quanta requiritur ad attollendum pondus D præponderans. Tertiò, retentis iiſdem trochleis, ſed mutato pondere F, examinari poſſe, an, & quanto major reſiſtentia oriatur ex majore preſſione axium, quando pondus eſt majus. Quartò. mutatis trochleis, & pondere eodem retento, diſparitatem aliquam inveniri, quia non omnium trochlearum axes ſunt æquè teretes, ac politi, & ſuorum orbiculorum foramini congruentes. Quod ſi, examine hujuſmodi ſemel inſtituto, orbiculos manu pauliſper convertas, & iterum idem examen inſtituas, neque æqualis inveniatur reſiſtentia, indicium erit foramen orbiculi, aut fortaſſe etiam axem, non eſſe, exquiſitè rotundum. Quintò. ſimili examine in annulis inito deprehendi poſſe, an faciliùs ſuccedat tractio fune craſſiore, an verò tenuiore.

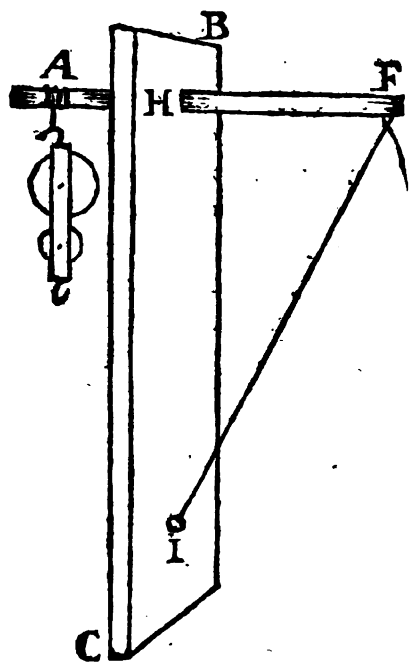
Non ita tamen neceſſe eſt indicatâ methodo uti, ut, ſi non placeat jugum libræ æqualium brachiorum adhibere, nequeas loco libræ ſtateram applicare ut trochleæ A, aut funis extremitati M: primùm enim indicabitur æquilibrium: deinde longiùs reducto ſacomate, uſque dum apparere incipiat præponderatio, innoteſcet quantitas impedimenti,

ti, quin opus ſit gravitatem aliam atque aliam addere, ut in librâ.

Propositio VI.

Vim Retinaculi Trochlearum augere.

SÆpè contingit infixo parieti tigillo alligari ſuperiorem trochleam; & niſi paries valdè firmus ac ſolidus fuerit, cujuſmodi ſunt antiqui parietes, non leve periculum imminet, ne ponderis vi labefactetur ipſe paries, maximè ſi recens fuerit, & tigillus non admodum procul à ſummitate infigatur; ut ſi recentis parietis B C foramini immittatur tigillus brevior A H, ex quo in A dependet trochlea, & ex illâ pondus cum reliquâ trochleâ: fieri enim poteſt, ut tigillus ipſe quaſi Vectis à pondere adnexo depreſſus attollat lateres impoſitos, & ſuperioris parietis compagem diſſolvat. Foramen igitur ita fiat, ut paries pervius ſit, illúmque pervadat longior tigillus A F, cujus caput F fune F I connectatur cum annulo in I parieti infixo: ſic enim ponderis gravitas nullam inferre poterit parieti labem quamvis recenti; & quò longior fuerit tigilli pars H F ſupra partem H A, eò validius retinebitur trochlea in A, tigillo rationem Vectis habente.



Propositio VII.

Trochleis vim Vectis augere.

Quamvis ex dictis obvium ſit Trochleas cum aliis Facultatibus componere, placet tamen hìc eas cum Vecte componendas indicare. Sit prælum in torculari, ſed fortè diſſipata fuerit Cochlea, qua illud deorſum trahebatur, aut certè ad ſubitum uſum properato prælo utendum ſit: trabem ſtatue tranſverſam, quæ altero capite retineatur objecto repagulo, ne ſurſum attollatur. Vectis eſt ſecundi generis in medio habens pondus premendum. Alteri trabis extremitati adnectatur trochlea, ejúſque compar in inferiore loco firmetur: nam funem ductarium trahentes momentum habebunt, quod ex Ratione Vectis, & ex Ratione Trochlearum componitur.

Simili methodo utendum eſt, ſi Vecte ſecundi generis attollendum ſit pondus: loco enim potentiæ deſtinato, hoc eſt Vectis extremitati attollendæ, adnectatur Trochlea, ejúſque compar in ſuperiore loco firmetur: hìc enim pariter Vectis atque Trochlearum Rationes componuntur. Quòd ſi funem Suculâ traxeris, aut Ergatâ, tres erunt Rationes compoſitæ; duabus quippe illis addenda eſt Ratio Suculæ aut Ergatæ.

MECHANICORUM
LIBER SEPTIMUS.
De Cuneo & Percuſsionibus.

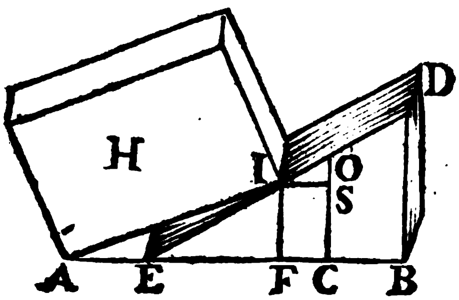
MECHANICARUM Facultatum Quarta ſpecies, Cuneus, præſentem diſputationem exigit: neque enim ſolam corporum gravitatem, ob id ipſum quia gravitas eſt, vincere oportet, ac loco dimovere, quemadmodum Vecte, Axe, & Trochleis, ſed etiam ſæpè conjunctas corporum partes, aut cohærentia proximè corpora ſejungere atque divellere: id quod Cuneo potiſſimùm perficimus, & iis, quæ ad Cunei rationem ſpectare videntur. Quoniam verò in iis, in quibus præcipuè Cunei vis elucet, percuſſione utimur, quæ ſanè in paulò longiorem ſermonem nos vocat, non erit abs re aliquanto latiùs Percuſſionis naturam explicare, ut potentiæ Cuneo applicatæ virtus manifeſta fiat. Quamquam non ſemper percuſſione indigeat Cuneus, ſed non rarò impulſione contentus ſit, neque ſemper ad divellenda ea, quæ conjuncta ſunt, illo utamur, ſed aliquando etiam ad deprimendum, aut attollendum corpus aliquod, ut ex ſequentibus patebit. Ea verò, quæ Cunei figuram imitantur, quia in apicem deſinunt, ut triangula, ideóque Cunei nomine ſunt indicata ſæpiùs à Vitruvio in Architecturæ libris, ad præſentem diſputationem non attinent; quemadmodum neque ſubſcudes, ſeu ſecuriclæ, quibus arctè duæ tabulæ compinguntur; licèt enim cunei formam imitentur, non tamen ſimilem, ſed cuneo oppoſitam effectionem habent, & inter retinacula connumerandæ ſunt.

CAPUT I.

Cunei forma, & vires explicantur.

CUneus, quo ad ligna findenda communiter utimur, ſatis notum eſt inſtrumentum, quod ex ampliori baſe faſtigiatur in acumen deſinens; duas ſcilicet facies quadrangulas in lineam coëuntes, & duobus triangulis hinc atque hinc connexas ſuper quadrilateram baſim erigit, adeò ut ſcindendo corpori acies ipſa applicetur, percuſſionem excipiat baſis. Nihil tamen prohibet aliam cuneo figuram tribui: nam cum aliquando complanandus eſſet colliculus, cujus creta arenæ permixta in lapideam quandam materiem concreverat, & ita obduruerat, ut ligonibus ægerrimè cederet, parari juſſi longiuſculos ferreos cylindrulos digitorum duûm craſſitudine extremitate alterâ capitatos ad excipiendum mallei ictum, altera in planas duas ſuperficies compreſſos atque exacutos, qui juxta lapidis intervenia applicati, ac tudite adacti lapidem penetrabant; qui demum rimas agens diſſiliebat in fruſta ſatis conſpicua non pœnitendo labore. Sed quæcumque demum figura cuneo ſtatuatur, illud omnibus commune eſt, quod ex minori latitudine in majorem procedant, ut quibus corporibus Cuneus inſeritur, magis atque magis alterum ab altero ſecedat, dum ille penitiùs adigitur.

Nunc verò ſciſſionem tantiſper ſeponamus, & ſolum motum corporis gravis ex cunei impulſione conſideremus, ſicuti ſi duro plano incumbentem marmoreum cubum, cui vectis ſubjici nequiret, ut attolleretur, addacto cuneo disjungeremus à ſubjecto plano: id quod faciliùs acutiore cuneo præſtatur, ut omnes nôrunt, quàm ſi ille in minus acutum angulum deſineret. Sit enim cubus H marmoreus plano A B incumbens; & applicatus cuneus D E, atque tudite in D validè percuſſus ita cubo ſubjiciatur, ut hic elevetur



elevetur ad altitudinem F I. Cùm itaque citrà omnem dubitationem is, qui tuditem movet, eóque cuneum percutit, illo eodem conatu nequeat cubum attollere ſinè cuneo, quæritur, unde vis tanta illi accedat, ſpectatâ præcisè cunei figurâ, nihil interim ad percuſſionem reſpiciendo.

Qui Ariſtoteli Mechan. quæſt. 17. in lateribus cunei ligno ſcindendo interjecti duplicem Vectem agnoſcenti adhærent, illicò ad Vectis Rationes confugient, quas in latere D E recognoſcere conabuntur. Verùm quærenti, primi-ne? an ſecundi generis Vectis ſit D E? vix ſuppetet, quid reſpondeant. Si primi generis, ut voluiſſe videtur Ariſtoteles; cum tria ſint puncta D, & I, & E, atque primum D procul dubio potentiæ aſcribatur; reliquum eſt medium punctum I eſſe hypomochlij, extremum E ponderis. Atqui nihil prorſus apparet, quod cubum H applicet puncto E, à quo neque ſuſtinetur, neque tangitur: igitur vectis non eſt primi generis. Quod ſi in E pondus eſſe ultrò conceſſerim, illud certè ex hoc efficitur, atque conſequens eſt, quod cuneo novâ percuſſione ulteriùs adacto, & Potentia ad hypomochlium, ſcilicet D ad I, accedat, & pondus ab hypomochlio, ſcilicet E ab I, remotius fiat; igitur & potentiæ momenta decreſcerent, & ponderis momenta augerentur; ac proinde hanc momentorum deceſſionem, & acceſſionem, major movendi difficultas, & quidem notabilis atque conſpicua, conſequeretur; quæ tamen cum experimentis non conſentit. Adde in Vecte primi generis potentiam & pondus oppoſitis motibus circa hypomochlium, quaſi circà centrum, circulariter moveri; at hìc neque ullus intercedit circa punctum I motus circularis, neque potentia deſcendit pondere aſcendente.

At fortaſſe, quod aliis magis placet, vectem ais eſſe ſecundi generis; pondus quippe in I ſuſtinetur, & eſt potentiæ in D exiſtenti proximum; quare hypomochlio relinquitur extremum punctum E. Id quidem aliquantò magis appoſitè dictum videretur, ſi, quæ vectis Rationibus conveniunt, hìc quoquè in Cuneo locum habere poſſent; Vectis ſiquidem quò longior eſt, & potentia magis abeſt ab hypomochlio, cæteris paribus, plus momenti tribuit potentiæ: at Cunei D E longitudo ſi augeatur, manente eodem angulo I E F, eádemque diſtantiâ I E,

nullam facit momentorum acceſſionem : nulla igitur ibi Vectis Ratio intercedit. Contrà verò manente eadem cunei D E longitudine, eademque diſtantiâ I E, diminuto autem, ſive aucto angulo ad E eædem perſeverarent vectis Rationes; ergo & eadem momenta movendi : id tamen longiſſimè à vero abeſſe manifeſtis docemur experimentis, nam major angulus ad E movendi difficultatem auget, minor minuit. Cùm verò Cuneus, ex hypotheſi, ſemper ſubjecto plano incumbat, utique potentia in D ab eo ſemper æqualiter diſtat, & nunquam altiùs aſſurgit, pondere tamen altiùs ſublato, quo magis illi cuneus ſubjicitur: in Vecte autem ſecundi generis potentia aſcendit, ſi pondus attollitur. Non igitur cuneus habet rationem vectis ſecundi generis; ſi maximè nullum hìc haberi circa hypomochlium, tanquam circa centrum, motum circularem potentiæ animadvertas.

Cùm itaque à Cuneo abſint Rationes Vectis, illius vires petendæ ſunt ex eo, quod olim conſtitutum eſt, Facultatibus omnibus Mechanicis communi principio: videlicet, quia Cunei forma ea eſt, ut majore motu moveatur Potentia Cuneum impellens, quàm pondus à Cuneo repulſum ad latus; hoc minùs reſiſtit, quàm ſi æquali motu cum potentiâ moveretur; atque adeò impetus motum in potentiâ efficiens tantæ velocitatis, & valens pari velocitate movere certum pondus, cui ineſſet æquè intenſus ac in potentiâ, poterit in majori pondere entitativè æqualis, ſed minùs intenſus efficere motum tardiorem pro Ratione minoris intenſionis, ita tamen, ut, quæ Ratio eſſet intenſionis majoris in minori pondere, ad intenſionem minorem in majori pondere, ea pariter ſit Ratio majoris gravitatis ad minorem gravitatem; ſic enim contingit æqualem eſſe entitativè motum tardiorem majoris ponderis, atque motum velociorem minoris ponderis; quemadmodum aliàs in Vecte & in Trochleâ explicatum eſt. Quoniam igitur cuneus, vi impetûs impreſſi à potentia, dum promovetur ſub pondus juxta lineam E F, repellit pondus juxta lineam F I, linea E F motum potentiæ metitur, linea autem F I motum ponderis. Atqui Cunei conformatio hoc habet, ut in triangulo E F I minimus angulus ſit ad apicem E; igitur per 19. lib. 1 minimum latus eſt F I, atque proinde minùs movetur pondus per F I, quàm potentia per E F.

Quanto

Quanto igitur major eſt E F quàm F I, tanto majus eſſe poteſt gravitatis momentum in I vincendum, quàm eſſet momentum gravitatis propellendæ in E juxta directionem F E motûs potentiæ.

Hinc planiſſimè conſtat, cur acutiores cunei majora habeant movendi momenta, cæteris paribus. Fac enim angulum E eſſe adhuc minorem, utique oppoſitum latus minus erit quàm F I; eadem igitur linea E F ad lineam breviorem, quàm F I, habet majorem Rationem, quàm ad eandem lineam F I; ac propterea pondus adhuc multo tardiùs movetur quàm potentia, & poterit eſſe majus; vel, ſi majus non fuerit, potentia indigebit minore conatu, & faciliùs movebit.

Obſerva autem (quantum quidem ex Cunei Ratione eſt) ut ſe initium dederit, eandem ſemper eſſe facilitatem in proceſſu motûs, quia eadem permanet Ratio motuum potentiæ cuneo applicatæ, & ponderis: nam ex 4. lib. 6. ut E F ad F I, ita E C ad C O, & I S, hoc eſt F C, ad S O, propter triangulorum ſimilitudinem, cùm ſit I S parallela ipſi E C. Quantum, inquam, eſt ex Cunei Ratione; quandoquidem cubi H, dum manente extremitate A elevatur ex I, momenta ſubinde variari, ſuo loco, ſuperiùs indicatum eſt. In ſcindendis autem corporibus, prout variè contingit ſciſſio, aliquando peculiaris intercedere poteſt cauſa faciliorem vel difficiliorem in proceſſu ſciſſionem reddens.

Et quidem in ſciſſione corporum vi cunei faciendâ non eſt ita proclivè Geometricas leges perſequi, ad explicandam eorum reſiſtentiam: neque enim ſicut gravitas loco dimovenda facilè innoteſcit, certámque ſub menſuram cadit, ita corporum reſiſtentia, ne findantur, fieri poteſt manifeſta: Eſt ſiquidem ſciſſio partium conjunctarum ſeparatio; earum autem conjunctionem adeò variam eſſe contingit, ut certam legem ſubire nequeat. Nam quemadmodum inter lapides, ut monet Vitruvius lib. 2. cap. 7. alij ita molles ſunt, ut etiam ſerrâ dentatâ, quaſi ligna, ſecentur, immò ſecundùm oras maritimas ab ſalſugine exeſa diffluant, & in locis patentibus atque apertis, pruinâ & gelu frientur, ac diſſolvantur; alij duriores, ſed qui interveniorum vacuitates habeant, quapropter ab igne tuti non ſint, quin rareſcente aëre vacuitatibus illis interjecto diſſiliant & diſ-

ſipentur; alii ita ſpiſſis compactionibus ſolidati, ut neque ab tempeſtatibus, neque ab ignis vehementiâ timeant: Ita pariter inter ligna alia aliis ſolidiora ſunt, & unum præ alio faciliùs eſt fiſſile, prout particulæ componentes craſſiores, aut tenuiores, ſunt magis aut minus exquiſitè permiſtæ, atque nimio, ſive modico, ſive temperato humore concretæ, & prout juxta ſtaminum ductum, aut illa obliquè ſecando, inſtituitur ſciſſio. Sunt autem corpora illa (quantum quidem ad præſentem tractationem ſpectat) partium ſeparationi difficiliùs obnoxia, quorum materia ita probè ſubacta eſt, ut eorum elementa in minutiſſimas particulas conciſa, & quaſi individua corpuſcula in unam naturam inobſervabili permiſtione temperata coaluerint eâ tantùm humoris copiâ, quæ ſatis fuerit ad illa firmiter agglutinanda. Ex quo fit, ut hujuſmodi corpora ſolidiora ſint, minúſque conſpicuas inanitates admittant, atque proinde, ſi expoliantur, ſuperficiem induant lævem & undique æquabilem: id quod cæteris non accidit, quorum particulæ frequentibus hiatibus interciſæ, cùm aliæ emineant, aliæ ſuperentur, ſemper aliquid habeant aſperitatis; quemadmodum animadvertere poterit, quiſquis lapides cum marmoribus comparaverit.

Si igitur ex ſolido corpore avellenda eſt particula aliqua, hæc iſtáque disjungenda eſt à circumſtantibus particulis, quibus conjungitur, neque fieri poteſt, ut illa moveatur, quin proximarum particularum aliæ motui oppoſitæ impellantur, aliæ diſtrahantur; omnes autem ægrè à ſtatu ſibi ſecundùm naturam debito recedentes repugnant: quò verò plures particulæ vim ſubire coguntur, eò major eſt reſiſtentia plurium quaſi collatis viribus ſimul repugnantium. Hinc ſi duriora ligna ſecanda offerantur, potior eſt uſus ſubtilioris ſerræ minutos denticulos habentis; quia videlicet, quò exilior atque ſubtilior eſt denticulus, minorem particulam obviam habet, quam impellat, & pauciores particulæ, à quibus ſeparetur, illam circunſtant; ideóque ab iis faciliùs avellitur, quàm particula major, quæ à pluribus disjungenda eſſet. Contra verò quorum particulæ levi impulſu divelluntur, quia non adeò dura ſunt, craſſiore ſerrâ facilè ſecantur, quæ in durioribus majorem reſiſtentiam inveniens parùm utilis accideret. Hæc autem in limâ pariter obſervari poſſunt; quàm enim diſſipari aſperitate opus eſt in limâ,

qua

qua chalybs, aut qua lignum terendo expolitur? Sed & in marmorum ſectione mirantur aliqui ſerras adhiberi nullis dentibus, ſaltem conſpicuis, aſperas, non ſatis animum advertentes ad arenas aquâ aſperſas, quæ hujuſmodi in opere interveniunt; ut enim loquitur Plinius lib. 36. cap. 6. *arenâ hoc fit, & ferro videtur fieri, ſerrâ in prætenui lineâ premente arenas, verſandóque tractu ipſo ſecante.* Expedit autem ſubtiliore arenâ uti, *craſſior enim arena laxioribus ſegmentis terit, & plus erodit marmoris, majúſque opus ſcabritiâ politura relinquit*: Sunt ſcilicet arenæ granula tam quæ premuntur, quàm quæ ſerræ adhærent, quaſi denticuli mobiles mordacis limæ eodem ductu tùm cruſtarum faciem leviter expolientis, tùm ſubjectum marmor ſecantis.

Eſt autem manifeſtum non eâdem vi, qua ſuper lignum ſerram adducentes & reducentes ſciſſionem inchoamus, idem pariter obtineri, ſi cuneo lignum premamus citrà percuſſionem: quia nimirum cuneo prementes urgemus in directum ſubjectas ligni partes, quæ conjunctim reſiſtunt, ne comprimantur, atque à lateribus cohærentes particulæ repugnant, ne diſtrahantur: ſerram verò ducentes obliquè urgemus ligni particulas dentibus reſpondentes, ac proinde pauculæ illæ tantùm, quæ urgentur, reſiſtunt compreſſioni, & illis attiguæ diſtractioni. Hinc fit cultro faciliùs aliquid ſcindi, ſi illius aciem quamvis hebetem & obtuſam adversùs corpus ſciſſile urgeas ſimul, atque tranſverſam agas; quia particulæ à cultro preſſæ minorem inveniunt reſiſtentiam in tranſverſo motu, ubi anteriores eâdem cum poſterioribus directione moventur, nec ſibi adverſantur, quàm ſi ſolo preſſu extimæ urgerent interiores, quæ comprimi renuunt. Huc pariter referenda eſt cauſa, cur adeò valida contingat ſciſſio, ſi Harpe ictus infligatur: ſic hujuſmodi genere enſis in ſummitate falcati, & in exteriore latere exacuti uſum Perſeum in amputando Meduſæ capite, & Mercurium in occidendo Argo centoculo refert Ovidius lib. 5. Metam. *Vertit in hunc Harpem madefactam cæde Meduſæ*: id enim non ex ſolâ Harpes gravitate, ſed ex ipſo potiſſimùm flexu oritur, qui efficit, ut dum vi impetùs deſcendit, acies etiam tranſverſo motu ducatur ſupra partes corporis ſciſſilis; ex quo & facilior ſciſſio. Sic quidam vulgari enſe, quo equitantes viatores non in ſpeciem, ſed ad uſum, præcingi ſolent, vituli caput uno ictu

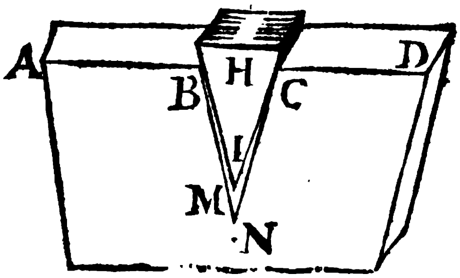
amputabat ; averſo ſcilicet ictu percutiens gladius circulum deſcribebat, adeóque non ſolùm premendo ſecabat, verùm etiam motu tranſverſo : quo in negotio dexteritate potiùs, quàm viribus opus eſt. Quòd autem alij reſimum Harpes latus in canaliculum excavant, eíque aliquid argenti vivi indunt, quod à capulo ad cuſpidem excurrat, id faciunt ad percuſſionem augendam, quia tranſlatâ ad cuſpidem gravitate Mercurij, etiam percuſſionis centrum transfertur longiùs à capulo, ideóque ictus fit validior, accedente præſertim impetu, quem Mercurius deſcendens concipit.

Non eſt itaque comparandus gladius motu tranſverſo ſcindens cum ſerrâ ſecante ; hæc enim obvias particulas in ſcobem abeuntes ſenſim à ligno divellens illud demum ſublatis omnibus intermediis particulis bifariam diviſum relinquit : ille verò ſuâ acie premens atque penetrans, ſed nihil abradens, interponitur partibus, quæ invicem ſeparantur. Motus ſerræ motui particularum abſciſſarum planè æqualis eſt ; dens quippe particulam, in quam incurrit, tangens impellit, ſuóque impulſu vincens nexum, quo particula ſibi cohærentibus jungebatur, illam avellit. Tranſverſus verò gladij motus ſi comparetur cum motu particularum compreſſarum, atque invicem divulſarum, multò major eſt illo ; nam culter manûs moventis motui obſecundat ; & particulæ compreſſæ in latus recedunt ; ac proinde multo velociùs movetur potentia gladium adducens aut reducens, quàm id, cui hoc motu vis infertur : atque idcircò gladij vis ſcindendi hoc motu refertur ad cuneum. Quòd ſi gladius non motu tranſverſo ducatur ſuper id, quod ſcinditur, ſed omnino motu recto preſſionis, ſit autem ferri craſſities ſenſim extenuata in aciem, quemadmodum cuneis omnibus commune eſt, idem planè dicendum erit, quod de vulgari cuneo, cui nomen hoc præcipuè inditum eſt.

Quare Cuneus in corpus ſcindendum adactus conſiderandus eſt ratione habitâ ipſius corporis, quod tenerum ac molle eſſe poteſt, atque ita flexibile, ut ſequatur quocunque torqueas, aut etiam durum, & minimè tractabile. Si molle illud ſit, immiſſum cuneum recipit, ſéque illi accommodat, & comprimuntur tùm ſubjectæ particulæ cunei aciem tangentes, tùm quæ à lateribus cunei faciei congruunt : illæ omnino æqualiter promoventur,

moventur, ac adigitur cuneus, neque motus earum à cuneo pendet, quâ cuneus eſt, ſed quâ corpus eſt ſuâ mole objectam molem trudens: hæ verò ad latus ſecedentes magis & magis, prout cunei craſſitudo excreſcit, minori mòtu moventur, quàm promoveatur immiſſus Cuneus; quandoquidem majòr eſt cunei longitudo ejuſdem motum metiens, quàm craſſities dextras atque ſiniſtras partes impellens. Sin autem durum ſit corpus, cui cuneus inſeritur, illud quidem vix excogitari poteſt ex adeò conſtipatis partibus inter ſe quàm aptiſſimè cohærentibus conſtare, ut nullius prorſus compreſſionis ſit capax, neque vel tenuiſſimum cunei apicem admittat. Comprimuntur igitur initio partes proximè cuneo ſubjectæ multò magis, quàm quæ lateri adjacent; ſed propter duritiem certum compreſſionis modum natura finivit, extra quem ſubjectas partes diffindi potiùs patiatur, atque à ſe mutuò divelli. Qua in fiſſione ipſæ etiam ſuperiores partes majori compreſſioni ſemper validiùs repugnantes, quò penitiùs adigitur cuneus, plurimum habent momenti, ut cunei vis, quâ cuneus eſt, exerceatur: Quia videlicet ſuperiores partes cum inferioribus connexæ, neque flexibiles, dum ad latera cuneo urgente ſecedunt, cogunt pariter inferiores ad dexteram & ad ſiniſtram recedere; atque propterea quæ adhuc connexæ erant, diſtrahuntur ita, ut demum divellantur.

Sit cuneus H I in ſubjectum lignum immiſſus inter B & C; dum percuſſione urgetur introrſum, partes B versùs A, & partes C verſus D recedunt, & cum illis pariter inferiores B M, atque C M: ex quo fit partes in M connexas diſtrahi atque invicem divelli, & ſciſſionem longiùs promoveri. Cum



igitur hoc ſit propoſitum cuneo ſcinderé ſubjectum corpus, non attendendus eſt ſimpliciter motus in B & C, ſed etiam qui in M efficitur, ibi quippe ſciſſio contingit, ſemperque longiùs diſtat à punctis B, & C, locus ſciſſionis, quò magis introrſum urgetur cuneus. Ex quo fit attentè diſtinguendam eſſe facilitatem

adigendi cunei, à facilitate ſcindendi: quandiu enim partes faciem cunei tangentes non admodum repugnant compreſſioni, facilè cedunt adacto cuneo; ubi verò ulteriùs comprimi renuunt, tota vis exercenda eſt in diſtractione partium ſejungendarum; quam diſtractionem quò majorem eſſe contingit, augetur ſanè & cunei adigendi, & ſcindendi difficultas. Hæc tamen alio ex capite minuitur, quia, quò magis punctum M, in quo diſtrahendæ ſunt partes conjunctæ, abeſt à punctis B & C, faciliùs conſequitur ſciſſio, nam, cæteris paribus, motus particularum, quæ ſejunguntur, minorem habet Rationem ad motum punctorum B & C. Sic fuſtem craſſiorem ab alterâ extremitate fiſſum juxta notabilem longitudinem ulteriùs findimus etiam ſolis manibus eò faciliùs, quò longior fuerit prior ſciſſio: plurimum ſiquidem intereſt in lignis, quorum textura certum quendam & rectum ſtaminum ordinem habet, utrùm juxta eorumdem ſtaminum ductum inſtituatur ſciſſio, an hæc obliquè ſecentur; quemadmodum & in lapidibus præſtat cuneum interveniis applicare, ut faciliùs ſcindantur: propterea nodoſis arborum partibus applicatus Cuneus ægrè illas findit, quia nodorum ſtamina non recto tramite, ſed per anfractus & tortuosè procedunt. In hac autem ligni ſciſſione ſi placeat tum particulas, quæ in M diſtrahuntur, tum illis ſubjectas atque adhuc immotas, puta in N conſiderare, atque veſtigium aliquod duplicis Vectis ſecundi generis recognoſcere, itaut commune hypomochlium ſit in N, longitudines vectium B N, & C N, potentia medio cuneo applicata in B & C, atque reſiſtentia vincenda in M; non me difficilem præbebo: ſed & illud ſtatim addam, non eſſe hunc duplicem illum Vectem, quem alij in Cuneo quærunt; cum potiùs ſint duo vectes in diverſa impulſi ab interjecto cuneo.

Quapropter ex his, quæ latiùs explicare placuit, illud conficitur, quod Cuneo aliquando reſiſtit gravitas, ut cùm ille corpori gravi elevando ſupponitur, aut cùm disjunctorum quidem corporum gravium, ſed proximorum, ſaltem alterum removetur; aliquando reſiſtit partium nexus in M, qui niſi ſolvatur, propelli nequeunt partes B & C cunei faciem tangentes: vis ſiquidem cunei proximè exercetur adversùs B & C, & propter partium connexionem etiam adversùs M, quamvis hoc poſtremum

mum ſit ſcopus ſcindentis: quò autem validiùs partes in M conjunguntur, etiam difficiliùs urgentur partes B & C: ligna verò adhuc viridia, & lento humore plena, quia particulæ majorem diſtractionem ferunt, nec facilè diſſiliunt, difficiliùs ſcinduntur, quàm ligna arida.

Quæ itaque de Cuneo vulgari dicta ſunt, facilè innoteſcit ea pariter convenire forficibus, cultris enſibus, novaculis, ſcalpris, dentibus hominis anterioribus, & ſimilibus, quibus ad ſcindendum utimur; ſunt enim cunei diverſimodè juxta varios uſus conformati; neque egent percuſſione, quia res ſcindendæ non admodum reſiſtunt, & ſolus impulſus ſæpè ſufficit. Forfices autem ſunt quidem cunei, ſed vectem conjunctum habentes, adeò ut potentia momenti augmentum acquirat ex Rationibus vectis juxta diſtantias tùm potentiæ, tùm corporis ſcindendi, à clavo, ubi decuſſantur. An verò etiam ſcalpra, quibus Marmorarij aſſulas ex operibus dejiciunt; Cuneorum rationem habeant, non admodum curo; videntur ſiquidem non incidere marmor, ſed partes ſuperfluas decutere: quod ſi percuſſi ſcalpri mucro penetrat, & dividit marmor, cuneus perinde eſt atque ſcalpra, quibus lignum cælatur.

Similiter acus, ſubulæ, aculei, clavi ad cuneum referuntur: & quidem hujuſmodi corpora quò ſubtiliora ſunt, eò faciliùs penetrant, quia immiſſa, & juxta ſuam longitudinem progredientia valdè moventur interea, dum corporis perforandi particulæ diſtrahendæ atque comprimendæ exiguo motu in latera ſecedunt. Hinc conſtat, cur terebellâ paulo minore aperiendum ſit foramen, cui immittatur clavus craſſiuſculus, ſi præſertim lignum tenue ſit; ne videlicet immiſſo clavo tot partes adeò invicem comprimantur, ut ulteriorem compreſſionem recuſantes cogant alias diſtrahi, ac demum rimâ factâ lignum diſſiliat: ſublatis autem terebrâ particulis aliquot, reliquæ comprimendæ ut clavum arctè complectantur, cum pauciores ſint, faciliùs compreſſionem ferunt citrà periculum fractionis aut ſciſſionis ligni.

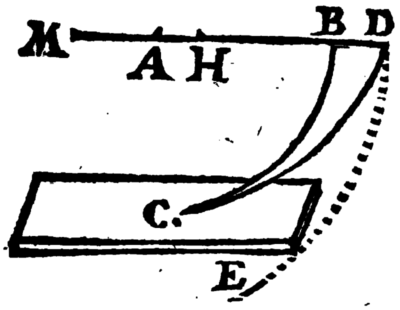
Demum ſecuris, & gladius cæſim feriens, cuneus eſt, cui quodammodo junctus eſt tudes; illo ſiquidem percutimus: quid enim intereſt, quod cuneum manentem tudite percutiamus, ſive cuneo velociter moto percutiatur corpus ſcindendum?

CAPUT

CAPUT II.

Cunei inflexi uſus ad movendum.

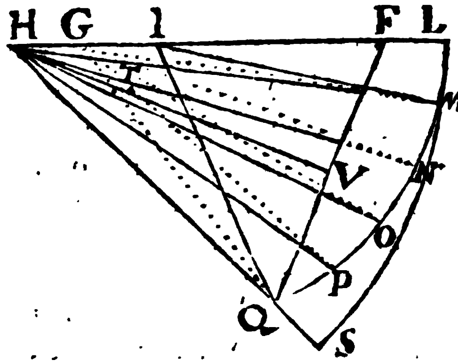
PRæter vulgarem Cunei formam, quæ planis extremitatibus circumſcribitur, ſi non ad ſcindendum, ſed ad movendum adhibeatur, utilis eſſe poteſt Cuneus inflexus, ita ut, qua ſaltem parte movendo corpori applicatur, faciem habeat non planam, ſed inflexam, moveatur autem non circa ejuſdem circularis curvitatis centrum. In craſſiore tabulâ aſſumpto A puncto tanquam centro deſcribatur placito intervallo A B pars arcûs circuli B C, ſive Quadrans, ſive Quadrante minor, ſive major fuerit. Tum centro alio aſſumpto, & majore aliquo intervallo, alia circuli pars deſcribatur D C occurrens priori arcui B C in puncto C, ſive ibi ſe contingant, ſive ſecent arcus, prout tibi commodius acciderit.



Reſecatis igitur ſupervacuis tabulæ partibus, & retentâ parte curvilineâ, habetur cuneus B C D inflexus, qui ſuam vim exerceat non motu recto, ut cæteri cunei, ſed curvo: propterea illi ad firmitatem addantur tranſverſaria ab extremitatibus cunei exeuntia, & in unum punctum coëuntia, circa quod, tanquam centrum, moveri poſſit cuneus. Ad firmitatem, inquam, quia, ad motum, ſatis eſſet craſſiori extremitati B D addere appendicem B M, in qua aſſumi poſſit punctum, circa quod moveatur, quodcumque illud ſit, modò non ſit centrum arcûs D C, ſi arcus ille impellat corpus movendum, neque punctum D minùs diſtet ab hujuſmodi centro motûs, quàm punctum aliud extremum C. Contra verò ſi cunei conatus exercendus ſit trahendo, & corpori applicetur arcus B C, oportet centrum motûs minùs abeſſe ab extremitate B, quàm

quàm ab apice cunei C. Hùc ſcilicet ſpectare videntur ferrei uncini, quibus duo corpora fibulantur, aut refibulantur, ut cum armaria, feneſtræ, aut capſulæ clauduntur & recluduntur. Quare intellectâ rectâ D M tanquam parte diametri circuli, cujus arcus exerceat vim cunei, ſi hic ſit arcus D C, oportet ejus centrum inter extremitatem D, & punctum M centrum motûs, interjacere; ſin autem ſit arcus B C, inter A centrum circuli, & extremitatem B, oportet interjici centrum motûs H: ab illo quippe centro M in primo caſu removeri oportet corpus movendum, & ad hoc centrum H accedere oportet corpus trahendum. Quod ſi recta D M non fuerit pars diametri tranſeuntis per centra arcûs & motûs, ſaltem oportet illam hujuſmodi diametro propiorem eſſe, quàm ſit recta ex centro motûs ad C ducta; id quod ex 7. lib. 3. manifeſtum eſt.

Firmato itaque pro loci opportunitate centro motûs, & applicatum ad impellendum pondus cuneum B C D urgens potentia in D, deſcribit circa M centrum motûs arcum circularem D E, ſed pondus non propellitur niſi juxta differentiam linearum à punctis arcûs D C ad M centrum motûs ductarum. Ex quo fit movendi facilitatem ſubinde augeri, cæteris paribus. Hoc autem ut planiùs explicetur, ſit arcus L Q in quinque æquales partes diviſus, & ſingulæ ſint gr. 3. linea H L tranſeat per centrum I, & ex H ducantur rectæ H M, H N, H O &c; Certum eſt lineas haſce omnes ex Q ad L ſemper majores eſſe, & maximam eſſe H L ex 7. lib. 3. atque aſſumptâ H F æquali ipſi H Q, differentiam totam eſſe F L. Quare ſi L Q ſit latus cunei inflexi, potentia deſcribens arcum æqualem arcui L Q haberet motum, qui ad motum ponderis eſſet ut arcus L Q ad rectam F L, ſeu Q S. Sed quoniam centrum motûs eſt H, potentia circa illud deſcribit arcum L S, cujus quantitas innoteſcit, ſi dato I L, hoc eſt I Q, Radio, atque diſtantiâ I H,



cùm ex hypotheſi notus ſit angulus L I Q, inveſtigetur angulus I H Q, quem metitur arcus L S; hujus autem quantitas prodit ex datis partibus Radij H L. Quare angulus L I Q ſit gr. 15. I L partium 10000, I H partium 5000. Igitur in triangulo H I Q angulus I H Q eſt gr. 10. 0'. 45'': atque ſi ex Cyclometricis ineatur Ratio menſuræ arcûs L S, invenietur in partibus Radij I L 10000 ferè par arcui L Q; hic eſt partium 2618, ille 2621. Quapropter in tam exiguâ circuli portione perinde eſt arcum L Q, atque arcum L S conſiderare. Singulæ itaque partes quintæ arcûs deſcripti ſunt particularum 524.

Jam verò per Trigonometriam, ex datis lateribus H I 5000, & I M 10000, atque angulo comprehenſo H I M, ut pote ſupplemento ad duos rectos noti anguli L I M ex hypotheſi gr. 3. (ſimiliter in reliquis triangulis eadem ſunt latera, & angulus comprehenſus ſenſim per gr. 3. minuitur) inveniatur linearum longitudo; & eſt in iiſdem Radij I L partibus 10000 linea H Q 14885, H P 14927, H O 14959, H N 14981, H M 14995, atque demum H L 15000. Sunt igitur linearum ex Q ad L incrementa inæqualia, videlicet 42, 32, 22, 14, 5, quibus reſpondet motus ponderis cuneo propulſi, qui ſemper decreſcit, dum potentia motus æquales perficit. Ratio proinde motûs potentiæ ad motum ponderis initio, dum cunei pars Q P ſubinde ponderi applicatur, atque Potentia venit ex L in M, eſt ut 524 ad 42, deinde in P O ut 524 ad 32, in O N ut 524 ad 22, in N M ut 524 ad 14, in M L ut 524 ad 5. Cum itaque ſemper major fiat Ratio motuum, augetur movendi facilitas; atque perinde ſit, ac ſi acutior ſemper atque acutior cuneus adhiberetur.

Hìc tamen obſervandum eſt ita temperandum eſſe movendi facilitatem cum ipſo ponderis motu, ut illam conſectando hoc minùs moveri non contingat, quàm par fuerit: quò enim punctum, quod eſt centrum motûs, minùs abeſt ab I centro arcûs L Q, eò quidem faciliùs movetur pondus, quia ad hujus motum potentiæ motus majorem habet Rationem, ſed à pondere minus ſpatium percurritur. Nam ſi centrum motûs ſit G, & I G partium 2500, quarum I Q eſt 10000, linea G Q eſt 12432, G P 12456, G O 12475, G N 12489, G M 12497, G L 12500: atque adeò linearum incrementa ſunt 24, 19, 14, 8, 3; cum tamen quinta pars arcûs intervallo G L deſcripti à potentia

tiâ ſit proximè 524; Major eſt autem Ratio 524 ad ſingula hæc linearum incrementa, quàm cum motûs centrum eſt H. Cum hac tamen movendi facilitate connectitur exiguus ponderis motus; nam inter 12432 & 12500, quæ ſunt extremæ lineæ G Q & G L, differentia 68 minor eſt quàm differentia 115 inter H Q 14885 & H L 15000, quæ differentia inter extremas lineas metitur ponderis motum : eſt ſiquidem differentia inter aggregatum laterum & baſim trianguli H I Q, aut G I Q, menſura, juxta quam pondus promovetur impulſu cunei. Cum verò I Q & I L, utpote ſemidiametri, æquales ſint, baſis autem H Q major ſit baſi G Q (nam in triangulo H G Q amblygonio baſis H Q opponitur majori angulo) fieri non poteſt, ut eadem ſit motûs ponderis mēſura æqualis ipſis F L aut Q S, niſi ab aſſumpto motûs centro deſcriptus arcus (intervallo uſque ad Q punctum illi centro proximum) tranſeat per extremitates eaſdem Q & F, per quas tranſiret arcus ex H intervallo H Q deſcriptus. Quare duo circuli ſe in duobus punctis ſecantes communem haberent rectam lineam Q F, ad quam bifariam ſectam in V perpendicularis V H tranſiret per utriuſque circuli centrum, ex 3. lib. 3. ac proinde, cum ex. 5. lib. 3. non habeant idem centrum H, alterius circuli centrum eſſet extra rectam H I, puta in T.

Utrùm autem dato eodem motûs centro, & datâ pari arcûs portione, præſtet arcum eſſe majoris, an minoris, circuli partem, vix eſt dubitandi locus. Quando enim duo circuli idem planum in eodem puncto contingunt, peripheria majoris interjicitur inter planum datum & peripheriam minoris circuli; atque adeò ab eodem motûs centro lineæ ad illam majoris circuli peripheriam ductæ omnes ſecant peripheriam minoris, ac propterea, utpote longiores, majorem efficiunt preſſionem, longiúſque propellunt corpus, quod impellitur. Hinc ſi viribus potentia abundet, & ad majus ſpatium protrudere oporteat pondus, adhibenda eſt peripheria majoris circuli; contra verò minore utendum eſt, ſi parum movendum ſit, & potentia imbecillior.

Porrò hìc exerceri cunei vires, quis ambigat? neque enim admodum intereſt, plana-ne? an inflexa? ſit ejus facies, modò ex ejus interjectu duo disjuncta corpora magis invicem removeantur, ſive utrumque ſimul in diverſas partes abeant, ſive altero manente, alterum tantummodo moveatur. Hìc autem im-

motum manet centrum, circa quod vertitur portio circuli excentrici, quæ ſive ſimplici impulſione, ſive etiam percuſſione, adacta urget corpus, quod contingit, neque aliter quàm ſi inter validum ſtipitem humi defixum, atque pondus interjiceretur vulgaris cuneus planus.

Verùm quamvis hactenus potentiam in ipſa cunei inflexi extremitate poſuerimus ad explicandum ejus motum, nihil tamen refert: nam ſi etiam circa medium cuneum fuerit anſa, qua arreptâ ille valeat circumduci, perinde eſt; motus ſiquidem potentiæ ad ponderis motum eandem ſervat Rationem. Ex quo manifeſtò deprehenditur nullam eſſe in Cuneo Vectis umbram; in Vecte ſiquidem certus eſt potentiæ locus, quo mutato etiam momenta variantur: at in hujuſmodi Cuneo non contingit momentorum mutatio, cujuſcumque tandem cunei parti applicetur potentia, dummodo ea ſit diſpoſitio, ut vires ſuas æquè exercere valeat, ſive in hac, ſive in illâ arcûs extremitate, hoc eſt ad L aut Q, ſive circa medium ad O, aut N, conſtituatur. Cave tamen putes æquè liberum eſſe in majore aut minore diſtantiâ à centro motûs H aut G potentiam collocare: id enim ſanè perperam fieret; pro Ratione ſiquidem diſtantiæ à centro motûs majorem aut minorem arcum potentia ſuo motu deſcriberet: eſto nihil interſit, cuinam parti applicetur, ſervatâ eâdem à prædicto motûs centro diſtantiâ. Propterea ſi ad Q applicetur potentia cuneum trahens, anſa ejuſmodi apponenda eſt ſurſum recurva, cui applicata potentia non minorem arcum deſcribat, quàm ſi illa applicaretur puncto L impellens cuneum: non eſt ſcilicet par potentiæ motus, qui fit intervallo HQ, ac intervallo HL. Similiter autem Cuneo plano uti licebit, cujus latera ſi ferreo paxillo hinc atque hinc extante trajeceris, ut arreptis utrâque manu paxilli extremitatibus cuneum adducere valeas, aut impellere, duo corpora, quibus cuneus interjicitur, disjunges: immò ſi fiſſili ligno bicubitali juxta ſtaminum ductum cuneum eumdem ita per vim immiſeris, ut cuneum elevatum ſequatur pariter & lignum, tùm ligni calce ſaxum percuſſeris, cuneus ſciſſionem promovebit, quocumque tandem in loco ſive juxta ipſius cunei apicem, ſive juxta baſim immiſſus fuerit paxillus ille, cui potentia applicatur.

CAPUT

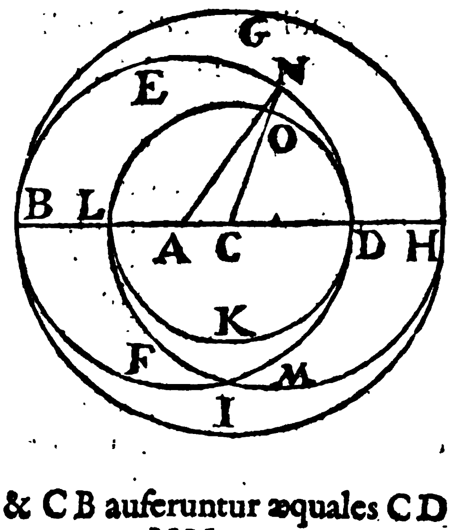
CAPUT III.

Cuneus perpetuus circulo excentrico effingitur.

CUneum Perpetuum voco non eum, qui perpetuâ, hoc eſt majore ſemper atque majore impulſione corpus propellat longiùs atque longiùs; id enim, ut ſatis clarum eſt, infinitam exigeret cunei longitudinem: ſed eatenus dico *Perpetuum*, quatenus potentia illi ſemel applicata inſtitutum motum juxta eandem directionem perpetuare poteſt: id quòd neutiquam contingit ſecundùm rectam lineam, quæ ſpatium requireret infinitum perpetuò illo motu percurrendum; ſed potentia in orbem progrediens, & cuneum contorquens, motus alternos perficit.

Et primùm quidem id fieri poteſt circulo, cujus motûs centrum abſit ab ejuſdem circuli centro; vis enim cunei erit ad propellendum corpus intervallo duplo intervalli centrorum; momentum verò potentiæ deſumetur ex ſemiperipheriâ circuli, cujus Radius æqualis ſit dati circuli ſemidiametro auctæ centrorum illorum intervallo; ſi tamen extremitati à centro motûs maximè diſtanti ipſa potentia applicetur.

Sit datus circulus B E D, cujus centrum A: fiat motûs centrum C, circa quod in gyrum agatur conſtitutus circulus. In hoc motu duo circuli concentrici deſcribuntur; alter quidem à puncto D, Radio C D, alter verò à puncto B, Radio C B. Quare dum potentia ex B per G venit in H, punctum D per K venit in L, & corpus, quod puncto D applicitum erat, à peripheriâ circuli B E D ſenſim propellitur, donec veniat ex D in H. Eſt autem D H æqualis ipſi



B L, quia ex æqualibus C H & C B auferuntur æquales C D

& C L : inter diametros verò B D & L D differentia eſt B L: igitur quia diametrorum differentia dupla eſt differentiæ ſemidiametrorum, B L eſt dupla ipſius A C differentiæ ſemidiametrorum A D & C D. Quapropter etiam D H ſpatium, quod à pondere propulſo percurritur, duplum eſt intervalli centrorum A C. Demùm potentia in B, ex hypotheſi, applicata momentum habet juxta Rationem ſemiperipheriæ B G H ad ſpatium D H duplum intervalli centrorum A C: hæc ſiquidem eſt Ratio motuum potentiæ & ponderis. Hinc ſi ponatur dati circuli Radius A B 100, & centrorum diſtantia A C 13, erit D H 26: At ſemiperipheria B G H ad ſuum Radium B C eſt ut 355 ad 113; igitur B G H ad D H eſt ut 355 ad 26. Quare, cæteris paribus, quò majus eſt centrorum intervallum, eò majores requiruntur in potentiâ vires; quia hujus intervalli duplum eſt ſpatium, per quod impellitur pondus, manente eodem potentiæ motu.

Eſt autē attentè conſiderandū, utrùm præſtet, cæteris paribus, majore circulo uti: Cæteris, inquam, paribus, ut ſcilicet idem ſit centrorum intervallum, & eadem potentiæ à cētro motûs diſtantia. Et primò obſervandū eſt cuneum eſſe L B E D, cujus vertex eſt angulus cōtingentiæ factus à peripheriâ dati circuli, & à peripheriâ circuli, quem circa centrum C in motu deſcribit extremitas D. Deinde ſemiperipheria B G H à potentiâ deſcripta in motu (& eſt ex hypotheſi partiū 355, quarū Radius C B eſt 113) dividatur in partes æquales duodecim, ita ut ſingulæ reſpondeant gradibus 15, & ſingulis competant partes 29 $\frac{7}{12}$. Similiter ſemiperipheria D O L in 12 æquales partes ſingulas gr. 15. dividatur: adeò ut cùm linea B D circa punctum C circumacta angulum gr. 15 deſcripſerit, potentia ſit progreſſa per partes 29 $\frac{7}{12}$. Examinandum eſt, quanto ſpatio interim propellatur pondus, quod erat in D, verſùs H.

Sit angulus D C O, hoc eſt arcus D O, gr. 15: ducta intelligatur recta C O uſque in N peripheriam dati circuli; eſt igitur O N motus ponderis ex D verſus H. Quapropter inveſtiganda eſt ipſius C N longitudo, ut appareat ejuſdem exceſſus ſupra C D. Ducatur dati circuli Radius A N notus partium 100; datur item intervallum A C partium 13; notus eſt angulus A C N gr. 165: ergo per Trigonometriam innoteſcit primò angulus C N A gr. 1. 55'. 41"; atque ex eo reliquus angulus N A C

gr.

gr. 13. 4′. 19″, hoc eſt arcus N D: deinde habetur longitudo C N partium $87\frac{88}{100}$, quarum C O, hoc eſt C D eſt 87: igitur O N eſt $\frac{88}{100}$. Quod ſi arcus D O ponatur gr. 30, in triangulo A C N dantur eadē latera A N 100, & A C 13, & angulus A C N gr. 150: igitur invenitur C N A gr. 3. 43′. 37″; atque angulus N A C, hoc eſt arcus N D gr. 26. 16′. 23″, & linea C N partium $88\frac{53}{100}$: igitur O N eſt part. $1\frac{53}{100}$. At arcus D O ſit gr. 45; eſt angulus A C N gr. 135: datis iiſdem lateribus A N 100, & A C 13, invenitur angulus C N A gr. 5. 16′. 27″, atque angulus N A C, hoc eſt arcus N D gr. 39. 43′. 33″. & linea C N part. $90\frac{98}{100}$: igitur O N part. $3\frac{98}{100}$. Similiter ſi D O ſit gr. 60: invenitur O N part. $5\frac{86}{100}$; ſi verò fuerit gr. 75, eſt O N $8\frac{84}{100}$: ſi gr. 90, eſt O N $12\frac{11}{100}$. Mutetur jam hypotheſis, & circuli dati Radius ſit duplex, ſcilicet A D, hoc eſt A N, partium 200, quarum A C eſt 13. Sit arcus D O gr. 15: invenitur angulus C N A gr. 0. 57. 51″: atque angulus N A C gr. 14. 1′. 9″: ac proinde linea G N partium $187\frac{40}{100}$; quarum C D, hoc eſt C O, eſt 187; quare O N eſt $\frac{40}{100}$. Sit deinde arcus D O gr. 30: invenitur angulus C N A gr. 1. 51′. 45″, & angulus N A C, hoc eſt arcus D N, gr. 28. 8′. 15″, atque demum linea C N part. $188\frac{63}{100}$: igitur O N part. $1\frac{63}{100}$. Denique arcus D O ſit gr. 45: deprehenditur angulus C N A gr. 2. 38′. 4″. angulus N A C, hoc eſt arcus D N, gr. 42, 21′. 56″; & linea C N part. $190\frac{59}{100}$; atque adeò O N part. $3\frac{59}{100}$. Si D O ſit gr. 60, O N eſt part. $6\frac{18}{100}$; ſi D O ſit gr. 75, O N eſt $9\frac{55}{100}$. Si ſit gr. 90, O N eſt $12\frac{99}{100}$.

Ex his manifeſtò conſtat initio motûs in primo quadrante à circulo majore paulò ampliùs propelli pondus ex D versùs H, quàm à circulo minore, datâ angulorum motûs ad centrum C paritate. Verùm in circulo majoris diametri non ſolùm pari graduum numero reſpondet longior arcus pro Ratione diametrorum, ſed etiam, ut ex ſuperioribus calculis conſtat, major circulus plures gradus ponderi coaptat, quàm minor. Sic in motu ad centrum C gr. 15, circulo minori, cujus Radius 100, competunt gr. 13. 4′. 19″; at circulo majori, cujus Radius 200, competunt gr. 14. 1′. 9″. Quare præterquam quod duplex eſt longitudo

longitudo arcus majoris, quia duplex eſt Radius, adhuc ſupereſt longitudo gr. o. 57′. 50″: cum tamen motus ponderis in minore ſit $\frac{38}{100}$, in majore $\frac{40}{100}$; quod diſcrimen $\frac{2}{100}$ longè minus eſt illo exceſſu arcûs.

Quapropter ſi Potentia peripheriæ dati circuli partibus ſubinde applicetur (ut ſi extarent ad orbitam paxilli perpendiculares) patet in majore circulo haberi majora momenta; multo magis, ſi applicetur juxta maximam à motûs centro diſtantiam; id quod fieri expedit, ſi nihil obſit: At ſi Potentia à centro motûs æquè abſit in majore atque in minore circulo, non habetur hoc momentorum compendium, quod ex diſtantia facilè obtineri poſſet.

Si itaque corpus ex D in H impulſum aut vi elaſticâ reſtituere ſe poſſit ex H in D, aut illud ſublevatum (ſi circulus fuerit in plano Verticali) ſuâ gravitate deſcendere valeat ex H in D, paulatim in priorem locum redibit, cum potentia tranſgreſſa punctum H per I ſe reſtituet in B: potentia igitur perpetuò in gyrum circumactâ, circulum ſimiliter verſando, corpus illud in motu reciprocando ſervabit conſtantiam. Quod ſi virtute elaſticâ præditum ſit corpus impulſum ex D in H, illa pariter, præter inſitam corpori gravitatem, movendi difficultatem augebit, quippe cui vis inferenda eſt, quam deinde excutere valeat. Quare ſatius fuerit omnem virtutem elaſticam amovere (ſi id quidem fieri poſſit) ut ſola gravitatis reſiſtentia ſuperanda ſit.

Ut autem corpus ultro citróque remeare poſſit ex D in H, & viciſſim ex H in D, regula ſtatuatur in Verticali plano erecta, ſed verſatilis circa axem, aut annulum alteri ejuſdem regulæ extremitati infixum, & reliqua regulæ extremitas mobilis occurrat circulo in B: Tum funiculo longitudine diametrum B D æquante connectatur regula cum pondere movendo; ſic enim fiet ut regulæ extremitas devenerit in L, quando pondus fuerit in H; atque propellendo regulam ex L in B, pondus ex H trahetur in D, & perpetua viciſſitudine tum regula, tùm pondus à circumacto cuneo impellentur: ſemper verò reſiſtentia orietur ex ponderis modò impulſi, modò attracti gravitate; regula ſiquidem per ſe nihil obſiſtit, ſed quatenus cum pondere trahendo conjungitur. Verùm qua poſitione collocandus ſit funiculus

niculus circuli diametro BD reſpondens, an ſupra, an infra circulum BED, quid opus eſt explicare? ſatis enim cuique manifeſtum eſt attendendum eſſe, qua ratione ipſi circulo applicetur potentia movens; nam ſi illum Potentia agitet paxillo in ſuperiori aut inferiori facie extremæ orbitæ infixo, patet funiculum adverſæ faciei reſpondere, ne in illum paxillus incurrat. Sin autem potentia circulo non proximè adhæreat, nec illum tangat, quia ex centro C exeunti axi additum eſt manubrium circulo parallelum, aut Vectis, aut circulus alius eidem parallelus, liberum erit funiculum alterutri circuli faciei reſpondentem collocare, ex neutrâ ſcilicet parte impedimento eſſe poteſt potentiæ ſe in gyrum contorquenti.

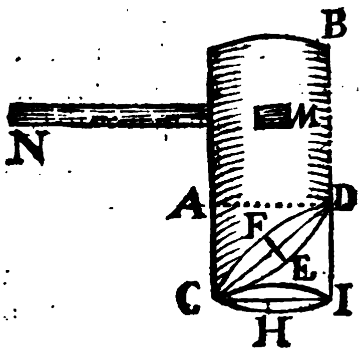
Ne me verò carpendum puta, quòd integrum circulum FBED propoſuerim, cum ſatis eſſe poſſit ſegmentum paulo majus ſemicirculo BED (ut ſcilicet ſit locus axi infigendo in C motûs centro) cui tota vis impellendi ſive pondus, ſive regulam, tribuenda eſt. Eo conſilio integrum circulum FBED propoſui, ut liberum potentiæ ſit ſive in dexteram, ſive in ſiniſtram motum inſtituere, atque promiſcuè uti modò cuneo inflexo BED, modò BFD, prout commodius acciderit. Deinde ſi ſemicirculo tantùm BED utamur, & vis elaſtica interveniat, aut gravitas ſublevata recidat, ubi potentia venerit in H, & ſemicirculi BED ſit facta poſitio HML, fieri non poteſt, ut potentia versùs I procedat, quin illicò & quaſi momento pondus redeat ad D; hujuſmodi verò motus adeò velox vix contingere ſæpiùs poteſt citra aliquod detrimentrum; cui periculo occurritur, ſi integer fuerit circulus FBED, ſenſim enim fit regreſſus ex H in D.

CAPUT IV.

Ex Cylindro conſtrui poteſt Cuneus perpetuus.

ALtera ſpecies Cunei perpetui deſumi poterit ex Cylindro Recto obliquè ſecto, erit ſiquidem ſectio Ellipſis; & potiſ-

ſimùm inſerviet ad deprimendum, ſi cylindrus fuerit horizonti perpendicularis, atque addito vecte circumagatur Ergatæ in morem: Sin autem cylindrus ſit horizonti parallelus, inſerviet ad propellendum pondus, & Radios admittet quemadmodum Sucula. Sit cylindrus B C Rectus, cujus ſcilicet Axis eſt ad baſim perpendicularis, & obliquè ſecetur plano per D C; ſit enim ſectio D E C F ellipſis. Quod ſi hujuſmodi Ellipſis planities officere poſſit motui, interiores partes aliquantulùm excavari oportebit, quandoquidem ſufficit limbus perimetri, modò ſit ſolidus, & ſatis validus; quem & ferreâ laminâ non ruditer politâ munire operæ pretium fuerit.



Ut autem hujuſmodi ſectionis obliquitas major aut minor opportunè fiat, ſtatuenda eſt primùm menſura depreſſionis aut impulſionis, qua movendum eſt pondus, & ſit ex. gr. C A, cui æqualis ſumatur I D: tùm ex D in C fiat ſectio, & erit conſtitutus cuneus A D F C, cujus latus unum eſt cylindri ſemiperipheria A D, aliud D F C ſemiperimeter Ellipſis, cujus partes ponderi in D conſtituto ſubinde applicantur ex convolutione cylindri, & quatenus ab A D recedunt, pondus deprimunt, aut impellunt, donec demum à puncto C attingatur pondus propulſum ex D in I.

Quoniam verò Ellipticum limbum ferreâ laminâ muniendum dixi, non omninò abs re fuerit indicare, qua methodo illius perimetrum indagare poſſimus, ut laminæ in ellipticam figuram inflectendæ longitudo innoteſcat. In circulo quidem nota eſt aliqua Ratio diametri ad peripheriam, ſive ut 7 ad 22, ſive ut 71 ad 223, ſive ut 113 ad 355, ſive quæcumque alia magis arrideat majoribus numeris explicata: at in Ellipſi nulla hujuſmodi Ratio perimetri ad alterutrum Axem (quod quidem ſciam) deprehenſa adhuc eſt: quapropter ad inveſtigandam ejus perimetrum ex datis Axibus variæ tentatæ ſunt viæ, quas inire nunc non eſt operæ pretium. Mihi hanc, utpote perbrevem, nec à veritatis formâ, quantum res Phyſica patitur, recedentem

cedentem ineundam ſuſcepi. Illud verò tanquam certum & demonſtratum pono, quod Ellipſis, quæ ex Coni ſectione, ab ea quæ ex Cylindri ſectione oritur, non differt, ut quidam minùs attenti perperam exiſtimârunt; proinde quælibet oblata Ellipſis ad aliquem Cylindrum ſpectare poteſt. Ad quem autem cylindrum illa pertineat, facile eſt determinare ex ipſius Ellipſis Axe minori, qui eſt æqualis diametro Cylindri. Datis igitur, Axibus, Majore, & Minore, invenire oportet, quanta ſit in hujuſmodi Cylindro obliquitas, ſectionis Ellipſim conſtituens: id quod obtinetur, ſi ex quadrato Axis Majoris auferatur quadratum Axis Minoris; reſidui enim Radix quadrata dabit in Cylindri latere longitudinem, qua diſtant inter ſe duo plana baſi parallela, inter quæ intercipitur ſectio obliqua.

Sit data Ellipſis DECF, cujus major Axis DC 25, Minor FE 20. Axi FE æqualis eſt cylindri diameter CI. Igitur planum per axem cylindri ductum habet cum plano obliquè ſecante communem ſectionem DC Axem Ellipſis, & cum cylindri baſe ſectionem facit CI, atque in ſuperficie dat latus DI. Quare eſt triangulum rectangulum CID, cujus datur hypothenuſa DC 25, & baſis CI 20: ex ipſius DC quadrato 625 ablatum quadratum ex CI 400, relinquit 225, quadratum perpendiculi DI, quod propterea eſt 15. Plana igitur CI, & AD parallela diſtant intervallo CI 15. Cum itaque ex baſis diametro CI 20 innoteſcat ejuſdem cylindricæ baſis peripheria $62\frac{84}{100}$ proximè, ſuperficies cylindrica ACID manifeſta eſt $942\frac{60}{100}$, cujus ſemiſſem $471\frac{30}{100}$ dividit bifariam ſemiperimeter Ellipſis DEC. Eſt igitur triangulum rectangulum, cujus latera circa rectum ſunt latus DI 15, & cylindricæ baſis ſemiperipheria CHI $31\frac{42}{100}$: horum quadrata 225, & $987\frac{2164}{10000}$ in ſummam colligantur, & quadrati $1212\frac{2164}{10000}$ Radix $34\frac{82}{100}$ ferè, eſt Ellipſis ſemiperimeter DEC, integra verò DECF erit $69\frac{64}{100}$.

Quapropter cum plana per AD & CI ex hypotheſi ſint parallela, etiam DI, & AC æqualia ſunt latera. Igitur cum cylindri dati nota ſit diameter 20, atque adeò ſemiperipheria AD $31\frac{42}{100}$, ſit data obliquitas, quam metitur AC 15, ex ſummâ quadratorum rectæ AC, & ſemiperipheriæ AD, eruatur

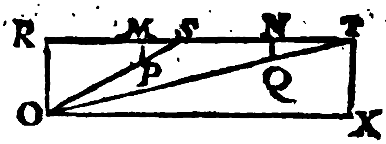
Radix quadrata, & dabit ſemiperimetrum Ellipſis D F C proximam veræ, quæ ex jam datis eſt illa eadem, quam paulo antè invenimus $34 \frac{82}{100}$.

Hinc igitur innoteſcunt momenta hujuſmodi cunei, comparatis inter ſe lineis, quæ definiunt motum ponderis atque potentiæ; pondus enim movetur juxta lineam A C, potentia autem juxta ſemiperipheriam cylindri, quatenus videlicet præciſè atque ſimpliciter ratione ipſius cunei motus illi convenit. Verùm quia non facilè potentia applicatur proximè ſuperficiei cylindri, & ſæpius expedit potentiæ momenta augere; propterea Cylindro infigitur Vectis M N, cujus longitudo deſumitur à puncto, ubi ille concurrit cum Axe Cylindri, uſque ad extremitatem N, cui potentia applicatur. Hæc autem longitudo, manente eodem cuneo, varia omnino eſſe poteſt, atque adeò potentiæ momenta repræſentabit ſemiperipheria circuli ab extremitate N deſcripti, quæ comparanda erit cum motu ipſius ponderis ab obliquitate ſectionis definito, ut dictum eſt.

At ſubdubitare contingit, utrùm craſſiore, an graciliore cylindro uti expediat, manente eâdem obliquitatis menſurâ, atque eâdem vectis longitudine; manet ſiquidem eadem motuum Ratio; ſed augeri videtur corporum conflictus ex mutuo tritu, nam in craſſiore cylindro major eſt elliptica ſemiperimeter, quàm in tenuiore, ut manifeſtum eſt, ſi methodo paulò antè indicatâ res ad calculos revocetur: quamobrem ex majore hoc tritu augeri videtur difficultas movendi, cum maneat eadem corporis gravitas, eadem potentiæ virtus, eadem motuum Ratio. Longè tamen aliter ſe res habet; quandoquidem duorum corporum ſe ſe invicem in motu contingentium conflictus, qui ex ſuperficiei aſperitate oritur (hìc corporis unius conatum adversùs aliud vi ſuæ gravitatis mente ſecernimus à conatu, quo illud repellit præciſè vi ſuæ molis tanquam objectum impedimentum, etiamſi adversùs illud non gravitet) conſiderandus eſt, quatenus corpus impulſum adverſatur directioni motûs corporis impellentis. Hinc eſt minimum eſſe conflictum, ſi ambæ facies ſe in plano Verticali contingant, & alterutrum corpus in eodem plano Verticali moveatur; nam reliquum corpus non repellitur, quia in illud non incurrit linea directionis motûs alterius corporis; ſed ſolùm prominulæ utriuſque corporis

ris particulæ, quatenus aliæ in alias incurrunt; impediunt motum pro earum magnitudine & numero: quoad impedimentum maximâ ex parte tollitur, ſi pingui aliquo humore delibutæ facies lubricæ fiant; replentur ſcilicet inanitates inter prominulas particulas interjectæ, quas intercapedines ſubire non tam faciſè poſſunt corporis proximi particulæ. Sic ſi integer eſſet cylindrus, ſuâ baſi aut limbo C H I contingens ſubjectum corpus, minimo tritu cum illo confligeret in motu circà ſuum Axem, quia hujuſmodi motui non opponitur corpus illud in I poſitum. At verò major eſt conflictus, quando directioni motûs illud adverſatur, ut cùm prope D eſſe intelligitur aliquâ ſui parte ſubjectum cylindro, qui obliquè ſectus circumagi non poteſt, quin urgeat illud ex D versùs I. Quò autem majore angulo planum Ellipticum C E D F inclinatur ad baſis planum C H I, eò magis converſioni cylindri adverſatur objectum corpus, adeóque major invenitur difficultas.

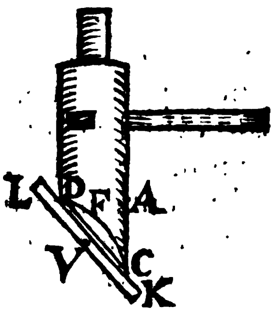
Cùm itaque in majore cylindro, datâ æquali obliquitatis menſurâ A C (æqualem obliquitatem non dico) planum obliquè ſecans minorem angulum cum plano baſis cylindri conſtituat, magiſque ad ipſam baſim accedat, minus habet reſiſtentiæ ab objecto corpore, ſi particulæ ſingulæ conſiderentur, quamvis cunctæ reſiſtentiæ ſimul collectæ demùm in æqualem ſummam à menſura A C definitam coëant. Sit enim minoris cylindri ſemiperipheria R S, menſura obliquitatis R O, ſemiperimeter Ellipſis S O: Manente autem eâdem R O, ſit majoris cylindri ſemiperipheria R T, & ellipſis ſemiperimeter T O; utique angulus R S O, utpote externus,



major eſt interno oppoſito R T O; ac proinde alternus S O X major eſt alterno T O X, quibus angulis repræſentatur plani obliquè ſecantis inclinatio ad baſim cylindri. Quamvis igitur ex cylindri convolutione ſemiperimeter Ellipſis S O impellat pondus juxta menſuram R O, & juxta eandem menſuram R O impellatur pondus à ſemiperimetro Ellipſis T O; item ab illius quadrante S P, atque hujus quadrante T Q, æqualiter impellatur juxta menſuram M P, & N Q, quæ æquales ſunt (utraque

ſcilicet eſt quadrans ipſius R O, ſiquidem propter triangulorum ſimilitudinem, ut O S ad P S, ita R O ad M P, & ut O T ad Q T, ita R O ad N Q; ſed ex hypotheſi O S eſt quadrupla ipſius P S, ſicut O T eſt quadrupla ipſius Q T; igitur R O eſt quadrupla ipſius M P, & ipſius N Q, quæ propterea ſunt æquales) quia tamen Q T major eſt quàm P S, qua Ratione R T major eſt quàm R S, & O T major quàm O S; idcircò eadem reſiſtentia diſtributa per plures particulas longioris Q T, ſeu O T, minor eſt in ſingulis particulis, quàm cùm diſtribuitur per pauciores particulas brevioris P S, ſeu O S. Minùs igitur T O ſuis particulis ſubinde contingens corpus, quod impellit, cum eo confligit, quàm confligat S O pertinens ad minorem cylindrum.

Hujuſmodi Cuneum inflexum ex cylindro obliquè ſecto perpetuum eſſe in reciprocando motu, ſatis manifeſtum eſt, ſi poſtquam pondus ex D propulſum eſt in I, iterum redeat ad D; abſolutâ enim cylindri converſione iterum pondus ex D ad I propellitur. Id autem ut fiat, ſtatuatur jugum K L circa axem in V verſatile, ita tamen ut V reſpondeat axi cylindri: tùm in L adnectatur pondus, quod ex D impelletur in I, dum Cylindri dimidia revolutio ex D per F in C perficietur: quia autem in reliquâ dimidiâ cylindri revolutione jugi extremitas K jam repulſa ſurſum versùs A, impelletur iterum ad C, pondus reſtituetur ex I in D, atque ita deinceps reciprocando impulſionem tum ponderis adnexi in L, tùm extremitatis K. Hinc ſi ex laqueari pendeat ſtatua ventum referens, & in ſpeciem volantis ingentes alas expandens junctas jugo K L, atque in ſuperiore conclavi adſit qui cylindrum circumagat, alis reciprocantibus commovebitur aër, & aura excitabitur ad refrigerandum.



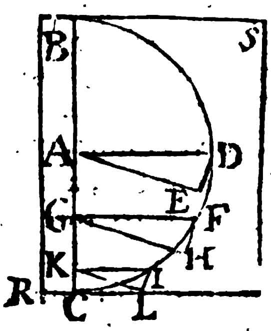
Pro variis demum uſibus ſtatuetur cylindrus modò horizonti, tanquam Ergata, perpendicularis, modò velut Sucula, parallelus: Eritque expeditiſſima ejus converſio, ſi centrum Ellipſis nulli polo innitatur, ſed cylindrus ipſe congruo loculamento ita inſeratur, ut in eo ſit verſatilis, &, quam primò dederis, poſitionem

ſitionem deinceps ſervet, ac neutram in partem nutet. Id quidem paulò longiorem cylindrum exigit; non tamen eſt neceſſe unius perpetuæ craſſitiei eſſe cylindrum; ſæpè enim nimis craſſum atque incommodum eſſe contingeret; ſed fruſto cylindrico craſſiori obliquè ſecto firmiter inſeri poterit gracilior cylindrus, ita ut axis axi conveniat, & rectam lineam conſtituant; atque hic in foramen immiſſus, in quo verſatilis eſt, dum contorquetur, craſſiorem cylindrum pariter convolvit.

CAPUT V.

Cuneum perpetuum Circulus inclinatus imitatur.

TErtiam hanc cunei perpetui ſpeciem duabus ſuperioribus adjicere non inutile fuerit, ut legenti hujus libri cap. ult. prop. 6. conſtabit, quanquam fortaſſis alicui à ſuperiore parùm diſtare videatur; ibi enim Ellipſim ex cylindri recti ſectione obliquâ, hic circulum ſuo quidem centro inſiſtentem, ſed inclinatum proponimus. Ut autem res clariùs exponatur, concipiamus circulum à plano horizontali R S ſectum per centrum A, ita ut eorum communis ſectio ſit diameter B C, ſemicirculus autem ſuperior ad horizontem inclinatus ſit B D C; qui per A D biſariam ſecetur plano Verticali ad ſubjectum planum R S horizontale recto; ſitque horum planorum communis ſectio recta A E. Tum ex D Quadrantis extremitate demittatur per 11. lib. 11. perpendicularis ad ſubjectum planum recta D E; quæ propterea ex defin. 3. lib. 11. facit cum rectâ A E angulum rectum. Accipiatur arcus D F, & per F in circuli plano ductâ F G parallelâ ipſi A D, per eam ductum intelligatur planum parallelum plano tranſeunti per A D. Igitur planum horizontale plana illa parallela ſecans, per 16. lib. 11. facit ſectiones A E & G H parallelas, ac proinde, cum duæ rectæ A D & A E duabus rectis G F & G H ſint parallelæ,



rallelæ, etiam per 10. lib. 11 anguli D A E, & F G H (cum illæ ſint ſimiliter poſitæ) ſunt æquales. Jam ex F demittatur in ſubjectum planum perpendicularis F H, quæ cum rectâ G H conſtituit angulum rectum. Cum itaque duo triangula A E D & G H F rectangula habeant angulum D A E angulo F G H æqualem, & reliquus reliquo æqualis eſt, atque ſimilia ſunt triangula: Quapropter ut A D ad D E, ita G F ad F H; & permutando ut A D ad G F, ita D E ad F H. Eadem erit ratiocinatio in triangulo K L I ſimiliter facto, quod erit reliquis ſimile, & ut A D ad K I, ita D E ad I L: atque ita deinceps de cæteris omnibus triangulis, quæ efformari poſſunt à lineis parallelis Radio A D, tanquam hypothenuſis, & à perpendicularibus cadentibus in ſubjectum planum ex peripheriâ circuli inclinati, & à rectis, quæ jungunt punctum, in quod cadit perpendiculum, cum extremitate altera hypothenuſæ. Quoniam verò omnes lineæ parallelæ Radio A D ſunt Sinus arcuum à puncto C incipientium (ſic I K eſt Sinus arcûs I C, F G eſt Sinus arcûs F C) omnium illarum Ratio manifeſta eſt ex Canone Sinuum, ſi arcuum quantitas in gradibus data ſit, vel nota; quare etiam nota eſt Ratio perpendiculorum D E, F H, I L. Hæc autem, quæ de Quadrante D A C dicta ſunt, etiam de reliquo Quadrante D A B intelliguntur; & quæ de hoc ſuperiore ſemicirculo demonſtrata ſunt, etiam de inferiore ſemicirculo vera ſunt, quatenus ille ad hoc idem planum horizontale R S refertur, à quo circulus bifariam ſecatur.

Jam verò integer circulus cum alio plano horizontali non Secante, ſed Tangente circulum inclinatum in puncto infimo, comparetur: ſunt autem duo hæc plana horizontalia invicem parallela; & perpendiculum à puncto D cadens in planum horizontale Tangens, eſt duplum perpendiculi D E, quemadmodum totius circuli diameter eſt dupla Radij A D. Quapropter cum nota ſit dati circuli diameter ſecundùm certam menſuram, & data ſit circuli inclinatio, ſive perpendiculi longitudo, qui eſt Sinus anguli inclinationis, facile eſt invenire ſingularum perpendicularium quantitatem. Nam ſi datur angulus inclinationis circuli ad planum Tangens (cùm hoc ſit parallelum plano Secanti) angulus ille æqualis eſt angulo D A E: quare ſicut in triangulo D A E rectangulo datur hypothenuſa A D Radius

circuli,

circuli, & angulus acutus adjacens D A E, ex quibus invenitur latus D E, ita manifeſtum fit perpendiculum à ſummo circuli inclinati puncto D in planum horizontale Tangens, quod eſt duplum lateris D E inventi.

Sivè igitur detur puncti D à plano horizontali Tangente diſtantia, ſivè inveniatur, diſtantia hæc bipartitò dividatur, ejúſque medietas tribuatur perpendiculari D E. Tum Quadrans D C in quotlibet partes æquales diviſus intelligatur, puta in decem, & ex Canone accipiantur ſingulorum arcuum Sinus gr. 81. 72. 63. 54. 45. 36. 27. 18. 9: deinde fiat ut Radius ad ſingulos Sinus, ita notum perpendiculum D E ad aliud, & proveniet ſingulorum perpendiculorum in planum Secans cadentium menſura: quibus ſingillatim addenda eſt quantitas ipſius D E, hoc eſt dimidia altitudò ſumma, ut habeatur ſingulorum altitudò ſuprà planum horizontale Tangens. Ponatur ſumma circuli elevatio à poſitione horizontali, palmi unius: igitur D E eſt ſemipalmus, qui intelligatur diſtinctus in particulas 100.000, adeóque totus palmus in part. 200.000. Ideò in ſuperiori Quadrante ſingulis perpendiculis addito ſemipalmo perpendiculorum altitudo ea eſt, quam adjecta tabella exhibet.

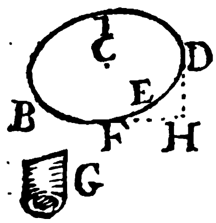
Perpendicula.

Superioris Quadr. Gr.		Inferioris Quadr. Gr.	
90	200000	90	0
81	198769	81	1231
72	195106	72	4894
63	189101	63	10899
54	180902	54	19098
45	170711	45	29289
36	158778	36	41222
27	145399	27	54601
18	130902	18	69098
9	115643	9	84357
0	100000	0	100000

Pro inferiori autem Quadrante ponendo gr. 90. in puncto contactûs circuli cum plano Tangente, lineæ perpendiculares ad

planum Secans auferendæ ſunt à ſemiſſe datæ elevationis, hoc eſt ex ſemipalmo part. 100000, & reſiduum eſt diſtantia perpendicularis à ſubjecto plano Tangente ſingulis partium punctis reſpondens; quemadmodum adjectæ tabellæ pars altera oſtendit.

His fundamentis poſitis innititur ſpecies hæc cunei petita ex circulo inclinato, qui eandem ſervans inclinationem circa ſuum centrum convertitur. Sit enim circulus B F E D, cujus centrum C, ad horizontem, ſive ad planum Verticale inclinatus, & ſit in D pondus impellendum. Potentia in B exiſtens, circulumque retinens in eâdem inclinatione, ſi illum circa ſuum centrum C circumagat, paulatim pondus impellit, prout illud tangitur modò à puncto E, modò à puncto F, donec demum à puncto B infimo ad extremum motûs terminum deducatur. Quare potentiæ motus definitur à ſemicirculi peripheriâ B F E D, motus verò ponderis à rectâ D H.



Ut autem circulus in converſione eandem ſemper inclinationem ſervet, fruſtum ligni G obliquè in parte ſuperiori ſectum, inferiùs affigatur circulo (aut contrà in parte inferiori ſectum ſuperiùs affigatur, prout commodius acciderit) atque in ligno foramen fiat reſpondens circuli centro C, per quod foramen tranſeat polus, cui centrum inſiſtit. Cum enim foramen illud perpendiculare maneat ad horizontem, circulus eandem retinet in converſione inclinationem.

Verùm quia priùs ſtatuendum eſt ſpatium D H, per quod ponderi commeandum eſt, quàm circuli amplitudo definiatur, non ſolùm ut Potentiæ motus ad ponderis motum Rationem habeat majorem pro circuli ſemiperipheriæ longitudine, ſed etiam ut quàm minimum fieri poſſit, inclinatio ipſa recedat à paralleliſmo cum plano, ad quod inclinari dicitur, ſive illud horizontale ſit, ſive Verticale, quò enim minùs directioni motûs potentiæ opponitur pondus, eò minùs reſiſtit: Propterea data linea D H ſtatuatur ut Sinus anguli inclinationis, & Radio reſpondebit diameter circuli opportuni. Sic ſi recta D H ſit linea palmaris, & angulus inclinationis ponatur gr. 10: fiat ut

gr.

.io Sinus 17365 ad Radium 100000, ita 1 palmus ad palmos $5\frac{76}{100}$ ferè, quæ eſſet diameter circuli eam inclinationem ibentis; atque adeò motus potentiæ cum circulo in gyrum tæ eſſet ad motum ponderis ſaltem noncuplus. Ex quibus ſas apertum eſt ampliorem circulum præ minore utiliorem eſſe, eteris paribus.

At circulum ipſum convolvere aut non placet, aut non licet, uia fortaſſe pondus illius peripheriæ adnexum eſt, atque idrcò non niſi in gyrum pariter cum circulo ageretur. Idem anè aſſequemur, ſi circulum horizonti, aut plano Verticali, onſtitutum parallelum potentia urgeat in B; tùm puncto D pplicetur pondus; deinde potentia pergens in F & E percurrat irculi ambitum illum deprimendo & inclinando; quandoquiem utroque modo mutatur diſtantia ponderis ab infimo uncto circuli. Ponatur enim punctum F æquè diſtans à puncto , atque punctum E diſtat à puncto D. Si potentia manens aplicata eidem puncto B convertat circulum ita, ut ipſa potenia diſtet à pondere arcu B E, pondus non adnexum circulo npellitur pro Ratione, quam arcus ille exigit: at verò ſi maente pondere applicato ad punctum D, cui adnectitur, potenia pergat ex B in F, ſimiliter diſtat à pondere arcu F D, qui ſt æqualis arcui B E; atque proinde æqualiter deprimitur, prot idem arcus exigit, juxta ſuperius explicata, & in tabellâ exoſita; atque ita deinceps, donec potentia veniat in D: ſingulas utem impulſiones metitur differentia perpendicularium.

Hìc igitur ubi pondus circulo adnexum ponitur, manifeſta ſt motûs reciprocatio: potentia ſiquidem ubi per F & E veneit in circuli punctum D, & impulerit pondus uſque in H, ercurrendo reliquum ſemicirculum D I B iterum retrahit ponlus ex H in D. At quando pondus non connectitur cum circuo, & circulus ipſe convertitur, tunc opus eſt aliquo artificio, it pondus ex H remeet in D, quemadmodum indicatum eſt apite ſuperiori.

Porrò circulus iſte non convolutus, ſed à potentiâ ejus ambitum percurrente ſecundùm alias atque alias partes inclinatus, non eſt à Ratione Cunei excludendus; quandoquidem parùm ntereſt utrùm ſimili motu potentia atque organum moveantur, in verò diſſimili motu. Quando potentia in eodem puncto B

ſemper applicata in gyrum pergit, ſimili motu cum circulo in gyrum acto movetur: quando verò potentia quidem circulariter movetur, ſed non ſecum rapit circulum, quem ſolummodò inclinat, eſt quidem diverſus potentiæ motus à motu organi, ſed ponderis motus idem planè efficitur in utroque caſu, & æqualis eſt potentiæ ipſius motus determinatus à Rationibus Cunei, quamvis hic non promoveatur, ſed ſolùm impellatur.

CAPUT VI.

Unde oriatur vis Percuſsionis.

CUnei vires, quatenus ex ejus formâ proveniunt, hactenus conſideravimus; nunc ad id, quod potiſſimum in hac tractatione videtur, tranſeundum eſt, videlicet ad percuſſionem, qua dum adigitur Cuneus, multo faciliùs conſequitur motus (ſive ſciſſio ſit, ſive ſimplex impulſio, citrà corporis diviſionem) quàm ſi onere impoſito prægravaretur, aut Vecte ſeu aliâ qualibet Facultate augerentur Potentiæ momenta. Certè Ariſtoteles Mechan. quæſt. 19. quærit, *Cur ſi quis ſuper lignum magnam imponat ſecurim, deſupérque illi magnum adjiciat pondus, ligni quippiam, quod curandum ſit, non dividit: Si verò ſecurim extollens percutiat, illud ſcindit; cum alioquin multo minus habeat ponderis id, quod percutit, quàm id quod ſuperjacet, & premit?* Id quod in cæteris quoquè percuſſionibus, ubi nulla intervenit Cunei Ratio, manifeſtum eſt; quemadmodum in ſimplici compreſſione, ut cùm lamella aurea in ſubtiliſſimam bracteolam diducitur repetitâ mallei percuſſione; quod enim, licèt immenſum, pondus vi ſuæ gravitatis tantumdem præſtare poſſet? Percuſſionis igitur natura inveſtiganda eſt, ut ejus vires in Cuneo innoteſcant.

Certum autem eſſe debet, & extra omnem controverſiam poſitum nihil eſſe in hac rerum univerſitate, quod vacet corpore, ſed corporibus omnem obſideri locum, nullúmque eſſe inane, in quod ſe recipere valeant, ac propterea corpora omnia

nia ita ſibi viciſſim ſuâ mole obſiſtere, ut nullum moveri valeat, quin alterius in locum ſuccedat; quod proinde loco pelli neceſſe eſt, quantum ſatis fuerit, ut ſubeunti corpori ſpatium concedat; ſive id contingat, quia obſiſtens corpus inter anguſtias deprehenſum ſe comprimi patiatur, ſivè quia diviſum in latera ſecedat, ſive quia circumfuſa corpora circumpellat, quæ abeuntis veſtigia ſequantur. Cum itaque nec omnia planè corpora perpetuò quieſcant, nec omnia æquali prorſus agitatione commoveantur, fieri non poteſt, quin aliquibus vis aliqua ſaltem aliquando inferatur, ſeu quia non licet diu juxta naturæ inſtitutum quieta conſiſtere, ſeu quia externo pulſu ad velociorem motum incitantur. Quare nullius corporis ex loco in locum migratio excogitari poteſt, cui nullum aliud corpus adverſetur & repugnet, vel ut ſuo ſe tutetur in loco juxta præſcriptum à natura ordinem, vel ut partium nexum, & naturalem earum poſitionem ſervet citrà diviſionem, aut compreſſionem, aut diſtractionem. Ex quo & illud conſequens eſt, quod nullum reipſa (quicquid animo finxeris) quieſcit corpus ad omnem omninò motum adeò indifferens, ut nihil prorſus retundat impetûs ab alio corpore commoto ſponte concepti, aut extrinſecùs impreſſi: nullum quippe eſt, quod neque quicquam habeat proni, neque ſurſum ſubvolare contendat, ſi diſparis ſecundùm ſpeciem gravitatis corpori permeabili proximum conſiſtat, ubi fortè ordinem perturbari contigerit: ac propterea ad motum indifferens cenſendum non eſt, niſi ut exquiſitam circuli peripheriam circa centrum gravium percurrat externâ vi impellente: id quod animo fingere facile eſt, opere exequi, ut mitiſſimè loquar, difficillimum; certè ſemper incertum.

Hoc verò diſcrimen eſt inter corpora (quantum quidem ad præſentem diſputationem attinet) quod aliqua ita liberè fluunt, ut nuſquam adhæreſcere videantur, quemadmodum aër, & extenuatus vapor: Alia liquida & fuſa manant, atque labuntur, ut aqua cæteríque humores, per quos tranſire & permeare licet, dirempti enim iterùm coëunt. Alia partibus conſtant, quæ junctione aliquâ tenentur, & ſub certâ quidem conformatione, atque figurâ conſiſtunt, quandiu nullo impellente urgentur; quia tamen facilè comprimi queunt, in aliam figuram transferuntur; cujuſmodi ſunt lutum, cera, & reliqua mollia ac tene-

ra, quæ aut ita tractabilia ſunt, ut quamcumque in formam fingantur, aut ita flexibilia, ut ſequantur quocumque torqueas: Alia demum ſolida & dura ſunt, quæ figuræ terminos, quibus circumſcribuntur, non facilè mutant, & ſi fortè ſe aliquatenus comprimi patiantur, priſtinam formam ſibi reparant. Ex hiſce quatuor corporum generibus priora rationem medij ſubire poſſunt, in quo reliquorum corporum motus exerceantur, ut ex alio in alium locum commigrent; poſteriora, ſi unum in aliud incurrat, aut ſi ſibi invicem occurrant, ea ſunt, per quæ tranſitus non pateat, ſed aliorum corporum motui tantiſper mole ſuâ unumquodque obluctatur, dum pulſu externo removeatur.

Porrò Impulſionem à Percuſſione diſtinguere opus eſt, niſi vocabulis abuti velimus; quamvis enim utraque objecti corporis reſiſtentiam inveniat, nemo tamen dixerit idem eſſe, apprehenſum manu Vectem impellendo, atque illum percutiendo deprimere, innatans aquæ lignum conto propellere, atque inflicto ictu illud à ripâ longiùs abſtrahere; etiamſi æquè & Vectis deprimatur, & lignum promoveatur. Simplex nimirum Impulſio nullum per ſe antecedentem corporis impellentis motum exigit: at Percuſſio ob idipſum, quia Percuſſio eſt, corporis percutientis motum requirit, qui ipſorum corporum colliſionem præcedat. Quare in Percuſſione intervenit inſtituti jam & inchoati motûs interruptio ex novâ objecti corporis reſiſtentiâ. Hinc Ariſtoteles lib. 4. Meteor. ſumma 3. cap. 2. ait, *Eſt autem Pulſio, motus à movente, qui fit à tactu; Percuſſio autem, cum à latione.*

Hæc omnia conjunctim Percuſſio poſtulat: Primò inchoatum eſſe jam & inſtitutum motum oportet: quamvis etenim impulſio omnis vincat corporis urgendi aut ſcindendi reſiſtentiam etiam primo motûs momento; quia tamen præcedens corporis impellentis motus, quo antè acceſſit ad corporis impulſi contactum, quàm illud urgere incipiat, omnino præter Impulſionis naturam accidit (hæc ſi quidem eadem ſequetur, etiam ſi priùs in mutuo contactu diutiſſimè quieſcant) propterea non ſatis eſt reſiſtentiam invenire, ſed hanc inſtituto jam motui intervenire neceſſe eſt, ut ſit Percuſſio. Deinde, licèt præceſſerit motus, atque adhuc continuatus novam inveniat reſiſten-

tiam,

tiam, quia alias medij ejuſdem ſcindendi partes offendit; ſi tamen æquabilis perſeveret priſtinam velocitatem aut tarditatem nulla ex parte imminutam continenter ſervans, non eſt cenſenda nova reſiſtentia; ſed quemadmodum continuus eſt idem motus aliis atque aliis partibus ſibi ſuccedentibus, ita continuatur eadem reſiſtentia, nec poſteriores medij partes percuti dicuntur, ſed, ut priùs, præcisè impelli, aut ſcindi: quia videlicet præcedens motus nihil confert ad novam hanc impulſionem prioribus omnino ſimilem. Quod ſi corpus in motu ob idipſum quia movetur, majorem atque ma orem adhiberet celeritatem, adeò ut in medio, hoc eſt aëre ipſo, reſiſtentiæ modus augeretur, facilè acquieſcam contendenti aërem verberari & percuti: ſed quia nimis facilem ſe præbet aër ad hoc, ut ſcindatur, non de hujuſmodi percuſſione medij, in quo fit motus, mihi hìc eſt ſermo, ſed potiùs de percuſſione corporis, ad quod per medium accedit corpus percutiens. Hinc aquam percuti non negaverim, quando enſis bonitatem examinaturi, utrùm ſcilicet ritè & æquabiliter in chalybem temperatum ſit ferrum, horizontalem aquæ ſtagnantis ſuperficiem plano gladio vehementer percutimus; per aërem ſcilicet, tanquam per medium antecedentis motûs, ad aquam devenit gladius; quicquid ſit, quod & ipſa aqua ad ulteriorem motum, quo enſis profundiùs immergatur, medij rationem habere poſſit. Similiter aërem ipſum percuti à corpore, quod ex aquâ emergit, haud ægrè conceſſerim, ſi id quidem ex vi præcedentis motûs contingat: eſto, minùs obſiſtat aër, quàm aqua, obſiſtit tamen, ſi à quiete dimoveatur, aut velociùs moveri cogatur, quàm moveretur, ſi hujuſmodi nova impulſio vi præcedentis motûs non accideret: Neque aër, cum primùm emergens corpus in eum incurrit, habet rationem medij, ſed perinde ſe habet primo illo momento, atque ſi tabella ſuſpenſa horizonti parallela faciem aquæ proximè contingeret, & in eam ex aqua emergens corpus incurreret; quanquam ab hac majorem, quàm ab aëre, reſiſtentiam ſubiret, atque adeò validiorem huic ictum infligeret.

Sed quid vocabula in quæſtionem fruſtra vocamus? De his loquere, ut libet: per me ſanè licebit, quando corpus ab uno fluido, per quod inchoatus eſt motus, ad aliud fluidum tranſit

(ſive

(ſive hoc magis, ſive minùs craſſum atque concretum fuerit) hujus poſterioris fluidi primum contactum cum impulſione Percuſſionem æquè appellare, atque ſi non fluidum eſſet, ſed durum; validiùs ſcilicet impetitur vi antecedentis motûs, quàm ſi corpus incurrens tunc primùm à quiete recederet. Hic ſolidorum atque conſiſtentium corporum percuſſiones perſequimur, quarum vim inquirimus, & modum recipiunt à reſiſtentiâ corporis percuſſi, quæ quò major eſt, validior quoquè cæteris paribus efficitur percuſſio. Sic ſi quis velit alteri alapam infligere, nullus erit ictus, ſi æquè velociter ad eaſdem partes moveantur tum percutientis manus, tum is, cui deſtinata eſt alapa; quia nulla eſt reſiſtentia motum manûs impediens, aut retardans: erit verò ictus genere ipſo validiſſimus, ſi ſibi occurrant, & quò majore impetu atque velocitate occurrent, eò validior; quia nullum eſt majus reſiſtentiæ genus, quàm ſi duo oppoſiti motus ſe invicem retundant. Quod ſi demum percutientis manus moveatur velociùs, quàm is, qui percutitur, quamvis ad eaſdem partes moveantur, ictus infligetur validus pro Ratione exceſsûs velocitatis, cui motus tardior reſiſtit, quatenus corpus tardum tandem à velociore deprehenditur, atque urgetur: antè ictum verò ſi corpus percuſſum quieſcat, quo velocior erit percutientis motus, validior quoquè erit ictus; ad eandem enim reſiſtentiam major motus habet majorem Rationem, quàm minor.

Vim igitur percuſſionis ex antecedenti motu originem ducere manifeſtum videtur; non quidem quâ motus eſt ex loco in locum tranſitus, hic enim ante corporum contactum ictum nullum infligere poteſt, in ictu autem ipſo motus omnis præcedens evanuit, nec jam extinctus quicquam efficere poteſt, etiamſi motui præſenti vis aliqua efficiendi tribueretur. Sed quia cum motu illo antecedente acquiſitus eſt impetus, qui adhuc durans ipſo percuſſionis momento longè plus habet virium, quàm ſi tunc omnino inciperet motus cum impulſione; augetur ſiquidem in motu impetus ab eâdem cauſa movente productus ſingulis momentis, ſemper enim ad agendum cauſa neceſſaria applicata eſt, atque, ſi maneat, utilitate non caret impetus, quem ſubſequi poteſt motus. Quid nimirum cauſæ eſt, quare ligneus globus leniter aquæ impoſitus innataret, ſi

verò

verò ex editâ turri in ſubjectam foſſam dimittatur, aquam altiùs penetrat? niſi quia impetum in motu globus acquiſivit, quo perſeverante terminos ſuæ gravitati à Naturâ præſcriptos tranſilit, eóque demum langueſcente, aut illum aqua ſurſum extrudet, aut vi ſuæ levitatis ſponte aſcendet. Sic citrà notabilem doloris ſenſum ſuſtinemus capiti impoſitum lapidem fortè bipedalem, at non item ſcrupuli duorum digitorum ex altitudine centum cubitorum decidentis ictum ferre poſſumus citrà incommodum non ſanè leve: id quod ex acquiſito impetu contingere palàm eſt, nulla quippe alia præter impetum in promptu eſt cauſa, cui vis hæc efficiendi commodè, atque probabili conjecturâ, tribuenda ſit.

Hunc impetum in motu acquiſitum *Gravitatis* nomine indigitare placuit Ariſtoteli, cùm propoſitæ quæſtioni 19. ſatisfacere contendens ait, *An quia omnia cum motu fiunt, & grave ipſum gravitatis magis aſſumit motum, dum movetur, quàm dum quieſcit? Incumbens igitur connatam gravi motionem non movetur; motum verò & ſecundùm hanc movetur, & ſecundùm eam, qua eſt percutientis.* Neque enim adeò in rebus Phyſicis Ariſtotelem, ejúſque peritiores aſſeclas cæcutiiſſe dixerim, ut gravitatem corpori inſitam, quæ prima radix atque origo eſt, cui motus debeatur, in ipſo motu revera augeri exiſtimaverint (quamvis nullâ factâ naturæ, ſaltem conſtipatis partibus, mutatione) haud ſecus, ac calori calor addatur. Sed idcirco plus gravitatis aſſumi dicitur à corpore gravi dum movetur, quàm dum quieſcit, quia in motu vi ac poteſtate ſe movendi æquiparat corpora graviora, atque adeò plus habet gravitatis non Formaliter, ſed Virtualiter & Æquivalenter, ut ipſorum Peripateticorum vocabulis utar. Cæterùm *gravitatis* nomine non ipſum pondus intelligi ab Ariſtotele ſuadet ipſa loquendi formula, qua gravitatem aſſumptam dum movetur, confert cum gravitate aſſumptâ dum quieſcit, ut hæc illâ minor cenſeatur: videtur enim Ariſtoteles in corpore gravi ad motum prono agnoſcere aſſumptum impetum, quo fieret connata ipſi corpori gravi motio, niſi impediretur, dum quieſcit; & præter hunc impetum, alium in motu acquiſitum, adeò ut demum utroque impetu moveatur, ac proinde dicatur in motu plus aſſumere gravitatis.

Quòd ſi hæc philoſophandi ratio placeat, qua corpori gravi

idcircò ſaltem ad ſpeciem quieſcenti, quòd removere non valeat ea, quæ obſtant, & motum, qui ſub ſenſum cadat, impediunt, conceditur impetus Innatus, qui ſit ipſa actualis gravitatio inſitæ gravitati addita, reipſa connitens aut adversùs ſubjectum corpus, aut contra vim ſuſpendentem: Cùm gravitas in motu alium atque alium adhibeat novum conatum ad deſcendendum, perinde videtur contingere, ac ſi toties multiplicata fuiſſet eadem gravitas, quoties multiplicatus fuit conatus priori illi æqualis. Hac autem ratione non ineptè dixit Ariſtoteles grave ipſum aſſumere plus gravitatis in motu, quia ſublato motûs impedimento & impetus Innatus ſuas omnes vires exerit, & augetur Acquiſito: ac propterea minor gravitas ſic æquivalenter multiplicata longè plus efficit, quàm ſi major gravitas incumberet, cujus impetus Innatus impediretur, ne motum efficeret ullum neque compreſſionis corporis ſubjecti, neque diſtentionis corporis ſuſpendentis. Quando autem nullus omnino motus, ſivè qui ſub ſenſum cadat, ſive qui aciem omnem fugiat, tribuitur corpori gravi, nullus quoquè ſuperadditus Impetus ipſi connatæ gravitati reſpondens concedendus eſt; neque enim deorſum reipſa connititur; quamvis in ſe habeat principium & originem gravitandi, ſi impedimentum ſaltem ex parte removeatur.

Cùm itaque omne id, quod percuſſionis ictum conſequitur, ab impetu oriatur, neque impetum gravitas, aut ulla movendi facultas, concipere valeat, quin aliquo ſaltem motu ipſa moveatur; nil mirum, ſi ingens moles prohibita, ne prorsùs moveatur, nullam labem inferat ſubjecto lapidi, quem minor gravitas cadens, atque percutiens in fruſta comminuit: minor ſcilicet gravitas liberè deſcendens multum concipit impetum, quem lapidi percuſſo communicans cogit eum in fruſta diſſilire, ſi vis impetûs ſuperet partium nexum, aut ſaltem eum concutit. Nullum autem effectum impetûs ab ingenti mole prorsùs quieſcente expectare poſſumus, quippe quæ nullum imprimere poteſt impetum ſubjecto corpori.

Hinc mirari ceſſent, qui plumbeum globulum primo mallei ictu certam compreſſionem pati obſervant, ſecundo verò ictu priori omninò æquali adhuc magis comprimi, quamvis minore compreſſione, quia particulæ jam per vim conſtipatæ validiùs

rejiciunt

ejiciunt majorem violentiam. At ſi globulum ſimilem ſubjiciant ponderi, quod illum æquè comprimat, ac prior ictus mallei, addito adhuc æquali pondere non ſequitur compreſſio globuli tanta, quæ reſpondeat ſecundo ictui mallei: ex quo ſatis conſtat duplicis percuſſionis vires non æquari à duplici gravitate. Si enim animum attentè advertant, videbunt mallei motus tam in primâ quàm in ſecunda percuſſione planè æquales eſſe, tùm ratione velocitatis, tùm ratione ſpatij, ac proinde æquali impetu malleum percutere: At factâ jam primâ ſubjecti globuli compreſſione, in qua gravitas incumbens motum habuit illi compreſſioni reſpondentem, manifeſtum eſt, propter majorem globuli jam compreſſi reſiſtentiam, non poſſe ſecundam gravitatem priori æqualem additam æquali motu, nec æquali velocitate moveri, atque propterea neque poſſe æqualem impetum concipere, quo poſſit effectum ſecundo mallei ictui ſimilem producere. Adde quod ſecundum pondus additum priori, atque illi impoſitum, ſuum habet gravitatis centrum, & commune totius ponderis globulo incumbentis centrum gravitatis transfertur in aliud molis compoſitæ punctum; ideóque linea directionis non ſimiliter incurrit in ſubjectum globulum, adversùm quem ſimiles exhibeat vires. Neque mihi facilè perſuadebis tam accuratè ſecundum pondus adjectum priori, ut poſterius gravitatis centrum in eadem ſit lineâ directionis, nec ab illâ quicquam deflectat. Quare vel poſterior hæc gravitas addita priori, jam quieſcenti, ubi facta eſt vis comprimendi par virtuti reſiſtendi, omni prorſus motu caret, & nihil impetûs poteſt concipere, aut imprimere; vel ſolùm tenuiſſimum, & qui vix poſt multum tempus conſpicuus fiat, motum habet, & non niſi levem impetum imprimit, quo ſubjectus globulus demum aliquantulo compreſſior appareat: ideò, ut compreſſio ſimilis illi, quæ fit à ſecundo mallei ictu, habeatur, neceſſe eſt gravitatem additam eſſe adhuc majorem, ut gravitas tota compoſita impetum efficere valeat, quem conſequatur motus æqualis ſecundæ illi compreſſioni à malleo factæ.

Cur itaque ſecuris ligno incumbens, quamvis ingenti prægravata pondere, vix levem fiſſionem inferat ſubjecto ligno, quod tamen altiùs penetratur ab eâdem ſecuri cadente & percutiente; in promptu cauſa eſt: quia videlicet compreſſio, quæ

& impulſio eſt, cum motu quidem fit, ſed ipſo ſtatim initio & in progreſſu adeſt reſiſtentia, ne producatur totus impetus, quem vis motiva poſſet efficere, & motus non eſt, niſi quantum impellitur objectum corpus; ideóque ſecuris vi ponderis incumbentis non valet in hujuſmodi motu alium impetum concipere præter illum, quem fert præſens motus, qui valde exiguus eſt: At percuſſio ea eſt, ut cùm primùm ſecuris cadens applicatur ligno, jam multum habeat concepti imptus in aëre libero, & nihil adhuc reſiſtente ligno, ac propterea poſſit velociùs moveri comprimendo & dividendo ſubjectum lignum. Ex quo fit onus ſecuri impoſitum tantæ gravitatis eſſe oportere, ut quæ Ratio eſt ſpatij à ſecuri cadente decurſi ad ſpatium, quo illa penetrat lignum, ea ſaltem ſit Ratio gravitatis conflatæ ex ſecuri & addito pondere ad gravitatẽ ſimplicis ſecuris, ut fieret æqualis ſciſſio ab eâdem ſecuri: ut videlicet tantumdem impetûs concipiatur à magnâ gravitate in exiguo motu præſente reſiſtentiâ, quantum impetûs concipitur à ſecuri in antecedente motu longiore abſque reſiſtentiâ ullâ, præterquam medij.

Similiter nullum adhiberi poſſe pondus, quo aureæ lamellæ impoſito hæc diduci poſſit in ſubtiliſſimam bracteolam, quemadmodum vi mallei percutientis, ex iiſdem principiis conſtat. Attende enim, quanto motu moveri poſſit illud pondus comprimens; utique non niſi quantum eſt altitudinis diſcrimen inter lamellam & bracteolam: at tantillum ſpatium, in quo exercendus eſſet motus, quam Rationem habet ad toties multiplicatum ſpatium, in quo iteratis ſæpiùs ictibus liberè movetur malleus? Cùm itaque minimus motus, aut etiam fortaſsè nullus, poſt tenuiſſimam auri compreſſionem ingenti illi oneri conveniat, nil mirum ſi exiguo impetu ferè nihil efficiat, cùm tamen malleus novo ſemper impetu ſingulis ictibus concepto aliquam, licèt ſemper minorem atque minorem, compreſſionem efficiat.

Ut autem res hæc pleniùs innoteſcat, obſerva impulſionem, qua corpus urgetur, opponi tractioni, & compreſſionem partium diſtractioni, atque ſicut corporis, quod urgetur, particulæ aliquando comprimuntur, ita corporis, quod trahitur, particulas aliquando diſtrahi, aut divelli, neque diſſimilem eſſe reſiſtentiam corporum vi ſuæ gravitatis, ne impellantur, aut

ratione

ratione poſitionis partium, ne comprimantur, ac ne trahantur, aut particularum nexus diſſolvatur. Quapropter ubi primùm incipit impulſio aut tractio, ſive compreſſio aut diſtractio, incipit etiam reſiſtentia, quæ eò major evadit, quò majorem violentiam ſubit corpus. Hinc eſt potentiam impellentem aut trahentem ſemper minore impetu ferri, quàm ſi liberè moveretur, dum nulla adeſſet reſiſtentia. Sic ſi quis funiculum, quem retinet clavus parieti infixus, arripiat, atque jam extentum trahat, illum quidem multo niſu intendit, ſed nec illum diſrumpere valet, nec clavum revellere: ſed ſi eodem conatu funiculum languidum nec dum extentum trahat, celeriter movetur manus, antequam funiculus extendatur, & facilè aut hic abrumpitur, aut ille revellitur. Quia nimirum extenti jam funiculi reſiſtentia, ne intendatur, impedit, ne potentia pro Ratione ſui conatûs moveatur, multo impetu abſumpto in vincendâ illâ reſiſtentia; neque movetur potentia niſi cunctabunda, & per breviſſimum ſpatium, quantum vi intenſionis funiculus magis extenditur: At ubi languidus eſt funiculus, potentia abſque ullo retinente per aliquantum ſpatij liberè movetur, & totum impetum ſuo conatui reſpondentem in efficiendo celeri motu impendit, quem jam notabiliter auctum invenit funiculus, cum primùm eſt extentus, & adhuc magis augetur perſeverante eodem conatu. Quare cùm multò major ſit impetus, ſatis eſſe poteſt non ſolùm ad intendendum funiculum, verùm etiam ad illum diſrumpendum, aut, ſi hujus particulæ validiore nexu jungantur, ad revellendum clavum.

Ex his habes, quid reſpondeas doctiſſimis viris vim percuſſionis inveſtigantibus. Ut appareat, quantâ vi plumbeus globulus unciarum duarum ex cubitali altitudine cadens percuteret ſubjectum corpus, exiſtimârunt ſatis innoteſcere, ſi globulus ille funiculo cubitali adnecteretur chordæ arcûs medio loco inter extremitates. Tum ſublatus globulus uſque ad chordam ipſam, dimiſſus eſt, atque obſervatum eſt punctum, ad quod adducta eſt chorda: proclive enim erat arguere, globulum tantâ vi percuſſurum ſubjectum corpus, quantâ vi inflectebat baliſtæ arcum. Quare tentando varia pondera addiderunt chordæ arcûs, donec demum pondus decem librarum chordam ad idem punctum adduxit, ad quod adducta fuerat à globo ca-

dente, atque in eodem flexionis ſtatu chordam & arcum detinuit. Arguebant igitur percuſſionem globi plumbei duarum unciarum ex cubitali altitudine cadentis æquiparari preſſioni decem librarum. Ulteriùs autem progrediendo, adhibita eſt baliſta alia validior, cujus arcus ob duriorem ferri temperationem minùs erat flexibilis: quapropter cum ejuſdem potentiæ eadem ſit vis, ejuſdem globuli ex eâdem altitudine ſimiliter cadentis non niſi eædem eſſe poterant vires ad vincendam æqualem reſiſtentiam: atque adeò durioris arcûs minor flexio æquè reſiſtens, ac major flexio arcûs mollioris, breviore termino definivit deſcenſum globuli plumbei, & ad propius punctum adducta eſt chorda. Verùm, ut in eodem flexionis ſtatu fortior hic arcus retineretur, non ſatis fuit decem libras appendere, ſed viginti librarum pondere opus fuit. Hinc inferebant eandem ejuſdem globuli duarum unciarum percuſſionem æquare non ſolùm vires librarum decem, ſed & viginti: atque uſque eò argumentationem deducebant, ut aſſumpto robuſtiore aliquo arcu concluderent, ne pondus quidem librarum mille ſatis eſſe ad arcum illum in eâ poſitione retinendum, ad quam fuiſſet adductus à globo duarum unciarum cadente: id quod vim quandam percuſſionis infinitam indicare videbatur.

Verùm quamvis hos ingenioſorum hominum conatus non modò non improbem, ſed multâ commendatione dignos exiſtimem, liceat tamen mihi argumentationis infirmitatem exponere; tam enim non eſt vis percuſſionis duarum unciarum infinita, quàm infinita non eſt vis preſſionis decem librarum. Quando enim vi ponderis adnexi flectitur arcus, utique pondus deſcendit, & ſuâ gravitate ſuperat rigidi chalybis vires, donec demum æqualitas quædam intercedat inter vim arcûs elaſticam, & gravitatis conatum ad deſcendendum; tunc ſcilicet fit conſiſtentia. Prout igitur robuſtiores ſunt arcus, minùs permittunt deſcendere pondus chordæ appenſum, ſi omnia ſint paria: Nam ſi brevior ſit arcus mollis & languidus, longior verò arcus durioris temperationis, fieri poteſt, ut idem pondus æqualiter adducat longiorem chordam atque breviorem, ſimili planè ratione ac de ponderibus fune ſuſpenſis præponderantibus atque æquilibribus dictum eſt lib. 3. cap. 12. ideò ponendi ſunt arcus ita ſimiles & æquales, ut ſolâ ferri temperatione diſcrepent.

crepent.

crepent. Si igitur validioris arcus repugnantia, ut flectatur ad duos digitos, tanta eſt, quanta repugnantia mollioris arcûs, ut flectatur ad ſex digitos, patet non eſſe eumdem impetum decem librarum deſcendentium ſolùm per duos priores digitos, atque per ſex: ac proinde cùm decem libræ applicatæ arcui validiori ſolùm poſſunt per duos digitos (& quidem lentiùs propter majorem reſiſtentiam) moveri, minus poſſent, quàm per impetum conceptum in motu ſex digitorum; & propterea neque poſſent illius robuſtioris arcûs chordam adducere ad duos digitos; ſed neque adductam ab aliâ potentiâ poſſent retinere in eo ſtatu ac poſitione: quia etiam ſi vis elaſtica arcûs robuſtioris inflexi ad duos digitos par eſſet virtuti elaſticæ arcûs imbecillioris inflexi ad ſex digitos, cui reluctantur decem libræ; hæ minùs repugnant, ne ad duos digitos, quàm ne ad ſex attollantur; igitur decem libræ minùs reſiſtunt virtuti elaſticæ arcûs fortioris, adeóque nec poſſunt in eo flexionis ſtatu retinere arcum fortiorem & chordam: ſi enim pares ſunt vires elaſticæ arcûs inflexi ad duos digitos, & arcûs inflexi ad ſex digitos, pari impetu ſe reſtituunt, ut parem violentiam excutiant; at pondus par utrique chordæ adnexum non pari velocitate movetur, ſi ad duos ac ſi ad ſex digitos attollatur; igitur minùs reſiſtunt decem libræ motui duorum, quàm motui ſex digitorum.

Porrò vis globi cadentis non eſt comparanda cum pondere quatenus retinente chordam in eadem flexione, ſed quatenus illam adducente & flectente, ut motus cum motu, non verò motus cum quiete comparetur. In eo autem motu ponderis adducentis chordam, & arcum inflectentis, quò major eſt reſiſtentia, eò minor eſt impetus & velocitas, qua pondus illud movetur: igitur idem pondus non parem vim habere poteſt, ubi diſpari impetu & velocitate movetur. At globus cadens antequam incipiat trahere chordam, nullum prorſus habet impedimentum, ſed ſivè fortior, ſivè mollior ſit arcus, eodem impetu & velocitate movetur; ubi verò reſiſtentiam invenit, ſolùm deſcendit ulteriùs pro ratione repugnantiæ; & factâ demum æqualitate inter vim deſcendendi à globulo acquiſitam, & vim elaſticam in arcu, ceſſat deſcenſus, atque extincto impetu acquiſito, vi elaſticâ vincente globuli gravitatem, hic ſurſum

ſum trahitur. Cùm itaque quicquid vi extrinſecùs aſſumptâ movetur, moveatur juxta exceſſum virtutis motivæ ſupra reſiſtentiam; ſi æqualis reſiſtentiæ menſura, quæ ex diſſimilium arcuum majori aut minori flexione deſumitur, eumdem exceſſum virtutis motivæ exigat, ut vincatur, & hunc exceſſum habeat globulus cadens, nil mirum, ſi idem globulus cadens id præſtare poſſit, quod ſuperat vires alicujus ponderis, cujus vis movendi non eumdem ſemper exceſſum habet ſupra illam reſiſtentiam priori reſiſtentiæ æqualem; quia videlicet non æquali impetûs intenſione aggreditur motum, ubi ipſo ſtatim initio major invenitur difficultas, & tardior eſt motus. Non eſt igitur vis infinita globuli duarum unciarum nullo impedimento prohibiti; quin ad trahendam cujuſcumque arcûs chordam ſemper afferat, exempli gratiâ, centum gradus impetûs in motu acquiſitos, quando pondera majora & majora tractionem incipientia à quiete non parem habent impetûs exceſſum, ſed minorem & minorem pro duriore arcûs temperatione. An infinitam dixeris equi virtutem, qui ſolus in liberâ planitie currum trahat, ad quem trahendum in eâdem planitie altioribus atque altioribus nivibus obſitâ requiruntur plures & plures equi? igitur nec infinita eſt vis decem librarum, qua flectitur arcus mollis, quia ad flectendos arcus fortiores majus & majus pondus requiritur: huic autem virtuti decem librarum æqualis eſt vis globuli cadentis; hæc igitur & ipſa finita eſt. Nimirum aucta reſiſtentia quodammodo imminuit virtutem agendi; ac propterea non ſatis aptè comparantur decem libræ cum viginti libris perinde, atque ſi utræque eſſent omnino liberæ; ſed unumquodque pondus componi debet cum ſuâ reſiſtentiâ, ut demum habeatur exceſſus virtutis motivæ ſupra reſiſtentiam.

At, inquis, arcus fortior retinetur à libris viginti, & infirmior à libris decem. Ita planè eſt: ſed hìc pondera propriè non habent rationem efficientis, ſed potiùs reſiſtentis, quatenus impediunt arcuum vim elaſticam, ne ſe reſtituant: cùm verò virtutes elaſticæ ex genere ſuo propter diſparem temperationem inæquales ſint, nil mirum, ſi ab inæqualibus reſiſtentiis impediendæ ſint, ne agant. Hinc autem non eſt deſumenda ulla comparatio cum virtute globuli cadentis, quippe qui acquiſitum impetum amittens non habet vim retinendi arcum in

eo

o ſtatu; ad quem illum adduxit: at ponderis adnexi gravitas nanet, & ibi retinet arcum, quò eum adduxit; niſi fortè ali- |uem impetum acquiſierit in deſcenſu, quo pereunte, aliquan- ulum præpolleat vis elaſtica, & ſurſùm retrahat appenſum ›ondus. Licet igitur globulo cadenti æqualiter reſiſtere dican- ur arcus fortior qui minùs flectitur, & mollior qui magis flecti- ur; poſtquam tamen jam per vim inflexi ſunt arcus, naturali- er partes minùs flexibiles validiùs conantur ſe reſtituere, quàm lexibiliores: quemadmodum gravitas ut quatuor, & gravitas ıt duo, ſi moveantur per vim motu reciprocè ſubduplo, æqua- iter reſiſtunt moventi; ſed ſi utraque ſuſpendatur, inæquali- er conantur ſuos motus naturales.

CAPUT VII.

Quàm diſpares ex motûs velocitate ſint percuſsiones.

PErcuſſionem ex ea parte, quatenus à ſimplici Impulſione diſtinguitur, motum exigere antecedentem, quo impetus cquiratur, ſuperiori capite definitum eſt. Nunc verò, quia pro ıotuum velocitate diverſâ diſpares ſunt percuſſionum vires, uærendum eſt, unde diſſimilitudo iſta procreetur, & quænam ervari Ratio videatur, ſivè inæquales ejuſdem corporis, ſive iverſorum corporum percuſſiones inter ſe comparentur. Eſt utem conſiderandum in Impetu, qui eſt proximè efficiens mo- ım, aliud eſſe ejus quantitatem, ſivè entitatem accipere, aliud ı ejuſdem Intenſione conſiſtere: intenſionem conſequitur ve- ›citas motûs, at ex entitate ipsâ magis extensâ, quamvis mi- ıùs intensâ, ac proinde ex motu tardiore, oriri poteſt validior ctus, de quo in ſequentibus. Ex motûs autem velocitate, quæ orpori vi præcedentis motûs congrueret, ſi nihil obſtaret, per- uſſionem fieri majorem tam certis experimentis conſtat, ut vel æci, ſi quando præſidentes concitatiùs ambulando caput ad ›bjectum parietem allidunt, id abundè teſtari valeant; corpus

ſiquidem, quod motui reſiſtit, majori & velociori motui magis reſiſtit, quare & percuſſio fit validior.

Ubi verò de motûs velocitate ſermo eſt, non videtur diſſimulanda medij ſcindendi reſiſtentia; hoc quippe tardiori motui minùs, velociori magis obſtat. Si enim ex lento & flexili virgulto abſtractam virgam per aërem molli brachio huc, illuc, ſurſum, deorſum duxeris, hæc, aëre tenuiſſimam aut ferè nullam compreſſionem ſubeunte, vix, aut ne vix quidem, tantulum à directâ ſuarum partium poſitione deflectet: at ſi eam vehementiùs agitaveris, aëre tantam particularum compreſſionem renuente, manifeſtè inflexam videbis, & illatam ſibi vim aër acuto ſibilo prodet. Sic baculo aquam ſenſim ac leniter dividens non admodum repugnantem experiris; at velociùs concitanti illa validè reſiſtit, eóque validiùs, quò craſſior fuerit baculus. Ex his liquidò conficitur de percuſſione philoſophantem fruſtra medij reſiſtentiam mente abſtrahere: Nam ſi nulla eſt ſine motu percuſſio, nullus motus niſi per medium, neque ſinè certa velocitatis aut tarditatis menſurâ, cui medium inæqualiter reſiſtit; utique & motum à percuſſione ita mente pariter ſejungere poteris, ut nihil prorſus de motu cogites, ſi nullam cum medio rationem habendam exiſtimas: At motum, ejúſque velocitatem attendendam eſſe in percuſſione nemo negat; igitur neque medij reſiſtentiam, quæ velocitati modum aliquem ſtatuit, omnino contemnere oportet.

Hinc duæ ferè ex diametro oppoſitæ ſententiæ cavendæ ſunt, quarum altera gravium inæqualium motum ſtatuit ipſorum gravitatibus analogum, ut decuplò velociùs moveatur illud, quod eſt decuplò gravius: altera æqualem omnibus velocitatem tribuit. Utramque manifeſta experimenta falſitatis redarguunt, ſi ex congruâ altitudine inſtituantur: Si enim ex valdè editâ turri inæqualia corpora, aut ejuſdem, aut diverſæ ſecundùm ſpeciem gravitatis dimittas, illud, quod gravius eſt, terram citiùs attingere obſervabis, ſed tam brevi momentorum diſcrimine, ut nulla ſubeſſe poſſit ſuſpicio ſervatæ velocitatum cum gravitatibus analogiæ, neque tamen de velocitatum inæqualitati dubitari queat. Meis ſcilicet auribus & oculis fidem abrogare nequeo, quicquid obtrudant aliqui in contrarium ſua aut aliorum experimenta afferentes ex nimis brevi altitudine.

Nam

am & ſæpiùs in profundiſſimum puteum inæquales lapides miſi ſimul; & ictuum ſonitum alium alio priorem ſemper au-vi; id quod ſatis eſt ad illam velocitatum omnimodam æqua-:atem rejiciendam, quamvis uter prior aquam attigerit, certò gnoſcere non valeret auris; quòd ſi alter in ſubjectam peluim neam, alter in vas ligneum decidiſſet, potuiſſet auris dijudi-ıre ex ſonitu: Et ex altiſſimâ turri Bononienſi dimiſſa pondera ıæqualia obſervavi initio quaſi æqualiter deſcendere ita, ut :ulus nullam velocitatum diſſimilitudinem adhuc dignoſce-:t; deinde procedente deſcenſu paulatim gravitas major præ-urrere notabiliter incipiebat, ſempérque magis augebatur ve-›citas, adeò ut aliquando gravitas major terram attigerit, uando minor adhuc aberat intervallo pedum quadraginta, uemadmodum ex notâ in turris latere dimetiri licuit. Verum uidem eſt breviſſimâ temporis menſurâ & hanc minorem in :rram decidiſſe. Id quod fortaſſe fucum fecit non animadver-:ntibus magnæ velocitati multum reſpondere ſpatij, quod uaſi momento percurritur; ac propterea æqualitatem veloci-atum utrique gravitati tribuendam cenſuerunt, quia exiguum rat temporum diſcrimen. An vellus, quantum pugno com-›rehenditur, æquè velociter ac prægrande ſaxum deſcenſurum :xiſtimas? Figuræ dices tribuendum plurimum, non enim ab ›mnibus corporibus æquè facilè dividitur aër nunquàm non luctuans. Ita ſane: igitur ſi aër inæqualiter reſiſtit, inæqua-iter moveri poſſunt corpora cadentia. Adde non diſſimiliter gravia & levia ad ſuos motus à naturâ incitari; atque adeò ſi, ıbi plus eſt levitatis, velociorem motum ſurſum obſervamus, :tiam, ubi plus eſt gravitatis concitatiorem motum deorſum ırguere debemus. Aquam in longiore fiſtulâ vitreâ aliquan-diu agita, ut aër fiſtulæ incluſus aquæ admiſceatur: ubi ab agi-:atione ceſſatum fuerit, majores aëris particulas citò aſcenden-tes videbis, dum minores cunctabundæ paulatim moventur: id quod clariùs conſtabit, ſi aquæ loco hydrargyrum in fiſtulam admiſeris. Quidni igitur gravia pariter deorſum diſpari velo-citate moveantur, ſi inæqualia fuerint?

Non tamen ſervandam eſſe gravitatum analogiam hinc apertè conſtat, quod in corporibus ejuſdem ſpeciei Ratio gra-vitatum eadem eſt ac magnitudinum: magnitudines autem

ſunt in triplicatâ Ratione homologorum laterum: At impedimentum, quod ex medio ſcindendo oritur, & velocitati modum ſtatuit, non eſt ipſis magnitudinibus analogum, ſed ad ſummum ea eſſe poteſt Ratio, quæ inter corporum ſuperficies intercedit; hæ autem tantùm ſunt in duplicatâ Ratione laterum homologorum. Non igitur velocitates, quatenus ab impedimento temperantur, ſunt directè gravitatibus analogæ. Ubi autem corpora non ejuſdem ſecundùm ſpeciem gravitatis, habuerint gravitates magnitudinibus reciprocè analogas, atque adeò æquali gravitate abſolutâ, ſeu pondere, prædita fuerint, adhuc inæquales eſſe aëris reſiſtentias, ſi figuræ ſimiles ſint, ſatis probabiliter concedimus, plus ſiquidem majori repugnat, quàm minori: ſi verò & diſſimiles figuræ, & inæquales gravitates ponantur, ex omnibus ſimul compoſitis quodammodo conflari reſiſtentiarum Rationem facile eſt opinari; ſed Rationis terminos temerè definire non auſim.

Porrò certam legem, qua in reſiſtendo aër contineatur, omninò afferre non poſſumus, ſi quemadmodum ille reſiſtat, perpendamus. Non eadem eſt aquæ & aëris reſiſtendi Ratio, ne dividatur; aqua enim nondum in vaporem extenuata, & fuſa, conſtipari ſe, & in anguſtiora ſpatia coarctari non ſinit; ſed ubi locum deſcendenti ex aëre corpori concedere cogitur, ſuperficiem intrà vas, quo continetur, attollens tantumdem aëri, quem impellit, ſurripit ſpatij, quantum immerſo corpori permittit. Aut ſi non deſcendat corpus, ſed obliquè feratur (ut ſi baculum partim aquæ immiſſum, partim extantem tranſverſum agas, aut navis prora illam findat) tunc quæ motui opponitur, aqua criſpatur, & baculus ſivè navis foveam ponè relinquit, in quam deinde aqua refluat; quò autem craſſior baculus aut amplior prora, & vehementior atque concitatior fuerit motus, aqua impulſa altiùs aſſurgit, & magis depreſſa fovea apparet. Ex quo ſatis apertè conſtat à corpore, quod movetur, proximas aquæ oppoſitæ particulas impelli, & per has interjectas etiam reliquas in aëris locum protrudi.

At verò aër, quem facilè comprimi & dilatari tam multis experimentis novimus, dum locum corpori commoto concedit, neque opus eſt, ut ſupremi ætheris regionem invadat locum ſibi quærens, neque in foveam excavatus vel ad momentum

hiat;

hiat; ſed tantiſper dum ejus particulæ circumpulſæ in abeuntis corporis relictum ſpatium ſuccedant, quæ antè ſunt, comprimuntur, quæ ponè, dilatantur; compreſſæ autem ſe explicantes aërem lateribus adhærentem repellunt, quem dilatatæ attrahunt ſe contrahentes. Si tardus ſit motus, exiguâ aëris conſtipatione aut diſtractione opus eſt; at ſi velocior, oppoſitæ aëris particulæ magis comprimuntur, ſequentes magis dilatantur; quæ proinde ſe reſtituere vehementiùs conantes, etiam velociorem efficiunt reliquarum particularum circumpulſionem. Verùm quia ſapientiſſimo Naturæ inſtituto ita comparatum eſt, ut quàm minimum ejus ordo perturbetur, & minimam, quoad fieri poſſit, corpora ſingula patiantur violentiam, hanc pluribus potiùs diſpertiendam cenſuit, quàm uni ſubeundam: propterea ſi digitale ſpatium multo aëri ſurripiendum eſt, exigua contingit ſingulis particulis naturalis ſpatij jactura, quam diſſimulanter ferunt, nec admodum repugnant; contra verò ſi modicus ſit aër, & tantumdem de ejus ſpatio demendum ſit, reluctatur acriùs, ut pro viribus naturæ jura tueatur. Hinc ſi corpus, quod movetur, brevi intervallo abſit à corpore ſolido & duro, quod ejus motum obſiſtendo compeſcet, atque ideò etiam aërem impulſum remoratur, hunc inter anguſtias deprehenſum magis conſtipari neceſſe eſt, magiſque reſiſtere. Non eſt tamen aëri denegandum, quod cæteris corporibus ultro concedimus; nam & ipſe jam commotus ex concepto per impulſionem externam, aut ex vi ſuâ elaſticâ, impetu faciliùs pergit inſtitutum iter conficere, quàm ſi tunc primùm à quiete recederet: Ex quo fit in motu corporis accelerato, licèt ratione habitâ velocitatis augenda eſſet reſiſtentia aëris, hanc tamen non augeri niſi pro exceſſu velocitatis illius ſupra motum, quo aër moveretur ad eaſdem partes, niſi acriùs ab ipſo corpore urgeretur.

Hanc aëris reſiſtentiam paulò explicatiùs commemorare placuit eo conſilio, ut mihi ipſe perſuadeam non modò ipſum nihil omnino non officere motui, verùm etiam tam fieri non poſſe, ut percuſſionibus certiſſimam legem ſtatuamus, quàm evidens eſt adeò inconſtantem & variam eſſe aëris reſiſtentiam, ut ad calculos ſubtiliter & exquiſitè revocari nequeat, quippe quæ ex tam variis cauſis pendet: quemadmodum enim

aquæ, cæterorúmque liquorum diſſimilium reſiſtentia inæqualis conſpicua eſt, ita purum ac tenuem aërem non æquè reſiſtere atque craſſum & concretum ratio ſuadet: quis autem ſyncerum aërem ab aëre cum terræ expirationibus permiſto diſcernat? Quid ſi corpus in motu aërem aliò directum, aut in contrarias partes reflexum, aut turbine aliquo perverſum atque adhuc agitatum offendat? an non aliquis velocitatis gradus imminuitur? Sed quis certum habeat, utrùm quieſcat aër, neque corporis impetum frangat, aut reprimat alienâ impreſſione adverſus, an verò ad eaſdem partes delatus motui obſecundet, & velocitati faveat? Quare laudandi quidem quicumque percuſſionum naturam veſtigantes, & ea, quibus in ejus notitiam deduci poſſent, conjecturâ proſpicientes, in inſtituendis experimentis ſedulò ſe exercuerunt; parùm tamen mihi de veritate blandiri me poſſe arbitrarer, ſi hæc quaſi Apodixes temerè reciperem; ſed neque ore tam duro fuerim, ut ea prorsùs rejiciam. Confirmatis igitur experimentis me duci ſinam, quatenus ad veritatis ſimilitudinem me proximè acceſſurum ſpero.

Percuſſio itaque, ſi motum naturalem ex gravitate ortum ſubſequatur, certam aliquam Rationem ob idipſum ſortiri videtur, quia cum velocitate conſentit impetus: velocitas autem ex ſpatio deprehenditur æqualibus temporibus reſpondente; ſpatia verò cum temporibus comparata certis Rationibus definita videri, iterata experimenta docuerunt, quæ vix quiſquam ſanus neget; in iis ſiquidem tot doctiſſimi viri poſt Galilæum verſati ſunt pari exitu, & ſummo conſenſu, ut in his omnibus inſit quidam, ſine ullo fuco veritatis color. Hujus rei ſpecimen exhibeamus in globo argillaceo unciarum octo, qui ſpatio unius ſcrupuli ſecundi (quantus ferè eſt pulſus arteriæ hominis ſani) obſervatus eſt percurrere pedes Romanos 15; duplo autem tempore incipiendo à quiete, hoc eſt ſcrupulis ſecundis duobus, pedes 60: quare ſi priori ſcrupulo ſecundo reſpondent pedes 15, poſteriori tribuendi ſunt pedes 45: igitur motus eſt celerior, cùm majus ſpatium pari tempore confecerit. Plura hujuſmodi experimenta (ſi te à tentando abſterreat labor) ſuppeditabit Ricciolius tom. 1. Almag. lib. 9. ſect. 4. cap. 16. ex quibus demum infertur velocitatis incrementa fieri juxta incrementum progreſſionis Arithmeticæ numerorum imparium ab unitate

te incipientis 1.3.5.7.9.11.13, &c. adeò ut, ſi quod ſpatium primo momento percurritur, ſtatuatur ut 1, triplo velociùs moveatur corpus grave deſcendens in ſecundo momento, quintuplo velocius in tertio, ſeptuplo velociùs in quarto, atque ita deinceps. Quoniam verò numerorum imparium ſeries ab unitate incipiens hoc habet, quòd, ſi colligantur in ſummam, numeros quadratos conſtituant; hinc eſt, quòd collectis in ſummam omnibus incrementis velocitatis (hoc eſt omnibus ſpatiis, ex his quippe dignoſcitur velocitas) habeatur numerus quadratus temporis, quod duravit motus. Collatis igitur invicem duobus motibus naturalibus ejuſdem corporis gravis, ſed non iſochronis, erunt ut quadrata temporum ita & ſpatia, atque è converſo ut ſpatia inter ſe, ita & temporum quadrata.

Hinc cognito ſpatio, quod à dato corpore gravi percurritur dato tempore, ſtatim innoteſcet, quantum ſpatij conficere valeat alio tempore dato, vel quanto tempore aliud datum ſpatium. Quæratur enim, quantum ſpatium deſcendendo percurret uno horæ quadrante globus idem argillaceus, qui uno minuto ſecundo Romanos pedes 15 percurrit? Datum tempus, ſcilicet horæ quadrans, ſcrupula Secunda 900 continet, cujus numeri quadratum eſt 810000. Fiat igitur ut 1 ad 810000, ita pedes 15 ad 12150000: qui pedum numerus in milliaria Italica reſolutus dat milliaria 2430, quæ uno horæ quadrante conficeret. Viciſſim quæratur quantum temporis idem globus inſumeret in primo milliari percurrendo, hoc eſt ped. 5000. Fiat ut 15 ad 5000, ita 1 quadratum dati temporis, ſcilicet unius ſcrupuli ſecundi, ad 333 $\frac{1}{3}$ quadratum quæſiti temporis; cujus quadrati Radix inveſtiganda eſt, & demum invenitur Scrup. ſec. 18 $\frac{1}{4}$ & paulo ampliùs; nam huic tempori præciſè reſpondent ſolùm pedes 4995 $\frac{15}{16}$.

Incrementa hæc velocitatis ex concepti impetûs incremento deſumenda eſſe nullus dubito; ſed operoſum videri poſſet augeſcentis impetûs cauſam exponere. Cùm junior Ariſtotelem interpretarer, & primas curas hujuſmodi rerum contemplationi impenderem, hanc excogitavi hypotheſim; videlicet impetûs producti diuturnitatem maximam duobus tantùm momentis circumſcribebam, ita ut primo momento oriretur, ſecundo

æqualem

æqualem ſibi impetum gigneret, in quo ſuperſtes eſſet, tertio periret: gravitati autem ſingulis momentis vim producendi certum impetûs gradum ſibi congruentem tribuebam. Hinc corpus deſcendens primo momento primum habebat impetûs gradum à gravitate productum; ſecundo momento primus ille gradus alium gradum gignebat præter eum, qui à gravitate tunc oriebatur; quare duo novi gradus cum uno antiquo tres gradus conſtituebant. Tertio momento primus gradus peribat, duo ſecundi gradus duos pariter producebant, & gravitas ſuum tertium gradum; quare quinque gradus erant. Quarto momento duobus ſecundis gradibus pereuntibus, tres gradus tertio momento producti reliqui erant, & ſibi tres alios gradus addebant, quos producebant, atque gravitas ſuum quartum gradum efficiebat, ut in univerſum eſſent ſeptem gradus. Ex his ſeptem quinto momento peribant tres tertij gradus; quatuor reliqui item alios quatuor adjiciebant quinto gradui à gravitate proficiſcenti, & erant novem. Atque ita deinceps, tot pereuntibus gradibus, quotum erat momentum uno interjecto præcedens, & tot productis, quotum erat ipſius motûs momentum. Sic momento vigeſimo nono peribant gradus 27 producti momento vigeſimo ſeptimo, remanentibus gradibus 28 productis momento vigeſimo octavo, à quibus totidem producebantur unâ cum gradu proprio gravitatis, hoc eſt gradus 29, & tunc erat impetûs intenſio graduum 57 momento vigeſimo nono. Quemlibet verò terminum in ſerie numerorum imparium facilè invenies, ſi illi duplicato demas unitatem: ſic quærens octavum terminum ex denominatore termini duplicato, ſcilicet bis 8, hoc eſt 16, deme unitatem, & 15 eſt octavus terminus: ſic terminus ſeptuageſimus habetur demptâ unitate ex 140, & eſt 139.

Huic hypotheſi cum Phenomeno optimè conveniebat, & ea ſtatuebatur impetûs intenſio, quæ velocitati efficiendæ par eſſet, ſervatâ incrementorum Ratione, quæ ex iteratis experimentis innotuerat. Verùm commentitia, & fabulæ proxima videbatur tàm brevis impetûs vita, quam non niſi duo momenta metirentur: in iis ſanè, quæ vi externâ moventur, & longiùs projiciuntur, aut in gyrum aguntur, licet extinctâ effectrice causâ impreſſus impetus diutiùs permanet; quidni & impetus

ſponte

onte ſuâ conceptus, ſuæque origini cohærens aliquandiu perveret? quippe qui aut ejuſdem, aut ſaltem non deterioris naıræ cenſendus eſt. Adde nimis incertum eſſe, an impetus im:tum producere valeat in eodem corpore, cui ineſt, quamvis npetum in alienis corporibus percuſſis efficiendi vis illi conceıtur: nam & calor, & cæteræ qualitates effectrices, quas de:rditas ſibi forma ſubſtantialis reparare incipit, non alios ſimi:s gradus ſibi addunt, licèt eos in proximo corpore efficere va:ant. Præterquam quod, cur illo ipſo momento, quò primùm xiſtit impetus, ſimilem gradum non producit? nihil ſcilicet ildeeſt, nullo impedimento prohibetur, neque cauſam ætate ræcedere effectum, ſed origine, neceſſe eſt. Si autem primo ıomento & oritur impetus, & impetum efficit, hic pariter ſuam im primo eodem momento exerens alium impetum producit, c infinita graduum impetûs æqualium multitudo conſurgit; ujus ne veſtigium quidem apparere poteſt, cùm in cauſarum c effectuum ſerie ſemper ab infinitate natura diſcedat.

Quare impetum à gravitate deſcendente productum, ex tam :xpedito interitu vendicandum, & virtute ſe novo impetu au;endi ſpoliandum, longè probabiliore conjecturâ cenſui. Imɔetum igitur certâ quadam menſurâ gravitati corporis con;ruente, ſtatim ac in motum erumpere poteſt, produci exiſtimo, k quandiu motus perſeverat, permanere; eadem enim gravi:as, quæ primo momento illum effecit, reliquis conſequentibus nomentis conſervare valet; finis, quò refertur, & cujus causâ ɔroductus eſt, adhuc obtineri poteſt, videlicet motus; liberè leſcendenti corpori nullum objicitur impedimentum; nihil ıdeſt, quod ipſius concepti impetûs interitum exigat: ergo imɔetum à gravibus deſcendentibus conceptum non perire in mo:u ſi dixerimus, ſimilitudinem veri nos conſecutos arbitror. Quoniam verò gravitas inter eas cauſas enumeratur, in quibus ıneſt efficiendi neceſſitas, & quandiu opus eſt juxta naturæ propoſitum, quantum poſſunt, efficiunt; ſingulis momentis, quibus poteſt deſcendere, ſingulos impetûs gradus æquales prioribus adjicit, adeò ut, quot momenta motum metiuntur, tot gradus impetûs poſtremo momento intenſionem conſtituant, cui motûs velocitas reſpondeat. Velocitatum igitur incrementa fiunt juxta naturalem numerorum progreſſionem 1.2.3.4.5, &c.

nam juxta hanc eandem ſeriem impetûs, velocitatis cauſa, augetur, ſingulis gradibus in ſingula momenta additis.

Ab omni tamen infinitatis ſuſpicione recedendum eſt hìc, ubi momentorum vocabulum uſurpo, quaſi infinita puncta temporis agnoſcerem, & ad vim percuſſionis infinitam adſtruendam, infinitis momentis ſingulis impetûs gradum tribuerem. Quemadmodum enim corpora punctis prorsùs individuis non conſtare ſuadetur multiplici argumento præſertim ex Aſymptotis lineis deſumpto, ita motui atque tempori puncta omnibus omnino partibus carentia nunquam concedenda cenſui. Sed huic verbo, cum momentum dico, ſubjecta notio eſt, minima temporis particula Phyſica, quæ licèt particulas alias adhuc minores contineat ſibi ordine ſuccedentes, ex quibus illa conſtituitur, tota tamen ad primi impetûs effectionem ita requiritur, ut juxta naturæ leges nihil effici poſſet motûs, niſi integra illa temporis particula ſuppeteret. Hujuſmodi autem non individuas particulas minimas certas atque æquales in tempore, aut motu, finito non eſſe niſi certo numero definitas manifeſtum eſt: Quapropter ſicut momentorum, ita & graduum impetûs æqualium multitudo finita eſt.

Verùm nemo temerè hanc momentorum multitudinem ad calculos revocare inſtituat; res enim planè incerta eſt. Utique tardiſſimos reperiri & languidiſſimos motus aliquos novimus, qui diu latent, nec niſi poſt tempus benè conſpicuum demum innoteſcunt: Ex quo deprehendimus in tempore aut motu, qui ſenſibus percipi poſſit, multas numerari hujuſmodi momentorum myriadas: ſi enim in uno aliquo motu exiguo particulæ illius ſibi ex ordine ſuccedentes reſpondent motui longiſſimè majori (cujuſmodi eſt cælorum motus) ex quo definitur tempus, & in hoc plurimæ partes notabiles, & ſub Phyſicam menſuram cadentes numerantur, utique & in illo plurimæ particulæ omnem ſenſus aciem fugientes inveniuntur. Et quidem ſi cum illis Aſtronomis philoſophemur, qui cæleſtium graduum minuta uſque eò in ſexageſimas partiuntur, ut demum in ſcrupulis Decimis conſiſtant, cùm Æquatoris gradus quindecim in Primo mobili uni horæ reſpondeant, ſatis conſtat, quantus ſit hujuſmodi ſcrupulorum Decimorum numerus, in quorum fluxum unica hora reſolvatur: ac proinde in uno horæ minuto Secundo,

, hoc eſt in pulſu arteriæ, continentur pluſquam decies mil-
s millena millia myriadum hujuſmodi ſcrupulorum Decimo-
m, quæ momenta appellari poſſunt. Quapropter illud uni-
m generatim ſtatuere poſſumus, in quolibet tempore Phyſi-
notabili plurima eſſe momenta, quamvis eorum certum nu-
erum explicare nequeamus: ideóque cùm incrementa velo-
tatum menſuram deſumant ex momentorum numero, qui
mper unitatis additione augetur, intenſio autem impetûs ha-
at graduum numerum parem numero momentorum; quàm
fficiles explicatus habet momentorum multitudo, tam obſcu-
eſt impetûs intenſio; ſi minutam ſubtilitatem perſequamur.
d ſi datum tempus in aliquot particulas noſtro arbitratu
ſtinguamus, quo plures fuerint hujuſmodi particulæ, eò pro-
ùs accedemus ad id, quod experimentis deprehenſum eſt; vi-
elicet, etiam ſi ſpatia in motu decurſa juxta ſeriem naturalem
umerorum augeantur in motu, demum eorum collectiones in-
piendo à quiete habere inter ſe duplicatam Rationem tempo-
um inveniemus.

Comparatis igitur invicem motibus alicujus corporis gravis
eſcendentis, cujus motus unus jam innotuerit, quantum ſcili-
et ſpatij dato tempore confecerit, innoteſcet, quantus futurus
t alio tempore motus, ſi fiant ut quadrata datorum temporum,
a & ſpatia; vel quanto tempore percurrendum ſit ſpatium de-
nitum, ſi fiant ut Radices quadratæ datorum ſpatiorum, ita &
empora. Quia nimirum poſita illa incrementa impetûs, & ve-
ocitatum, atque ſpatiorum juxta ſeriem naturalem numero-
um ab unitate incipientem conſtituunt collectiones habentes
nter ſe proximè Rationem duplicatam temporum. Habemus
xperimento globum argillaceum unciarum octo percurrere
no minuto Secundo horæ pedes 15, & duobus Secundis pe-
es 60, hoc eſt ſpatium quadruplum, & quia tempora ſunt ut 1
d 2, ſpatia ſunt ut quadrata, ſcilicet ut 1 ad 4. Ponamus in uno
ecundo eſſe momenta 10000; ſunt igitur ultimo momento
0000 gradus velocitatis ſimiles & æquales primo gradui primi
nomenti, & ſpatium ultimo hoc momento decurſum, ad ſpa-
ium primi momenti eſt ut 10000 ad 1. Coge igitur in ſum-
nam omnia ſpatia incipiendo ab unitate uſque ad 10000, vi-
elicet ultimi termini dimidiato quadrato adde ejuſdem ultimi

termini ſemiſſem, & prodibit omnium ſpatiorum ſumma. Ultimi termini 10000 quadratum eſt 100000000, cui adde ipſum ultimum terminum; & hujus ſummæ medietas 50005000 eſt ſumma minimorum ſpatiorum, quibus conflantur pedes 15. In duobus Secundis erunt momenta 20000, & ſimiliter invenitur ſumma 200010000 minimorum ſpatiorum, quibus conſtant pedes 60. Non ſunt quidem duæ hujuſmodi ſummæ hic inventæ 50005000 & 200010000, omnino ut 1 ad 4, ſed ut 1 ad $3\frac{49995}{50005}$: verùm tantula differentia $\frac{10}{50005}$ quid officit allato experimento? an potuit obſervari? Si 4 ſunt pedes 60, quid ſunt $3\frac{49995}{50005}$? utique pedes $59\frac{49855}{50005}$; deeſt igitur pedis particula $\frac{150}{50005}$, hoc eſt unciæ quaſi pars vigeſima ſeptima. Quis autem tam minutæ ſubtilitati locus ſit in obſervando motu?

Ut autem perſpicuè appareat hanc hypotheſim incrementi juxta ſeriem naturalem numerorum conſentire cum experimentis, & ſpatia ſe habere ut quadrata temporum, ſtatuamus eadem ſpatia, ut primum ſit ad ſecundum in Ratione 50005000 ad 200010000. Radix primi ſpatij eſt $7071\frac{5959}{14142}$, Radix autem ſecundi ſpatij eſt $14142\frac{6918}{14142}$; quæ ſunt ut 1 ad 2, ſi fractiones contemnantur; nec repugnat experimentum; nam tantula differentia temporum, ne ſit Ratio præciſè dupla, diſcerni non potuit: quarum enim partium $7071\frac{5959}{14142}$ eſt unum minutum Secundum horæ, deeſt unius partis $\frac{1000}{14142}$, ut ſint duo minuta Secunda, hoc eſt unius pulsûs arteriæ pars una vicies milleſima deſideratur, ut ſint planè duo Secunda. Quære argumenta, ſi qua potes; an experimento revinces eſſe planiſſimè duo minuta Secunda, nec vel unicum momentum defuiſſe?

Hoc idem, quod exempli causâ in Ratione duplâ temporum & quadruplâ ſpatiorum explicatum eſt, in cæteris pariter deprehendes. Fac enim eſſe tempus quadruplum, hoc eſt Secundorum 4, hoc eſt minimorum temporis 40000. Tota collectio ſpatiorum erit 800020000. Quare 50005000 ad 800020000 eſt ut 1 ad $15\frac{49925}{50005}$, quaſi ut 1 ad 16; eſt autem defectus $\frac{60}{50005}$. Spatium igitur uno Secundo decurſum cum ſit ped. 15, quatuor Secundis erit ped. 240 minùs una ferè ſexageſima nona particulâ unciæ. Viciſſim ut tempora invenias in ſubduplicatâ

Ratione

Ratione ſpatiorum, quære illorum tanquam quadratorum Radices; & primi quidem Radix eſt, ut priùs fuit inventa 071 $\frac{5919}{14142}$, ſecundi Radix eſt 28284 $\frac{8836}{14142}$, quarum Ratio eſt quadrupla, ſi fractiones ſpernantur; at aliquid deeſt, ut ſint integra quatuor Secunda minuta horæ; qui defectus demum vix major eſt quàm $\frac{1}{6667}$ unius pulsûs arteriæ.

Cùm itaque conſtituta hypotheſis incrementi ſpatiorum, velocitatis, atque impetûs juxta ſeriem naturalem numerorum ſit naturæ conſentanea, neque Phyſicè repugnet experimentis, non debemus eſſe ſolliciti, ut aliam quæramus hypotheſim ad ſtatuenda incrementa exquiſitè juxta numeros impares; cùm maximè in aquâ ob majorem reſiſtentiam, quam in illâ dividenda inveniunt corpora gravia deſcendentia, non exactè ſervari eandem Rationem incrementorum, quæ in aëre apparet, experimenta iterata declarent, quamvis ad illam Rationem proximè accedant, ut apud Ricciolium tom. 1. Almag. lib. 9. ſect. 4. cap. 16. n. 16. varia experimenta afferentem legi poteſt. Præterquam quod ſi tam in aëre quàm in aquâ adhibeantur in experimentum corpora ſecundùm gravitatem ſpecificam ab illis minimum diſcrepantia, ſtatim apparebit non ſervari illam temporum atque ſpatiorum Analogiam: id quod pariter obſervabitur, ſi in diverſis liquoribus eadem gravia corpora dimittantur: varia ſcilicet eſt reſiſtentia; hæc autem latet, quando grave dimiſſum valde differt à gravitate, aut levitate medij.

His ita conſtitutis, percuſſionis vires, quatenus ex velocitate oriuntur, proximè definire poterimus, ſi innoteſcant ſpatia, per quæ idem corpus grave liberè deſcendit; nam hinc innoteſcet Ratio intenſionum impetûs ultimo deſcensûs momento, quo contingit percuſſio. Eſt ſiquidem numerus graduum impetus in motu naturali libero concepti par numero momentorum motûs; at momenta, quibus conſtant tempora motuum inæqualium, ſunt in Ratione ſubduplicatâ Rationis ſpatiorum: igitur ſicut Radices quadratæ ſpatiorum indicât Rationem temporum, ita pariter eædem indicant Rationem intenſionum impetûs. Quare ſi alicujus gravis ex datâ altitudine cadentis percuſſio manifeſta fuerit, facilè inferemus, quanta proximè ſit futura ejuſdem percuſſio ex majori, aut minori altitudine, ſi fiat

ut Radix datæ altitudinis prioris ad Radicem poſterioris altitudinis, ita nota percuſſio ad quæſitam percuſſionem.

Neque hìc conabor dicta confirmare experimentis tùm à Ricciolio loc. cit. cap. 16. n. 12, tùm à Merſenno tom. 3. in Reflexionibus Phyſico-Mathemat. cap. 8. allatis, ex quibus proximé infertur hæc Ratio ſubduplicata ſpatiorum. Nam cùm adhibita ſit libra, ut in alteram lancem cadens pondus ex diverſis altitudinibus dimiſſum elevaret pondera inæqualia oppoſitæ lanci impoſita, res eſt anceps & incerta. Quandoquidem, ut obſervavi jam tum ab anno 54 labentis ſæculi ſcriptis Romæ de hoc eodem argumento publicè traditis, & funiculi, ex quibus lanx percuſſa pendet, diſtrahuntur, & libræ jugum flectitur, immò & lanx ipſa ictum cadentis ponderis excipiens flexilis eſt; ac propterea impetûs vim retundunt, cùm maximè vi elaſticâ ſe reſtituentes conantur ſurſum. Præterquam quod, ſi pondus cadens non exactè incidat in lancis centrum reſpondens extremitati jugi, plurimum intereſt ad varianda momenta, prout libræ brachium aut decurtatum aut productum intelligitur. Quò autem majus eſt pondus in oppoſitâ lance attollendum ex vi depreſſionis lancis percuſſæ, magis reſiſtit, ac proinde locus eſt flexioni majori ipſius libræ, aut funiculorum diſtractioni, præſertim ſi lanx fuerit concava, & cadens pondus illam tangens prolabatur in depreſſiorem lancis locum. Ex quo accidit, ut docuit experientia, aucto pondere elevando non ſatis eſſe dimittere pondus cadens ex altitudine, quæ ſit ad priorem altitudinem ut quadratum ponderis majoris ad quadratum ponderis minoris initio elevati; percuſſio enim contingit in lance, cujus reſiſtentiam ad hoc, ut vi ponderis cadentis deprimatur, metitur reſiſtentia ponderis elevandi in oppoſitâ lance: at hæc ſi fuerit major quàm reſiſtentia jugi, aut lancis, ne flectatur, aut funiculorum ne diſtrahantur, in hac flexione aut diſtractione inſumitur vis percuſſionis, quin oppoſita lanx attollatur. Quapropter ex altitudine adhuc majori dimittendum eſt pondus cadens; nam adhuc majore impetu concepto tam validè percutiet lancem, ut reſiſtentia jugi & lancis ad flexionem ulteriorem, atque funiculorum ad longiorem diſtractionem, major ſit quàm reſiſtentia ponderis oppoſitæ lancis: atque adeò lanx percuſſa non deprimetur ſolùm, quantum funiculorum diſtractio

diſtractio & ipſa flexio permittit, ſed adhuc ulteriùs; atque oppoſita lanx attolletur, quatenus impetûs vires excedunt oppoſitæ gravitatis reſiſtentiam.

Ex his, quæ de Percuſſionibus corporum gravium naturaliter deſcendentium hactenus dicta ſunt, conjectura ſumenda eſt de reliquis percuſſionibus, quæ motûs originem non à ſolâ gravitate ducunt: nam in his pariter ex motûs velocitate, qua indicatur intenſio impetûs, oritur validior percuſſio: nam ſive conceptus à potentiâ vivente impetus, ſivè extrinſecùs impreſſus (niſi novam offendat reſiſtentiam, quæ illum retundat ac minuat) augetur novo impetu, quem potentia ſimiliter applicata, iiſdémque viribus prædita, nec obſtaculo ullo aut retinaculo impedita, ſequentibus momentis efficere poteſt: ideóque quò major eſt potentiæ percutientis motus quoad ſpatium, cæteris paribus, validiùs percutit. Cæteris, inquam, paribus; nam ſi poſterioribus momentis motûs, minor impetus addatur à potentiâ movente, quàm deperdatur ex priore impetu impreſſo, quem natura repugnans excutit, langueſcit motus, & minuitur impetus: aut ſi tantumdem acquiratur impetûs, quantum deperditur, motus eſt æquabilis, nec ad validiorem percuſſionem quicquam confert diuturna potentiæ moventis applicatio, cum eadem ſit impetûs intenſio in fine horæ, atque in primo momento. Quia tamen frequentiùs (etiam ſi fortè aliquid antiquioris impetûs ex novâ reſiſtentiâ deteratur) plus additur, velocitas incrementum ſumit, ſi potentia maneat diutiùs applicata.

Hinc patet, cur, cum quis hoſtem ſariſsâ confodere tentat, aut poſtes craſſiore fuſte arietare, brachium retrahat quantum poteſt; ut nimirum potentia diutiùs applicata maneat in motu, ſempérque novum impetum gignens ſariſſæ aut fuſti imprimat. Sic duobus digladiantibus, ſi alter alteri ſiniſtrum latus obvertat, & tam longo enſe utatur, ut protecto corpore poſſit manum valde retrahere, hic validiſſimum ictum infliget extento dextro brachio, tùm quia ex celerrimâ corporis totius converſione impetus aliquis brachio communicatur præter impetum, quem conferunt muſculi movendo brachio deſtinati, tùm quia diutiùs movetur gladius à manu per majus ſpatium. Quod ſi eo ictu, quem Itali *Quartam* vocamus, hoſtem impetat, adhuc validior

dior erit ictus, quia longior motus; nam in converſione corporis obvertitur hoſti dextrum latus præciſè ita, ut brachium totum extendi queat; & præterea pars exterior manûs deorſum convertitur, ex quo propter conformationem juncturarum cubiti & manus ictus evadit duos ferè digitos longior, quàm ſi non fieret hujuſmodi manûs converſio: demum cùm ſiniſtrum brachium in poſteriora projiciatur extentum, fit, ut corpori major impetus in anteriora poſſit imprimi citrà periculum cadendi; brachium ſiquidem eo pacto in poſteriora projectum, tranſlato gravitatis, ut gravitationis, centro ſervat totius corporis æquilibrium.

Nec diſſimili ratione manifeſtum fit, cur pugnum validiùs impingant, qui brachium magis contrahunt, ideóque validiores ictus ab iis proveniant, qui longiora habentes brachia ea magis contrahunt; ſicut calce fortiùs impetunt, qui longiora habent crura: quia videlicet diutiùs moventur, magiſque impetum augent & velocitatem, antè ictum. Sic vides ab equis calcitronibus pedem in anteriora retrahi, & ab irato tauro collum depreſſum in poſteriora inflecti, corpore pariter curvato, & quaſi in poſteriora retracto, ut longiore motu validiùs impetant: hinc qui propior eſt equo calcitranti, minùs læditur, quia nondum tantum impetum concepit, quantum longiore motu concepiſſet.

Hujuſmodi percuſſionibus à potentiâ vivente, quæ ſuos motus ex arbitrio temperat, provenientibus certam legem ſtatui non poſſe nemo non videt, ſive corpus percutiens impetu extrinſecùs aſſumpto feratur naturâ omnino repugnante, ſive impetus impreſſus cum impetu vi interiore acquiſito in eumdem motum conſpirent. Hoc unum tanquam manifeſtò compertum atque deprehenſum tenemus, quod in longiore motu factâ novi impetûs acceſſione velocitas augetur, & vis percuſſionis eſt major. Hinc ſicut quando fiſtucâ cadente pali in terram adiguntur, initio illa modicum attollitur, quia exigua ſuperanda eſt reſiſtentia, hac autem creſcente quò altiùs adacti fuerint, magis illa attollitur; ſic lignarios fabros clavum in tabulam infigentes, initio quidem breviore mallei motu uti videmus, quem deinceps augent, donec demum totâ brachij extenſione connitantur, prout reſiſtentiæ incrementa validiore percuſſione

vinci

vinci oportet. Sic ruſticos ligna findentes altiùs elevare ſecurim, aut tuditem, quo cuneum percutiant, obſervamus, quò major eſt ſcindendi difficultas, ut auctus impetus velociorem motum efficiat, quem percuſſio conſequitur.

Cum itaque duæ velocitates inter ſe comparatæ conferri poſſint vel ratione temporis, vel ratione ſpatij, ita ut vel æqualia ſpatia inæqualibus temporibus, vel inæqualia ſpatia tempore eodem conficiant; illa utique erit major velocitas, quando in motu temporis brevitas, & ſpatij amplitudo conſenſerint. Hinc percuſſio contingit validior à corpore, quod multum ſpatij brevi tempore decurrat, quàm à corpore conficiente minus ſpatij longiore tempore. Propterea quæ de velocitate dicta ſunt, & percuſſionum viribus, ſpectatâ diuturnitate motûs, ita intelligenda ſunt, ut corpus percutiens vel eodem tempore plus ſpatij, vel breviore tempore æquale ſpatium, vel breviore tempore plus ſpatij decurrat: hoc enim ex majore impetûs intenſione oritur.

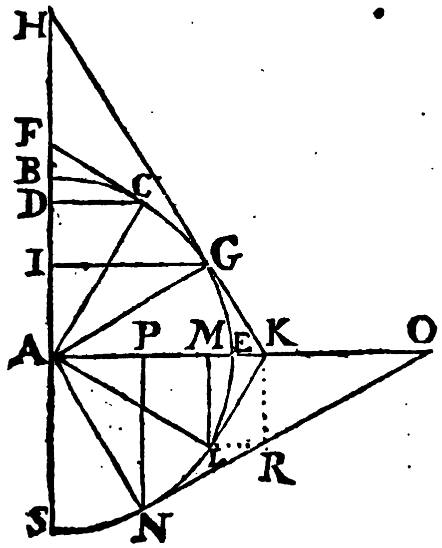
CAPUT VIII.

An validior ſit ictus Mallei à ſitu Verticali ad Horizontalem, an verò ab Horizontali ad Verticalem deſcendentis.

CErtum eſt percuſſiones fieri validiores, quando cum impetu ab extraneâ potentiâ impreſſo conſentit vis intrinſeca ipſius corporis percutientis motu naturali deſcendentis; ipſum enim ſuum pariter impetum concipit, quem addit impreſſo: ſic ſaxum, quod ex editâ turri deorſum rectâ projicis, validiùs percutit, quàm ſi illud dimitteres ſponte ſua caſurum. Hinc qui malleo deorſum percutit aliquod corpus, ad motum eundem, cum percutientis impulſu conſpirantem invenit mallei gravitatem, & citrà omnem controverſiam majorem ictum infligit, quàm ſi ſurſum, aut in latus urgeret malleum, gravitate aut repugnante, aut ſaltem nihil juvante.

Porrò cùm circa juncturam brachij cum humero, tanquam circa centrum, deſcribatur ſemicirculus deſcendens, in quo ſunt duo Quadrantes, alter cùm brachium ſummè elevatum in perpendiculo exiſtens deſcendit, ut fiat horizonti parallelum, alterùm brachium à poſitione horizonti parallelâ ad imum deprimitur, ut iterum in perpendiculo ſtatuatur; dubitari poteſt, an mallei ictus juxta duas haſce poſitiones ſint omnino æquales, an verò inæquales; & hoc quidem non ex vi impulſionis externæ, quam æquabilem ponimus, homine æqualiter connitente, brachio æqualiter extento, & datâ eâdem manubrij longitudine, ſed ratione ipſius gravitatis mallei naturaliter deſcendentis. Prioris motus, quo in circulo Verticali malleus deprimitur uſque ad planum horizonti parallelum, in quo fit percuſſio, exemplum præbent tùm fabri ferrarij incudem tundentes, tùm lignarij clavos aſſeribus in plano horizontali conſtitutis infigentes. Poſterioris autem motûs, quo malleum horizonti parallelum uſque eò deprimimus, ut fiat perpendicularis, ſpecimen habemus, cum corpus in pavimento jacens, aut non procul ab illo, ita percutimus, ut percuſſum moveatur horizonti ferè parallelum; cujuſmodi eſſet, quando cuneum jacenti ſaxo ſubjicere conamur, aut ligneam pilam ludentes malleo excutimus.

Ut autem dilucidè propoſita quæſtio exponatur, ſecernendus eſt mallei motus naturalis ab ea parte, quam externa impulſio addit; & perinde conſiderandus eſt malleus, atque ſi manubrij extremitas axi infixa eſſet circa eum verſatilis, adeò ut ſibi relictus malleus arcum deſcendendo deſcriberet. Sit malleus A B; & manubrij extremitas A ſit circa axem in A verſatilis; centrum autem gravitatis mallei intelligatur in B: quod quandiu in perpendiculo imminet axi A, totam ſuam vim in illum exerens ſuſtinetur,



nec

nec motum inchoat, niſi à perpendiculo B A removeatur; hoc verò ubi tranſgreſſus fuerit malleus, deſcenſum molitur: ſed quia rigido manubrio connectitur cum Axe A, cogitur in latus ſecedere, & deſcribere arcum B C, cui motui reſpondet ſolùm deſcenſus B D Sinus Verſus anguli B A C; & deſcripto integro Quadrante B E, deſcenſum metitur Radius B A.

Verùm quamvis motus hujuſmodi per arcum B E ſit conſentaneus propenſioni gravitatis, quæ proinde ſingulis momentis novam impetûs particulam concipiens motum, quantum poteſt, accelerat, non tamen illa Ratio ſervatur, de qua ſuperiori Capite dictum eſt, ut Ratio ſpatiorum ſit in duplicatâ Ratione temporum; neque enim hìc liberè deſcendit malleus, ſed in ſingulis punctis Quadrantis alia atque alia habet momenta deſcendendi, ſingula minora momento, quod haberet idem malleus nullo impedimento prohibitus; quod momentum integrum ille obtinet tantummodo in Quadrantis extremitate E, ubi nullâ ratione ſuſtinetur aut retinetur ab axe A manubrium ſuſtinente, aut retinente. Eſt autem momentum gravitatis in unoquoque arcûs puncto, quaſi illa eſſet in plano ibi circulum tangente, ac propterea inclinato: idcirco, ut lib. 1. cap. 13. dictum eſt, ejuſdem gravitatis momentum in plano inclinato, ad momentum in lineâ perpendiculari eam Rationem habet, quam in triangulo rectangulo, cujus angulus Verticalis ſit æqualis angulo inclinationis plani, habet Perpendiculum ad Hypotheneuſam. Quare in puncto C malleus habet momentum, ac ſi eſſet in plano inclinato F C, & ad momentum liberum ita ſe habet, ut D F ad F C, hoc eſt per 8. lib. 6. ut D C ad C A, & ſimiliter in puncto G ut I G ad G A. Ex quo patet momentorum incrementa analoga eſſe incrementis Sinuum Rectorum arcubus ſubinde majoribus convenientium.

At hìc, ubi de gravitatis momentis ſermo inſtituitur, cavendum eſt, ne quem fortè in errorem inducat ambiguitas nominis. Nam quando in C momentum dicimus eſſe ut D C, & in G momentum eſſe ut I G, hoc intelligendum eſt præcisè ratione poſitionis, quatenus in hoc aut illo puncto conſtituta gravitas concipitur, nullâ habitâ ratione antecedentis motûs aut quietis: & ſub voce momenti Gravitatis hæc ſubjecta eſt ſententia, ut gravitas mallei, quæ non impedita ſingulis punctis

temporis conciperet novum impetum ut A C, A G &c. quia à rigido manubrio modò magis, modò minùs ſuſtinetur, quando eſt in C, impeditur, ne concipiat impetum niſi ut D C, & in G ut I G, atque ita de cæteris, donec in E concipiat impetum ut A E. Cæterùm quia in præcedentibus temporis punctis acquiſitæ ſunt particulæ impetûs reſpondentes Sinubus Rectis præcedentium arcuum, ea fit impetûs intenſio, ac proinde motûs velocitas, quæ omnium illorum Sinuum aggregato ferè reſpondeat: Et in fine Quadrantis in E vis eſt complectens omnes impetus, quibus additio facta eſt ſemper non tamen æqualis primo impetui, qui valdè languidus fuit, ſed ſemper major atque major, prout Sinus Recti excreverunt.

Et hæc quidem de Superiore Quadrante. Jam inferior Quadrans conſiderandus eſt, in quo Axis A retinet malleum, ne ex E recto tramite deſcendat, ſed eum cogit deflectere, & arcum E S deſcribere, in cujus ſingulis punctis momentum perinde eſt atque in plano inclinato. Quare in L intelligitur deſcendens in plano inclinato K L, & ibi ejus momentum ad momentum liberum eſt ut R K ad K L, hoc eſt ut M L, ad L K, hoc eſt per 8. lib. 6. ut M A ad A L, hoc eſt ut Sinus Complementi arcûs E L ad Radium. Similiter in N eſt ut P A ad A N; & ſic de cæteris. Eſt autem manifeſtum hujuſmodi Sinus Complementorum eoſdem planè eſſe cum Sinubus Rectis Superioris Quadrantis, ſed ordine præpoſtero acceptis, atque adeò horum aggregatum eſſe illorum ſummæ æquale.

Non tamen hinc ſtatim conficitur eandem eſſe in S vim mallei deſcendentis ex E, atque eſt in E vis ejuſdem deſcendentis ex B. Non inficior æqualem in utroque Quadrante produci impetûs entitatem, ſi in ſummam referantur omnes impetûs particulæ, quæ momentis ſingulis efficiuntur; ſed an æqualem demum conflent intenſionem, ex qua vis percuſſionis oritur, non omninò temerè, ut mihi quidem videor, ſubdubito. Cùm enim acquiſitus impetus interveniente reſiſtentiâ imminuatur, ac debilitetur, & quidem eò magis, ſi à rectâ ſecundùm naturam lineâ magis declinare cogitur; utique inſtitutâ Superioris cum Inferiori Quadrante comparatio oſtendit in illo quidem reſiſtentiam ſemper decreſcere, in hoc ſemper augeri, ac proinde impetum prioribus momentis acquiſitum, licèt aliquid in

conſequen

conſequentibus amittat, tamen hujus decrementi menſurâ magis ac magis extenuatâ, non adeò in Superiore Quadrante langueſcere, ſicut in inferiore, ubi reſiſtentia ſemper augetur, & impetus magis ac magis deteritur. Adde impetum de novo productum in poſterioribus momentis, in ſuperiore quidem Quadrante eſſe majorem, in inferiore verò minorem. Quare cùm in poſtremis motûs momentis in ſuperiore Quadrante multus producatur impetus, & ferè nulla ſit reſiſtentia, in inferiore autem Quadrante multa inveniatur reſiſtentia, & valdè exiguus impetus producatur; ſatis probabili conjecturâ aliquam ſtatuemus ictuum inæqualitatem, ita ut aliquanto validior ſit ex B in E, quàm ex E in S.

Neque obſtat, quod in E maximus producatur impetus, qui deinde in L & N, atque conſequentibus punctis additamentum accipiat, licèt ſemper minus ac minus, quo ita augetur, ut ſemper incitetur motus. Hoc enim non facit, quin impetus in E conceptus majoribus ſemper decrementis imminuatur uſque in S, & impetus in L conceptus ſimiliter magis langueſcat, atque ita de cæteris. Finge ſcilicet nullum impetum novum concipi in L, aut nullum in N, adhuc impetus in E conceptus deorſum tenderet, ſed retinaculo illo debilitatus languidiùs adduceret malleum in S: idem dic de quolibet impetu ſingulis momentis concepto, qui creſcente reſiſtentiâ majoribus decrementis imminuetur, & languidè veniret in S. At quoniam plurima ſunt momenta in breviſſimi temporis particulâ, tot ſunt reliqui impetus, ut ſimul conſtituant notabilem intenſionem.

Quod autem reſiſtentia in ſuperiore Quadrante minuatur, argumento non eſt opus; manifeſtum quippe eſt gravitatem in arcu B E deſcendentem ſubinde transferri à plano magis inclinato in minùs inclinatum, & magis accedens ad perpendiculare: quis autem neget deſcendenti gravitati eò minùs obſtare planum ſubjectum, quò fuerit minùs inclinatum? Atqui angulus C A F minor eſt angulo G A H, anguli autem ad C & G ſunt recti; igitur angulus A F C major eſt angulo A H G; atque propterea planum F C eſt magis inclinatum, quàm planum H G, & cætera plana conſequentia uſque ad planum perpendiculare in E. Contra verò in inferiore Quadrante reſiſten-

tiam ſemper augeri ex eo conſtat, quòd à plano perpendiculari ad inclinatum, immò ad ſemper magis atque magis inclinatum, fit tranſitus, donec demum deſcendens gravitas veniat ad planum horizontale. Angulus videlicet inclinationis plani eſt æqualis angulo, quem denotat arcus in inferiore Quadrante decurſus. Nam in triangulo A L K, cujus in baſim A K cadit perpendicularis L M, ex 8. lib. 6. angulo K A L æqualis eſt angulus K L M, & propter paralleliſmum linearum M L & K R, angulo K L M æqualis eſt alternus L K R angulus inclinationis plani K L; igitur hic angulus inclinationis eſt æqualis angulo, quem denotat arcus E L. Idem dic de angulo E A N & cæteris, qui ſemper majores indicant gravitatem tranſire ad plana magis & magis inclinata.

CAPUT IX.

Quomodo percuſsiones ex mole pendeant.

QUamvis ad validiorem ictum infligendum corporis percutientis velocitas, impetûs intenſionem indicans, plurimum conferat, ut dictum eſt; non ad hanc tamen velut ad unicam cauſam referenda eſt vis percuſſionis; ſed & corporis ejuſdem percutientis moles attendenda eſt: videmus ſcilicet ex mole ipsâ percuſſiones augeri, cæteris paribus; perinde enim eſt, atque ſi tot corpora percutientia eſſent, quàm multiplex eſt moles major collata cum minore. Nam ſi nota eſt vis percutiendi, quæ ineſt globulo duarum unciarum cadenti ex certâ quadam altitudine utique probabilis conjectura & ratio ſuadet ſextuplam eſſe vim globi ex ſimili materiâ unciarum duodecim ex altitudine eâdem cadentis: gravitas ſiquidem ſexies multiplicata etiam impetum efficere poteſt ſextuplum, non quidem intenſivè, ſed entitativè; neque enim pro Ratione molis augetur velocitas; quippe quæ requireret ſextuplam intenſionem. Hanc tamen majorem vim Ratione molis ita intelligi velim, ut medij reſiſtentia diſſimuletur: nam eo ipſo, quod moles

les ejuſdem ſecundùm ſpeciem gravitatis augetur, etiam ſuperficiem augeri neceſſe eſt, quæ non eâdem facilitate medium dividit. Sed quoniam ita augeri poteſt moles, ut non ſimilem ſervet figuram, ſed alias atque alias induat figuras manente æquali gravitate, ac propterea valde incerta eſt reſiſtentiæ menſura, quæ ex medij diviſione oritur, prout hanc aut illam faciem medio dividendo obvertit ipſa moles; hinc eſt, quod illam reſiſtentiam tantiſper diſſimulare licet, dum reliquas percuſſionis cauſas veſtigamus. Cæterùm illius quoque ratio eſt habenda, ut aliquid virium detractum intelligatur percuſſioni, ubi & moles & ſpatium conſideratur; quatenus velocitas, auctâ mole, hoc eſt aucto ex medij reſiſtentiâ impedimento, aliquantulum imminuitur, ita tamen ut pariter plures majoris molis partes, collatis viribus medium urgentes, aliquid afferant facilitatis in dividendo medio, adeóque etiam velocitatis.

Ex his habetur percuſſionis vires componi ex mole & ex velocitate corporis percutientis: Moles ſiquidem determinat entitativè menſuram impetûs ſingulis momentis producti, velocitas indicat intenſionem, hoc eſt ſummam impetuum in motu acquiſitorum, hoc eſt ejuſdem impetûs gravitati, aut potentiæ virtuti, primo momento reſpondentis multiplicationem. Quare ſi duorum corporum ictus comparentur, percuſſionum Ratio erit compoſita ex Rationibus velocitatum, & gravitatum, ſeu potentiarum, quibus vis movendi tribuitur. Velocitatem autem illam intelligo, quæ ratione impetus acquiſiti conveniret corpori eo momento, quo percutit, niſi inveniret reſiſtentiam: Hujuſmodi verò impetûs eo momento intenſionem indicat ſpatium in antecedenti motu decurſum, ex quo, prout dictum eſt cap. 7. cognoſcitur Ratio temporum, quibus eſt analoga intenſio impetûs. Hinc ſi cadat ex altitudine 100 palmorum globus unciarum duarum, deinde ex altitudine decem palmorum globus unciarum 12, ſunt duæ Rationes, altera velocitatum, hoc eſt intenſionum impetûs in ſubduplicatâ Ratione altitudinum, videlicet ut 10 ad $3\frac{16}{100}$, altera gravitatum ut 1 ad 6; quæ compoſitæ dant Rationem ut 10 ad $18\frac{96}{100}$; ac proinde percuſſio globi minoris eſtimari poterit proximè ut 10, majoris ut $18\frac{95}{100}$: Nam duæ unciæ majoris deſcendendo per decem palmos haberent

impetum

impetum ut $3\frac{16}{100}$: ergo ſexies duæ unciæ habent entitativè impetum ut $18\frac{96}{100}$. Quare ſi gravitates fuerint reciprocè ut velocitates, hoc eſt impetûs intenſiones, erunt æquales percuſſiones, ut eſt manifeſtum.

Hoc autem, quod de gravitate motu naturali deſcendente dictum eſt, de potentiis pariter, ſervatâ analogiâ, eſt intelligendum (aſſumendo ſcilicet loco gravitatis vim ipſam potentiæ, quæ ſimiliter conata perſeveret in motu antecedente percuſſionem) ſi innoteſcat, quantum potentiæ inæqualiter conentur, & per inæqualia ſpatia moveant idem corpus, quo ictum infligunt; nam ex Rationibus conatuum, & velocitatum componitur Ratio percuſſionum. At ſi potentiæ duæ inæqualiter conantes per inæqualia ſpatia moveant inæqualia corpora, quibus alteri corpori ictus infligatur, attendendum eſt, an ſolùm tam diuturnus ſit motus ictum præcedens, ut nihil impreſſi impetûs deteratur: nam ſi alternis quibuſdam incrementis & decrementis modò augeatur, modò minuatur, non eſt habenda ratio totius temporis, aut ſpatij, in quo factus eſt motus: quis enim exiſtimet aptè computari poſſe, utrùm navis percurrerit ſex, aut octo milliaria, ut ejus ictus, quo cymbam percutit, cognoſcatur? Quare ſatius erit in hujuſmodi motibus ab impetu extrinſecùs impreſſo provenientibus, qui ut plurimum repugnantem habet ipſius corporis naturam, nec totus permanet quemadmodum impetus acquiſitus, ipſam velocitatem conſiderare, quatenus apparet non multo tempore antè ictum: tunc enim, quia potentia movens eum impetum imprimit, qui ſatis ſit ad molem illam movendam tantâ velocitate, ut impetus hujuſmodi innoteſcat, & molis & velocitatis ratio habenda eſt; atque idcircò ad comparandas invicem percuſſiones componenda eſt Ratio ex Rationibus molium, & velocitatum. Hinc ſi navis oneraria lentè moveatur velocitate ut duo, & navis alia ſextuplo minor moveatur velocitate ut decem (quia videlicet paulò antè ictum obſervatum eſt, quo tempore illa procedebat duos paſſus; hanc percurriſſe decem paſſus) ictus majoris ad ictum minoris erit ut 12 ad 10, compoſitis ſcilicet Ratione molium 6 ad 1, & Ratione velocitatum 2 ad 10.

Hic autem ubi Molis nomen uſurpamus, cavendus eſt in vocabuli

vocabuli ambiguitate lapſus: neque enim corporis tantummodo amplitudinem, quatenus ſub Geometricam dimenſionem cadens ſpatium occupat, intelligere oportet, verùm etiam naturam ipſam atque ſubſtantiam: ea ſcilicet, quæ minore ſecundùm ſpeciem gravitate prædita ſunt, ſub magnis dimenſionibus parum habent ſubſtantiæ atque materiæ, ideóque & tenuem movendi ac impetum producendi virtutem; neque propterea quod molem magnam præſeferant, validiora in percutiendo cenſenda ſunt, quaſi à globo ligneo librarum duarum, quia ferè decuplo major eſt globo plumbeo ejuſdem ponderis, expectari poſſet validior ictus, ſi ex eâdem altitudine dimittantur: nam vis producendi impetum connata eſt ſubſtantiæ, quâ ſubſtantia talis eſt, non quantitati, prout extenſio eſt. Quare ubi molis habendam eſſe rationem diximus, ut fiat Rationum Compoſitio, ex qua percuſſionum incrementa aut decrementa innoteſcant, ipſam potiſſimùm ſubſtantiam intelligimus, quam, non niſi intra idem genus corporis, extenſio major aut minor conſequi ſolet: propterea ſi ferrei cylindri ictus, atque lignei, conferre invicem volueris, non ipſos cylindros, quatenus cylindri ſunt ſub tantâ baſi & altitudine, dimetiri oportet, ſed potiùs eorum gravitatem, ut quanta ſit moles virtutis ipſi naturæ atque ſubſtantiæ reſpondens, ex gravitate inferatur.

Non tamen idcircò extenſionis atque figuræ animadverſio otioſa eſt, aut contemnenda, in percuſſionibus; quinimmò non oſcitanter conſideranda, ut deprehendatur, qua ſui corporis parte validiſſimum ictum infligat inſtrumentum percutiens. Hoc autem tripliciter potiſſimùm movetur, videlicet, primò ad perpendiculum deſcendendo motu naturali; deinde horizontaliter, ſeu obliquè, cùm à dextrâ in ſiniſtram, aut viciſſim à lævâ in dexteram, aut in anteriora extrinſecùs motu recto impellitur; demum in orbem, circuli arcum deſcribendo.

Et quidem corpus ſponte ſuâ deſcendens, quodcumque tandem illud ſit, ſuam habet Directionis lineam, per quam in motu Centrum gravitatis progreditur. In infimâ igitur corporis parte ipſa Directionis linea definit punctum, in quo ſi fiat corporis percutientis contactus, ille erit validiſſimus ictus, quem hujuſmodi corpus ex datâ altitudine deſcendens infligere poteſt, ibi quippe maximam reperit reſiſtentiam, cum æquales

vires hinc atque hinc conſiſtentes ibi conſpirent, & obicem motui directè oppoſitum offendant, adeò ut neque in hanc, neque in illam partem Centrum gravitatis dirigatur. Quod ſi punctum contactûs corporum colliſorum non ſit in lineâ Directionis corporis cadentis, ſed à latere; eò validior erit ictus, quo minore intervallo punctum contactûs ab hujuſmodi lineâ Directionis aberit; magis videlicet opponitur motui directo, quàm ſi ab eâ longiùs abeſſet: quando enim contactus procul eſt à lineâ Directionis, ab hac minùs deflectere cogitur centrum gravitatis, quod multò magis repellendum eſſet à contactu



propiore. Sic globus, cujus centrum gravitatis ſit C, deſcendens per lineam Directionis C D, ſi percutiat puncto D, omnium validiſſimum ictum infligit, quia corpus percuſſum omninò opponitur motui C D, nec centro C relinquit locum ſaltem obliquè deſcendendi: at verò ſi contactus fiat in E, impeditur quidem deſcenſus globi per rectam C D ulteriùs productam, poteſt tamen centrum gravitatis deſcendere deſcribendo circa punctum E manens arcum C F; quapropter in E minorem invenit reſiſtentiam quàm in D, ubi nihil deſcendere poteſt, ſi ſubjectum corpus loco non cedat. Similiter ſi contactus fiat in G, adhuc impeditur motus directus per C D, attamen centrum gravitatis C poteſt obliquè deſcendere deſcribendo arcum C H. Sed quoniam per arcum C F magis declinat à perpendiculo, & minùs deſcendit, quàm per arcum C H (quamvis arcus illi æquales ponantur paribus Radiis E C, & G C deſcripti) propterea magis impeditur motus in contactu E propiori lineæ Directionis, quàm in G remotiori. Cum itaque eò validiorem ictum infligant corpora percutientia, quò majorem inchoato motui reſiſtentiam offendunt, manifeſtum eſt in corporibus naturali motu deſcendentibus validiſſimum eſſe ictum in puncto, quod lineæ directionis motûs reſpondet, ſemperque imbecilliores eſſe ictus, quò magis puncta contactûs abſunt à lineâ Directionis.

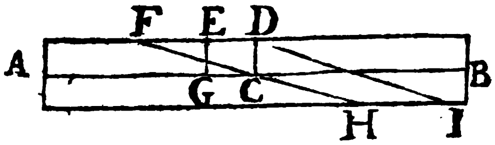
Hoc idem, quod de lineâ Directionis gravium ſponte ſuâ deſcendentium dictum eſt, analogiâ ſervatâ, traducendum eſt ad

ad ea corpora, quæ externo impulſu agitata motu recto ſivè Horizonti parallelo, ſivè ad Horizontem aut obliquè; aut ad perpendiculum, inclinato moventur. Cum enim, ex hypotheſi, partes omnes hujuſmodi corporis impulſi æquali velocitate per æqualia ſpatia moveantur, æqualem impetum ſingulæ recipiunt, à movente impreſſum. Similiter igitur in corpore illo concipiendum eſt punctum, quod *Centrum Impetûs* vocari poteſt, quia illud æquales hinc & hinc Impetus circumſtant, quemadmodum Centrum Gravitatis dicitur, circa quod æqualia gravitatis momenta diſpoſita intelliguntur. Hinc ſi corporis particulæ fuerint omnino homogeneæ, adeóque æquè capaces impetûs recipiendi, illud idem erit Centrum Impetûs, quod eſt centrum molis, ſeu magnitudinis; nam eadem plana, quæ molem æqualiter dividunt, etiam æqualiter dividunt Impetum per ſingulas particulas æquabiliter diffuſum. At ſi non ejuſdem generis fuerint partes corpus illud componentes, ſed raræ aliæ, aliæ denſæ, hoc eſt ex materiâ partim tenui, partim conſtipatâ, ſicut non eſſet idem Centrum Gravitatis, atque Centrum Magnitudinis, ita neque idem eſt cum Molis centro Centrum Impetûs impreſſi; quia, ut ex Projectis conſtat, ea quæ ſecundùm ſpeciem leviora ſunt, cæteris paribus, minorem impetum concipiunt (& globuli ex argillâ efficti, quos baliſtæ evibrant, majorem ictum infligunt, quàm pares globuli lignei, qui ſunt argillâ leviores) ac proinde Centrum Impetûs impreſſi aſſumi poteſt idem, ac punctum illud, quod in motu naturali eſſet Centrum gravitatis ipſi corpori inexiſtens.

Quare in motibus corporum externâ vi impulſorum attendenda eſt pariter linea, ſecundùm quam dirigitur motus hujuſmodi Centri Impetûs: & punctum illud in corporis percutientis ſuperficie, quod linea directionis motûs à Centro Impetûs ducta deſignat, ipſum eſt, in quo corpus percutiens vim ſuam validiſſimè exercet. Cum enim omnia plana per hanc Directionis motûs lineam tranſeuntia (quorum illa eſt communis ſectio) dividant univerſum Impetum in partes hinc & hinc æquales, quippe quæ etiam per Centrum Impetûs tranſeunt, ita ex percuſſione in puncto illo impeditur motus, ut neque ad hanc, neque ad illam partem deflectere poſſit corpus impactum in obicem, qui reſiſtit. Quod ſi punctum contactûs fuerit ex-

tra lineam Directionis motûs, inæquales ſunt impetus, & majore præpollente, corpus pergit in motu, quamvis ad latus inflectatur ſivè magis, ſivè minùs, prout majus aut minus fuerit intervallum inter punctum contactûs, & lineam Directionis motûs.

Sit corpus A B, quod tranſlatum à potentiâ impellente habeat Centrum Impetûs C, & linea, per quam dirigitur motus, ſit C D, cui parallelæ ſunt lineæ à ſingulis partibus in motu deſcriptæ.



Si ergo in obicem incurrat punctum D, ita impeditur motus, ut ulteriùs promoveri nequeat corpus, niſi obex loco cedat; quia nimirum impetus in D A æqualis eſt impetui in D B, ideò neutra pars æquali impetu affecta promoveri poteſt: eſt igitur maxima reſiſtentia, & ictus validiſſimus. Sin autem non puncto D, ſed puncto E fiat percuſſio ſecundùm eandem directionem G E, jam impetus ſunt inæquales, & minor impetus eſt in E A, quàm in E B; proinde pars E B validior pergens in motu inflectitur circa obicem in puncto E, tanquam circa centrum, & reſiſtentia eſt minor, quàm ad punctum D. Simile quid contingit, ſi fiat percuſſio in puncto F, multo enim major impetuum inæqualitas intercedit inter F A, & F B, quàm inter E A, & E B, atque faciliùs fit converſio & inflexio motûs circa obicem in puncto F, quàm in puncto E: arcus ſiquidem majore Radio F D deſcriptus minùs deſciſcit à rectitudine lineæ, per quam dirigitur motus, quàm arcus minore Radio E D deſcriptus. Quò igitur magis punctum contactûs in percuſſione abeſt à puncto D, eò infirmior eſt ictus, minorem quippe invenit reſiſtentiam.

At ſi corpus idem A B ita impellatur, ut linea directionis motûs ducta ex C centro impetûs ſit C A, ſimiliter conſtat validiſſimum ictum fieri in A, imbecilliorem verò in extremis angulis ejuſdem ſuperficiei. Hinc vides, cur ex vetere diſciplinâ Poliorceticâ ad murorum, aut poſtium expugnationem, arietes, quibus concutiebantur, non planâ facie, ſed convexâ communiter, aut acutâ conſtruerentur: quia ſcilicet trabem ferro

in capite armatam funibus ſuſpenſam (ne ſuſtinendi laborem ſubirent, ſed vires omnes in motu impenderent) retro ducentes, ac deinde propellentes, non planè horizontaliter, ſed quaſi circulariter movebant; planum autem ſi fuiſſet trabis caput, ictus inflictus fuiſſet ab extremo illius ſuperficiei latere, non verò à partibus circa medium exiſtentibus, à quibus multò validior ictus expectari potuiſſet; quemadmodum certiùs contingit facie convexâ, aut in apicem deſinente.

Si demum linea directionis motûs eſſet C F, utique in F eſſet validiſſimus ictus, quia planum F H bifariam divideret æqualiter univerſum impetum, & impetus F A H æqualis eſſet impetui F B H. Eſſet autem infirmior ictus, quem infligeret punctum D, cujus directio D I parallela directioni Centri F H inæqualiter divideret impetum, & pars impetûs D B I minor eſſet parte D A H I; quapropter hæc circa obicem in D moveri poſſet, & minorem inveniret reſiſtentiam quàm in F.

Ubi obſervandum eſt non aptè quæri, quonam in puncto validiſſimus fiat ictus, niſi pariter ſtatuatur, quænam ſit linea Directionis motûs: Nam in eodem puncto D validiſſimus eſt ictus, ſi directio fuerit C D, quia tunc eſt maxima reſiſtentia; nullus eſt ictus in directione C A, quia nihil illi opponitur; imbecillis eſt ictus in Directione C F, quia mediocrem offendit reſiſtentiam. Præterea comparatis invicem Directionibus C D & C A, validior eſt ictus in A quàm in D; plures ſiquidem partes in eandem longitudinis lineam directè conſpirantes plus obtinent virium, quàm pauciores in lineâ latitudinis: præterquam quod partium ad latera adjacentium lineæ, quæ propiores ſunt lineæ Directionis Centri Impetûs, quaſi in unam Phyſicè coaleſcunt; id quod non contingit partibus notabili intervallo disjunctis ab illâ Directionis lineâ: quæ eatenus ſolùm in percuſſionem conſentiunt, quatenus cum intermediis conjunctæ nexu non facilè diſſolubili eas pariter juvant; nam ſi eſſet corpus percutiens in plures partes, ceu virgulas, diſſectum, iis, quæ obicem contingerent, manentibus, reliquæ ſinè ictu excurrerent: propterea etiam conjunctæ faciliùs à directâ poſitione deflectentes corporis longitudinem inflectunt: ut in tenui & gracili ligno accidere poteſt extremis partibus A & B, quæ ex impulſu, quo promoventur, poſſunt circa punctum D inflecti; ex quo infirmior

percuſſio, quàm cùm tanta eſt corporis craſſities, ut pro longitudine breviore non valeat flecti. At ſi cum his directionibus CD & CA, ad perpendiculum incidentibus in faciem corporis percutientis, comparetur Directionis linea CF obliquè incidens, licèt longior ſit linea CF, quàm CD, non idcirco validior eſt in F ictus Directionis CF, quàm in D ictus Directionis CD: id quod oritur ex minore reſiſtentiâ ratione obliquitatis; faciliùs quippe poteſt ulteriùs excurrere corpus obliquè percutiens, quàm ſi directè percuteret.

Porrò non levis error obreperet minùs accuratè perpendentibus ea, quæ hactenus de Centro Impetûs diſputata ſunt, ſi hoc Centrum abſolutè in eo inſtrumento, quo ad percutiendum utimur, quærendum eſſe exiſtimarent: non enim rarò etiam ejus, à quo inſtrumentum impellitur, conſiderandus eſt impetus & motus. Sic quando duo lanceis concurrunt, non eſt æſtimanda percuſſio ex ſolo impetu lanceæ impreſſo, verùm etiam ex eo, quem militis corpori imprimit equus, cui currenti inſidet, immò & ipſius equi impetus, quem virtute ſuâ animali concipit: univerſum quippe hunc impetum retundi oportet ab eo, qui ictum recipit: hinc ſi miles minùs robuſtus fuerit, infirmior eſt ictus, quia ipſo ictûs momento ille cedit, & perinde eſt, atque ſi lancea ipſa cederet, aut flecteretur. Non eſt igitur Centrum impetûs in lanceâ ipsâ, ſed potiùs in corpore militis non procul ab equo; ac proinde inclinata lancea, ut, quam minimùm fieri poſſit, recedat à poſitione parallelâ lineæ Directionis motûs, & ab hac lineâ non longè abſit, validiſſimum ictum infliget: hoc autem quia faciliùs obtinetur longiore lanceâ, quàm breviore, ideò, cæteris paribus, præſtat longiore lanceâ uti.

Res autem aliter ſe habet, quando percuſſio contingit inſtrumento non ampliùs cohærente ipſi cauſæ, à qua impetum recipit, ſed jam ab eâ disjuncto; in eo enim præcisè eſt Centrum Impetûs, & attendenda eſt linea Directionis motûs ab hujuſmodi centro ducta, ut vis percuſſionis maxima innoteſcat.

At hìc quæris; ſi haſtam manu ſtringentes impetum illi imprimimus, & brachium pariter impetum concipit, atque ex utroque impetu æſtimandus eſt ictus; cur validiùs haſtam eandem intorquemus jaculantes, quàm manu tenentes? Sic antiquis,

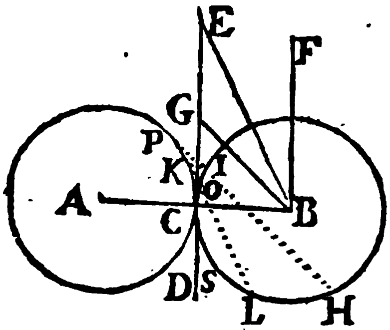
quis, ad acriùs feriendum, placuit haſtis amentatis uti, ut poſt ejaculationem haſtam loris ligatam retraherent, iterúmque evibrarent: Eſſe autem validiorem ictum hinc cognoſces, quòd haſtæ evibratæ mucro altiùs infigitur objectæ tabulæ, quàm cùm illam manu retinentes ſimiliter tabulam cuſpide percutimus. Ex multiplici causâ id petendum videtur. Et primò quidem, quia cùm haſtam manu ſtringimus, caro, quæ eſt in volâ manûs, illicò cedit, ac obicem haſtæ reſiſtentem offendit, ex qua ceſſione minuitur impetûs; qui & multo magis debilitatur, ſi brachium pariter in poſteriora modicè revocemus timentes, ne ex præconcepto impetu, & corporis percuſſi reſiſtentiâ oriatur nimia aliqua partium convulſio; aut dolor: hoc autem incommodum vitatur in haſtâ jam emiſsâ. Deinde quando aliquid jaculamur, ultimo momento, quo illud tenemus, brachium validiſſimo conatu in anteriora movemus, ſtatímque retrahimus dimittentes miſſile, cui propterea plurimus impetus imprimitur: conſtat autem non poſſe à nobis haſtam retinentibus (alia ſcilicet eſt muſculorum contentio & motio) moveri brachium motu adeò concitato. Demum impetus breviſſimo illo motu tantâ vi productus in miſſili ſuam retinet directionem (quicquid ſit, an gravitas inſita aliquid officiat) quæ in longiore motu brachij ſi non dimittatur, aliquantulum labefactatur, eo quod plures motus circa diverſa centra, videlicet circa os humeri, & os cubiti, miſceantur; atque ex diverſa illâ directione vis impetûs minuitur. Cùm itaque ex omnibus hiſce cauſis major inveniatur impetus in haſtâ evibratâ, quo momento illa percutit, majorem quoquè ictum ab eâ infligi conſequens eſt.

Ad hoc percuſſionum horizontalium genus ſpectat illa percuſſio, qua in ludo minoris tudiculæ globus unus tudiculâ impellente emiſſus alium globulum percutit. Si enim in eâdem directionis motûs lineâ reperiantur centra utriuſque globi, percutientis ſcilicet & percuſſi, maximus ictus infligitur, quia maximam invenit reſiſtentiam, cum totus globulus percuſſus toti percutienti opponatur, cujus ſingularum partium lineæ directionis motûs ſi producantur, occurrunt globulo percuſſo (æquales ſunt globuli ex hypotheſi) quamvis ſola linea directionis Centri illum contingat. Sin autem globus emiſſus ita alium

quieſcen

quieſcentem tangat, ut recta linea per contactûs punctum ducta ſit utriuſque globi Tangens; & lineæ directionis motûs parallela, nullus eſt ictus, quia nullum motui impedimentum infertur. Demum ſi linea, per quam dirigitur centrum globuli emiſſi, non occurrat centro globi percuſſi, ita tamen ſe habeat, ut lineæ utrumque globulum Tangenti occurrat extra punctum contactûs, tunc major aut minor erit ictus pro ratione impedimenti & reſiſtentiæ, prout majori aut minori parti globuli percutientis opponitur globulus percuſſus: Ex quo fit eò majorem eſſe reſiſtentiam, quò linea directionis motûs Centri percutientis propiùs ad punctum contactûs occurrit lineæ Tangenti.

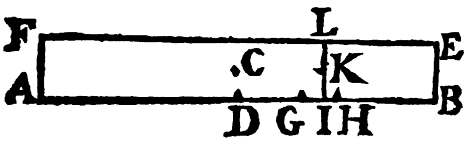
Sit globus B emiſſus adversùs globum A quieſcentem, & linea, per quam dirigitur motus centri B, ſit BC occurrens puncto contactûs C, atque adeò, ut colligitur ex 12. lib. 3. etiam centro A, ſi producta intelligatur. Hìc invenit maximam reſiſtentiam globus percutiens, neque ad hanc, neque ad illam partem deflectere poteſt à priori directione; linea ſiquidem Directionis BC ad angulos rectos incidit in Tangentem DE, & omnes ſingularum partium directiones occurrerent globulo A, ſi productæ intelligantur extra globulum B. Quòd ſi linea directionis motûs fuiſſet BF parallela Tangenti DE, nullum planè inferretur impedimentum motui à globo quieſcente A; nam partium globi impulſi Directiones parallelæ lineæ BF, eæ eſſent, ut earum nulla incurreret in globum A, ideóque nullus eſſet ictus, ubi nulla eſt reſiſtentia. At ſi globus B habeat Directionem BE, aut BG, & quieſcentem globum tangeret in C, etiamſi neque BE, neque BG directiones centri incurrerent in globum A, tamen partium aliquarum ejuſdem globi B Directiones parallelæ Directioni BE, aut BG, ſi productæ intelligantur, incurrerent in globum A, atque invenirent ex eo impedimentum. Sit enim Directio BE, & in globo B linea LO ipſi BE paralla, quæ producta contingeret in K globum A: utique omnes partes ſegmenti



menti O L S habentes Directionem parallelam Directioni B E, quæ eſt directio Centri, inveniunt reſiſtentiam, cum earum directiones incurrant in oppoſitum globum A. Similiter ſi Directio Centri ſit B G, parallela Directio H I producta tangit in P globum A, qui proinde opponitur Directionibus omnium partium ſegmenti I H S. Cùm autem ſegmentum I H S majus ſit ſegmento O L S, etiam major eſt ictus, quando Directio B G ea eſt, ut Tangenti lineæ D E occurrat in puncto G non ita procul à contactu C, quàm ſi directio B E ea eſſet, quæ in puncto E remotiore à contactu C occurreret eidem Tangenti D E: Maximam ſiquidem habet veritatis ſpeciem, in hujuſmodi ictibus impetum in globo percuſſo eâ intenſione imprimi, quæ proportione reſpondeat partibus, quæ directè ſecundùm illam Directionis lineam impediuntur. Quoniam verò impetus globo percuſſo impreſſus illum afficit æquabiliter, hinc eſt, quod ille non poteſt à percuſſione determinari, niſi ut moveatur per lineam Directionis, quæ conjungat punctum contactûs C cum centro A: quandoquidèm æquales ſunt globi partes circa centrum, adeóque & æquales impetus.

Obſerva hìc à me aſſumptos eſſe circulos pro globis, & lineas vice planorum ſecantium globos, ut res faciliùs explicaretur: cæterùm quæ de lineis dicta ſunt, ſi de planis per lineas illas tranſeuntibus intelligantur, rem ſimiliter ob oculos ponent, ſi ipſa parallela fuerint, aut inclinata, prout de lineis conſtituta eſt hypotheſis. Supereſt tertius percutientis motus, videlicet in arcûs circularis ſpeciem ductus, quando, altera extremitate manente, corpus in gyrum movetur. Experimentis autem docemur validiſſimum ictum non ſemper fieri ab extremitate, quamvis hæc velociſſimè moveatur præ cæteris punctis alteri extremitati manenti propioribus. Ut igitur inveniatur punctum, in quo corpus percutiens maximam habeat reſiſtentiam, ponendum eſt illud eſſe æquabiliter ductum, & ex materiâ homogeneâ æqualiter capaci impetûs; atque ibi ſanè maxima erit reſiſtentia, ubi impetûs momenta æqualiter dividuntur: id quod contingit in puncto ita remoto à motûs centro, ut cadat inter beſſem, & dodrantem totius longitudinis, quæ habet rationem Radij, quo arcus deſcribitur.

Sit corporis percutientis longitudo A B. Si motu naturali ſponte ſuâ deſcenderet, & in motu poſitionem horizonti parallelam ſervaret, utique validiſſimus eſſet ictus in D puncto, quod reſpondet centro gravitatis C; eſſent enim hinc atque hinc æquales gravitates, & æqualia impetûs momenta, ut ſuperiùs dictum eſt. At manente extremitate A, tanquam centro motûs, & corpore ipſo vi ſuæ gravitatis deſcendente, licèt ſingulæ particulæ, utpote naturæ ejuſdem, paribus viribus ſint præditæ, non tamen æquali momento feruntur; ſed cum in A retineantur, quæ puncto A propiores ſunt, magis detorquentur à directione naturalis gravitatis, adeóque plus momenti habent partes inter D B, quàm inter A D conſtitutæ. Porrò momenta ſunt in Ratione Diſtantiarum: Momentum ſiquidem eſt Exceſſus virtutis moventis ſupra reſiſtentiam, qua impedimentum prohibet, ne ſequatur motus juxta naturalem propenſionem: quare ſingularum partium momenta ex earum motu dignoſcuntur: moventur autem per circulorum arcus ſimiles, quorum etiam ſimiles ſunt Sinus deſcenſum metientes, qui ſunt in Ratione Radiorum, hoc eſt diſtantiarum ab A communi centro. Sic momentum puncti D eſt ut A D, puncti G ut A G, puncti H ut A H, atque ita de cæteris. Hinc eſt omnium momentorum ſummam conflari ex illorum aggregato, quaſi ex aggregato arcuum quos deſcribunt, aut Sinuum arcubus ſimilibus reſpondentium, quorum Ratio eadem eſt cum aggregato Radiorum, ex quibus deſcribuntur arcus. Cum autem univerſa longitudo A B in particulas æquales diviſa intelligatur, manifeſtum eſt diſtantias à centro A conſtituere Progreſſionem Arithmeticam juxta ſeriem naturalem numerorum, ac proinde punctum, quod vocari poteſt *Centrum Momentorum Impetûs*, illud eſſe, in quo momenta illa bifariam æqualiter dividuntur.



Hoc verò punctum eſſe ultra beſſem totius longitudinis hinc apparet, quòd, ſi longitudo A B in tres æquales partes diſtincta intelligatur, prima centro A proxima habet momentum ut 1, ſecunda ut 2, tertia ut 3: igitur poſt finem ſecundæ, hoc eſt in G, videtur

videtur eſſe æqualitas momentorum; nam A G habet ut 3, & G B item ut 3. Sed non eſſe in G momentorum æqualitatem conſtat, ſi adhuc plures in partes A B diſtincta intelligatur, & eadem ſit Ratio dupla A G ad G B. Sit A B partium 6; A G eſt 4, G B 2: Momenta A G ſunt 10, G B 11; ſunt ſcilicet ipſius A G momenta quatuor diſtantiarum 1. 2. 3. 4. hoc eſt 10, G B verò momenta quintæ & ſextæ diſtantiæ 5 & 6, hoc eſt 11. Quod ſi ponatur A B partium 9, & A G 6, G B 3; momenta A G ſunt 21, G B ſunt 24. Similiter ſtatuamus longitudinem A B partium 12, ſcilicet A G 8, G B 4, momenta A G ſunt 36, G B 42. Item A B ſit partium 15; A G 10, G B 5: momenta A G ſunt 55, G B 65. Demum A B ſit partium 18; A G 12, G B 6: momenta A G ſunt 78, G B 93. Non igitur momentorum æqualitas eſt præcisè in G ad beſſem longitudinis A B, ſed eſt ultra G versùs B.

Verùm, ſi A H ſit dodrans longitudinis A B, non in H, ſed citrà H, inter G & H eſt quæſitum punctum, in quo momentorum æqualitas invenitur. Nam ſi A B ſit partium 4, atque A H ſit 3, H B verò ſit 1; momenta A H ſunt 6, & H B 4: Si A B ſit part. 8: & A H 6, H B 2; momenta A H ſunt 21, H B 15; & ſic de cæteris ſervatâ eâdem Ratione triplâ A H ad H B. Cum itaque momenta A G minora ſint quàm momenta G B, contrà verò momenta A H majora ſint momentis H B, conſtat æqualitatem momentorum eſſe inter G & H, hoc eſt inter beſſem & dodrantem. Ubi autem proximè ſit hujuſmodi punctum, deprehendes, ſi totam A B ſtatuas partium 576, & A I partium 407: Cum enim momenta omnia totius A B ſint 166176, & momenta A I ſint 83028, remanent momenta I B 83148, proximè æqualia momentis A I. Eſt autem Ratio 407 ad 576 minor Ratione 3 ad 4: & Ratio A I ad I B minor eſt Ratione A H ad H B, hoc eſt minor Ratione Dodrantis ad Aſſem: item Ratio 407 ad 576 major eſt Ratione 2 ad 3, hoc eſt Ratione Beſſis ad Aſſem. Quæ de lineâ A B hactenus dicta ſunt, in reliquis pariter illi parallelis vera eſſe deprehenduntur ſimili ratiocinatione; ac propterea à lineâ I L omnes in eâdem Ratione ſecantur. Maxima igitur percuſſio à corpore A E circa lineam A F in gyrum acto fiet in lineâ I L; in qua medium punctum K denotat locum validiſſimi ictûs; in eo ſci-

ſcilicet omnia momenta impetûs æqualiter dividuntur tam juxta longitudinem, quàm juxta latitudinem.

Sed quoniam rarò contingit corpus, quo percutimus, ita æquabili ductu partes omnes diſpoſitas habere, ſicut hactenus hypotheſim in cylindro aut priſmate conſtituimus, idcircò frequentiſſimè centrum hoc momentorum Impetûs, ex quo ictus vehementia pendet, aut magis ad centrum motûs accedit, aut ab hoc magis recedit, prout ad hanc aut illam extremitatem plures ſunt partes majoris impetûs, aut majorum momentorum capaces: fieri ſiquidem poteſt, ut plures partes centro motûs proximæ tenuioribus momentis ſint prædita, pauciores autem partes ab hujuſmodi motûs centro remotæ majora obtineant momenta, adeò ut inæqualitas partium reciprocâ quadam inæqualitate momentorum compenſetur; & fieri poteſt, ut plures partes cum majore diſtantiâ componantur, adeò ut centrum momentorum impetûs proximum ſit extremitati, quæ velociſſimè movetur. Hinc quia malleo & ſecuri infligendus eſt ictus, in illorum manubriis ſtatuendis cavendum eſt, ne nimis gravia ſint, ne fortè extra malleum aut ſecurim, quibus fit percuſſio, ſit centrum momentorum impetûs. Centrum hoc momentorum ſi appellare libeat *Centrum Percuſſionis*, per me licet; neque enim hæreo in vocabulis.

Ut autem oblato quocumque corpore ad percutiendum apto, quo utendum ſit motu circulari, cujuſmodi eſt malleus, clava, ſecuris, & ſimilia, ejus centrum Momentorum impetûs Phyſicè & Mechanicè habeamus, hæc methodus fortaſſe non inutilis accidat. Extremam illam partem, quæ manu apprehendi ſolet, ex clavo immobili ita ſuſpende, ut circa illum liberè moveri valeat: tum ſuſpenſam clavam à perpendiculo remove, & in hanc atque illam partem vibrari permitte. Interim ex ſubtiliſſimo filo æreus, aut plumbeus, globulus pendeat, qui pariter vibretur: & hujus perpendiculi vibrationes cum clavæ ſuſpenſæ vibrationibus compara, an videlicet ſingulæ ſingulis iſochronæ ſint, hoc eſt æqualis durationis, an verò inæqualis; ſi una perpendiculi vibratio diuturnior ſit, quàm una clavæ vibratio, decurtandum eſt filum, ſi brevior, producendum uſque eò, dum perpendiculi vibrationes ſingulæ ſingulis clavæ vibrationibus iſochronæ fuerint. Hoc ubi conſecutus fueris, haud temerè

pronun

pronunciabis quæſitum Centrum momentorum Impetûs clavæ tanto intervallo abeſſe à puncto ſuſpenſionis, quanta eſt perpendiculi longitudo, non quidem exactiſſimè & Geometricè, ſed quantum ſatis eſt ad Phyſicum opus. Cur ita argumentari liceat, ſi rationem repoſcas, hæc ſatis probabilis afferri poteſt; quia ſcilicet Centrum momentorum Impetûs eſt punctum illud, in quo cum ſit æqualitas momentorum, omnes ipſius clavæ partes ſuam vim exercent ad motum illius oſcillationis; quemadmodum in centro globuli ex filo pendentis (filum ex hypotheſi nullum habet notabile momentum ad motum adnexi globuli variandum) eſt æqualitas momentorum ejuſdem deſcendentis, & ad poſitionem perpendicularem ſe reſtituentis. Eſt igitur clava quaſi perpendiculum tantæ longitudinis, quantum eſt intervallum inter Centrum motûs atque Centrum momentorum Impetûs. At perpendicula æqualis longitudinis ſunt iſochrona: igitur invento perpendiculo iſochrono cum oſcillationibus clavæ, nota erit ex hujus longitudine etiam longitudo rigidi illius perpendiculi, quod concipitur in clavâ, videlicet diſtantia Centri momentorum Impetûs à Centro motûs.

Hìc tamen animadvertas velim ex hac methodo non haberi exactè punctum Centri momentorum in clavâ, ſed illud adhuc paulò longiùs abeſſe; quia nimirum perpendiculorum omnino æqualium, præterquam in gravitate ponderis appenſi, illud, quod gravius eſt, plures vibrationes eodem tempore perficit; atque perpendiculorum omnino æqualium, præterquam in longitudine, illud, quod longius eſt, paucioribus vibrationibus eodem tempore agitatur. Cùm autem clava ſit perpendiculum gravius globulo, qui ex filo pendet, poſitâ æquali longitudine, clava velociùs moveretur: Si igitur motus clavæ eſt iſochronus cum motu globuli ex filo ſuſpenſi, neceſſe eſt longitudine gravioris inferente vibrationum raritatem compenſari ejus gravitatem, quæ crebriores efficeret vibrationes. Quare hoc certum habebis, quæſitum Centrum Momentorum eſſe ultra punctum illud inventum ex longitudine perpendiculi adhibiti.

Sed & illud præterea obſervandum eſt, motus iſtos circulares corporum percutientium communiter non habere pro ſui motûs Centro alteram extremitatem, niſi fortè, quando ad ſolius manûs motum moventur, cubito ac brachio immotis: cæterùm

pro centro motûs habent aut cubiti, aut humeri juncturam, prout cubitus, vel totum brachium movetur: & tunc Centrum momentorum transferri contingit, nec opus eſt adeò longa eſſe manubria; ut vides malleos, quibus ad contundendos libros utuntur bibliopægi, brevioris eſſe manubrij, quia extento brachio percutiunt, quod fungitur vice valde longi manubrij: contra verò fabrorum ferrariorum mallei, bipennes, & cætera inſtrumenta, quæ utrâque manu apprehenſa tractamus, longiora habent manubria, tunc enim brachium adeò extendere nequimus.

CAPUT X.

Quid conferat reſiſtentia corporis percuſſi.

EAtenus ictum corpori percuſſo infligi, quatenus hoc motui corporis percutientis opponitur, illíque obſiſtit, dictum eſt cap. 6. eóque vehementiorem eſſe percuſſionem, quò major eſt reſiſtentia. Hæc autem reſiſtentia originem ducit ex ipsâ corporum naturâ; omne ſiquidem corpus, quâ corpus eſt, nulli corpori penetrabile eſt, neque fieri poteſt, citrà Divinam virtutem longiùs, quàm naturæ termini poſtulant, excurrentem, ut uno eodémque in ſpatio duo corpora collocentur, quemadmodum duæ ſubſtantiæ ab omni prorſus ſenſu disjunctæ, ſed quæ ſolâ ratione, & intelligentiâ comprehenduntur, ſe viciſſim eodem in loco facilè patiuntur. Corpus igitur percuſſum tùm ex ſuâ conſtitutione, & temperie, tum ex recedendi difficultate, tùm ex poſitione, ſecundùm quam ictum excipit, habet, ut modum percuſſioni ſtatuat; ex triplici enim hoc capite reſiſtentiarum varietas petenda eſt, quâ corpus percuſſum reluctatur, ne loco cedat.

Et ad primum quidem quod attinet, corpora dura magis reſiſtere, quàm mollia, manifeſtum eſt ex ipsâ Duri & Mollis notione. *Eſt autem Durum*, ut ait Ariſtoteles lib. 4. Meteor. ſumma 2. cap. 1. *quod non cedit in ſeipſum ſecundùm ſuperficiem:*

Molle

Molle autem, quod cedit, non circumobſiſtendo; aqua enim non Mollis, non enim cedit compreſſione ſuperficies in profundum, ſed circumobſiſtit: aqua ſcilicet, & humores urgenti quidem cedunt, at non induendo ſuperficiem, quæ maneat, (ut ceræ ac luto accidit) ſed ita ſecedendo, ut, urgente remoto, ad ſuperficiem antiquæ ſuperficiei ſimilem confluant particulæ, quæ ſeceſſerant. Quapropter ad mollium genus, in rem præſentem ſpectare cenſenda ſunt, quæcumque ſe premi patiuntur, hoc eſt, externo impulſu in ſe ipſa coëunt, cùm in profundum ſuperficies permutatur, nec dividitur; ſivè imprimi & formari poſſint, pulſu tantùm, ut cera & argilla, aut percuſſione, ut plumbum; ſivè impreſſionem & formam rejiciant, ut lana, & ſpongiæ. Ea autem, quæ dura ſunt, ſed ductilia, quia *eâdem percuſſione poſſunt ſimul in latus, & in profundum ſecundùm ſuperficiem transferri ſecundùm partem*, ut ferro candenti, aliiſque metallis ſub fabri malleo contingit, aliquatenus ad mollia pertinere videntur, ſaltem comparatè, quia videlicet cedunt percutienti, quod propterea durius cenſetur. Sic in arce Antuerpienſi memini me vidiſſe ænea aliquot ingentia tormenta bellica, olim ex Sckenckianâ munitione, cum in Hiſpanorum poteſtatem venit, aſportata, in quorum tubis non mediocres contuſionum notæ ab hoſtilibus globis impreſſæ apparebant. Quæ verò corpora dura ſunt, neque ſe ita comprimi patiuntur, ut ſuperficies depreſſa craſſitiem minuat, ſed ſolùm, ſervatâ longitudine, flexibilia ſunt eâ ratione, ut à rectitudine ad curvitatem, aut viciſſim à curvitate ad rectitudinem torqueantur, cedunt quidem, ſed inter mollia, ex hoc quidem capite, recenſenda non ſunt. Quod ſi vehementiore percuſſione non ſolùm flectantur, ſed etiam frangantur (quemadmodum contingit craſſiuſculo baculo, cujus extremitates in acumen deſinentes innituntur duobus vitreis cyathis; qui circa medium valido fuſte percuſſus flectitur, & inflexione declinans vitra, iis integris frangitur) in magnas partes dividuntur, & ſeparantur: at ſi in partes plures diſſiliant ex unicâ percuſſione, friantur, ut vitrum, lapis, fictile; id quod ex duritie oritur.

Hæc eadem corporis habitudo, quæ particularum componentium complexionem reſpicit, æquè in percutiente, ac in percuſſo attendenda eſt; quandoquidem ſi diſpar fuerit eorum

durities,

durities, fieri poteſt, ut ex ictu labefactetur potiùs percutiens, quàm percuſſum: ſic globus plumbeus ex editâ turri decidens in ſubjectum ſilicem ex ictu contunditur, rotundâ ſuperficie in planam mutatâ, qua parte fuit contactus; & vitrum ad ſaxa alliſum friatur; & follis luſorius in parietem impactus comprimitur. Hinc tamen non fit, quò minus corpus illud, in quod plumbeus globus, aut vitrum, aut follis incurrit, percuſſum dicatur; ex ictu enim ſaltem concutitur, & contremiſcit. Neque tremorem hujuſmodi temerè confictum ſuſpicabitur, quiſquis longiſſimæ trabis extremitati aurem admoverit, ut alterâ extremitate quamvis leviſſimè digito percuſsâ ſonitum audiat, aut noctu ſcrobiculo in terrâ facto aurem immiſerit, ut adventantis alicujus adhuc procul poſiti paſſus percipiat: nullum verò ſonum fieri ſine tremore & motu, extra controverſiam poſuit experientia.

Porrò ſpectatâ corporum temperie, percuſſionum vehementiâ æſtimatur ex iis, quæ conſequuntur reſiſtentiam ortam ex corporum colliſorum duritie ſeu mollitudine majori au minori, tùm abſolutè, tùm comparatè. Cum *Abſolutè* dico, alterutrius ſolùm duritiem ſeu mollitudinem conſidero ita, ut aut corpora percuſſa inter ſe, aut corpora percutientia ſimiliter inter ſe conferantur: *Comparatè* autem, quando percutiens cum percuſſo comparatur, prout duritie ſe excedunt. Si corpus percutiens valdè durum ponatur, & corpus percuſſum molle fuerit, hoc cedendo retundit ictum; ex levi enim illâ reſiſtentiâ tandiu durante, quandiu fit partium compreſſio, minuitur in percutiente impetus, & quod corpori molli ſubjectum eſt corpus, leviſſimam impreſſionem ex ictu recipit. Sic apud Sinas, ut in Atlante Sinico pag. 127. *In flumine, per quod ad Ienping navigatur, Catadupa aquarum multa ſunt; & periculoſiſſima Syrtibus loca, duo præſertim propè Cinglieu, unus Kieulung, alter Changcung dictus. Cum naves tranſeunt, ne cum aquâ decidentes fractionis incurrant periculum, ſcitè præmittunt aliquot ſtraminis faſces, ad quos navis leviùs impingat, ac tranſeat.* Sic ferreis tormentorum globis objecti ſacci lanâ aut terrâ repleti illorum vim elidunt, ne diruant muros hujuſmodi ſaccis protectos: ſic farti goſſypio thoraces non levi munimento ſunt digladiantibus. Quò autem mollius fuerit corpus percuſſum, quia magis cedit, minùs læditur

ditur à percutiente; & viciſſim quò durius illud fuerit, magis ab eodem percutiente læditur, cujus impulſum excipit.

Hinc vides cur ferreos militum thoraces, & galeas noſtro hoc ævo aliter temperare oporteat, ac antiquis temporibus, quando gladiorum, haſtarum, ſagittarum ictus tantummodo repellere opus erat; tunc enim durâ temperatione ſolidandum erat ferrum, ne prorſus cederet, hujuſmodi armorum mucronem admittendo: nunc verò ut innoxiè excipiantur ictus globorum à Sclopis emiſſorum, ferrum molle eſſe expedit, ut contuſum flectatur, & aliquantulum cedens ita imminuat globi ejaculati vires, ut penetrare ulteriùs non valeat. Quod ſi in chalybem temperatus eſſet thorax militaris, nec admodum craſſus eſſet, ne gravitate nimiâ incommodus, aut inutilis accideret, facilè chalybs ex globi ictu diſſiliret, & vulneri locum aperiret. Sed quia globi plumbei ſunt, & ſe comprimi patiuntur, ex hujuſmodi percuſſione compreſſio quaſi diſtribuitur inter plumbeum globum exploſum, atque ferreum thoracem, qui multo magis contunderetur (aut fortè etiam perforaretur à globulo ferreo; globulus autem plumbeus, ſi thorax aut ipſa galea nihil cederet, magis comprimeretur, quemadmodum cùm in marmor exploditur.

At ubi corpus percuſſum non cedit in ſeipſum ſecundùm ſuperficiem, flectitur tamen, adhuc minùs reſiſtit, quàm corpora rigida, nec flexioni notabili obnoxia. Notabili, inquam, ne in quæſtionem vocemus, utrùm flecti dicenda ſint illa corpora, quæ ex ictu tremorem concipiunt, ut æri campano, cum pulſatur, accidit: nam vix excogitari poteſt corpus aliquod, cui ex vi percuſſionis accidere nequeat tremor; cum & terram ipſam licèt altiùs defoſſam in cuniculis concuti & contremiſcere oſtendant lapilli, & fabæ in tympani militaris planâ facie ſubſilientes ex profundo illo ligonis ictu. Certè, ſi Atlanti Sinico pag. 57. credimus, ubi in IV Provinciâ Xantung mentionem facit de monte, cui nomen Mingxe, hoc eſt Sonorum lapis; *in hujus montis vertice cippus erectus ſtat centum altus perticas* (Pertica apud Sinas eſt decem cubitorum) *qui vel leviter digito percuſſus ad tympani modum ſonum edere dicitur, à quo monti nomen*; nullus autem ſonus abſque corporis ſonori tremore efficitur. Quod ſi non niſi leviſſimè flecti queat corpus percuſſum, ſed ci-

tra tremorem frangatur, aut frietur, indicium eſt majoris reſiſtentiæ, ac proinde, cæteris paribus, vehementiorem futuram percuſſionem, quàm ſi conſpicuam flexionem admitteret. Cæterùm reſiſtentia ferè maxima eorum corporum eſt, quæ & partes nexu ægrè diſſolubili copulatas habent, & congruâ craſſitudine prædita non niſi creberrimo & minutiſſimo tremore concuti poſſunt, ſi percutiantur. Nam omnium reſiſtentiarum abſolutè maxima eſt, cùm prorſus immotum à percuſſione manet corpus.

Hinc ſi percuſſi corporis durities major fuerit, quàm percutientis, fieri poteſt, ut impetus qui corpori percuſſo imprimi non poteſt, disjiciat ipſius percutientis partes, aut in latus impellat ita, ut vel contundatur, vel frangatur, vel frietur, ſitque percutientis conditio deterior, quàm percuſſi. Hujuſmodi eſſet apud nos conditio gladij, quo marmor percuteremus; neque enim noſtrates enſes comparandi ſunt cum illo, de quo Atlas Sinicus pag. 159. in XV Provincia Junnam ad urbem Chinkiang, ubi hæc habet. *Ad urbis Borealem partem ad hac uſque tempora ingens conſpicitur lapis, ubi Mung Rex Simulo alterius Regis legatos excipiens, cum illi minimè ſatisfacerent, extracto gladio lapidem ita percuſſit, ut ictus ad tres cubitos penetraret, verbis inſuper minacibus legatos alloquens; Ite, & Regi veſtro renunciate, quales apud me gladij ſint.*

Altera reſiſtentiæ origo habetur ex difficultate recedendi; quando videlicet corpus percuſſum ſivè ratione figuræ, ſivè ratione molis & gravitatis, ſivè ratione obſtaculi alicujus, aut retinaculi, ſivè ratione motûs oppoſiti, nequit obſecundare motui percutientis, ſed potiùs illum aut cohibet, aut retardat, aut reflectit; hæc enim tria accidere poſſunt motui percutientis ex percuſſi reſiſtentiâ. Primum ſiquidem ſi corpus percuſſum volubile non fuerit, & in orbem incitari nequeat, ſed planâ facie incumbat ſolo, præſertim ſalebroſo, quò ampliori facie ſit contactus, eò difficiliùs impelli poteſt. Deinde etiamſi rotundum fuerit corpus, & facilis motionis principium habeat ſpectatâ figurâ, ſi tamen ingens fuerit globus marmoreus, aut æreus, tanta eſſe poteſt gravitas, ut vix, aut ne vix quidem, loco dimoveri queat. Non tamen ſemper faciliùs moventur ex percuſſione, quæ leviora ſunt; nam ſi quis ex cupreſſu galbulum, aut

ex

ex quercu gallam decerpat, & malleo percutiat, ob nimiam galbuli, & gallæ levitatem multo infirmior erit ictus, quàm ſi æqualem globulum eburneum percuteret. Ad hæc, forma quidem apta eſſe poteſt, nec gravitas aut moles nimia, ſed quia corpus percuſſum nequit percutienti cedere, niſi corpus aliud proximum repellatur, propterea augeri poteſt reſiſtentia: ſic ſublicas acuminatas in terram adigimus fiſtucâ ſivè directas ad perpendiculum, ſivè pronas; ſed ea poteſt eſſe telluris denſitas compreſſionem reſpuens, ut ſæpiùs cadens fiſtuca parum proficiat. Demum ſi corpus percuſſum antè ictum non quieſcat, ſed oppoſito motu occurrat percutienti, quò velociùs movetur, & directione magis oppoſitâ, etiam magis reſiſtit, & utrumque viciſſim eſt percutiens & percuſſum; niſi quod percutientis vocabulum validiori conceditur. Contra verò languidior accidit percuſſio, ſi corpus percutiens aſſequatur aliud, quod ad eaſdem partes tardiùs movetur; eóque minor eſt reſiſtentia, quò minor eſt in velocitate motuum differentia. Sic decidentis ex altitudine non modicâ lapidis ictum manu citrà læſionem excipimus, ſi illius motui, ubi manum attigerit, exiguo minoris velocitatis diſcrimine obſecundemus: hæc ſiquidem exigua reſiſtentia modicum quid impetûs deterit, & quia aliquot momenta durat, ita ſenſim extenuatur impetus, ut demum qui reliquus eſt nocere non valeat.

Hoc artificio procul dubio utebatur quidam, qui ante aliquot annos, ut ex viro fide digno tanquam rem notiſſimam accepi, Mutinæ enſem eâ dexteritate in altum projiciebat, ut perpendicularis recideret mucrone deorſum converſo, quem cadentem nuda manûs vola innoxiè excipiebat; ſed cum aliquando invitus cogeretur, ut id noctu experiretur in conclavi multis facibus illuſtrato, cùm (deficiente conſtanti & clariſſimâ diurnâ luce, quam æmulari non poteſt tremula & inconſtans facium, quamvis multarum, flamma) non ita exactè aſſequeretur deſcendentis gladij motum & velocitatem, finem fecit ludo manum trajectam referens.

Poſtremum caput, ex quo reſiſtentiæ modus deſumitur in percuſſionibus, eſt ipſa poſitio corporis percuſſi, prout directè, aut obliquè, ictum excipit, hoc eſt quatenus linea directionis motûs, quo fertur corpus percutiens, incurrit in corporis per-

cuſſi ſuperficiem ad angulos æquales, aut inæquales. Si enim ad angulos æquales opponatur Directioni motûs, cum ad neutram partem corpus percutiens declinare poſſit, tota vis ictus excipitur à corpore percuſſo. Sin autem obliquè, & ad angulos inæquales, à corpore percuſſo excipiatur percutientis ictus, quò major erit angulorum inæqualitas, eò languidior erit percuſſio, minùs quippe motûs Directioni opponitur ſuperficies percuſſa, quò fuerit angulus Incidentiæ magis acutus. Ut autem horum ictuum Ratio aliqua innoteſcat, nulla mihi congruentior methodus occurrit, quàm ſi philoſophemur ſimili planè ratiocinatione, ac cùm lib. 1. cap. 14. expendimus gravitationem corporis in planum inclinatum; ſicut enim ibi gravitatem cum ſuâ directione deorſum ad centrum gravium conſideravimus, ita hìc in percuſſione impetum corporis percutientis, & ejus directionem accipere oportet: & quemadmodum in plano inclinato gravia obtinent momenta deſcendendi majora, aut minora, prout angulus inclinationis plani cum perpendiculo minor eſt, aut major; ſimiliter in percuſſione momentum progrediendi juxta conceptam aut impreſſam directionem motûs iiſdem tenetur legibus, juxta plani percuſſi obliquitatem; ac proinde minor invenitur reſiſtentia, ubi majus eſt progrediendi momentum. Quare hìc ſatis erit recolere, quæ dicta ſunt lib. 1. cap. 13. & 14. de gravitatione in plano inclinato, & in planum inclinatum, eáque percuſſionibus ſervatâ analogiâ applicare.

Cum itaque in percutiente conſideranda ſit & moles, & motûs velocitas, & Directio motûs, & durities; in corpore autem percuſſo & naturæ temperatio, & recedendi difficultas, & poſitio, ſecundùm quam excipitur ictus, ſpectanda ſit; manifeſtum eſt ex his omnibus ictuum vim temperari; atque adeò ſi duo ictus comparandi ſint, aſſumendæ ſunt in corporibus percutientibus invicem comparatis Rationes omnes & molis ad molem (hoc eſt gravitatis ad gravitatem, aut virtutis moventis ad virtutem moventem) & velocitatis ad velocitatem, & directionis ad directionem, & duritiei ad duritiem; & ſimiliter in corporibus percuſſis Rationes eorum, quæ in illis conſiderantur: atque demum facta Rationum compoſitio indicabit Rationem ictuum. Hinc vides quàm multæ fieri poſſint hujuſmodi

Rationum complexiones; quas ſi juxta earum varietatem in Propoſitiones digerere otium eſſet, in molem non exiguam hæc ſcriptio exereſceret, ſed non majore fructu, quàm ſi tu ipſe Rationes, ut indicatum eſt, componas.

CAPUT XI.

Quomodo ex Percuſsionibus determinentur Reflexiones.

UT Percuſſionis natura plenè perfectéque innoteſcat, diſpiciendum ſupereſt, quomodo ex illâ determinetur Reflexio. Motus ſiquidem, qui propriè eſt reflexus, percuſſionem conſequitur, quatenus id, quod motu directo ferebatur, invenit obicem, ne ulteriùs juxta eandem Directionem progrediatur: ſed quia adhuc acquiſitus, ſeu impreſſus, impetus ſupereſt, aliam inire viam cogitur; eóque magis reflectitur, quò majorem invenit reſiſtentiam ortam ex utriuſque corporis impenetrabilitate, atque duritie. Quòd ſi utrique corpori, percutienti videlicet atque percuſſo, ſumma durities ineſſe poneretur, ita ut in neutro ex vi percuſſionis ulla ſequeretur partium compreſſio, aut depreſſio, aut attritio ſeu diviſio, perfecta quoquè intelligeretur reflexio, in qua corpus percutiens non niſi in tranſitu, citrà omnem vel breviſſimam morulam, contingeret corpus, à quo reflectitur; & nulla fieret impetûs acquiſiti, ſive impreſſi, diminutio præter eam, quam ſecum trahit nova reflectentis determinatio oppoſita lineæ directionis, ſecundùm quam priùs movebatur. Nemini autem dubium eſſe debet, an corpus reflexum pergat moveri ex vi impetûs adhuc reſidui poſt motum directum: nam corpus reflectens prorſus immotum & quieſcens non poteſt impetum illi communicare; cum perpetuis experimentis doceamur nihil moveri ab alio quieſcente.

Sæpiùs tamen contingit (ſi quis dixerit *ſemper*, quibus argumentis eum coarguerem manifeſtæ falſitatis, me non habere

candidè profiteor) non fieri puram reflexionem ex merâ reſiſtentiâ; ſed in alterutro ſaltem corporum colliſorum, ex percuſſione ſequitur aliqua partium violenta compreſſio, aut diſtractio; hanc autem naturæ repugnantem partium poſitionem excutere dum nititur, ſéque in priſtinum ſtatum reſtituere, novum impetum concipit, quem & poteſt reflectens reflexo imprimere, atque in eo diminuti ex reſiſtentiâ impetûs jacturam, aliquâ ſaltem ex parte, reſarcire. Hinc, in rem præſentem diſtinguere oportet, quid inter Compreſſionem & Depreſſionem interſit: quæ enim deprimuntur, ut plumbum, cera, argilla, non reſiliunt ſecundùm ſuperficiem, ut priſtinam figuram induant; ideóque quando hujuſmodi corpora in aliud impinguntur, vel aliud in illa impingitur, valdè debilitatur reflexio, ſi modò aliqua contingere poteſt. Quæ verò comprimuntur, externâ vi deficiente ſe in priſtinam figuram abſque cunctatione reſtituunt concepto novo impetu. Exemplum ex folle pugillatorio peti poteſt, ut res in apertum deducatur. Cadens in ſubjectum pavimentum follis luſorius, ritè inflatus, impeditur, ne ulteriùs procedat; ſed quia incluſi aëris particulæ eæ ſunt, quæ per vim conſtipari ampliùs poſſint, ideò ex illis anteriores hinc urgentur à poſterioribus, quæ vi acquiſiti impetûs inchoatum iter proſequuntur, hinc tellure reſiſtente, hinc alutâ continente, inter anguſtias deprehenſæ comprimuntur: id quod cùm motum exigat, certam aliquam breviſſimi temporis menſuram requirit, quo fluente, terra à folle tangitur, motúſque aliquatenus impeditur (nunquam tamen ita, ut ceſſet omnino motus illarum ſaltem partium, à quibus anteriores urgentur ac premuntur) & quò diutiùs hujuſmodi compreſſio durat, eò magis impeditur motus totius follis, atque adeò plus impetûs deperditur. Sed quoniam ſtatus ille majoris compreſſionis aëri intrà follem conſtipato contra naturam accidit, ubi primùm, debilitato impetu urgente, reſtituere ſe poteſt aër, impetum ſibi imprimit, quo moveatur ad ampliorem locum occupandum, ſi facta fuerit condenſatio, vel certè ad partes in priſtino & naturali ſtatu conſtituendas (quemadmodum alutæ contingit, cujus partes aliæ compreſſæ, aliæ diſtractæ ſeſe reſtituunt) cúmque id præſtare nequeat motu ad terram directo, quippe quæ reſiſtit, in oppoſitam partem motum dirigit;

novóque

novóque hoc impetu ſi non æquatur, qui reſiſtentiâ diminutus fuerat, ſaltem incrementi alicujus compenſatione lenitur incommodum detrimenti, & major fit motus, quàm pro Ratione reſidui impetûs ante percuſſionem & compreſſionem concepti.

Hæc eadem proportione dicenda ſunt, quando non corpus percutiens, ut follis in terram decidens, ſed percuſſum comprimitur aut diſtrahitur, & virtute elaſticâ ſe reſtituit; impetum enim concipiens, quo amiſſam figuram recuperet, etiam percutienti impetum imprimit, quo repellitur. Sic in ſphæriſterio immiſſæ pilæ ſi reticulum ex contortis animalium inteſtinis in plagas diſtinctum objeceris, validiùs reflectitur pila, quàm objecto batillo ligneo, intenti enim nervi illi, ex impetu pilæ inflexi, validiſſimè ſe reſtituunt, id quod ligno non contingit, quippe quod vix elaſticam hanc virtutem exercet, ſi tamen à pilâ impactâ quicquam inflexionis recipit, quæ compreſſio ſit potiùs, quàm depreſſio. Quæ ſcilicet corpora eam partium texturam habent, ut minùs ferant ſe à priore poſitione & figurâ dimoveri, illa ſeſe majore impetu reſtituunt.

Ex his conſtat, cur partium depreſſio officiat reflexioni corporis percutientis: quia nimirum à poſterioribus illius partibus urgentur anteriores contactui proximæ, quæ interim vel quieſcunt, vel multò tardiùs moventur, vel ad latus ſecedunt, & idcircò vel totum, vel ferè totum, ſuum impetum deperdunt: poſteriores verò dum urgent ac premunt, moventur quidem, ſed reperiunt reſiſtentiam ſubſidentium partium anteriorum, atque adeò in illis pariter minuitur impetus; ſæpiúſque tanta fit impetûs diminutio, ut, depreſſione abſolutâ, partes illæ poſteriores reliquum non habeant tantum impetûs, qui vincere valeat gravitatem, & reflexionem efficere; neque enim aliquid amiſſi impetûs compenſatur ab impetu novo partium ſe reſtituentium, quemadmodum fieri diximus in compreſſione. Quando autem depreſſio partium accidit corpori, ad quod alliditur corpus percutiens, ut cùm in arenam ſiccam ac pulverulentam, aut in limoſam terram decidit globus, tunc multum impetûs deperditur, ut dictum eſt ſuperiùs de ictu, qui eò infirmior eſt, quò mollius eſt corpus percuſſum; reflexio autem eò major eſt, quò validiore ictu percutitur corpus reflectens. Quòd ſi utrumque corpus, tam percutiens, quàm percuſſum, patiatur

compreſſio-

compreſſionem aut depreſſionem, aut partium attritum, tunc multò minor eſt reflexio, quia dum invicem cedunt, aliquo tempore durat reſiſtentia, multóque magis minuitur impetus: id quod adhuc magis contingit, ſi ſe invicem conterant, & particulæ aliquæ majores reſiliant.

Quapropter cum incerta ſemper, & varia ſit complexio hujuſmodi reſiſtentiarum & ceſſionum, juxta variam corporum temperationem; ut reflexionis certæ regulæ ſtatuantur, ſemotis iis, quæ percuſſionis accidunt, conſideranda & aſſumenda eſt reſiſtentia abſque ullâ ceſſione, perinde atque ſi duriſſimorum corporum colliſio fieret.

Cum itaque in reflexione, corporis duri in aliud decidentis, aut impacti, motus ad novam lineam dirigatur, nova hæc directio oritur ex lineâ directionis prioris motûs quatenus comparatâ cum plano reflectente, videlicet quatenus ad illud inclinatur, & cum eo angulum conſtituit in puncto contactûs. Quando autem ſuperficies corporis reflectentis eo loco, ubi percutitur, plana non eſt, ſed convexa (ſimile quid dicendum, ſi cava fuerit) ſivè ſphærica ſit, ſivè Elliptica, ſivè Conica, reverâ nullum ibi eſt planum reflectens (niſi fortè hujuſmodi convexas ſuperficies ex plurimis planis minimis conſtitui fingas, quemadmodum circuli peripheriam ex infinitis lineolis rectis, quarum rectitudo ſenſum omnem fugiat, componi opinantur aliqui) ſed communiter mente concipiunt planum, quod in puncto percuſſionis tangeret ſuperficiem convexam; & ex illo angulos tùm Incidentiæ, tùm Reflexionis definiunt.

Porrò planum reflectens (quod quidem ſpectat ad novam directionem motûs ſtatuendam corpori percutienti, quem ponamus eſſe globum) ita ſe habere videtur, ac ſi in globum quieſcentem motu parallelo impingeretur ipſum planum tanto impetu, quanto impetu fertur globus adversùs planum: ſi enim ex duobus colliſis alterum quieſcit, alterum movetur, ad rationem ictûs nil refert, utrum illorum quieſcat, aut moveatur, modò cætera omnia paria fuerint; ad rationem verò reflexionis, quà reflexio eſt, attenditur potiſſimum ordinatio novæ lineæ motûs, quæ ex obſtaculi poſitione deſumitur, adeò ut nova linea directionis, quatenus à plano reflectente pendet, & à

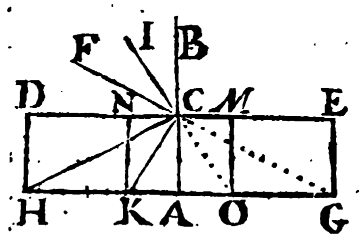
centro

centro gravitatis deſcendentis, aut à centro Impetûs corporis impacti, certâ Ratione reſpiciat priorem lineam directionis. Eo igitur ipſo quod concipimus planum reflectens moveri motu parallelo, hoc eſt ſervatâ poſitione priori poſitioni parallelâ, adversùs globum quieſcentem, manifeſtum eſt novam determinationem ex illo ortam eſſe versùs lineam plano perpendicularem, ex puncto contactûs erectam: nam impetus, qui ex illo plani motu imprimeretur globo quieſcenti, hunc deferret per lineam jungentem punctum contactûs cum centro globi: hæc autem linea ex centro ſphæræ ducta ad punctum contactûs plani eſt ipſi plano perpendicularis, ut ex Sphæricis conſtat. Quamvis igitur res contrario modo ſe habeat, ſcilicet planum quieſcat, & globus moveatur, directio tamen, quatenus orta ex reſiſtentiâ plani, eodem modo ſe habet, & eſt versùs perpendicularem ex puncto contactûs. Sed quia cum impetu globi ut plurimùm manet adhuc prior directio, ex his duabus motuum ordinationibus oritur tertia mixta; ita ut neque ad perpendiculum reflectatur, niſi incidentiæ linea perpendicularis fuerit, neque recta inſtitutum iter proſequatur.

Quoniam igitur ex puncto contactûs innumeræ lineæ exire poſſunt cùm variâ inclinatione ad planum reflectens, nec ulla peculiaris eſt cauſa, cur ad hos potiùs, quàm ad illos angulos, reflectatur corpus percutiens, qui majores ſint aut minores angulo incidentiæ, quem linea directionis motûs conſtituit cum eodem plano reflectente; reliquum eſt, ut angulo incidentiæ æqualis ſit angulus reflexionis; hæc ſiquidem linea ad angulum priori æqualem reflexa unica eſt, quæ inter innumeras alias lineas magis aut minùs inclinatas potiori quodam jure exigitur à naturâ prioris directionis leges, quoad fieri poteſt, retinente. Non eſt autem neceſſe tyronem monere, duas lineas, directam & reflexam in puncto reflexionis concurrentes eſſe in uno & eodem plano, ut conſtat ex. 2. lib. 11. ab hoc autem plano ſecari planum reflectens, ac proinde ad lineam, quæ eſt duorum planorum communis ſectio, referendam eſſe linearum illarum inclinationem.

Quare ſit plani reflectentis, & plani, in quo ſit motus,

communis ſectio linea A B, & ſuper planum ad rectos angulos



cadat linea directionis prioris D C, per quam movetur globus tanto impetu, ut niſi planum obſtaret, ulteriùs procederet rectà versùs E: Verùm quoniam à plano obſiſtente repellitur per lineam perpendicularem C D, nova hæc determinatio ad motum eſt omninò & adæquatè oppoſita priori directioni D C, ideóque ictus eſt validiſſimus propter maximam reſiſtentiam. Hinc quia ex reſiſtentiâ oritur reflexio, maxima eſt reflexio, quæ fit per lineam perpendicularem, nihil enim remanet de priori directione: in hoc quippe comparantur invicem reflexiones, ut illa major dicatur, in qua nova motûs ordinatio magis minuit priorem directionem, ut ſcilicet minùs pergat ad eam partem, ad quam ferebatur motu directo corpus percutiens. In reflexione autem perpendiculari ita tollitur prior directio, ut nullo pacto globus, qui ex D per D C movebatur, ampliùs versùs E tendat. Cùm ergo nova ordinatio ſit per perpendicularem C D ad angulos rectos, manifeſtò conſtat, angulum reflexionis eſſe æqualem angulo incidentiæ; nam omnes anguli recti ſunt æquales.

At moveatur corpus per lineam F C, & fiat incidentiæ angulus F C B acutus: niſi planum reſiſteret, progrederetur corpus juxta eandem directionem ultra C in G; quo motu recedens à puncto C partim tenderet à C versùs A, partim à C versùs E, ita ut à lineâ G A diſtaret intervallo A G, à lineâ autem C E intervallo E G; eſſet enim directio C G æquivalens directioni mixtæ ex C A, & C E. Verùm nova motûs ordinatio à plano reflectente, quatenus opponitur ulteriori motui, eſt per lineam perpendicularem C D; hæc autem priori directioni F C G adverſatur ſolùm, prout æquivalet Directioni C E (nam quatenus æquivalet directioni C A, non illi opponitur; globo ſcilicet, qui per C A moveretur, planum non reſiſteret, nec illum reflecteret) ac propterea dat oppoſitam directionem C D, cujus longitudinem ponamus æqualem ipſi C E. Manente igitur directione per C A, & directione C E mutatâ in C D,

eſt

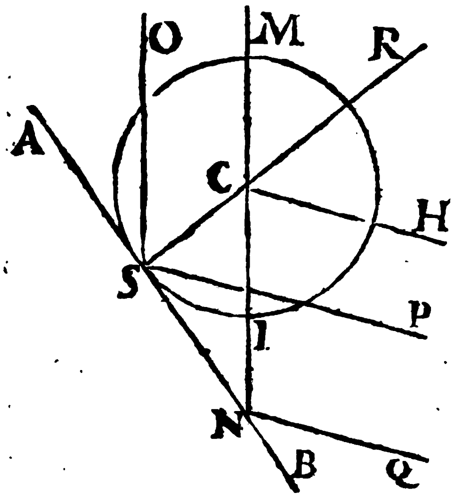
eſt ex utrâque mixta directio C H, ſecundùm quam movetur corpus reflexum. Quoniam itaque directionum ſingularum menſuræ ſunt C A, & C E, per A ducatur parallela ipſi D E; & per E, atque per D, ducantur E G & D H ipſi C A parallelæ. Eſt ergo rectangulum H E; & quia C D aſſumpta eſt æqualis ipſi C E, etiam A H & A G ſunt illis æquales. Quapropter cum in triangulis C A H, C A G rectangulis, latera A C & A G æqualia ſint lateribus A C & A H, atque angulus comprehenſus ad A ſit rectus, per 4. lib. 1. angulus A C H (qui eſt angulus Reflexionis) eſt æqualis angulo A C G: at angulo A C G æqualis eſt ad verticem angulus incidentiæ F C B, per 15. lib. 1: ergo angulo F C B incidentiæ æqualis eſt A C H angulus reflexionis.

Eâdem methodo, ſi angulus incidentiæ fuerit I C B, oſtendemus angulum reflexionis K C A eſſe illi æqualem; quandoquidem directio C M mutatur in C N, & manet directio C A; ac propterea directio mixta ex C N, & C A, eſt C K. Atque ita de cæteris.

Ex quibus obſervabis, quò acutior fuerit angulus incidentiæ, in reflexione ita miſceri novam directionem cum antiquâ, ut magis prævaleat antiqua; nova ſiquidem ad antiquam, ſecundùm id, quod de illâ remanet, ſe habet ut Sinus Rectus anguli incidentiæ ad Sinum Complementi. Nam ſi incidentiæ angulus ſit F C B, & illi æqualis H C A, nova directio C D, hoc eſt A H ad antiquæ reſiduum C A, ſe habet ut H A ad A C: Sin autem incidentiæ angulus fuerit I C B, hoc eſt illi æqualis angulus reflexionis K C A, nova directio ad id, quod de antiquâ remanet, eſt ut K A ad C A. Eſt autem major Ratio A C ad A K minorem, quàm ejuſdem A C ad A H majorem per 8. lib. 5. Quare quandiu angulus incidentiæ minor eſt ſemirecto, majus eſt reſiduum antiquæ directionis (attentè obſerva me de ſolâ directione loqui) quàm nova ordinatio: ubi fuerit angulus ſemirectus, ſunt æquales; ſi angulus incidentiæ fuerit ſemirecto major, nova ordinatio major eſt eo, quod remanet de antiquâ directione: ubi demum fuerit angulus rectus in perpendiculari incidentiâ, nova directio ad priorem ſe habet ut Radius ad

nihil, motus enim reflexus nihil retinet de priori directione.

Antè tamen quàm in hac diſputatione procedamus, mentis oculos tantiſper in globum C, à quo percutitur planum A B, convertamus; hactenus enim univerſa contemplatio in meris lineis verſata eſt. Etquidem ſi directionis linea ſit R S perpendicularis tranſiens per globi centrum C, & punctum contactûs S, nulla eſſe poteſt difficultas, quin per eandem lineam S R reſiliat ad angulos rectos. Sed ſi in planum obliquè incidat linea directionis globi per centrum C deducta, & ſit M N; certum eſt in plano A B punctum N, in quod directionis linea M C producta incurrit, non eſſe punctum contactûs; alioquin linea à globi centro ducta ad punctum contactûs, caderet ad angulos inæquales ex hypotheſi, cum tamen angulos rectos conſtituere demonſtretur in Sphæricis. Eſt igitur contactus in puncto S, extra lineam directionis centri, ideóque angulus reflexionis non eſt B N Q æqualis angulo A N M. Propterea in globo attendendum eſt punctum S, à quo reipsâ percutitur planum; & ſicuti in circulo globum bifariam dividente punctum I delatum eſt per lineam M I, ita punctum S per lineam O S ipſi M I parallelam (pono hìc globum non rotari dum movetur, ſed recto itinere deduci) venit ad contactum & percuſſionem plani. Cum igitur O S & M N ſint parallelæ, anguli O S A, & M N A ſunt æquales: & ſicuti ſi punctum I ſolitarium eſſet, atque juxta ſuam directionem veniret in N, reflecteretur per N Q, ut reflexionis angulus Q N B eſſet æqualis angulo Incidentiæ M N A; ita punctum S globi reflectitur per S P, & angulus reflexionis P S B æqualis eſt incidentiæ angulo O S A; ac proinde anguli P S B, & Q N B ſunt æquales inter ſe. Centrum igitur



igitur C cùm in directione M N haberet directionem mixtam ex directione C S versùs planum, & directione S B, cum impediatur à globi ſoliditate ne ad planum ulteriùs accedat, mutatâ directione C S in C R, atque retentâ priore directione S B, habet directionem mixtam C H omnino ſimilem directioni puncti S; atque propterea C H eſt parallela ipſi S P. Quod ſi globus rotari intelligatur, loco linearum, de quibus hactenus fuit ſermo, concipe plana, in quibus puncta illa ſuas periodos deſcriberent in motu rotationis; & plana illa eſſent ad planum reflectens ſimiliter inclinata, ut de lineis dictum eſt.

In cæteris verò corporibus non rotundis idem de eorum reflexione dicendum eſt, ſervatâ analogiâ, quantum ferre poteſt anomala eorum figura, & diſpar partium poſitio circa centrum gravitatis aut magnitudinis: in multis enim hujuſmodi æqualitas angulorum incidentiæ & reflexionis non exactè ſervatur. Sic haſtam ſi obliquè contorqueas in rupem, non modò inæqualitatem angulorum deprehendes, ſed vix reflexionem fieri admittes; quia videlicet extremo haſtæ calce rupem tangente, reliquæ partes habentes circa centrum gravitatis inæqualia momenta, valdè turbant motum: ſolùm autem quando haſta in planum impingitur, aut cadit, ad perpendiculum, ſervatâ reflexionis regulâ ad angulos rectos reſilit; quia tunc partes omnes circa centrum gravitatis paria habent momenta. Hæc autem momentorum diverſitas in globo non reperitur, niſi fortè aut deficiat à perfectâ rotunditate, aut centrum magnitudinis non ſit idem cum centro gravitatis, adeò ut linea punctum contactûs cum centro gravitatis, jungens non ſit plano reflectenti perpendicularis; tunc enim perturbaretur globi reflexio.

Ex dictis ſatis apertè conſtat reflexionem non ex impetu deſumendam eſſe, ſed ex directione motus, cui opponitur corpus reflectens, juxta hujus poſitionem perpendicularem aut obliquam: multus enim impetus aliquando officere poteſt æqualitati angulorum, ſi ex colliſione corporis impacti cum corpore reflectente, aut alterutrum, aut utrumque notabiliter cedat, adeò ut non contingat ſincera reflexio. Cæterùm cum ſemper in reflexione fit nova directio priori directioni oppoſita, aliquid impetûs perit pro Ratione oppoſitionis. Ex quo fit in re-

flexione ad angulos magis acutos impetum minori decremento minui, quia nova directio minùs opponitur antiquæ, & minùs impeditur motus; idcirco globus ad angulum valde acutum reflexus, ſi offendat in motu reflexo aliquem obicem, multò validiùs illum percutit, quàm ſi ad angulum minùs acutum reflecteretur, quia, cæteris paribus, majore impetu ſuperſtite ictum infligit.

Quapropter obvium eſt cuique rationem reddere omnium, quæ in pilæ ludo contingunt circa ſaltus in pavimento, in quod pila emiſſa decidit, & reflexiones ad parietem, in quem illa impingitur. Duo tamen potiſſimùm obſervare placet. Primùm, quando pila cadit obliqua in pavimentum non procul à pariete, ſæpè fit duplex reflexio, altera ſcilicet à pavimento, altera à pariete: ex quo fit, ut pila aliquando longè altiorem ſaltum edat, ſi multum habeat impetus; quia videlicet à pavimento reſiliens, ſi in parietem non incurreret, lineam curvam in reflexione deſcribens vi ſuæ gravitatis impetum extrinſecùs impreſſum temperantis, citiùs deprimeretur, & magis à recto tramite deorſum deflecteret: at quia proximus ponitur eſſe paries, linea primò reflexa nondum differt notabiliter à lineâ rectâ; atque proinde in ſecundâ reflexione altiùs pila aſſurgit, quàm à pavimento diſtaret apex lineæ curvæ, quæ ex primâ reflexione deſcriberetur; nam directio illa ſecunda magis elevata ſupra horizontem minùs permittit pilam à rectâ lineâ declinare; ut in baliſtarum & bombardarum globis cum majori elevatione emiſſis conſtat. Deinde quando reticulis luditur, non rarò reticulum movetur in plano aliquo horizontali, aut valde inclinato (nos Itali dicimus *Tagliare, ò Trinciare una palla*) ita ut, dum pilam rectâ expellit, illi etiam motum quendam imprimat, quo ipſa circa ſuum centrum movetur: unde fit, ut, niſi pilam excipias, repellásque antè, quàm pavimentum attingat, fruſtra deinde ſaltum illius expectes juxta regulas reflexionis, quia nimirum pila terram tangens, dum pergit moveri circa ſuum centrum motu orbiculari, nequit à plano impediente recipere directionem illam, cujus eſſet capax, ſi ſolùm ſimplici motu centri mota fuiſſet; motus enim peripheriæ globi contrarius eſt motui centri. Idem accidit quando pila leviore affrictu funem perſtringit; tunc ſcilicet concipit motum circularem, adeóque ſaltus

ſaltus fallit. Quantum autem in motu valeat directiones commiſcere, alteram centri rectam, alteram peripheriæ circularem ſed oppoſitam, ſatis norunt, qui minoribus orbiculis ludentes globum quaſi pendentem ex manu tenent, dúmque illum projiciunt, manu ei motum circularem communicant; unde oritur, quod, ubi terram globus attigerit, vel ſiſtit ſe, ſi directio peripheriæ ad motum circularem eſt æqualis directioni centri ad motum rectum; vel tardiùs promovetur, quàm ſi ſolam centri directionem haberet, prout directio centri major eſt directione peripheriæ, quæ cum primùm terram attingit, apta eſt ſuâ converſione retrahere centrum versùs projicientem.

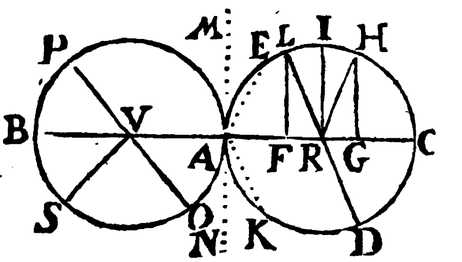
Quandoquidem verò in ludicris philoſophamur, liceat hìc vulgarem errorem retegere; quando ſcilicet rotundum verticillum impreſſus impetus in gyrum agit, ſi verticillus corruat, movetur, quoad impetus extinguatur, ſed ita ut videatur omnino in contrarias partes agi, ac priùs: id quod communiter tribuunt reflexioni, quia in pavimentum recidit. Nullam hìc reflexionem intercedere, & eandem permanere motûs directionem, memini me aliquando aſſerentem viſum fuiſſe pluribus, qui aderant, paradoxum loqui: ſed ubi inter nos convenit eundem motum eſſe, quandiu circà axem ita fit convolutio, ut quæ partes peripheriæ verticilli præcedebant axe inſiſtente, eædem axe inclinato & procumbente præcedant; juſſi aliquas notas peripheriæ imprimi, ut priores à poſterioribus diſcerni poſſent; deinde verticillo corruente, & procumbente obſervatum eſt partes, quæ priores erant in circuitione, eaſdem ſubinde altiùs attolli à pavimento, atque circa axem eandem fieri converſionem: & quia verticilli pes quaſi centrum retinet inclinatam peripheriam, illa eadem converſio circa axem facit, ut peripheria ſecundùm poſteriores partes ſubinde attingat ſubjectum alveolum, adeóque ratione habitâ alveoli videatur in contrarias partes ferri ac priùs. Quare cùm nulla ſit nova motûs directio ex plani oppoſitione, nulla quoque eſt reflexio.

At ſi duo corpora ſibi invicem occurrant, ſibi mutuo obſiſtunt, & diminuto ex reſiſtentiâ impetu, ſi quid adhuc reſiduum fuerit impetûs, qui excedat inſitam repugnantiam ex gravitate ortam, fit reflexio, aut alterius tantùm, ſi in reliquo impetus obtundatur, aut utriuſque, ſi fuerint ſibi invicem per-

cutiens

cutiens & percuſſum : ut cùm duo globi ſibi in motu occurrunt aut æquali, aut non immodicè inæquali impetu acti. *Æquali* inquam, *impetu*, non *æquali velocitate*; ſi enim inæquales fuerint globi, fieri poteſt, ut eorum velocitates ſint in Reciprocâ Ratione gravitatum; tunc ſcilicet impetus æquales ſunt; contingere ſiquidem poteſt majorem globum tardè quidem moveri, ſed multo impetu reſpondente ejus moli, adeò ut excedat minoris globi impetum, qui propterea non præcisè reflectatur, ſed à majore globo & impetum recipiat, & directionem non ex ſolâ reſiſtentiâ definitam, ſed etiam ex ipſius majoris globi motu. Id quod ſi contingat, minor quidem reflectitur, ſed qui majore impetu ferebatur, modicam inveniens reſiſtentiam non reflectitur, quia dum minor globus cedit, plurimum impetûs deperditur à majore; & ubi reſiſtentia minor eſt ceſſione, eſſe nequit reflexio.

Ponamus itaque globos duos tanto impetu actos, ut poſſit uterque reflecti. Non placet inter illos ad punctum contactûs interjicere planum, ut ex angulis determinetur reflexio; hoc enim planum cogitatione nobis ipſi fingimus; ſed, licèt in idem res recidat, tamen ad veritatem ſinceriùs me acceſſurum ſpero, ſi rem ex ipſis motuum directionibus & reſiſtentiis definiero. Quare occurrant ſibi globi in puncto A; & illorum directiones primò ex ſint, quæ ſibi maximè adverſantes in rectam lineam BC coëant : haud dubium quin globus V per rectam AB, & globus R per rectam AC reſiliat, uterque per lineam, quâ venit, jungentem



cum puncto contactûs Centrum impetûs : ſimplici enim directione alter adversùs alterum fertur, & ſibi toto conatu repugnant. Deinde obliquus ſit motus, & globi R directio ſit DE: quapropter RE directio quædam eſt mixta ex lineâ maximæ reſiſtentiæ RA, & ex lineâ nullius reſiſtentiæ RI, ita ut partim versùs A, partim versùs I tendat : priorem directionem versùs A metitur linea RF, poſteriorem versùs I metitur linea FE. Cum igitur

Igitur globus V ſolùm priori directioni R F opponatur, hæc mutatur in oppoſitam R G, manet autem directio versùs I æqualis ipſi F E, & eſt G H: propterea motus centri R eſt R H parallelus motui puncti A, quod per lineam K A incidens in Tangentem M N, reflecteretur ad angulos æquales K A N & L A M percurrendo lineam A L. Simili ratione, ſi globi V directio ſit P O, à globo R occurrente in A reflectitur centrum per rectam V S.

CAPUT XII.

Quomodo impetus in percuſſione communicetur.

ANtè ſatisfaciendum eſt Phyſicis, quàm percuſſionum contemplationem dimittamus. Quoniam percuſſio omnis motum antecedentem exigit; motus non habetur abſque impetu concepto aut impreſſo; ex impetu pendet ictus, quo corporis percuſſi reſiſtentia aliqua vincitur, ſivè illud totum impellatur, ſivè expellatur, ſivè concutiatur, ſivè flectatur, ſivè comprimatur, ſivè deprimatur, ſivè diſſiliat in partes earum unione ſolutâ, ſivè quamcumque aliam vim ſubeat; corporis percuſſi partes, vel omnes, vel aliquæ ſaltem, moveantur, & impetum recipiant neceſſe eſt, à quo motus ipſe efficiatur impreſſi impetûs intenſioni reſpondens. Quærat autem Phyſicus, cuinam tribuenda ſit virtus efficiendi impetum corpori percuſſo impreſſum.

Exiſtimabit fortaſſe non nemo à virtute eâdem, quæ in corpore percutiente inſidet, ut ſeipſum moveat, effici novum impetum, quo corpus percuſſum impellatur, aut agitetur. Sed quid? ſi percutiens neque animans ſit, cujus in poteſtate poſita ſit motio, neque juxta inſitæ gravitatis directionem ſeipſum agat. Huic certè inhærens facultas ſe movendi planè otioſa eſt, quippe quæ prorſus immota conſiſteret, niſi impetum extraneum reciperet. Aliunde igitur quàm ex hac ſe movendi facultate originem ducit impetus corpori percuſſo impreſſus. Dein-

de certum eſt corporis percutientis naturam non priùs imprimere poſſe percuſſo impetum; quàm illud attingat: at in ipſo percutientis appulſu ea eſt percuſſi reſiſtentia, ut ejuſdem percutientis motum ex ipsâ naturâ provenientem imminuat: cùm igitur natura percutientis vix ſeipſa movere valeat, quàm tenues habet vires ad vincendam obicis reſiſtentiam? Præterea, niſi facta fuerit notabilis in longiore motu naturali acquiſiti impetûs acceſſio, manifeſtò apparet valdè languida & enervata percuſſio; &, quamvis ſivè longior, ſivè exiguus motus præceſſerit, eadem manens virtus movendi, nec ſibi diſſimilis, varietatem in ſe habet nullam: cum tamen ex diſparibus incrementis impetûs in motu acquiſiti diſſimiles fiant percuſſiones: Non igitur à ſolâ inſitâ vi movendi producitur in percuſſo impetus.

Propterea, ut una atque eadem in percuſſionibus omnibus aſſignetur producti impetûs cauſa, ſivè percutiens ſponte ſuâ, ſivè per vim ſibi illatam moveatur, percutientis impetum plures cenſent dicendum eſſe principium & cauſam effectricem impetûs percuſſo impreſſi; ab illo enim, prout major fuerit, aut minor, hujus menſuram pendere ſatis innotuiſſe videtur ex quotidianis experimentis.

Verùm, ne raptim in hanc ſententiam pedarius Philoſophus curram, illud me remoratur, quod, ſicuti eam eſſe conſtat impetûs naturam, ut illico prorſus pereat, ac motus ceſſat omnino illius corporis, in quo priùs inerat motum efficiens, ita pariter eodem momento impetum minui neceſſe eſt, eâque Ratione, quo momento, & qua Ratione illius ejuſdem corporis motus ex parte impeditur. Quò igitur magis impeditur percutientis motus, eò magis ejuſdem impetum minui conſequens eſt: propterea, quo momento à percutiente attingitur corpus percuſſum, extenuatur in illo impetus, quia tunc illius motus impeditur; eóque minor evadit in percutiente impetus, quò majus invenit impedimentum motûs. Cùm autem effectui tenuitatem importet cauſæ imbecillitas, exiguum utique impetum in corpore percuſſo efficere valeret attenuatus percutientis impetus, quo momento accidit appulſus atque alliſio; eóque minorem impetum reciperet corpus percuſſum, quò magis reſiſtens plus inferret impedimenti motui percutientis, quippe

cujus

:ujus impetus fieret languidior; neque enim quicquam juvat .ntiqua virtus, ſi nunc eſt effœta. Quò igitur magis reſiſtit :orpus percuſſum, languidiorem ictum exciperet, cum levior .nfirmiórque impetus in eo efficeretur à tenuiore & languidiore percutientis impetu. Sed cum manifeſta refragetur experientia validiores ictus à majore reſiſtentia ortos demonſtrans, quæſo à Philoſophis, ut in hac causâ mihi dent hanc veniam, ut patiantur me ab eorum placitis aliquantuſum diſcedere, nec percutientis impetui tribuere facultatem effectricem impetûs in corpore percuſſo, lyceo quamvis reclamante; cui ſilentium ſi tantiſper indicere poſſem, dum me audiret poſtulantem id, quod æquiſſimum eſt, ut ne quid huc præjudicati afferat, meam fortaſſe in ſententiam volens deduceretur.

Cùm itaque nec à virtute movendi, quæ corpori percutienti inhæret, nec ab impetu ejuſdem percutientis effici novum impetum in corpore percuſſo, ſatis probabili conjecturâ dicendum videatur, quænam demum erit cauſa impetûs, & eorum, quæ impetum conſequuntur, in corpore percuſſo? Ut quæſtionibus ſatisfiat, quas percuſſiones excitant, nihil ſe mihi offert vero propius, quàm ſi dicamus ex percutiente in corpus percuſſum migrare impetum, aut totum, aut ex parte, prout alicujus motûs capax fuerit corpus, quod motui percutientis reſiſtit. Si totus impetus à percutiente recedat, hoc neque reflectitur ab obice percuſſo, neque quicquam procedit in motu: Si quid impetûs in percutiente remaneat, hoc aut juxta inſtitutam directionem pergit moveri unà cum corpore percuſſo, ſive lentiùs illud ſequitur, aut aliò reflectitur, pro reſidui impetûs intenſione, aut vibratur, & concutitur.

Hinc quia graviſſima ſimul & duriſſima corpora tantum impetûs obtinere à percutiente nequeunt, quanto opus eſſet, ut motum aliquem conſpicuum ex percuſſione reciperent, propterea validiſſimè reſiſtunt, & reflectunt, cùm univerſus ferè impetus in percutiente remaneat: in corpus enim percuſſum non migrat niſi impetus, qui reſpondeat motui, cujus illud tunc eſt capax. Contra verò à corporibus, quæ leviter reſiſtunt, & facilè moventur aliquo motu, aut nihil, aut languidè reflectitur percutiens; quia illa plurimum impetûs recipiunt, & exiguus impetus in percutiente reliquus eſt. Hinc

pariter globus æqualem in mole & gravitate globum percutiens eâ directione, quæ per utriuſque globi centra tranſeat, conſiſtit in loco, ubi percutit, & percuſſum globum vehementer excutit; quia videlicet globus æqualis ſatis reſiſtit, & capax eſt totius impetûs eum æquali intenſione afficientis, hic deſtituens globum percutientem æquè velocem motum percuſſo conciliat, & percutiens omni deſtitutus impetu conſiſtit. Sin autem percutiatur globus major & gravior; hic quidem (niſi nimia ſit gravitatis aut molis differentia) loco cedit; ſed quia ad motum æquè velocem plus requirit impetus, quàm illi imprimere valeat globus minor, propterea minore intenſione affectus tardiùs movetur, & minorem globum aliquando reflectit. Si demum globus major minorem & leviorem percutiat, hic languidiùs reſiſtens impetum recipit velociori motui congruum; & quia in globo majore adhuc aliquid ſupereſt impetûs, ille pariter pergit moveri, ſed tardiùs.

At, inquis, impetus ex eo genere eſt, quod Accidentia tanquam partes complectitur: Accidentia autem ex ſubjecto in ſubjectum non tranſire, ipſi ſcholarum parietes clamant. Multa iſtiuſmodi, non diffiteor, dicuntur in ſcholis: verùm an ſatis examinata, momentoque ſuo ponderata fuerint, ignoro: non pauca quippe habemus de manu, ut aiunt, in manum tradita, non ad aurificis ſtateram revocata, ſed populari trutinæ permiſſa. In illis certè Accidentium generibus, quæ poſtremis novem Categoriis comprehenduntur, ſi ſex demas, Relationem, Actionem, Paſſionem, Ubi, Quando, Situm, quos alij (liberaliter-ne dicam, an prodigè?) *Modos* certæ naturæ, à qua avelli nequeunt, affixos appellant, alij minimo contenti, & parciùs philoſophantes, nihil eſſe præter mera nomina, aut abſtractas à rebus inter ſe comparatis intelligentias exiſtimant; vix tria reliqua genera Quantitas, Qualitas, Habitus conſtituere controverſiam poſſunt. Et quidem de Habitu nullus videtur relictus ambigendi locus; quis enim neget potuiſſe Therſitem eâdem Achillis galeâ, eodemque thorace armari, & regiâ chlamyde ſervum indui? mutatâ ſcilicet armorum aut indumentorum Ubicatione comparatâ cum hominis, qui armatus dicitur, aut veſtitus, Ubicatione & poſitione. Quantitatem verò, qua locus obſidetur (nam de Numero, qui præter individua cogita-

tioni ea complectenti ſubjecta nihil eſt, non attinet dicere) quam multi à materiâ non dividunt? quot Philoſophi ſuam ſingulis corporeis rebus tribuunt quantitatem? De ſolâ igitur Qualitate oriri poteſt quæſtio: cujus tamen ſpecies aliæ meram membrorum aut terminorum corpòris collocationem & conformationem dicunt, ut Forma & Figura; aliæ particularum in extimâ ſuperficie poſitionem, ut aſperitas & lævor; aliæ earumdem toto corpore diffuſarum complexionem, ut mollitudo & durities, raritas & denſitas; aliæ non niſi intelligentiâ ſecretæ accidere dicuntur Naturæ, cujuſmodi non paucæ Naturales Potentiæ & Impotentiæ; aliæ Patibiles Qualitates aut Paſſiones immiſſione corpuſculorum effluentium communicantur, quemadmodum Odores & Sapores, & fortè etiam quas Primas Qualitates vocant.

Sed quicquid tandem de hujuſmodi Accidentibus aſſerere placeat (neque enim hìc de iis philoſophandi eſt locus) ultro demus ea eſſe, quæ licèt à ſubſtantiâ diſtinguantur, per ſe tamen ſtare nequeant, & neceſſariò ſubjectam aliquam naturam afficiant, in qua inhæreant: verùm Qualitates omnes (niſi ex earum genere ſint, quos Modos appellant, quia Actuales Determinationes, cujuſmodi ſunt cogitationes, appetitiones, & motus, quibus actio vitæ continetur) quid prohibet nunc huic, mox illi ſubjecto inhærere, quemadmodum in locum pereuntis Cauſæ Effectricis, cujus virtute hactenus conſervabantur, aliam ſubſtitui cauſam, cujus vi adhuc permaneant, omnes fatemur? Nonne causâ effectrice magis indigent Accidentia, quàm Materiali & Subjectivâ? Divinâ ſiquidem vi accidentia à Subjecto avulſa permanere poſſe docemur ex Myſteriis Euchariſticis; at ſinè ullâ causâ effectrice conſiſtere nullatenus poſſunt: hanc ſubinde permutant citrà Naturæ incommodum; quidni & ſubjectum? Nihil igitur extra modum abſonum & abſurdum loquatur, qui impetum migrantem ex percutiente in percuſſum ita ſubjectum mutare dixerit, quemadmodum omnes novum impetum à percutiente malleo produci in percuſſo & excuſſo globo opinantes, aliam ejuſdem impetûs, quandiu durat, cauſam, à qua conſervetur, ultro admittunt.

Quamvis autem hoc cæteris qualitatibus ratum ac firmum eſſet, quod ita ſubjecto, cui ſemel inhæſerint, affigantur, ut

aut in illo inſidere neceſſe ſit, aut interire; impetui tamen privatam legem à Naturâ irrogatam fuiſſe non eſt incongruum, quippe qui motui efficiendo, & locorum commutationi, tamquam proxima cauſa, deſtinatus eſt; ſi enim illi corporum tranſlatio tribuenda eſt, quidni & ipſe à corpore, quod jam commovere nequit ob reſiſtentiam, in aliud corpus proximum faciliùs mobile tranſmittat, ut ſubmoveatur impedimentum? Neque mihi videor temerè in hanc ſententiam diſceſſiſſe: obſervavi ſcilicet quàm multum interſit in vehementi brachij projectione, ſi verè lapidem manu longiùs excutias, ac ſi tantummodo, eâdem quidem contentione, ſed manu vacuâ, te lapidem jactare mentiaris: hoc enim poſtremum ſinè dolore non accidit, quia impetus à brachio in lapidem jactandum transferendus ſi in brachio permaneat, hoc ſecum rapit, & nexum diſtrahit, quo tenetur cum humero colligatum. At ne fortè me potiùs opinionis commento, quàm re ductum ſuſpiceris (quamquam & alij hunc eundem brachij dolorem experientes non ſemel probârunt) baliſtæ arcum chalybeum intento nervo inflecte, ac ſæpiùs, nullo adjecto globo aut telo, quod explodat & ejiciat, ſubmoto nervi adducti retinaculo dimitte: an diutiùs inani hoc ludo uti licebit? ſexcenties utique & millies baliſtâ hac globos argillaceos ejaculaberis citrà arcûs detrimentum; ſed non item ſine incommodo ſæpiùs vacuum nervum dimittes, quin arcus ipſe in periculum ac diſcrimen vocetur, ne facilè diſrumpatur: impetus ſiquidem, quem miſſili imprimere oportuit, in arcu, dum ſeſe vi elaſticâ reſtituit, permanens illum validiùs concutit, ac ſæpiùs labefactans demum diffindit.

Quapropter, cùm ex projectionibus ſatis habeamus argumenti, poſſe impetum ex projiciente migrare in projectum, quo momento projicitur; cur non item poterit impetus ex percutiente in percuſſum tranſire, quo momento percutitur, prout hoc motum aliquem concipere poteſt pro impetûs Ratione?

Neque ut percuſſi impetum à percutientis virtute tunc primò productum adſtruas, conferenda eſt Percuſſio cum Impulſione; non enim par eſt in Percuſſione aut Projectione, atque in Simplici Impulſione aut Tractione philoſophandi ratio: Potentia enim corpori impulſo aut raptato applicata quandiu cum illo nectitur, & ſe, & illud movet quaſi corpus unum ex utro-

que

ie conflatum: propterea ſicut muſculi in animante oſſa ſibi hærentia attollentes & ſe movent, & oſſa; ita potentia Vecti ꞇplicata & ſe movet, & vectem, & pondus, atque equi curꞇi adjuncti non modò ſeipſi, ſed & currum, trahentes movent. ꞇt Percuſſio ſæpè corpus percuſſum procul à percutiente ejicit, uemadmodum & Projectio. Quod ſi cum Percuſſione jungaꞇr Impulſio (quæ ſemper Projectionem præcedit) impetus in mpulſione producitur à potentiâ impellente; ſed ſicut momenꞇo Projectionis qui erat in projiciente impetus, migrat in proectum, quod diſcedit; ita in Percuſſione primo Percuſſionis monento tranſit impetus in corpus percuſſum pro ejus capacitate: quod ſi præterea impellatur à corpore percutiente, cujus motus juxta ſuam directionem procedat, & urgeat partes corporis percuſſi (ut in iis, quæ deprimuntur, aut comprimuntur contingit & cùm ſublicas, dum panguntur, fiſtuca ex caſu non reſiliens impellit) impetum aliquem habet ab impellente productum præter impetum ab eodem tamquam percutiente, ipſo percuſſionis momento communicatum: ſed qui ab impellente efficitur, non admodum multus eſt, ſi cum eo componatur, qui ex percuſſione habetur.

Simile quid Impulſioni, quæ Percuſſionem ſequitur, habetur in Tractione, quam Excurſus præceſſit, in quo acquiſitus eſt impetus: quo enim momento Excurſus ceſſat, & incipit Tractio, tranſit impetus, & minuitur in trahente; ut ſi lapis in pavimento jacens fune jungatur alteri lapidi paulò minori, funis autem orbiculo verſatili inſideat, & lapis ille minor cadens, donec funem intendat, impetum ex motu acquirat; ſtatim ac intentus eſt funis, & lapis jacens deſcendentis lapidis motui reſiſtit impetus acquiſitus migrat ad vincendam jacentis lapidis reſiſtentiam, atque acceptâ à trahentis motu directione cogitur aſcendere, quandiu alter deſcendit, & funem aliquantulum trahit; ſed impetu impreſſo langueſcente in lapide graviore hic deſcendit, & ſurſum viciſſim rapit eum, à quo vim paſſus fuerat. Sic potentia velociter languidum funem intendens multum concipit impetum, quem ponderi adnexo imprimit, dum illo deſtituitur, cum primùm reſiſtentiam patitur, ſed & aliam impetûs particulam trahendo producit atque efficit in pondere.

Cum

Cum igitur duplex ſit in motu ſubmovendorum impedimentorum genus, alia, videlicet, quæ inchoatum motum abrumpunt, alia quæ obſiſtunt, ne fiat motus; illa tollenda ſunt per impetum, quo motus continuandus fuiſſet, niſi impedimentum occurriſſet; hæc verò ſuperat pars impetûs producta à potentiâ, quæ ſe tardiùs movet, quia vires dividit, partem impetûs ſibi reſervans, partem impertiens obſtaculo, quod removet impellendo aut trahendo. Quare nil mirum, ſi impetus, qui periturus eſſet in percutiente, cujus motus impeditur, tranſeat in obicem percuſſum, quem ſubmovendo locum relinquit ulteriori motui, ſi facultas ſe movendi ſuppetat corpori percutienti.

CAPUT XIII.

Cunei uſus promovetur.

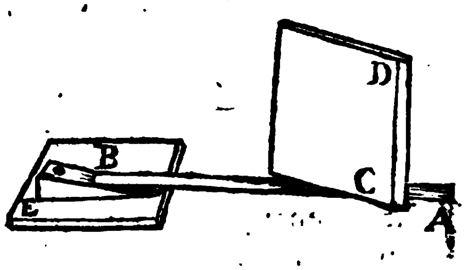
NE quis fortè Cuneum ſolis ruſticis ad findenda ligna uſui eſſe ſibi perſuadeat, fontes aliquos indicare placet ex quibus non levis utilitas derivatur. Ad Machinarum ſcilicet Rationem pertinet potiſſimùm motus corporis, cujus reſiſtentia ſuperatur, ſivè illa demum ex gravitate oriatur, ſivè ex nexu, quo colligatur cum proximo corpore; id quod iis contingit, quæ in corpus unum coaleſcunt, & fiſſione ſejunguntur.

PROPOSITIO I.

Vectis vires Cuneo augere.

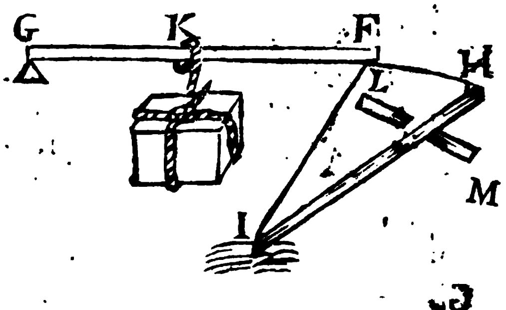
COntingit aliquando potentiam incommodè applicari vecti, ut cum hominem valde curvari oportet ad vectem ſecundi generis ferè in ſolo jacentem attollendum; tunc ſubſidium à Cuneo non incongruè peti poteſt. Sit Vectis A B ſubjectus foribus D C ſuis è cardinibus avellendis,

dis, ut reficiantur: hypomochlium eſt in A, & pondus in C. At ſi potentiam adeò inclinari atque curvari oporteat, ut arripiat extremum vectem B, ſatis manifeſtum eſt, quanto id incommodo fiat. Subjiciatur vecti in B (ſiquidem ſolum æquo mollius fuerit) aſſeris aut

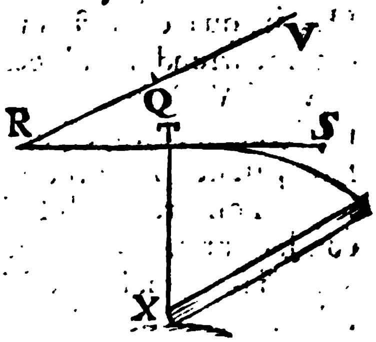


lapidis pars, quæ compreſſioni reſiſtat, atque inter illam & vectem apex Cunei E immittatur. Nam ſi tudite cuneum percutias, vectem facilè attollet, ac proinde etiam valvas in C incumbentes.

Quod ſi vectis ſecundi generis F G habens hypomochlium in G ita fuerit altiùs collocatus, ut ægrè brachiorum contentione attollere valeas pondus in K adnexum, utere cuneo inflexo F H, quem ſolo in I incumbentem, & vecti in F ſubjectum, ſi propellas lateri H I, arrepto manubrio L M, applicatus, prout commodiùs acciderit, vectem cum pondere eatenus elevabis; quoad latus I H longius, ſolo ad pendiculum inſiſtat. Vectem autem, qua parte cuneum hujuſmodi contingit, ita extenuatum eſſe oportere, ut cunei orbitæ excavatæ congruat, ne elabatur, res per ſe ipſa loquitur.



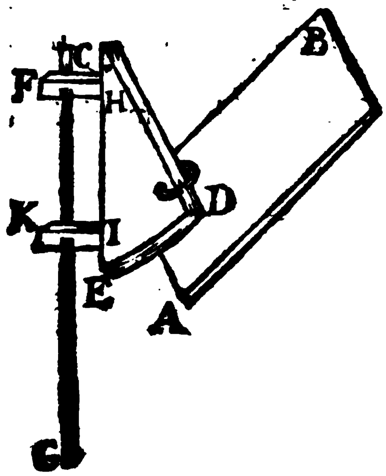
Maximè verò opportunum duxerim hujuſmodi cuneo inflexo uti, ubi tertij generis Vectis adhibendus fuerit R S, & pondus adnexum ex S in V ſuſtollendum: Nam ſi loco Potentiæ deſtinato in T ſubjicias cuneum inflexum T P, ſolo in X incumbentem, & hunc urgeas ex latere X P, aut trahas ex latere T X, ubi P venerit in Q, pondus ex S erit in V.



PROPOSITIO II.

Vecte, aut Trochleâ, aut Succulâ, Cunei inflexi vires augere.

INſtrumenta preſſoria varij generis excogitantur; ſed ad ſubitum uſum, & non ſinè compendio, uti aliquando poſſumus Cuneo inflexo, cui, ſi validiùs premendum ſit, vectem adjicere licebit. Sit craſſior tabula A B, cui ſupponatur id, quod premendum proponitur. Paretur cuneus inflexus D E, & pro illius motûs centro ſtatuatur punctum C, cui axis infigatur: Nam urgendo longius latus C E, aut trahendo brevius C D, ſubjectam tabulam A B premes. Quod ſi validiore preſſu opus fuerit, lateri longiori C E Vectem F G adhibe: potentia ſiquidem in G majorem arcum deſcribens circa centrum motûs C, majora obtinebit momenta, quàm ſi proximè illa applicaretur Cuneo: illa tamen momenta potentiæ in G ſenſim minuuntur, prout cunei partes tabulam contingentes propiores ſunt extremo puncto E. Ne verò ipſa eadem tabula A B impedimento ſit, ſi lateri C E proximè vectis adhæreret, affigatur cuneo unum aut alterum Chelonion H F, I K, in quæ conjectus vectis F G diſtet à Cuneo citrà periculum incurrendi in ſubjectam tabulam A B.



Vel ſi Vectem cuneo affigere non placuerit, ipſius vectis caput hypomochlio reſpondens ita collocetur, ut vectis horizonti ferè paralleli longitudo tranſverſa cadat in latus cunei D E, atque non procul ab E decuſſent: hac enim ratione vecti ſua conſtabunt momenta, quibus momenta cunei augeantur.

At ſi fortè loci diſpoſitio non ferat, ut vectis adhibeatur impellendo cuneo, trahatur ille ex D, ubi aut annulus infigatur,

aut foramini inſeratur funis, cui deinde trochlea ſive ſimplex, ſive multiplex adnectatur, prout opus fuerit. Immò & Succula addi poterit, ad quam funis caput religetur: erúntque momenta potentiæ, quæ componuntur ex Rationibus Succulæ, Trochleæ, & Cunei.

PROPOSITIO III.

Cuneum inflexum validiſsimum conſtruere ad Vectem tùm trahendum, tùm repellendum.

Aſſumatur planum aliquod circulare circa axem per centrum ductum verſatile, ita craſſum & validum, ut in eo inſculpi poſſit profundiùs ſpira, quæ Vectis caput ferreo clavo capitato, & in globum rotundato, armatum contineat, ne elabatur. Hinc enim fiet, ut in ſpiræ cavitatem immiſſum Vectis caput aut propellatur, aut attrahatur, prout plani illius motus in hanc aut illam partem dirigitur: tantus ſcilicet erit Vectis motus, quanta erit Radiorum à centro ad ſpiræ ambitum ductorum differentia. Ex quo orietur tractio, aut impulſio; Radiis enim decreſcentibus trahitur Vectis ad centrum, illis creſcentibus propellitur à centro. Potentia igitur certæ plani illius circularis parti applicata integrum circulum deſcribit, dum vectis caput per unum ſpiræ flexum excurrit, & tot circulos potentia deſcribit, quot ſpiræ flexus vectis caput ſubinde complectuntur. Quare comparanda eſt diſtantia à centro plani circumacti, quam in motu caput Vectis mutavit, cum univerſis circulis, quos potentia interim deſcripſit, & ſtatim innoteſcet Ratio momentorum. Hinc ſi plano hujuſmodi, in quo excavata eſt ſpira, addideris circa extremam orbitam Radios, quemadmodum Axi in Peritrochio, motus potentiæ ſatis amplos circulos deſcribet.

Statuamus, exempli gratiâ, plani circularis aſſumpti diametrum cubitalem, hoc eſt ſeſquipedalem, ſeu digitorum 24; ſit autem inter ſpiræ excavatæ flexum & flexum intercapedo digitorum duûm, adeò ut, peractâ circulatione unâ, vectis caput per ſpiram excurrens digitos duos à primâ ſuâ ſede dimotum

fuerit: at potentia in extremâ orbitâ plani circularis conſtituta ſuo motu integram peripheriam circuli, cujus diameter digitorum 24, deſcripſerit, hoc eſt digitorum 75. Motus igitur potentiæ ad motum capitis vectis eſt ut 75 ad 2: cui ſi addatur Ratio ad ipſum Vectem ſpectans, quatenus cum pondere comparatur, fiet Ratio Compoſita indicans Rationem motûs potentiæ ad motum ponderis.

Quapropter etiamſi ad conciliandum ponderi motum paulò velociorem, uteremur Vecte primi generis ſed inverſo, ita ut ab hypomochlio plus diſtaret pondus, quàm potentia capiti vectis applicata, adhuc haberetur non modicum momentorum compendium. Sit enim diſtantia potentiæ in capite vectis ab hypomochlio ut 1, ponderis verò ut 5; atque adeò, dum Vectis caput deprimitur digitos duos, pondus attollatur digitos decem: Componantur duæ Rationes 75 ad 2, & 1 ad 5; erit Ratio 15 ad 2, & potentia ſpiræ applicata movebit pondus hujuſmodi vecti adnexum lib. 150, quo conatu abſque ullâ machinâ moveret pondus lib. 20.

Hanc propoſitionem hìc potiùs afferre placuit, quàm in ſequentem librum de Cochleâ reſervare, quia hìc caput vectis excurrit per ipſam ſpiram, & proximè pertinere videtur hic motus ad motum ſuper faciem Cunei inflexi: in Cochleâ verò, prout communiter illa uſurpatur, pondus movetur ad motum cylindri, cui inſculpta eſt Cochlea. Dixi, prout communiter uſurpatur, quia aliquid ſimile contingit Cochleæ infinitæ, ut videbimus.

PROPOSITIO IV.

Flatum vehementem non interruptum excitare follibus adhibitis.

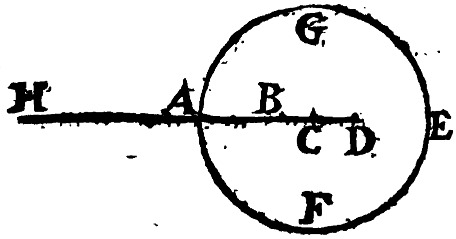
GLebam metallicam ex fodinis erutam valido igne excoquere oportet, ut metallum fluat, atque id, quod utile eſt, ab inutili ſecernatur. Ignis autem ut ex carbonibus excitetur eâ vehementiâ, qua opus eſt, etiam vehementem flatum, qui ex follibus exprimatur adhibendum manifeſtum eſt omnibus: neque

neque enim ubique commodum reperiri poteſt conclave hypogæum, in quod præceps delapſa aqua aërem vapori miſtum per tubum in camini focum impellat. Quare præter vulgarem & notiſſimam methodum folles alterno motu agitandi, ex his, quæ hujus lib. cap. 3. dicta ſunt, rationem aliquam inire poſſumus, qua plurimum flatus in carbones accenſos immittamus.

Quod ad folles ipſos ſpectat, non illos ſimplices vellem, ſed ſingulos duplices, ita videlicet conformatos ut ſinguli ex binis aſſeribus conſtent invicem ſecundùm alteram extremitatem inclinatis, quaſi in angulum coituri eſſent, qui omnino ſtabiles permaneant. In ipſo autem tigillo, cui firmiter infixa manent aſſerum illorum capita, excavatus ſit congruè ductus, per quem flatus exprimatur in tubum adnexum, quo ad focum defertur: atque opportuno loco in ſingulis aſſeribus, ut moris eſt, foramen excipiendo aëri deſtinatum aſſario muniatur. Hos inter immotos, planum aliud ſimile, ad extremitatem fibulâ verſatili connexum cum tigillo illo communi, adjiciatur, & cum extremis aſſeribus corio plicatili jungatur, adeò ut duo ſint conjuncti folles, quorum alter clauditur, alter recluditur, cùm ex medio hoc plano mobili exiens anſa adducitur & reducitur: hoc enim mobile planum eſt diaphragma ſejungens folles, ne ex altero in alterum compreſſus aër effugiat, ſed [illegible] diu[illegible] tubum erumpat, per quem ad focum deveh[illegible] infimum ductum in[illegible]rentur hujuſmodi folles duplices, quorum [illegible] Quatu[illegible]metro oppoſiti ita ſtatuantur, ut inter illos diſcus circularis congruæ magnitudinis interjectus eorum anſas ſubinde propellere valeat: bini autem oppoſiti funiculo jungantur aut loro, aut catenulâ, anſas connectente longitudinis æqualis diametro circuli: Ex quo fiet, ut operâ eâdem follis unius anſa propellatur, oppoſiti verò anſa trahatur.

Porrò attendendum eſt, quantum ſpatij percurrat ſingulorum follium anſa ultro citróque remeando, quo loco illa tangitur à circulo: hujus enim ſpatij ſemiſſe definietur intervallum, quo circuli centrum abeſſe oportet à centro, quod ſtatuendum eſt, ut circa illud fiat ejuſdem circuli convolutio. Huic motûs centro infigendus eſt firmiter axis, ſivè ille ſit communis exteriori rotæ ab aquâ fluente convolutæ, ſivè cui vectis opportu-

næ longitudinis adjiciatur, ut ab homine, aut à jumento contorqueatur. Sic anſæ motus univerſus. Sit ex. gr. AB circuli centrum ſit C: accipiatur intervallum CD ſubduplum ipſius AB; & erit in D inſigendus axis, ex cujus convolutione circulus pariter circumagatur, & follium anſas in quatuor oppoſitis punctis A, E, G, F ſubinde tangat, eáſque viciſſim propellat, & trahat: Cùm ſcilicet incipit propelli follis anſa, quæ eſt in E, propellitur pariter ea, quæ eſt in G (ſi quidem converſio fiat ex E in F) atque ex adverſo tantumdem trahitur quæ eſt in A, quantùm propellitur quæ eſt in E; atque ſimiliter tractio ejus, quæ eſt in F, eſt æqualis impulſioni anſæ, quæ eſt in G.



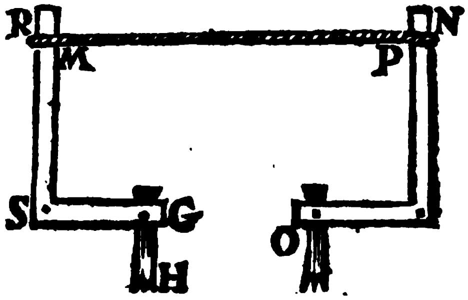
Si igitur circulus non ſit in plano Verticali, & axem in D infixum non habeat communem cum rotâ, quæ ab aquâ volvatur, ſed ſit in plano horizontali, axi infixo in D addatur vectis D H, ut potentia in H vectem impellens aut trahens circumagat circulum. Quo autem loco ſtatuendus ſit vectis, pendet ex loc[illegible]niter illaut vel in ſuperiori, vel in inferiori, vel in co[illegible] poſitu[illegible] folles collocantur; axis ſiquidem certam non exigit longitudinem, ſed ea illi tribuenda eſt, quæ commodior acciderit. Vectis tamen longitudinem ita temperare oportet, ut, dum potentiæ movendi facilitatem affectas, nimiam tarditatem compreſſionis follium effugias.

Ex his ſatis apparet, quantùm aëris impellatur in prunas à quatuor follibus, qui clauduntur, dum quatuor reliqui recluduntur, perpetuúſque eſt flatus nunquam interruptus. Quòd ſi potentia movens viribus abundet, & circulus fieri poſſit amplior ita, ut non quatuor ſolùm follibus duplicibus, ſed etiam ſex aut octo ſimilibus in gyrum diſponendis commodus locus ſuppetat, ſatis vides, quantus excitari poſſit flatus.

Quoniam verò ex dictis infertur folles eſſe erigendos, ut in eorum anſas circulus horizonti parallelus incurrat, obſerva poſſe illos etiam jacentes (modò aſſarium ſuperioris aſſeris foramen

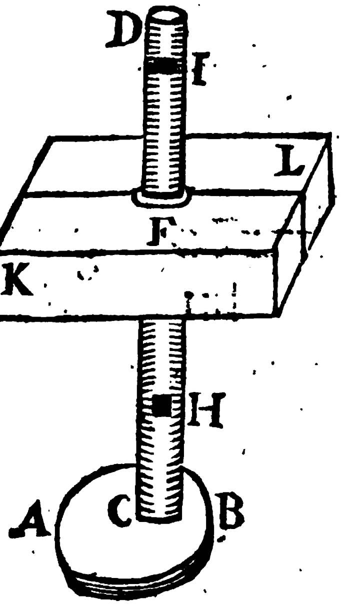
claudens

claudẽs exactè fungi poſſit ſuo munere) uſui eſſe poſſe, ſi artificiũ aliquod adhibeatur, quo anſa attollatur, atque deprimatur. Fiat inflexus vectis, ſeu quaſi vectis R S G, cujus angulo S addatur axis, circa quem facilè converti poſſit, & ad extremitatem G ſit regula G H follis anſæ adnexa; & ſimilia omnia ex adverſo parentur, atque funiculo M P conjungantur. Nam circulus impellens in R attollet extremitatem G, ac proinde anſam illi adnexam, trahendo autem funiculum M P deprimet extremitatem O, & cum illâ anſam oppoſiti follis: atque ita viciſſim impellendo N, attolletur O, & deprimetur G. Hinc colliges hoc eodem artificio, ſi haſtulæ G H non follis anſam, ſed antliæ embolum adjeceris, fieri poſſe machinam, qua, multiplicatis antliis, plurimum aquæ ſurſum impellere valeas. An autem diſci circularis exteriorem orbitam ferreo annulo polito & lævi munire, atque ferream laminam pariter politàm anſæ follis, aut vecti inflexo, apponere præſtet, ut quàm minimo tritu inter ſe confligant, non eſt opus monere, ſi fuerit operæ pretium machinæ diuturnitati conſulere, & faciliorem motum exhibere.



Quòd demum ſpectat ad ipſius circuli collocationem, quamquam cylindrus illi infixus poſſit inniti polis, circa quos verſetur; ut tamen ſubter circulum liberrimè trahi poſſint funiculi, placeret potiùs illum omnino ſuſpenſum pendere ex craſſiore (ſive ſimplici, ſive ex duobus compacto) tigno, cujus foramini inſeratur cylindrus, ferreo annulo munitus tam in ſuperiori, quàm in inferiori parte, qua foramini reſpondet, ita ut neque ſurſum agi, neque deorſum deſcendere valeat, ſed intrà foramen illud convertatur, quod pariter utrinque circulis ferreis muniatur reſpondentibus ſuperiori & inferiori annulo cylindri. Sit circularis diſcus A B, in quo motûs centrum ſit C, cui infigatur cylindrus C D convertendus à vecte, ſivè in I, ſivè in H immittendo. Horizonti parallelum tignum

tignum K L ſecundùm ſuas extremitates in pariete, aut aliter, firmetur; in eóque ſit



foramen F capax cylindri: foramen ferreo circulo, quoad fieri poſſit, lævi atque polito muniatur, cui æqualis annulus cylindrum veſtiens, illíque affixus, reſpondeat. Manebit ex F ſuſpenſus cylindrus D C unà cum adjuncto circulari diſco A B. In inferiore tigni facie ſimiliter ſit circulus ferreus, & annulus, ne furſum excurrere queat cylindrus. Si tignum quidem valde diſtet à circulo A B, immitti poterit vectis in H; at ſi exiguum fuerit intervallum inter tignum & circulum A B, atque tignum exiſtat infra planum, in quo homo aut jumentum vectem impellens aut trahens movetur, vectis in I immittatur.

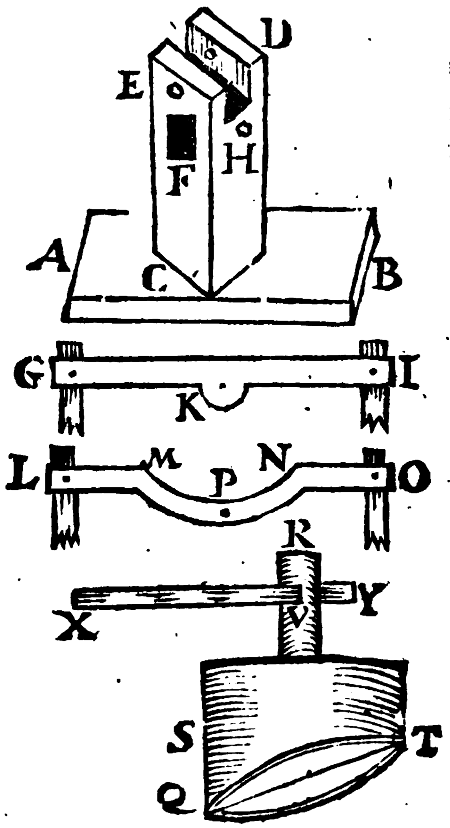
Propositio V.

Plures antlias duplices perpetuo ductu agitare.

UBi jumentorum operâ uti oportet ad agitandas antlias, quibus aqua in ſuperiorem locum aut attrahitur, aut impellitur, illa in gyrum agere neceſſe eſt; id quod multo tempore eget; neque enim circuitus illos currendo efficere poſſunt: quapropter rotarum dentatarum complexionem conſtruere ſolemus, ut, dum ſemel jumentum ſuam converſionem abſolvit, ſæpiùs antliæ agitentur. Verùm minore impendio abſque rotis idem fortaſſe aſſequemur, ſi potiſſimùm aqua in altum propellenda ſit.

Ad

Ad perpendiculum erigatur tignum, quod imo puteo innitatur, ſive ſolidiori tigno A B putei lateribus infixo inſiſtat brevius tignum C D, ita tamen obliquè conſtitutum, ut hujus anguli latera illius reſpiciant, quatenus haſtulæ ex hoc exeuntes, medio jugo, nullum recipiant à ſubjecto tigno A B impedimentum. Suprema pars tigni C D ita ſecetur, ut circa axem in E infixum liberè verſari poſſit jugum, cujus extremitatibus adnexæ ſunt haſtulæ antliarum embolos attollentes atque deprimentes. Paulò infra axem E aperiatur foramen F, cui pariter immitti queat jugum alterum verſatile circa axem H infixum paulò infrà crenam ſuperiori jugo ſubſervientem.



Porrò utriuſque jugi non eadem eſt forma: Nam ſuperius jugum axi E infixum rectum eſt G I, additamento ad K auctum, ut paulo depreſſius ſit foramen K ad recipiendum axem, quàm ſint axes ad G & I, quibus junguntur cum jugo haſtulæ ad embolorum motum perficiendum deſtinatæ. At verò jugum inferius non niſi extremitates L M & N O rectas habet, cætera inflexum eſt, & ad mediam curvaturam habet in P foramen, quo innitatur axi in H infixo. Quantam autem eſſe oporteat hujuſmodi inflexionem M P N, ex hoc definies, quod ubi jugum G I in ſuo axe conſiſtens horizonti parallelum fuerit, etiam inferioris jugi in ſuo axe H conſiſtentis extre-

mitates L M & N O in eodem horizontali plano cum G I conveniant.

His paratis fruſtum cylindricum diametri (ſi id quidem commodè fieri poſſit) non multo minoris, quàm ſit jugi G I intercapedo inter haſtularum axes, conſtruatur. Quod ſi tantæ craſſitudinis lignum præſto non fuerit, plura aptè compinge, atque ferreo circulo conſtringe, ne diſſilire valeant. Tum deſtinatæ embolorum depreſſioni atque elevationi æqualis ſaltem pars Q S toreutæ operâ rotundetur; deinde ſerrâ obliquè ſecetur, ut fiat ellipſis Q T: cujus limbus ferreâ lamellâ exactè planâ & politâ muniatur tùm ad perpetuitatem, ne lignum atteratur, tùm ad faciliorem motum, ut minor ſit cum ſubjectis ligneis jugis conflictus: interiores autem ellipſis partes ſcalpro eximi poſſunt, ut factâ cavitate nullum motui impedimentum afferant tigni C D ſupremi anguli.

Fruſto huic cylindrico ad axem firmiter inſeratur minor cylindrus V R, cui immitti poſſit vectis X Y à jumento in X circumducendus. Minor hujuſmodi cylindrus methodo ſuperiùs indicatâ ſub finem prop. 4. ſuſpendatur eâ lege, ut jugo G I maximè inclinato conveniat ellipſis diameter Q T, minori autem ellipſis Axi conveniant extremitates L M & N O inferioris jugi, quæ erunt horizonti parallelæ. Hinc fiet, ut converſo cylindro ſubinde deveniant ad maximam depreſſionem, atque viciſſim ad maximam elevationem, ſinguli antliarum emboli.

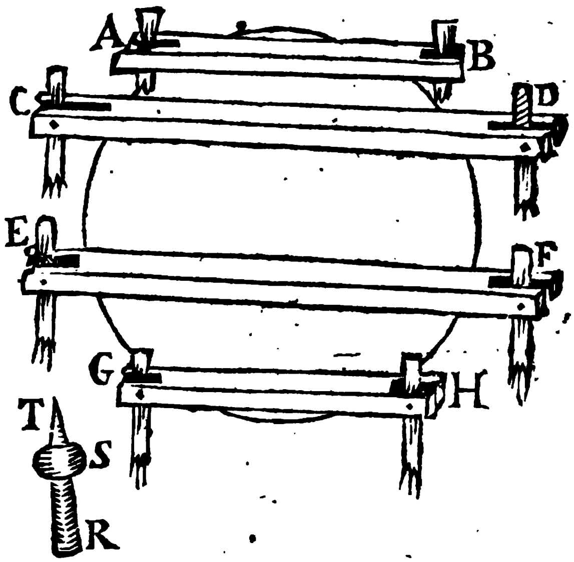
Quod ſi liceret in puteo, ubi aqua ſcaturit, aut in vaſe, in quod aqua influit, in altum elevanda vi antliæ propellentis, non quadratum tantùm, ſed hexagonum aut octogonum priſma erigere ad perpendiculum, & in oppoſitis faciebus foramina excavare, quibus immitterentur inflexa juga, eâ inflexione, quæ ſatis eſſet, ut demum omnium extremitates in eodem horizontali plano convenirent, ſatis manifeſtum eſt tribus aut quatuor jugis poſſe deinceps ſex aut octo antlias agitari.

PROPOSI

PROPOSITIO VI.

Alia ratione plures antlias componere.

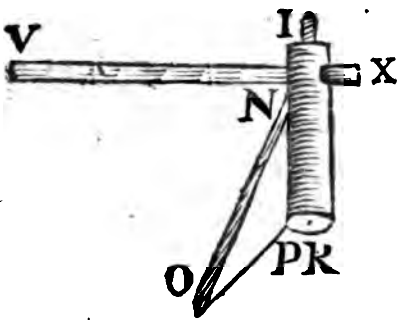
EX iis, quæ hujus libri cap. 5. dicta ſunt, genus aliud ad Cuneum pertinens excogitare poſſumus, quo ſimul plures antlias agitare poſſit potentia, cui maximè virium cópia ſuppetat, & valde ſimplex machina conſtruenda proponatur. Ex ſolidis aſſeribus compingatur circulus: hic in octo partes diſtribuatur, & duæ proximæ confixum habeant tigillum A B, cujus extremitates ita extra circulum promineant, ut inciſis crenis haſtulæ embolo adnexæ circa ſuum axem verſatiles ſinè impedimento moveri queant. Tres ſimiles tigilli tranſverſarij affigantur C D, E F, G H extremitatibus ſimiliter prominentibus extra circuli ambitum, & excavatis in crenas haſtularum capaces. Haſtularum verò formam ſuaderem, quæ prope embolum eſſent plicatiles in dextram atque ſiniſtram, quemadmodum in ſupremâ parte, ubi tranſverſariis cohærent, ſunt circa axem flexiles in anteriorem atque in poſteriorem partem: ex hac enim flexibilitate in omnem partem facilior oritur motus. Duos autem tigillos C D & E F exiſtimo apponendos eſſe tranſverſarios, ad majorem circuli firmitatem: quamquam ſufficeret ad propoſitum finem breviores apponere ad C E & D F, omnino ſimiles & æquales ipſis A B & G H.



His paratis alius æqualis circulus ſuperponatur, firmitérque

cum inferiore cohæreat. Tum validus ſtylus ferreus R T figuræ primùm cylindricæ, deinde ad S ſphæricæ, demum in T deſinens in conum conſtruatur, & columnæ, cui univerſa machina inniti debet, ad perpendiculum infigatur. Ad centrum verò circuli inferioris foramen fiat, per quod facilè globus S immitti poſſit, & in centro circuli ſuperioris aliud pariter foramen aperiatur, ſed tantùm capax coni S T, adeò ut machina ſuſtineatur à globo S, & in quancumque partem facilè inclinari queat: id quod etiam faciliùs continget, ſi foramen illud ſuperioris circuli, qua parte globum S contingit, annulo, ſeu limbo ferreo muniatur. Quod ſi circulus ille ſuperior craſſior fuerit, quàm ut facilè inclinari poſſit, ne ſuperior ora foraminis incurrat in conum, abradi poterit, quantum ſatis fuerit, in calathoidem, ut magis pateat, atque liberam inclinationem permittat.

Circulari hac compage impoſitâ ſtylo R S, haſtulæ embolorum ſuis axibus adnectantur extremitatibus tigillorum prominentibus. Tum ad conciliandum motum machinæ, cylindrus I K ſuo centro K innitatur apici ſtyli T, & in ſuperiore loco, axis I congruo foramini immiſſus ſervet cylindri poſitionem perpendicularem. Sit autem in cylindri latere profundiùs excavata crena, cui inſeri poſſit triangulum O P N obtuſangulum ad P, quod validum ſit, & cum cylindro firmiſſimè cohæreat: ſic enim fiet, ut trianguli extremitas O tangens circulum, illum à poſitione horizonti parallelâ removeat, & in eam partem inclinet, atque ex adversâ elevet. Potentia verò vecti V X applicata, & cylindrum volvens, alam pariter N O P circumducet; quæ aliis atque aliis ſubjecti circuli partibus ſubinde applicata illas deprimet, & ex diametro oppoſitas elevabit: intermediæ autem aliæ deprimentur, ad quas ſcilicet extremitas O accedit, aliæ elevabuntur, à quibus eadem extremitas O recedit.

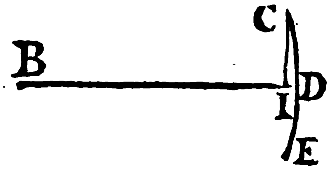


Quantum autem extremitas O infra baſim cylindri deſcendere

lere oporteat, definiendum eſt primò ex motu, quem embolus elevatus atque depreſſus perficit ; cujus motûs medietas accipienda eſt : deinde attendenda eſt diſtantia baſis cylindri à plano circuli, ſi hoc conſtitueretur horizonti parallelum ; hæc verò diſtantia addenda eſt ſemiſſi motûs emboli, ut innoteſcat, quantum oporteat extremitatem O deprimi infra baſim cylindri. Neque cuiquam dubium eſſe poteſt, an ſic definienda ſit hujuſmodi depreſſio extremitatis O ; ſiquidem inclinato circulo tantum extremitas altera diametri deprimitur infra planum horizontale, quantum altera attollitur ; hæc autem duplicata differentia dat univerſum motum emboli ; igitur hujus motûs ſemiſſe definitur circuli depreſſio & inclinatio. Quia autem ad faciliorem motum, tùm ne cylindri craſſities plano circuli inclinato occurrat, tùm ne latus PO circulum tangat præterquam extremitate O, ad vitandum tritum atque conflictum partium, præſtat cylindrum non proximè adhærere circulo ; propterea diſtantia baſis cylindri à centro ſubjecti circuli computanda eſt.

Porrò expedire extremitatem O munitam ferreâ laminâ percurrere in ſubjecto circulo laminam pariter ferream exquiſitè politam, non opus eſt monere : ſatis quippe per ſe patet. Illud cavendum eſt, ut modum ſerves in alæ NOP amplitudine ; nam ſi nimis exigua ſit, pa[illegible] illiùs movet, quia nimis diſtat ab haſtulis embolorum : ſin autem æquo amplior fuerit, cùm maximam reſiſtentiæ partem illa ſuſtineat, ſubit periculum luxationis. Cæterùm hoc pendebit ex circuli amplitudine, cujus diametrum conſtituendam eſſe habitâ ratione motûs embolo antliæ communicandi, nemo ignorat ; quemadmodum & in ſimplici antliâ ex hoc eodem definitur diſtantia haſtulæ à centro motûs. Quoniam enim motus ille depreſſionis & elevationis emboli connectitur cum motu circulari ſemidiametri circuli, cui haſtulæ adnectuntur, eum Radium circulo tribuere oportet, ut arcus ab extremo puncto deſcriptus quàm minimùm differat à lineâ rectâ ; ſic enim faciliùs movetur embolus. Quare arcus ejuſmodi deſcribendus eſt, ut illius medietas Sinum Verſum habeat, quoad fieri poterit, minimum. Ponamus univerſum emboli motum eſſe unciarum 4, ejus ſemiſſem

unciarum 2: Sit circuli Radius B D unciarum 8. Inveniatur in Canone Sinuum arcus, cujus Sinus ad Radium ſit ut 2 ad 8, & eſt proximè gr. 14. 28′ 40″. Eſt igitur arcus ab extremâ ſemidiametro D deſcribendus C E gr. 28. 57. 20″: quo bifariam diviſo in D eſt arcus C D gr. 14. 28′. 40″; cujus Sinus C I; & Sinus Verſus I D eſt totius Radij B D $\frac{3}{100}$, hoc eſt unius unciæ $\frac{4}{25}$; quæ deflexio arcûs C E à rectitudine non admodum nocet. Satis igitur fuerit, ſi circuli diameter ſit unc. 14. & tigilli hinc atque hinc aliquantulum præter unam unciam promineant, ubi illis haſtulæ embolorum adnectuntur; ſic enim fiet, ut haſtulæ ſatis commodè moveantur, maximè ſi longiores fuerint.



Quod ſi ligneis tigillis uti nolueris, ſed potius ferreis priſmatibus inter utrumque ligneum circulum aptè conſerendis, adeò ut circuli plana ſibi viciſſim adhæreant, non dubium, quin multò firmior futura ſit machina: hoc te monitum volo, quod circulos craſſiuſculos eſſe oportet, ut in illis opportunum foramen excavetur, quo commodè machina inſiſtat ſtyli globulo, &, prout oportet, inclinetur.

MECHA

MECHANICORUM
LIBER OCTAVUS.
De Cochlea.

POSTREMO loco inter Mechanicas Facultates numeratur Cochlea, non tamen poſtremo loco habenda, ſi ejus vires perpendantur; immò ſi cum cæteris Facultatibus comparetur, omnium efficaciſſima cenſenda erit, cæteris paribus, ut ex iis, quæ hoc libro diſputabuntur, manifeſtum fiet. Cur de Cochleâ poſtremus habeatur ſermo, ſi quis inquirat, non pauci ex iis, qui inter Mechanicas facultates cognationis nexus quoſdam perveſtigant, ideò poſt Cuneum numerari Cochleam autumabunt, quia Cochlea longior quidam Cuneus cylindro convolutus cenſeri poteſt, cujus propterea vires ad Cuneum revocare contendunt. Mihi tamen, qui Facultates ſingulas ita à reliquis abſolutas agnoſco, ut nullo alio vinculo invicem copulentur, niſi quatenus omnes ab uno eodémque principio ortum ducunt, ea tantummodo eſſe videtur cauſa, quod reliquæ Facultates ſimplices ſint, ac faciliùs parabiles, quàm Cochlea, atque hæc ſi ſolitaria adhibeatur, nec cum ullâ reliquarum Facultatum componatur, licèt validè urgeat, aut trahat, eâ tamen communiter non utamur ad majores motus efficiendos, quos unâ aliquâ reliquarum Facultatum, minore operâ, conſequimur.

Hùc autem non ſpectat Archimedea Cochlea ad aquam in altum evehendam inſtituta: eſt enim tubus in ſpiram convolutus circa ſuperficiem conicam aut cylindricam, ſeu in cono ipſo aut cylindro ita excavatus, ut aquam continere valeat, quam extremum tubi oſculum ex ſubjectâ profluente hauſit: dum ſcilicet

licet circa ſuum axem Conus aut Cylinder ad horizontem inclinatus convertitur, quæ ingreſſa fuerat aqua, per ſpiras aſcendens ad alteram tubi extremitatem ſuperiorem demum effunditur; atque hac ratione ad tantam altitudinem illa attollitur, quantus eſt Sinus anguli, quo ad horizontem inclinatur axis coni aut cylindri, poſito eodem axe tanquam Radio. Hic, inquam, motus aquæ in tubo hujuſmodi ſpirali aſcendentis, non eſt præſentis diſputationis, aqua ſiquidem non trahitur ſurſum, ſed ſemel ingreſſa in tubo ſpirali convoluto ſponte deſcendit, donec ad ſupremum oſculum provehatur; haud ſecus ac plumbeus globulus in eundem tubum immiſſus, ſi volvatur cylinder, non valens conſiſtere in eâ ſpiræ parte, quæ priùs infima & horizonti proxima, modò in converſione removetur ab horizonte & attollitur, ſuâ autem gravitate repugnans aſcenſui, ſponte deſcendit per tubum tanquam per planum inclinatum, atque ita deinceps, quoad ex ſupremo tubi oſculo erumpat. Idem planè contingit aquæ in hujuſmodi tubo ſpirali vi ſuæ gravitatis ſubinde fluenti ac deſcendenti in ſingulis ſpiris ſtatim, ac modicum quid elevata eſt in converſione.

Cochlea igitur, de qua hìc diſputabitur, ea eſt, quæ ad vim gravitati inferendam, ſi repugnet, inſtituta eſt, adeò ut corporis vim paſſi motus impulſui à Potentiâ per Cochleam communicato adæquatè tribuendus ſit; & ſi quid gravitas ipſa conferat, id planè contingens reputetur. Nomen autem Cochleæ inditum eſt ex ſimili quadam convolutione in teſtâ limacis, quæ in ſpiras contorquetur, ſicut & Cochlides dicuntur ſcalæ, per quas in gyrum aſcenditur.

CAPUT I.

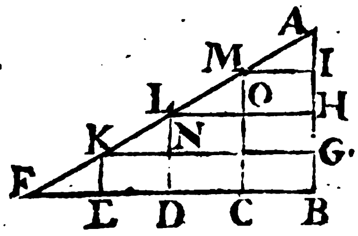
Cochleæ forma & virtus deſcribitur.

COchlea, quam explicandam ſuſcipimus., ex limacis teſtâ eatenus ſolùm ſimilitudinem ducit, quatenus in ſpiras ducitur, cæterùm animalis illius ſpiræ inæquales ſunt, & major ſpira

ſpira minorem quaſi complectitur, non quemadmodum helix in plano deſcripta, ſed ferè ſicut ſpira in coni aut globi ſuperficie deformata. Spira autem conicè ducta, aut ſphæricè, parùm utilis accideret Machinatoris inſtituto; cum enim, ut firmetur, inſerenda ſit foramini ſimiliter in ſpiram excavato, majores coni, aut globi, ſpiræ non congruerent minoribus ſpiris foraminis conici aut ſphærici in modum ſcaphij, nec per eas promoveri poſſent; atque minores coni, aut globi, ſpiræ in amplioribus ſpiris foraminis firmari nequirent. Oportet igitur ſpiram omnino ſimilibus ductibus, atque æqualibus conſtare; id quod non niſi in cylindro obtinetur. Quapropter Cochlea, de qua hìc agimus, eſt ſolida ſpira in ſuperficie excavati cylindri efformata; quæ vitium Capreolos arboris ramum complexos imitata vulgari vocabulo *Vitis* (& fortaſſe aptiùs) nominatur. Receptaculum verò concavum, cui cylindrus in helicem deformatus immittitur, habétque ſpirales cavitates ſolidæ cylindri ſpiræ congruentes, *Matrix* dicitur, alij *Tylum*, *Cochlidium* alij, vocabulo ad hanc ſignificationem detorto, vulgus *Matrem Vitis* nuncupat.

Ut autem ſpiram cylindro æqualibus atque ſimilibus gyris circumductam intelligas, concipe triangulum rectangulum, cujus perpendiculum æquale ſit dato lateri aut Axi cylindri Recti, baſis verò trianguli toties contineat perimetrum baſis cylindri, quoties ſpira cylindrum ipſum complecti debet; nam hujuſmodi trianguli hypothenuſa lineam ſpiralem omnino ſimiliter ductam in cylindri ſuperficie deſcribet, ſi triangulum cylindro circumvolvatur.

Sit cylindri altitudo A B, ejúſque baſis circulari peripheriæ ſit æqualis recta B C ad rectum angulum C B A conſtituta. Oporteat autem ſpiram quatuor gyris complecti cylindrum; ideirco recta B C producatur, ut tota B F ſit ipſius B C quadrupla: ducta enim hypothenuſa F A, ſi triangulum cylindro circumplicetur quadruplici convolutione, deſignabit in cylindri ſuperficie quatuor ſpiras omnino ſimiles & æquales. Spirarum æqualitatem & ſimilitudinem fa-



cilè demonſtrabis, ſi trianguli baſim B F, & altitudinem B A, utramque in quatuor æquales partes diſtinxeris; deinde ex ſingulis diviſionum punctis rectas C M, D L, E K altitudini B A parallelas, & rectas G K, H L, I M parallelas baſi B F excitaveris; ſibi enim occurrentes in punctis K, L, M, divident hypothenuſam in quatuor æquales partes, ut patet ex 2. lib. 6: Nimirum ut F E ad E D, ita F K ad K L; & ut F D ad D C, ita F L ad L M; & ut F C ad C B, ita F M ad M A: ſunt autem F E & E D ex hypotheſi æquales, igitur etiam F K & K L æquales: F D poſita eſt ipſius D C dupla, ergo F L ipſius L M dupla; ergo L M æqualis eſt ipſi K L, aut F K: Demum F C ex conſtructione eſt ipſius C B tripla; igitur etiam F M eſt tripla ipſius M A; quare M A æqualis eſt ſingulis reliquis partibus F K, K L, L M; & tota hypothenuſa diviſa eſt in quatuor æquales partes. Item in parallelogrammo K D, per 34. lib. 1. æqualia ſunt oppoſita latera K N & E D, atque in parallelogrammo L C æqualia ſunt L O & D C; quemadmodum & in parallelogrammo M B æqualia ſunt M I & C B: Sicut igitur rectæ F E, E D, D C, C B ex hypotheſi ſunt æquales, etiam F E, K N, L O, M I ſunt inter ſe æquales. Similiter oſtendes ſicut æquales ſunt ex conſtructione B G, G H, H I, I A, ita æquales inter ſe eſſe E K, N L, O M, I A. Cum itaque triangula F E K, K N L, L O M, M I A habeant tria latera ſingula ſingulis æqualia, & ſimiliter poſita; ipſa ſunt quoque æquiangula, ac proinde ſimiliter inclinatæ ſunt ſingulæ ſpiræ F K, K L, L M, M A, quæ pariter demonſtratæ ſunt æquales. Quam ſimilem inclinationem oſtendit æqualitas angulorum ad F, K, L, M, propter linearum paralleliſmum. Triangulum igitur A B F ſuâ hypothenuſâ F A deſignat in cylindri ſuperficie quatuor ſimiles & æquales ſpiras.

Verùm quid juvaret in exteriore cylindri ſuperficie ſpiralem lineam exquiſitè deſcripſiſſe, niſi corpus ipſum cylindricum in ſolidam ſpiram deformaretur? Quapropter neceſſariò cylindrum circumplectuntur duæ ſpiræ, cava altera & depreſſa, altera convexa & prominens, quibus ſimiliter atque æqualiter depreſſæ & prominentes duæ ſpiræ in receptaculi ſeu Matricis foramine cylindricè excavato requiruntur ita illis reſpondentes, ut depreſſam receptaculi ſpiram ſubeat prominens cylindri ſpira,

ſpira, & viciſſim prominentem receptaculi ſpiram excipiat depreſſa cylindri ſpira. Ex quo fit, ut convolutus circa ſuum axem cylindrus attollatur aut deprimatur, adducatur aut reducatur, prout opus fuerit, atque cum eo corpus baſi illius proximum, ſeu adnexum urgeatur, aut trahatur, elevetur, aut prematur.

Vulgatiſſimus autem & frequentiſſimus eſt hujus Facultatis uſus, ubi potiſſimùm opus eſt validâ preſſione, ut in prælis vinariis ad exprimendum ex uvæ jam preſſæ reliquiis tortivum muſtum, apud typographos ad imprimendos ſubjectæ chartæ ex typis characteres, apud bibliopægos ad comprimendos libros, jam compactos, apud fabros ferrarios ad firmandas ferreas laminas limâ expoliendas, atque apud alios artifices. Quamquam & ſæpiſſimè clavorum loco, quibus ligna, aut metallicæ laminæ configuntur citrà mallei percuſſionem, cochleis utimur, & quidem ad validiorem atque perennem firmitatem; neque enim revelli poteſt cochlea, aut excuti, quemadmodum clavus. Sed tunc hujuſmodi cochleæ non exercent vim facultatis Mechanicæ; eatenus ſcilicet validiùs, quàm clavi, duo corpora, quæ compinguntur, connectunt, quatenus multiplices in cylindruli facie ſolidarum ſpirarum ductus pluribus cavis foraminum ſpiris implicantur ex cylindruli convolutione; qui propterea eximi non poteſt, niſi in contrarium revolvatur; quandiu quidem incorruptum permanet lignum neque ex humore putreſcens, neque vermiculo erodente carioſum, neque calore nimio ita diſcedens atque dehiſcens, ut laxato foramine jam non ampliùs ſolida cylindruli ſpira congruentibus ſtriis coërceatur.

Hinc eſt in ſuſtentando pondere ex cochleâ ſuſpenſo propriè non exerceri vim Mechanicam; nihil enim ampliùs conante Potentiâ (quemadmodum in Vecte, aut Axe in Peritrochio, aut fune Trochlearum retinendo opus eſt, quæ pondus elevavit convoluto cylindro in cochleam deformato, ſola ſpirarum cavæ atque convexæ complexio efficit, ut cylindrus cum adnexo pondere retineatur, ne recidat, quatenus à ſubjectâ loculamenti ſpirâ ſolidâ ſuſtinetur: quemadmodum & ſubſcudibus compagem cohibentibus accidit, quatenus ſecuricla ex minore in majorem amplitudinem explicata decreſcentis recepta-

culi anguſtiis coërcetur, ne excurrat; adeóque confixum hujuſmodi ſubſcude corpus grave inferius retinetur, ne à ſuperiore disjungatur, & cadat.

Tota igitur vis Machinalis à Cochleâ exercetur in motu, quem à potentiâ illam circumagente recipit. Et ſanè ſi potentiæ cylindrum verſantis motum comparemus cum motu ponderis, quod à cochleâ urgetur, aut trahitur; ſtatim apparebit potentiam quidem circulum deſcribere circa convoluti cylindri axem, pondus verò rectâ moveri, prout promovetur, aut retrahitur cylindrus. Cum itaque in ſingulis cylindri converſionibus ejus motum definiat ſpiræ à ſpirâ intervallum; ſi hoc cum circulari peripheriâ conferatur, innoteſcet motuum Ratio, & Potentiæ momentum, quæ eò minorem in pondere reſiſtentiam invenit, quò tardiùs hoc movetur. Hinc ſi cylindri altitudo ad ejuſdem diametrum ſit ut 20 ad 1, numeratáſque ſpiras cylindrum complectentes inveneris eſſe 35, rectè definies convolutionibus 35 reſpondere totum cylindri motum, atque adeò ſpiræ à ſpirà intervallum eſſe ad cylindri diametrum ut 4 ad 7: ex quo infertur circuli peripheriam ad ſpirarum diſtantiam, hoc eſt potentiæ motum ad motum ponderis, eſſe proximè ut 22 ad 4, atque potentiæ conatum ut 4 vincere poſſe quamlibet reſiſtentiam minorem quàm ut 22, ſpectatâ Ratione, quam infert cylindri craſſities, & ſpirarum obliquitas.

Verùm quia non niſi parvulis cochleis, aut ubi levis conatus requiritur, ita applicatur potentia, ut cylindri ſuperficiei applicata intelligatur, complanatâ ſcilicet ejuſdem cylindri extremitate, quam ſummis digitis apprehendere valeas, communiter adhuc majus eſt momentum Potentiæ, quàm ut ex circuli peripheriâ baſim cylindri ambiente circumſcribatur; additur enim aut Radius cylindri Capiti quadrato infixus, aut aliquid manubrij rationem habens, adeò ut potentia longè majorem circulum deſcribat, quàm ſit cylindri in ſpiram deformati baſis: ac proinde non ex cylindri craſſitie, ſed ex diſtantiâ potentiæ ab axe cylindri definiendus eſt ejuſdem potentiæ circulum perficientis motus, atque cum ſpirarum intervallo motum ponderis metiente comparandus.

Hinc ad imprimendas metallicæ laminæ ex argento, aut auro, aut cupro imagines citrà percuſſionem, ſuper ſolido pla-

no erectis atque infixis ad perpendiculum duobus ferreis pedibus ferreo pariter tranſverſario firmatis, in quo excavata cochleæ congruens Matrix, typus inter laminam & cylindrum interjectus validè urgetur ex cylindri convolutione, & imaginem exprimit: quia videlicet ſuperiori cylindri Capiti quadrato inſeritur longior ferreus vectis hinc atque hinc productus, ut duplici ejus extremitati duplex potentia, ſi opus fuerit, applicetur. Quapropter ab axe cylindri ad vectis hujuſmodi extremitatem ducta linea eſt Radius circuli potentiæ motum determinantis; atque ſi hujuſmodi Radij longitudo ad ſpirarum intervallum fuerit ut 50 ad 1, circuli diameter eſt 100, ejuſque peripheria major quàm 314; & potentiæ motus ad motum typi laminam prementis eſt ut 314 ad 1: idcirco ſi in vectis extremitatibus ſint ſinguli homines perinde conantes, ac ſi libras 50 ſinguli moverent, premitur typus vi hujus cochleæ quaſi à pondere librarum 31400.

Quod autem de preſſione dicitur, ſimili ratione intelligendum eſt de ponderis elevatione, ſi fortè aut inferiori cylindri baſi adnexum fuerit, aut ejus capiti impoſitum; ſicut enim corpus prementi reſiſtit ratione particularum conſtipatarum, ita elevanti repugnat ratione ſuæ gravitatis: utrobique igitur ſimilem virtutem habet potentia ad vincendam reſiſtentiam, quando utrobique eadem invenitur Ratio motuum atque momentorum. Propterea in hujuſmodi cochleis, quæ infixo Radio convolvuntur, non eſt admodum anxiè procuranda cylindri craſſities, modò ſatis ſolidus ſit, nec fragilis: eadem quippe eſt circuli à potentiæ motu deſcripti peripheria, ſivè major ſit, ſivè minor cylindri craſſitudo, quando eadem eſt potentiæ diſtantia à cylindri axe, ac proinde idem eſt momentum.

Illud quidem ad rem facit maximè, quam obliquè inclinatus ſit ſpirarum ductus; hinc enim oritur intervalli Ratio inter proximos ſpirarum circuitus, qui frequentiſſimi ſunt, ac brevi intervallo disjuncti, ſi linea ſpiralis ſit maximè inclinata, rari autem atque notabiliter ſejuncti, ſi illa fuerit ad majorem angulum (acutum tamen) erecta: Eſt nimirum hujuſmodi intervallum æquale Tangenti anguli inclinationis, poſito Radio ambitu baſis cylindri; ipſa autem ſpira eſt ejuſdem anguli Secans. Quare datâ cylindri diametro, invenitur peripheria baſis; &

dato ſpirarum intervallo, invenitur angulus huic intervallo tanquam Tangenti oppoſitus, ſcilicet inclinatio ſpiræ, & hypothenuſa tanquam ejuſdem anguli Secans dat ipſius lineæ ſpiralis longitudinem.

Quod ſi totius lineæ ſpiralis univerſum cylindrum complectentis lineam deſideras, toties peripheriam baſis multiplica, quot ſunt ſpirarum circuitus, & habebis Radium; cylindri altitudo dabit Tangentem, cui reſpondens Secans indicabit totius ſpiræ integram longitudinem. Sit ex. gr. cylindri altitudo ped. 3. hoc eſt unciarum 36. ejus diameter unciarum 7; ergo baſis perimeter unc. 22: Spirarum circuitus ſint 25: igitur ductâ perimetro 22 in 25, habetur 550 tanquam Radius, & 36 tanquam Tangens: igitur ut unciæ 550 ad uncias 36, ita Radius 100000 ad 6545 Tangentem gr. 3. m. 45. cui reſpondet Secans 100214: Quare ut 100000 ad 100214, ita unciæ 550 ad uncias 551 $\frac{177}{1000}$ longitudinem totius lineæ ſpiralis; quam, ſi careas Canone Trigonometrico, etiam habebis ex 47. lib. 1. addendo quadrata numerorum 550 & 36, erit enim horum ſumma quadratum, cujus Radix dabit eandem quæſitam ſpiræ longitudinem.

Cum autem hæc ſpiræ longitudo, ſive univerſa, ſive particulatim aſſumatur, ſemper longior ſit, ſivè multiplici, ſivè ſingulari perimetro circuli, qui eſt baſis cylindri, utique motus potentiæ, ejúſque momentum, non ex hac ſpirali lineâ deſumendum eſt; neque enim ipſa eſſe poteſt menſura motûs potentiæ cylindro applicatæ ad ejus diametri extremitatem. Hinc eſt mihi non arridere eorum ſententiam, qui cochleæ vires referunt ad planum inclinatum, quod ab ipsâ lineâ ſpirali repræſentetur. In plano ſiquidem inclinato momentum gravitatis, ad ejuſdem gravitatis momentum in perpendiculo, ſe habet reciprocè ut perpendiculum ad ipſam lineam inclinatam; ac propterea eandem Rationem ſervant conatus Potentiæ moventis pondus aut in perpendiculo, aut in plano inclinato. At hìc potentia non movetur juxta lineæ inclinatæ longitudinem, ſed breviore motu juxta baſim trianguli rectanguli, cujus hypothenuſa eſt ipſa linea inclinata: Igitur potentiæ momentum aliquanto minus cenſendum eſt, quam pro Ratione plani inclinati. Adde momenta gravitatis ponderis alicujus tunc ſolùm

fieri

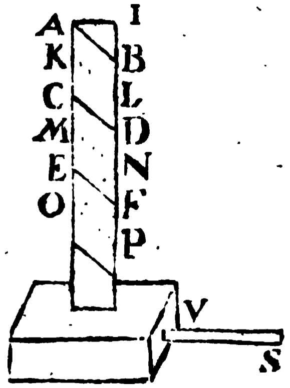
fieri minora in plano inclinato, quando illi inſiſtit, & deorſum nititur premendo ipſum planum : at ſi pondus idem incumbat plano horizontali, verum quidem eſt planum verticale, quod adversùs pondus moveatur non ſecundùm directionem, quæ recta occurrat centro gravitatis ejuſdem ponderis, ſed obliquè, minus invenire reſiſtentiæ: ſed pondus illud propriè non movetur ſuper plano, licèt ab eo obliquè repellatur; & potiùs planum movetur juxta pondus: hìc verò ſi pondus in plano horizontali jacens ſit adnexum cochleæ trahenti, aut oppoſitum cochleæ repellenti & urgenti, non movetur obliquè, ſed motu directo : non igitur movetur ſuper planum inclinatum.

Porrò unum eſt in Cochleâ quodammodo ſingulare, quod in nullam aliam Facultatem æquè convenire deprehenditur: Cum enim requiratur & cylindrus in helicem inflexus, & Matrix illi congruens, ita ut alteri quies, alteri motus debeatur; perinde eſt ſi matrice immotâ cylindrus convertatur, atque ſi manente cylindro matrix ipſa convolvatur, modò Potentia æquali Radio utatur, ſivè cylindri capiti, ſivè Matrici infixo: eadem ſiquidem ſunt potentiæ momenta, & æqualis motus ponderis; æqualiter enim promovetur matrix in cylindro ſtabili, atque cylindrus in Matrice immmotâ. Id quod maximè locum habet, ubi opus eſt compreſſione, & vulgatiſſimus eſt apud varios artifices uſus.

Jam verò quod ad diuturnitatem ſpectat, diffitendum non eſt cochleam frequenti uſu atteri, eſt enim perpetuus illius cum ſuâ Matrice conflictus, quamvis plurimùm juvet, ſi ſmegmate, aut pingui aliquo humore inungatur, quò lubrica fiat, ut faciliùs convolvatur, minúſque atteratur. Deinde quamvis unica ſpira matrici ſufficiat, ut vel ipſa, vel cylindrus promoveatur, aut retrahatur, nihilominus faciliùs labem patitur, quàm ſi plures in ſpiras fuerit excavata : cum enim aut à gravitate ponderis ſuſtollendi, aut à partium conſtipatione repugnantium compreſſioni, ipſa unica reſiſtentiam inveniat, utique vel ponderis gravitas ipſi uni innititur, vel potentiæ conatus, reluctante corpore comprimendo aut trahendo, in illam ſolam effunditur. Propterea expedit alteram ſaltem, aut tertiam ſpiram addere, ut diviſo in plures conatu firmitati conſulatur.

Eandem ob cauſam aliquando cylindrum complectitur non unica

unica ſpirarum ſeries, ſed & alia illi parallela additur (nec quicquam prohibet, quin & plures duabus ſint hujuſmodi parallelarum ſpirarum ſeries) ut multo validior ac firmior ſit cochlea, ne facilè ſpira aliqua diſſipetur, aut ſi qua labefactetur, nullum ſequatur incommodum, alterâ ſpirâ parallelâ ejus vices ſupplente. Sic ſpiræ A B C D E F parallela ſtatuitur altera ab I incipiens, & per K L M N O P ſimili lapſu ſerpens. Ex hac tamen multiplici ſpirâ non augetur momentum potentiæ applicatæ Radio V S; neque enim circulus à potentiâ in S applicatâ deſcriptus comparandus eſt cum A K, ſed cum A C; unicâ ſiquidem cylindri convolutione promovetur cylindrus non ex A in K, ſed ex A in C. Propterea oblato cylyndro in Cochleam deformato diligenter attendendum eſt, utrum plures ſint ſpirarum ſeries, an unica; ne fortè ex brevi inter proximas ſpiras intervallo perperam conjicias lineam ſpiralem magis inclinatam, quàm reipſa ſit; prius enim dijudicandum eſt, an illæ proximæ ſpiræ ad eandem Helicem ſpectent; attenditur ſcilicet intervallum ſpirarum ad eandem ſeriem continuo ductu pertinentium.



CAPUT II.

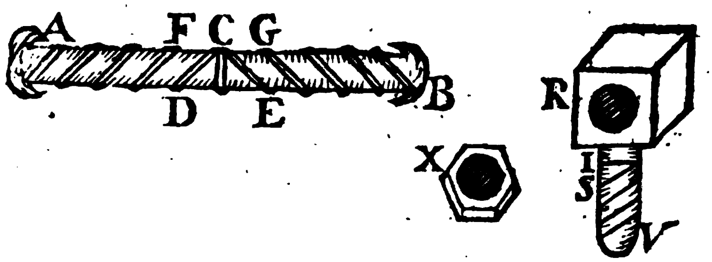
An utilis ſit Cochlea duplex contraria.

QUamvis ad ſuperandam modico labore reſiſtentiam non modicam corporis, quod Cochlea urget, aut trahit, hujuſmodi Facultas ſit potiſſimùm excogitata, ſæpiſſimè tamen cochleam adhibemus non ad vincendam reſiſtentiam, quæ aliquando tenuiſſima eſt, ſed unicè ad motum ita temperandum, ut pro opportunitate exiguus ſit; neque enim muſculorum motum ita attenuare pro arbitrio poteſt homo, ut ſemper quàm

minimus

minimus contingat : propterea deformato in cochleam cylindro utimur, ut majori potentiæ motui minor motus in corpore movendo reſpondeat. Sic ad excipiendas objectorum corporum ſpecies opticas aut lumen, cum non eadem ſemper tuboſpecilli longitudo opportuna ſit pro variâ tum objecti diſtantiâ, tum oculi conformatione, prudenter ab aliquibus extremus tubulus, cui lens ocularis inſeritur, in ſpiram contorquetur, ut faciliùs & citiùs juſtam longitudinem aſſequantur: id quod ægrè obtinerent, ſi rectà tubulum illum adducerent, aut reducerent, ut ſatis experientiâ conſtat.

Hinc aliquando contingit oppoſitos motus conciliandos eſſe duobus corporibus ita, ùt aut ad ſe mutuò accedant, aut magis invicem disjungantur, ſive illa motui valde repugnent, ſive ſola motûs tarditas requiratur. Propterea ejuſdem cylindri longitudo in duas helices diſtinguitur, quæ ſimili quidem ductu cylindrum circumplectuntur, ſed illis in diverſa abeuntibus, unius ſpiræ non ſunt alterius ſpiris parallelæ; quæ eatenus contrariæ vocari poſſunt, quatenus oppoſitos motus efficiunt, neque eæ ſunt, quæ in unam continuam ſpiram coaleſcere queant.



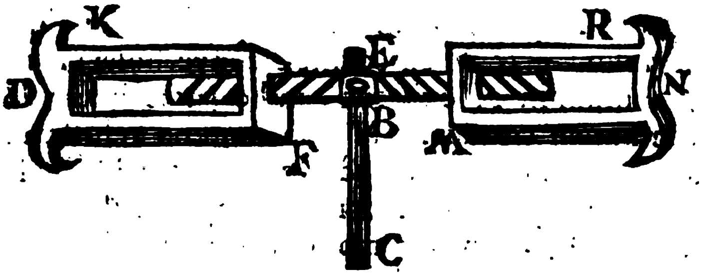
Ex cylindri A B medio puncto C exeant duæ ſpiræ ad eaſdem partes inclinatæ, hinc C D versùs extremitatem A procedens, hinc verò C E versùs extremitatem B; utraque enim ſuam matricem habens, cui inſeratur, dum convolvitur cylindrus, matricem longiùs à medio promovet, aut ad medium attrahit; atque cum matrice adnexa corpora ſimili & æquali motu moventur. Hinc ſi utraque matrix proxima ſit medio puncto C, ex primâ convolutione cylindri altera per C D removetur uſque in F, altera per C E in G; atque adeò ſicut matrices moventur per C F, & C G, ita eadem menſura corporum adnexorum

motum metitur, quæ invicem removentur intervallo F G; & ita deinceps in cæteris cylindri convolutionibus.

Quod ſi movendorum in oppoſitas partes corporum reſiſtentia exigua ſit, ſatis fuerit extremitatibus cylindri anſulas apponere, quibus circumactis cylindrus ipſe in cochleas deformatus convertatur. Sic antè annos ferè quadraginta (cùm non arrideret vulgaris tunc apud artifices circinorum forma, qui interjecto elatere crura divaricant; ſed inflexam in arcum cochleam alteri crurum infixam, & per alterum trajectam, decurrente matrice exteriùs appoſitâ, dilatationem moderatur artifex) juſſi mihi parari abſque ullo elatere circinum, quem ipſe dilatarem atque contraherem pro arbitrio, cochleam hujuſmodi duplicem in hanc atque in illam partem convertens. Ad trientem totius longitudinis à nodo, ſingula crura cylindricum foramen habent, ut ſingulis inſerantur cylindruli congruentes exquiſitè politi, quorum ſuperiori extremitati ſunt adnexæ cochlearum matrices, inferior extremitas extra circini ſoliditatem exiens in helicem deſinit, ut appoſitâ matrice cylindrulus intra foramen contineatur. Hujuſmodi eſt cylindrulus I S craſſitiei circini reſpondens, ſuperior pars eſt matrix R, infima extra circini ſoliditatem in helicem deformata eſt S V, cui addita matrix X continet cylindrulum intrà foramen, cui inditus eſt, ita tamen, ut cylindruli ipſius opportunam convolutionem non impediat. Duæ igitur matrices, cujuſmodi eſt R, coaptantur duplici cochleæ cujus deinde extremitatibus, ad facilem converſionem, anſulæ adduntur, adeò ut illæ matrices non ſint exemptiles. Quare utrique crurum circini foramini, utriuſque matricis cylindrulus I S inſeratur, & inferius matrice X firmetur: Nam convertendo cylindrum in duplicem cochleam deformatum, circini crura divaricabis, aut adduces, ut libuerit. Neque quicquam officiet cylindri rectitudo, quia matricum cylindruli I S pro opportunitate volvuntur. Hinc circino eodem uti poteris abſque cochleâ, deduci enim hæc poteſt, exemptis matricibus è foramine, cui inſeruntur.

At verò ſi validiore conatu opus fuerit, ad medium cylindrum, ubi cochlearum ſpiræ incipiunt, oportebit foramina excavare, quibus immitti queat vectis, ut potentiæ motus

tus ad ponderum motum habeat majorem Rationem. Sic



duplici cochleâ cylindro circumductâ ad medium E ſint foramina, quibus vectis B C ſubinde inſerri poſſit: duo autem membra F D, & M N ex materiâ ſatis ſolidâ, quà extremitate reſpiciunt vectem, matricem habeant cochleæ congruentem, ut ex vectis & cochleæ converſione aut ad ſe invicem accedant, aut ſejungantur: reliqua extremitas exterior D & N cava ſit, ut corpus repellendum comprehendatur, reflectatur verò quaſi in uncos K & R, ut ſi duo corpora attrahenda fuerint, iis apprehendantur, ſivè proximè & immediatè, ſivè funibus adnexa.

Quanta ſit hujus inſtrumenti vis, etiam ad frangenda aut dilatanda ferrea clathra, hinc patet, quòd, longiore vecte addito, potentiæ momenta notabiliter augentur; quia potentia percurrit peripheriam circuli, cujus Radius à cylindri centro ad vectis extremitatem producitur, pondera verò non niſi pro ſpirarum intervallo moventur. Ubi tamen advertendum eſt, utrum cylindrus ita ſit alicui loculamento inſertus, ut ejus medium D E nec ad dexteram, nec ad ſiniſtram declinare queat, an verò liber omnino ſit. Si enim interjectum movendis corporibus inſtrumentum omnino liberum ſit; pondera verò movenda inæqualiter reſiſtant comparatis, aut eorum gravitatibus, aut momentis ratione planorum non uno modo inclinatorum, aut ex diſpari ſuperficierum aſperitate, non ſequitur æqualis eorum motus, ſed quà parte major invenitur reſiſtentia, minor quoque eſt motus; quamvis utrumque æqualiter diſtet à medio cylindri, quod repellitur quodammodo ad eam partem, ubi levior eſt reſiſtentia. Si enim ad N ſit aliquid obſtans motui, ut paries, aut firmi-

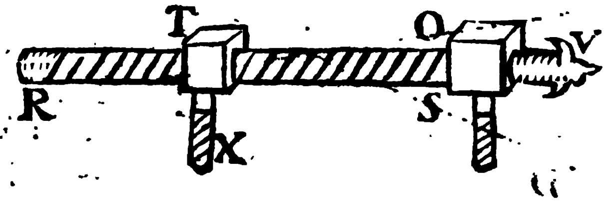
ter infixus paxillus, ad D. verò corpus aliquod repellendum; utique ex vectis B C converſione etiam cochlea convolvitur, & corpus in D poſitum tantumdem promovetur, quanto intervallo abſunt F & M ex cochleæ converſione; nam propter impedimentum in N exiſtens, nullo pacto ipſum M movetur. Sin autem corpus in N non omnino reluctetur motui, ſed tamen reſiſtat magis, quàm corpus in D, illud quidem aliquantulum repellitur, ſed multò magis repellitur corpus, quod eſt in D; & in hoc motu medium cylindri punctum E ad eas partes accedit, ad quas movetur corpus in D repulſum. Quod ſi medium E ita eſſet loculamento aliquo concluſum, ut poſitionem mutare nequeat, ſed ſolùm convolvi poſſit, tunc utrumque corpus æqualiter repellitur, quia ſpirarum intervalla in utráque cochleâ æqualia ſunt. Hinc patet poſſe fieri motus inæquales, ſi ſpirarum inclinationes non fuerint æquales; minùs enim movetur illud, quod ſpiris ſpiſſioribus urgetur.

Quamvis autem hujuſmodi duplex cochlea ad duo corpora disjungenda aut attrahenda ſæpè utilis ſit, ubi tamen exiguus motus requiritur, ſivè ad augenda potentiæ momenta, ſive ad affectandam tarditatem, præſtabit ſimplicem cochleam adhibere. Nam in duplicis cochleæ converſione disjunguntur, aut ad ſe invicem accedunt matrices (ac proinde & corpora, quæ moventur) quantum eſt duplex intervallum, quo ſpira abeſt à ſpira; ſingulis nimirum cochleis ſuum reſpondet intervallum: at in ſimplicis cochleæ converſione motus reſpondet ſimplici duarum proximarum ſpirarum intervallo; ad quod idem potentiæ motus majorem habet Rationem, quàm ad duplex intervallum. Quare ſatis eſt, ſi alterutrum membrum cochleam includens longius ſit, & matricem habeat; reliquum membrum, ut M N, brevius eſſe poteſt, quantum opus fuerit ad recipiendum cylindri caput extenuatum in minorem cylindrum, intrà foramen cylindricum exquiſitè politum, ut facillimè converti poſſit: ita verò caput illud muniatur, ut ex loculamento extrahi nequeat, quando utendum fuerit inſtrumento ad corpora attrahenda: nam ad illa disjungenda cùm addhibetur, ſatis reluctatur major diameter cylindri in co-

cochleam

chleam deformati, ne intrà foramen ulteriùs excurrat.

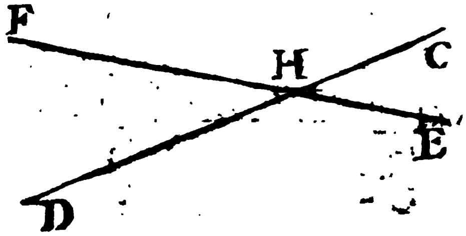
Simili planè ratione ad divaricanda aut contrahenda circini crura, uti poteram unicâ & ſimplici cochleâ R S: cylindri illius extremitas extenuetur in minorem cylindrum exquiſitè lævigatum, qui prominentis capitis O foramini cylindrico pariter polito inſeratur, & exteriore anſula V converti pro arbitrio poſſit. Alterius clavi T X caput T matricem habeat cochleæ congruentem: nam converſa anſula V adducet clavum T, & cum eo crus circini, ad O, aut ab hoc illum removebit, & crura divaricabit: & quidem faciliùs licebit minutam in accipiendis punctorum diſtantiis ſubtilitatem perſequi; quandoquidem uni integræ converſioni cylindri reſpondet unicum ſpirarum intervallum, non autem duo intervalla hujuſmodi, quemadmodum cùm duplex eſt cochlea.



Quæ verò hîc dicta ſunt, in pluribus aliis locum habere poſſunt, in quibus pro opportunitate modò ſimplicem, modò duplicem cochleam prudens Machinator adhibebit: Et quidem ſi duplex futura ſit cochlea, neque æquali motu movenda ſint in oppoſitas partes corpora, cochleas ipſas non ſimili, ſed inæquali, ſpirarum inclinatione formari jubebit. Cochleam autem ipſam opportuno loco ſtatuet: & ſi fortè corporum ipſorum motus paulò velocior aut major requiratur, quàm ferat ipſa cochleæ convolutio, duobus vectibus decuſſatis, & circa axem in decuſſatione verſatilibus uti poterit, atque cochleam cum ſuis clavis & matricibus (ut ſuperiùs de circino dictum eſt) non procul à decuſſatione collocabit; nam modica illius convolutio non exiguum motum tribuet corporibus in vectium illorum extremitate poſitis, quippe quæ à decuſſatione magis diſtant, quàm cochlea.

At, inquies, hoc idem Ergatâ præſtari poterit; ſi enim funes breviorum brachiorum extremitatibus C & E adnexi

connectantur cum Ergatæ cylindro, ex hujus converſione accedent ad ſe invicem extremitates C & E, ac propterea etiam velociùs corpora in F & D movebuntur. Ita planè: non diffiteor: ſed ſi extremitates C & E proximas disjungere oporteat, adeóne promptus erit Ergatæ uſus, quin alio artificio opus ſit, ut hujus ope disjungantur? Præterquam, quod ſæpè multum ſpatij ad collocandam Ergatam requiritur; ſi maximè opus ſit illi pegma conſtruere. Quid verò ſi vectes ipſi promovendi ſint, non retrahendi, ut in rebus ſcenicis contingere poteſt? Quid ſi in ſublimiore loco res perficienda ſit? quàm incommodè opportuna Ergata ſatis longo vecte inſtructa ibi parabitur? Sed illud potiſſimum attendendum eſt, quod vis cochleæ longè major eſt; nam in Ergatâ Ratio motûs potentiæ ad motum ponderis eſt eadem cum Ratione peripheriæ ab extremitate vectis deſcriptæ ad cylindri ambitum, hoc eſt longitudinis vectis uſque ad axem cylindri, ad ipſius cylindri ſemidiametrum: at in cochleâ peripheria ab extremo vecte deſcripta non comparatur cum ipſius cylindri perimetro, ſed cum proximarum ſpirarum intervallo, quod ſæpiſſimè minus eſt (ſaltem poteſt eſſe minus, ſi magis inclinatæ & ſpiſſæ ſint ſpiræ) quàm cylindri diameter, aut ejus perimeter: ac proinde major eſt Ratio motûs potentiæ ad motum ponderis.



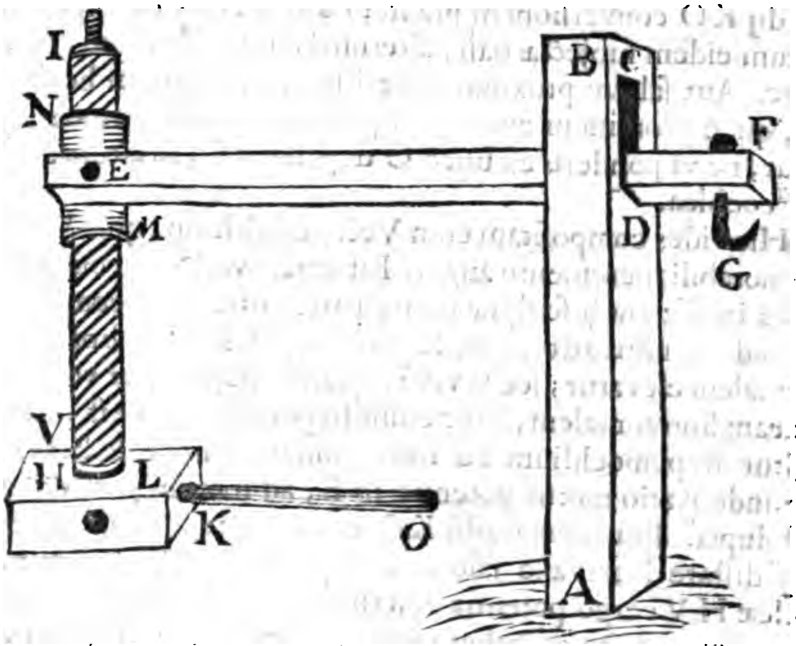
CAPUT III.

Cochlea cum Vecte, atque cum Axe componitur.

Contingere poteſt aliquando onus Vecte elevandum eſſe, tantam verò illius gravitatem deprehendi, ut ſufficiens Vectis longitudo non ſuppetat pro ratione operarum, quas adhibere

adhibere poſſumus, aut ſaltem eæ ſint loci anguſtiæ, ut neque hujuſmodi Vectis longitudinem, neque operarum multitudinem capiat: plures autem Vectes componere omnino incommodum ſit, quia, ut in loco dictum eſt, minimus fieret oneris elevandi motus. Præſtabit igitur Cochleam Vecti addere, ubi maximè frequens futura ſit hujuſmodi ponderum elevatio, quemadmodum propè telonia, ubi ingentes mercium ſarcinæ attollendæ ſunt, ut plauſtris avehendæ imponantur, aut advectæ ex iis deponantur.

Erigatur tignum A B ad perpendiculum firmiter infixum plano ſubjecto, tanta verò ſit craſſities tigni, ut in eo excavari



poſſit crena C D, per quam tignum aliud E F immitti facilè valeat adeò ſolidum, ut Vectis munere fungatur, ubi extremo unco G funibus adnexum fuerit onus. Ut igitur facillimè oneris elevatio perficiatur, cochlea H I priſmati H L infixa (ſatiùs fuerit, ſi ejuſdem ligni pars in priſma, pars in cochleam deformetur) ad perpendiculum erigatur inſerta matrici N M: ſit autem ita ſolida matrix, ut illi adnecti queat tignum E F clavo E, circa quem facilè verſari poſſit tignum ipſum, quando attollitur aut deprimitur. Demum ſubjecto priſmati H L

non

non ſolùm in quatuor faciebus inſint foramina, quibus immittatur Radius K O, verùm etiam in infimâ baſis parte, qua reſpondet axi cylindri in cochleam deformati, ſit polus, circa quem convolvi poſſit: Hic tamen (ut ſatis manifeſtum eſt) intrà ferream laminam ritè applumbatam lapidi in terrâ firmiſſimè defixo, aut certè adeò gravi, ut longè omnem elevandarum ſarcinarum gravitatem vincat, ità contineri debet, ut indè nullo pacto eximi valeat, neque à priſmate avelli.

Quòd ſi non fuerit inter pavimentum & laqueare intervallum enorme, faciliùs erit congruam trabis partem in cochleam deformare, illámque baſi imponere (cujus altitudo commodam Radij K O converſionem præſtet) atque circa duos polos, alterum eidem ſubjectæ baſi, alterum lacunari infixum, convolvere. Aut ſaltem proximo parieti infigatur tignum horizontale, quod prominens excipiat ſuperiorem polum, atque prohibeat, ne vi ponderis ex unco G dependentis, in altum abripiatur cochlea.

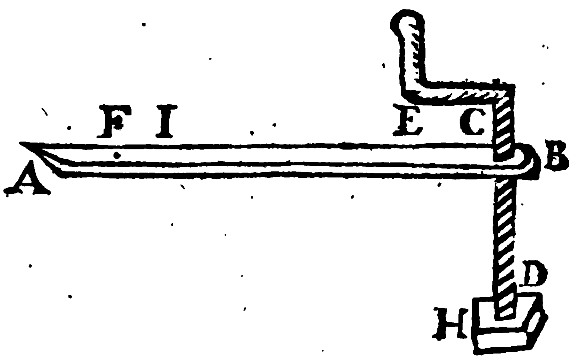
Hic vides compoſitam cum Vecte Cochleam, quæ Vectis vires notabili incremento auget. Eſt autem vectis hypomochlium in eâ inciſæ aut inſculptæ crenæ parte, quæ cochleam reſpicit, quando pondus attollitur, & vectis caput F ſupra lineam horizontalem elevatur; ſecùs verò, quando deprimitur vectis infra lineam horizontalem, tunc enim hypomochlium eſt in D. Sit igitur hypomochlium ad totius longitudinis E F beſſem; ac proinde Ratio motûs potentiæ in E, ad motum ponderis in F, eſt dupla. Ponamus Radij K O extremitatem O ab axe cylindri diſtare intervallo ſaltem decuplo intervalli ſpirarum cochleæ H V: ergò potentia deſcribens peripheriam circuli, cujus diameter eſt 20, habet motum, qui eſt, ut minimum, ut 62 ad motum H V, hoc eſt ad motum extremitatis E: hujus autem motus eſt duplus motûs ponderis in F: igitur motus potentiæ eſt ad motum ponderis ut 124 ad 1. Quare ut major ſit motus ponderis, poterit hypomochlium minùs abeſſe ab extremitate E; vix enim tales ſunt ſarcinæ, quæ ut moveantur, citrà laborem ſuſtentandi, indigeant 60 hominibus.

At ſi loci ratio ferat, ſuaderem potiùs Vectem ſecundi generis, ita ut altera vectis extremitas inſiſteret tigno A B, & pondus inter tignum & cochleam interciperetur: ſic enim quò

pondus

pondus eſſet propius cochleæ, ad majorem altitudinem attolleretur, licèt majore conatu; ſed cochleæ vis abundare videtur, & Vectis ſecundi generis ſemper auget momenta.

Nec diſſimili ratione Vectem manu tractabilem ita cochleâ inſtruere poſſumus, ut ad ingentia pondera movenda ſatis ſit. Finge ſiquidem revellendas ſuis è cardinibus ingentes alicujus baſilicæ valvas, ut reficiantur; ferreus vectis A B paretur extremitate A ſubjiciendus ponderi, altera extremitas B in matricem cochleæ excavetur: in hanc



immittatur cochlea C D, manubrium habens C E: atque ut cochlea faciliùs convertatur, neque pavimentum atterat, paratam habeto ferream laminam H, quæ illi ſubjiciatur. Nam ſi ponderi ſupponatur vectis ex. gr. in F ad totius longitudinis ſextantem, manubrij autem longitudo C E ſit ſaltem decupla intervalli ſpirarum cochleæ, utique peripheria deſcripta à potentiâ in E, ad elevationem extremitatis B, eſt ſaltem ut 62 ad 1: elevatio autem ipſius B, ad elevationem ponderis in F, eſt ut 6 ad 1: igitur motus potentiæ ad motum ponderis eſt ut 372 ad 1. Quapropter, etſi initio parùm attollantur fores, & ſubjecto cuneo, ne recidant, atque revolutâ cochleâ deprimendus, ac promovendus ſit vectis, ut pondus ſit in I, puta ad totius longitudinis quadrantem aut trientem, adhuc potentiæ momenta erunt ut 248, aut 186 ad 1: quæ ſanè exigua non ſunt pro ſimplici hujuſmodi machinulâ.

Huc pariter ſpectat præli genus in meâ patriâ vulgare (in locis potiſſimùm montanis, ubi faciliùs ingentes lapides non procul advehendi ſuppetunt) quo ex uvæ jam calcatæ reliquiis tortivum muſtum exprimitur. Roboris, quoad fieri poteſt, longiſſimum truncum unâ cum imo caudice aſſumunt, & ità ramis omnibus ſpoliant, ut tamen bifurcum relinquant, quatenus

bifidæ illi extremitati inniti, atque connecti valeat matrix cochleæ, quæ convertatur circa polum ingenti ſubjecto lapidi inſiſtentem, ſed eâ ratione, ut demum etiam lapis attolli queat. Truncum verò illum, qui præli munere fungi debet, præter extremum caudicem craſſiſſimum, dedolant, ut inter bina tigna hinc atque hinc in alvei lateribus ad perpendiculum erecta interjectum prælum attolli ac deprimi poſſit citrà impedimentum, quod alioqui ipſa rudis aſperitas pareret. Porrò tigna illa bina erecta, aut ex adverſo rotundis aliquot foraminibus perforant, quibus immitti poſſit craſſiuſculus cylindrus, ſeu ferreus vectis, aut illa incidunt patente crenâ, cui inſeri valeat repagulum; eo conſilio, ut alterutra præli extremitas pro opportunitate prohibeatur, ne aſcendat, aut deſcendat. Quare convoluta cochlea attollit matricem, & oppoſita præli extremitas amotis omnibus ſubjectis repagulis ſenſim deſcendit: ubi autem eò venerit, ut non abſit ab altitudine eorum, quæ in torculari calcanda ſunt, immittitur ſuperiùs repagulum, ne amplius attolli valeat; Tum revoluta in contrarium cochleâ matricem cum præli extremitate deorſum trahit: & quoniam reliqua extremitas attolli nequit obſtante repagulo, premuntur uvæ, & in Lacum defluit muſtum. Ubi demum adeò compreſſa fuerint vinacea, ut facilius ſit lapidem cochleæ adnexum attollere, quàm illa magis comprimere, ex cochleæ converſione attollitur lapis; quem ad mediocrem altitudinem elevatum pendere diutiùs permittunt, ut, lapidis gravitate deorſum conante, à prælo exprimatur, quantulumcumque muſti adhuc vinaceis ineſt. Duplex igitur hìc conſideranda eſt preſſio: altera quidem vi potentiæ cochleam volventis; & hìc cochlea cum vecte ſecundi generis componitur; eſt enim prælum vectis, cujus hypomochlium eſt in eâ extremitate, quæ repagulo prohibetur, ne attollatur; potentiæ autem vectem hujuſmodi deprimentis vices obit cochlea claviculatim ſtriata; quæ tamen motûs originem non habens ſibi inſitam, potentiæ munus & nomen relinquit vectiariis illam verſantibus. Altera preſſio fit, ceſſante convolutione cochleæ, vi gravitatis lapidis ſuſpenſi; & tunc non niſi Ratio vectis intervenit, atque Potentia eſt ipſa gravitas.

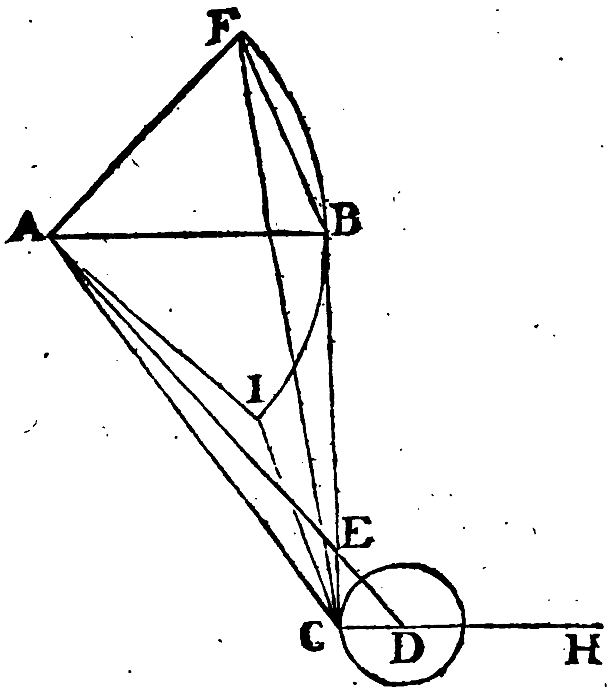
Sed quoniam non ubique reperiuntur aut tam ingentes lapides, aut tam longæ arbores, communiter univerſus premendi labor

labor vectiariis incumbit cochleam unam, aut alteram verſantibus. Si duæ ſint cochleæ ad oppoſita torcularis latera conſtitutæ, matricem habent in ipſo prælo excavatam, quod ſuâ converſione deorſum trahunt, ut ex ſubjectis vinaceis exprimatur muſtum : & tunc nihil eſt, quod Vectis momenta exerceat, ſed ſola vis Cochleæ habetur. At ſi unica fuerit cochlea (quemadmodum & in typographorum torculis) præli non eſt uſus; ſed tranſverſæ trabi ſuperiori immotæ inſeritur per excavatas congruentes ſtrias cochlea, quæ in converſione depreſſa calcat impoſitum vinaceis planum ex ſolidis aſſeribus. Verùm contingere poteſt ut non ſit vectiario ſpatium expeditum, quando, poſt modicam & faciliorem compreſſionem breviore vecte peractam, adhuc longiore Radio utendum eſſet ad contorquendam cochleam. Propterea ab Axe in Peritrochio ſubſidium facile peti poteſt; ſi videlicet extra torcularis alveum ligneus cylindrus ad perpendiculum erigatur circa ſuos polos, alterum ſubjecto plano, alterum exporrectæ è proximo pariete trabi, infixos verſatilis: huic funem adnecte, qui extremo unco apprehendat annulum Radij, quo cochlea verſatur: cylindro enim infixus Radius dum illum volvit, & funem illi circumducit, cochleæ vectem ad ſe rapit, & vehementiùs premitur ſubjectum cochleæ planum, quàm ſi eadem cochlea duplo longiore vecte convolveretur.

Unum tamen hìc obſervandum, videlicet in hujuſmodi converſione non eadem eſſe momenta, quandoquidem funis extentus non eundem ſemper cum cochleæ vecte angulum conſtituit; eò autem minora ſunt momenta, quò magis hic ab angulo recto recedit, ut ex iis conſtat, quæ lib.4. cap.7. dicta ſunt. Quapropter expedit cylindrum illum verſatilem non longiùs à torculari abeſſe, ut funis minùs acutum angulum cum vecte conſtituat, quando vectis extremitas incipit ſuæ peripheriæ arcum deſcribere : atque adeò ita ſtatuendus videtur cylindrus, ut quando funis angulum rectum conſtituet cum cochleæ vecte, hic jam percurrerit arcum non majorem ſemirecto angulo, reſpondentem gradibus 45 : ſic enim fiet, non nimis acutum eſſe angulum initio tractionis, & progrediendo augeri, donec fiat rectus : deinde, licèt momenta decreſcant angulo in obtuſum tranſeunte, ubi nimis obliquus factus fuerit angulus, poterit in

aliud foramen immitti Radius, laxato priùs fune ex cylindri revolutione. Quapropter ut potentiæ cylindrum volventis momenta ad calculos revoces, maximum momentum eſt fune ad cochleæ Radium perpendiculari: quamvis autem non ſemper progrediente motu conſtituat angulum rectum, tunc tamen perinde computandum eſt momentum, atque ſi eandem poſitionem ad angulum rectum ſervatura eſſet potentia per funem Radio applicata; præterita ſiquidem atque futura applicatio nihil minuit præſentis applicationis virtutem. In eâ verò applicatione perpendiculari, momenti Ratio deſumenda eſt ex circuli à Radio deſcripti peripheriâ, atque ex intervallo ſpirarum cochleæ: quæ Ratio componenda eſt cum Ratione Radij cylindrum volventis ad ejuſdem cylindri ſemidiametrum.

Sed ut habeantur momenta aliarum poſitionum, inquirendus eſt angulus applicationis funis ad eundem cochleæ vectem.



Et primò quidem datur Radij cochleæ infixi longitudo A B, ſemidiameter cylindri C D, & diſtantia A D. Inquiratur, in quo puncto accidat poſitio funis perpendicularis ad Radium cochleæ: hæc utique non fit, niſi fune tangente utramque peripheriam tum circuli à Radio A B deſcripti, tum cylindri; & erit B C. Quia igitur linea B C utrumque circulum tangit, ductis ſemidiametris A B & C D, anguli A B C, & D C B ſunt recti, ex 18. lib. 3: igitur ex 27. lib. 1. lineæ A B

&

& DC ſunt parallelæ, & per 29. lib. 1. anguli alterni BAD, & CDA ſunt æquales: ſed & anguli ad verticem E ſunt æquales: ergo triangula BAE, CDE ſunt ſimilia; & per 4. lib. 6. ut BA ad CD, ita AE ad DE; & componendo ut AB plus CD ad CD, ita AD ad DE: innoteſcit itaque DE. Quare ex quadrato ipſius DE auferatur quadratum lateris DC, & reſidui Radix erit recta CE. Fiat ergo ut DC ad CE, ita AB ad BE; atque additis BE & CE nota eſt tota BC.

Deinde aſſumatur poſitio Radij AF, ita ut arcus FB non ſit major gradibus 45. Dato igitur arcu illo, hoc eſt angulo FAB, noti ſunt anguli AFB, ABF trianguli iſoſcelis ad baſim BF, ſinguli enim habent ſemiſſem reſidui ad duos rectos: atque adeò, ſi recto CBA addatur notus ABF, innoteſcit anguli obtuſi CBF quantitas: Inventum jam eſt latus CB, & latus BF ſubtenſa dati arcûs ex Canone Sinuum innoteſcit in partibus Radij AB; quapropter ex Trigonometria inveniri poteſt baſis CF, & angulus BFC; qui ſi auferatur ex noto angulo BFA, remanet quæſitus angulus CFA applicationis funis CF ad vectem AF. Habetur itaque ex hujuſmodi applicatione ad vectem per angulum acutum CFA Ratio momenti comparati cum momento applicationis ad angulum rectum CBA: eſt enim ex dictis lib. 4. cap. 7. ut Sinus anguli acuti ad Radium. Fiat igitur ut Radius ad Sinum anguli AFC, ita peripheria deſcripta à vecte AB ad aliud; & hoc inventum comparandum eſt cum intervallo ſpirarum cochleæ, ut habeatur Ratio momenti potentiæ in C conſtitutæ, & applicatæ ad vectem AF cum directione CF. Componenda deinde eſt hæc Ratio cum Ratione Radij DH cylindrum volventis, ad ejuſdem cylindri ſemidiametrum DC, & habebitur adæquata Ratio momenti potentiæ in H.

Tertiò. Ex puncto C ad A ducatur recta CA: & cum in triangulo ABC rectangulo nota jam ſint latera AB & BC circa rectum, invenitur hypothenuſa AC, & angulus BAC. Tum ex 33. lib. 3. ſuper rectâ AC deſcripto circuli ſegmento capiente angulum obtuſum æqualem Supplemento anguli AFC ad duos rectos, in puncto I, ubi hujus ſegmenti arcus ſecat peripheriam à Cochleæ vecte deſcriptam, concurrant duæ rectæ AI & CI. Eſt igitur triangulum CAI, in quo data ſunt

latera C A & A I unâ cum angulo A I C noto, utpote ex conſtructione æquali ſupplemento ad duos rectos anguli jam noti A F C. Quapropter inveniatur angulus I A C, qui demptus ex jam invento angulo B A C, relinquit angulum B A I; ac propterea notus eſt arcus B I, qui additus arcui B F dabit totum arcum F I, in quo primùm momenta creſcunt ex F in B, deinde decreſcunt ex B in I, ubi angulus obtuſus tantumdem excedit rectum, quantum à recto deficit acutus A F C; atque adeò in F & I æqualia ſunt momenta.

Antequam verò praxim hanc exemplo illuſtrem, ut ſubductis calculis noverit Machinator, quonam pacto omnia diſponenda ſint, monendus eſt lector à me ideò ſemper idem punctum C aſſumptum fuiſſe, quia in re Phyſicâ nullus ſubrepere poteſt error notabilis. Cæterùm ſi funem extentum conſideremus ſemper quaſi lineam tangentem cylindri peripheriam, ſatis manifeſtum eſt, ſi linea B C eſt tangens in puncto C, & angulus B C D eſt rectus, non poſſe lineam à puncto F productam ad contactum cadere in punctum C, ſed ultrà illud, ita ut demum veniat punctum contactûs in C, quando poſitio vectis fuerit A B, & iterum punctum contactûs recedat à C, quando poſitio vectis fiat A I. Verùm quia exiguum eſt hujuſmodi diſcrimen, propterea unum idémque punctum C aſſumptum eſt, cum non ſequatur phyſicè ullum incommodum ex hoc Geometricæ accurationis contemptu.

Sit igitur ex. gr. ſpirarum cochleæ intervallum unc. 2; & vectis longitudo A B cubitorum 3, hoc eſt unc. 36: quare integra peripheria hoc Radio eſt unc. 226; atque ideò in B, ubi applicatio eſt ad angulum rectum, Ratio motuum ſeu momentorum eſt ut 226 ad 2, hoc eſt 113 ad 1. Sit cylindri ſemidiameter D C unc. 3, atque D H ſimiliter unc. 36: eſt igitur Ratio motûs ſeu momenti potentiæ in H, ad motum ſeu momentum in C ut 12 ad 1. Ratio itaque compoſita ex Rationibus 113 ad 1, & 12 ad 1 eſt Ratio 1356 ad 1: quæ longè major eſt, quàm ſi cochleæ adhiberi potuiſſet Radius cubitorum 6, non addito Axe in Peritrochio. Ut inveniatur longitudo B C, primùm fiat ut A B plus D C ad D C, hoc eſt ut unc. 39. ad unc. 3. ita diſtantia A D data unc. 65, ad E D unc. 5. Igitur in triangulo E C D rectangulo, cujus hypothenuſa E D unc. 5. latus

tus D C unc. 3. eſt latus E C unc. 4 : atque adeò ut D C 3 ad C E 4, ita A B 36 ad B E 48; cui addita C E 4 dat totam perpendicularem B C unc. 52.

Ponatur arcus F B gr. 45; ergo ejus ſubtenſa 76536 partium, quarum Radius A B unc. 36 eſt 100000, erit unc. 27 $\frac{1}{2}$: anguli verò A F B, A B F ſunt ſinguli gr. 67. 30′. Quare in triangulo F C B datur angulus C B F gr. 157. 30′. comprehenſus à lateribus C B unc. 52, & B F unc. 27 $\frac{1}{2}$. Invenitur ergo angulus B F C gr. 14. 45′, qui ex angulo B F A gr. 67. 30. demptus relinquit angulum A F C gr. 52. 45′; cujus Sinus eſt particularum 79600. Igitur ut Radius 100000 ad 79600, ita momentum Applicationis per angulum rectum, quod erat ut 113, ad 90 proximè, momentum Applicationis per hunc angulum A F C acutum. Compoſitis itaque Rationibus 90 ad 1, & 12 ad 1, momentum potentiæ in H erit 1080.

Demum in triangulo A B C rectangulo ex lateribus A B 36, & B C 52, reperitur hypothenuſa A C 63$\frac{1}{4}$, & angulus B A C gr. 55. 18′. Quapropter in triangulo A I C datur latus A C 63$\frac{1}{4}$, & angulus illi oppoſitus A I C gr. 127. 15′. & præterea latus A I 36 : ex quibus invenitur huic oppoſitus angulus I C A gr. 26. 56′. Igitur tertius angulus C A I eſt gr. 25. 49′: qui ſi auferatur ex angulo B A C gr. 55. 18, reliquus eſt angulus B A I gr. 29. 29′. Igitur totus arcus F I eſt gr. 74. 29′.

Ut autem appareat, quid conferat amplitudo arcûs B F, ſtatuatur hic gr. 60. & huic æquales ſunt anguli ad baſim B F; quæ recta B F eſt ipſi A B æqualis, hoc eſt unc. 36. Quare in triangulo F B C datur latus F B unc. 36. & latus B C unc. 52, & angulus ab iis comprehenſus gr. 150 : invenitur ergo angulus B F C gr. 17. 47′; qui ablatus ex B F A gr. 60. relinquit C F A gr. 42, 13′: cujus Sinus eſt partium 67193. Igitur ut Radius 100000 ad 67193, ita 113 ad 76, quod eſt momentum Applicationis per hunc angulum acutum : atque compoſitis Rationibus 76 ad 1, & 12 ad 1, momentum potentiæ in H eſt ut 912. In triangulo verò A I C dantur latera A I unc. 36, & A C unc. 63$\frac{1}{4}$ & & Supplementum anguli A F C ad duos rectos eſt angulus A I C gr. 137, 47′: ergo invenitur angulus A C I gr. 22. 29′. Eſt igitur angulus I A C gr. 19. 44′ : qui demptus ex angulo

lo B A C gr. 55. 18'. ſuperiùs invento, relinquit angulum I A B, hoc eſt arcum I B gr. 35. 34'. Quare totus arcus F I eſſet gr. 95. 34'. Ex quo vides intra eoſdem terminos æqualium momentorum, minora eſſe extrema momenta in F & I, ſed per majorem arcum, ſi incipias motum in majore diſtantiâ à puncto Applicationis per angulum rectum : propterea ſatius videtur majora obtinere momenta, & minorem arcum deſcribere : ideò dixi aſſumendum eſſe arcum B F non majorem gradibus 45.

His ſimilia de Succulâ dicenda ſunt, quæ de Axe perpendiculari diximus, ſi ſucculâ potiùs utendum loci & motûs quæſiti opportunitas ſuadeat : id quod ita per ſe clarum eſt, ut in his diutiùs immorari non ſit opus.

CAPUT IV.

Cochleæ Infinitæ vires explicantur.

VAlidiſſimam omnium Facultatum Cochleam eſſe ex ſuperioribus manifeſtum eſt : ſed illud accidit incommodum, quod nimis brevibus terminis coërcetur ; quos nimirum ejus longitudo definit ; ſivè illa circa ſuum axem convoluta intrà Matricem immotam moveatur, ſivè illa poſitionem non mutans ex convolutione attrahat aut repellat Matricem & pondus ei adnexum. Propterea alius cochleæ uſus excogitatus eſt citrà ullam Matricem, cui inſeratur, atque ejuſmodi, ut cochleæ converſioni nullus ſtatuatur finis, eaſdémque ſemper exerceat vires. Hinc Cochleæ Infinitæ, aut Viti Perpetuæ nomen inditum eſt.

Cylindrus circa ſuum axem, appoſito manubrio, verſatilis in brevem cochleam deformatur unâ aut alterâ ſpirâ contentus : ita autem ad tympani dentes accommodatur, ut eorum intervallum ſit ſpirarum intervallo congruens ; hoc eſt initium ſpiræ apprehendat unum tympani dentem ; dúmque ex Cochleæ convolutione dens primus tantum promovetur, quantum exigit ſpirarum diſtantia, unâ converſione abſolutâ iterum initium

tium ſpiræ apprehendat ſecundum tympani dentem proximè conſequentem, ex tympani convolutione jam conſtitutum in eodem loco, in quo erat primus dens initio motûs: atque ita deinceps omnes ſubinde dentes apprehenduntur à cochleâ; ſemélque revoluto tympano, iterum à primo dente incipit ſecunda illius convolutio. Hinc quia cochleâ hujuſmodi, quatenus ad ſe pertinet, nullum ſtatuit convolutionibus terminum, etiamſi definitum habet ſpirarum numerum, immò unicam habeat ſpiram, Infinita dicitur, nam & tympanum orbitam habens in ſeſe redeuntem plurimis ſine fine convolutionibus circumagi poteſt. At ſi tympani loco rectam appoſueris laminam denticulatam, quæ ex Cochleæ hujuſmodi converſione alium atque ſubinde alium dentem apprehendentis adduceretur, aut repelleretur; an illa appellanda eſſet Cochlea Infinita, quia longiorem atque longiorem ſinè fine laminam ſimiliter movere poſſet; iis examinanda relinquatur quæſtio, quibus de vocabulo diſputandi otium eſt.

Tympano autem infixus eſt Axis, ſive ille ſimplex ſit, cui ductarius funis circumvolvatur, ſivè ſtriatus fuerit, qui aliud tympanum convertat, prout ſuo loco, ubi de Axe in Peritrochio diſputatum eſt. Quapropter vis Cochleæ componitur cum vi tympani, quod ab illâ convertitur: idcirco huic Machinæ Cochleæ Compoſitæ aliqui nomen fecerunt. Cùm itaque ſingulis cochleæ converſionibus ſinguli dentes tympani promoveantur, toties convertitur cochlea, quot in tympani orbitâ numerantur dentes. Potentiæ igitur motus, quo illa manubrium verſans deſcribit circuli peripheriam, ducendus eſt per dentium numerum, ut habeatur Ratio motûs Potentiæ, ad motum orbitæ tympani. Cum verò data ſit Ratio tympani ad ſuum Axem, data eſt Ratio motûs orbitæ tympani ad motum ponderis fune ductario attracti. Hæ duæ Rationes componantur, & nota erit Ratio motûs potentiæ ad motum ponderis. Sit cochleæ manubrium digitorum 7; igitur peripheria circuli à potentiâ manubrio applicatâ deſcripti eſt ferè digit. 44: tympani ſemidiameter ad ſui Axis ſemidiametrum ſit ut 4 ad 1: Sit autem tympani orbita in dentes 24 diſtincta; ac propterea dum ſemel tympanum cum ſuo Axe volvitur, motus Potentiæ eſt digitorum ferè 44 vicies & quater ſumptorum hoc eſt digit. 1056.

Si igitur tympani ſemidiameter ſit digit. 4, & Axis ſemidiameter dig. 1, illius peripheria eſt ſaltem digit. 25, hujus verò peripheria ſaltem digit. $6\frac{1}{4}$, quantus eſt ex unâ tympani converſione motus ponderis. Itaque motus Potentiæ ad motum ponderis eſt ut 1056 ad $6\frac{1}{4}$, hoc eſt proximè ut 169 ad 1.

Hinc ſi plura fuerint Compoſita Tympana, eorum Ratio, quæ ex Rationibus diametrorum tympanorum ad ſuorum Axium diametros componitur, aſſumenda eſt, atque attendendum quoties volvatur cochlea, ut primum tympanum cochleæ proximum circumagatur: deinde per numerum dentium primi tympani ducendus eſt motus potentiæ manubrio cochleæ applicatæ; & ex Ratione tympanorum, atque ex Ratione Cochleæ, componenda eſt Ratio. Sit cochlea eadem, quæ priùs, eodémque manubrio inſtructa, adeò ut potentia ſemel cochleam verſans deſcribat circuli peripheriam digitorum ferè 44; & primum tympanum habens peripheriam dig. 25 in dentes 24 diſtributam, dum ſemel volvitur, potentia vicies & quater peripheriam dig. 44 deſcribens percurrit digitos 1056. Sit idem primum tympanum ad ſuum Axem ſtriatum ut 4 ad 1, ſecundum tympanum ad ſuum Axem fune ductario involutum ſit ut 3 ad 2: Ratio compoſita horum duorum tympanorum eſt ut 6 ad 1. Cum verò motus potentiæ manubrio applicatæ ad integrum motum peripheriæ tympani primi ſit ut 1056 ad 25 (nam ſingulæ converſiones manubrij cochleæ ad motum unius dentis ſunt ut 44 ad $\frac{25}{24}$) componatur hæc Ratio cum Ratione 6 ad 1, & erit motus potentiæ ad motum ponderis axi ſecundi tympani per funem ductarium applicati, ut 6336 ad 25, hoc eſt ferè ut $253\frac{1}{2}$ ad 1: atque adeò quo conatu potentia moveret libras decem; hac machinâ movebit libras 2535.

Verùm adhuc augeri poſſunt vires Cochleæ Infinitæ non multiplicatis tympanis dentatis, ſed cum illo unico, quod à Cochleâ movetur, componendo Trochleas: ſi videlicet alteri Trochleæ adnectatur pondus, altera Trochlea alicubi firmetur: tum funis ductarius, qui à Potentiâ arripiendus eſſet atque trahendus, axi tympani alligetur. Nam ſi Ratio, quam Trochleæ inferunt, componatur cum Ratione Axis in Peritrochio, atque Ratione Cochleæ, ſit Ratio ex tribus Rationibus trium

Faculta

Facultatum compoſita. Sic Ratio Cochleæ ſit, ut priùs, 44 ad $\frac{25}{24}$, Ratio Tympani ad Axem ſit 4 ad 1, Ratio Trochlearum, capite funis ad trochleam ponderis alligato (ſint autem Trochleæ binorum orbiculorum) ſit 5 ad 1: tres hæ Rationes Compoſitæ conſtituunt Rationem 845 ad 1. Quare quo conatu moveres libras decem, movebis libras 8450 tam facili & parabili machinâ.

Obſervanda ſunt autem tam commoda, quàm incommoda, quæ hujus machinæ, ſcilicet Cochleæ Infinitæ uſum comitantur. Neque in poſtremis illud numerandum eſt, quod tantula machinula faciliimè transferri poteſt, ad pondera ſatis magna dimovenda; maximè ſi in plano raptanda ſint ſuppoſitis ſcytalis, & trochleæ adhibeantur, quas non adeò craſſo fune connecti oportet, quemadmodum ſi in ſublime attollendum eſſet pondus, & fune ipſo retinendum, ne relabatur.

Adde non requiri ampliora ſpatia, ut cochlea hujuſmodi infinita circumagatur, & vel ſedentem hominem ſolâ, neque multâ, lacertorum manubrium verſantium contentione poſſe motum quæſitum perficere: atque ſi pondus attollatur, licet potentiæ, quandocumque libitum fuerit, ceſſare à motu, quin pondus ſuſpenſum recidat, etiamſi neque illi fulcrum ſubjiciatur, neque cochleæ manubrium retinaculo aliquo firmetur. Verùm in attollendis ingentibus oneribus non expedit hac machinâ uti, niſi tympanum dentatum ſatis magnum fuerit, ut Axem craſſiorem atque validiorem admittat, cui ductarius funis circumduci queat; hic autem funis cum tenuis eſſe non poſſit, neque exilem Axem exigit. Præterea diſſimulandum non eſt periculum, ne cochlea inutilis fiat; ſi videlicet vel unicus tympano dens excutiatur: ubi enim in converſione ad eam lacunam ventum fuerit, illico ceſſat tympani converſio, cum nullus ejus dens occurrat cochleæ. Propterea rem prudenter adminiſtrare oportet, ut congrua machina eligatur.

Porrò non contemnenda utilitas ex Cochleâ hac infinitâ percipi poteſt ad augendas communis Cochleæ vires, ſivè prementis, ſivè etiam attrahentis. Eo videlicet loco, ubi aptandus eſſet Radius ad Cochleæ converſionem, tympanum dentatum adjiciatur, ex cujus centro exeat cylindrus in cochleam deformatus, & Matrici inſertus: tympani verò dentes congruâ cochleæ

infinitæ ſpirâ excipiantur: Manubrio enim verſato cochlea infinita convertitur, & ſingulis converſionibus ſingulos tympani dentes, alios ſubinde atque alios promovens, tympani covolutionem efficit, atque cum eo pariter infixa cochlea verſatur. Prudenti autem Machinatori non deerit methodus, qua hujuſmodi Cochlea infinita applicetur, & ſimul cum tympano dentato deprimatur aut attollatur, ſi opus fuerit. Quapropter Ratio peripheriæ tympani ad intervallum ſpirarum ſuæ cochleæ, componenda eſt cum Ratione peripheriæ à manubrio deſcriptæ ad intervallum ſpirarum cochleæ infinitæ: ex hoc ſiquidem intervallo pendet motus peripheriæ tympani, cujus dentes apprehenduntur; quo enim preſſior eſt cochleæ infinitæ ſpira, eò tenuiores & frequentiores inſunt tympano dentes. Sit ex. gr. ſpirarum cochleæ prementis intervallum ſubtriplum ſemidiametri tympani, cui illa infixa eſt: igitur Ratio perimetri tympani ad intervallum ſpirarum eſt ut 18 $\frac{84}{100}$ ad 1. At Cochleæ infinitæ manubrium ad ejuſdem ſpirarum diſtantiam ſit ut 10 ad 1: Motus igitur potentiæ manubrium verſantis eſt ut peripheria deſcripta 62 $\frac{83}{100}$ ad motum unius dentis tympani ut 1. Ratio itaque ex his duabus Rationibus Compoſita eſt 1183 $\frac{7}{10}$ ad 1. Ex quo ſatis innoteſcit, quanto virium incremento addatur cochleæ vulgari cochlea hæc infinita tam brevi manubrio inſtructa, loco vectis admodum longi, quem ſpatij anguſtiæ non caperent.

Verùm non ad augendas tantummodo vires, ſeu, ut veriùs dicam, ad momentorum potentiæ incrementum, adhiberi poteſt cochlea infinita, ſed ad motum quantumvis exiguum: ſæpè enim motum extenuare opus eſt. Sic in automatis horas indicantibus vi laminæ elaſticæ longioris in ſpiram convolutæ, àd rotarum celeritatem aut tarditatem moderandam oportet ipſum elaterem modò intendere, modò remittere: quia verò in vulgaribus horologiis id perficitur convolutione rotæ dentatæ (cujus axi intimum ſpiræ elaſticæ caput adnectitur, atque ne lamina per vim complicata ſe in laxiorem ſpiram reſtituat, axem ipſum & rotam dentatam revolvendo, obliquis rotæ ejuſdem dentibus, qua parte recti ſunt, objicitur virgula elaſtica) ut minimum dentem unum promovere aut retrahere neceſſe eſt.

eſt. At ſæpè contingere poteſt, ut elaſticam laminam jam valde intentam amplius intendere, quantum fert integra dentis unius converſio, celeriorem motum inferat, quàm temporis ratio poſtularet; propterea ſcientiſſimi artifices, rejectâ virgulâ illâ elaſticâ, ita rotæ illius dentes conformant, ut cochleolæ infinitæ congruant; hæc enim convoluta valde minutis progreſſionibus laminam elaſticam intendit, aut remittit, & ubicunque placuerit, ſiſtitur.

Illud quoque non leve commodum (ut paulò ſuperius indicatum eſt) in attollendis ponderibus animadverſione dignum eſt, quod ſublato pondere atque ſuſpenſo, ceſſare poteſt potentia; & quamvis nec ab illâ, nec ab alio quolibet retinaculo manubrium cochleæ infinitæ retineatur, neque pendenti oneri fulcrum ullum ſubjiciatur, ipſa per ſe cochlea tympanum ſiſtit, & ſuſpenſum pondus impeditur, ne ſuâ vi recidat. Id quod in tympanis dentatis, neque in Succulis, neque in Trochleis, neque in Vecte obtinetur: quas Facultates ſi potentia dimiſerit, inchoato jam motu, neque illas aliquo retinaculo coërceat, priorem laborem irritum facit gravitas ſibi dimiſſa, ut ſatis apertè conſtat.

Poſtremò Cocheas infinitas cochleis pariter infinitis coagmentare ſi quis voluerit, is profectò momentis potentiæ immenſam quandam acceſſionem fecerit. Si enim primi tympani dentati Axem deformaveris in cochleam, quæ aliud tympanum pariter dentatum moveat, & ſecundi hujus tympani Axem item in ſpiralem ſtriam excavaveris, quæ tertium tympanum convertat unà cum Axe, cui ductarius funis circumducitur; ecce quot Rationibus componitur Ratio motuum potentiæ & ponderis. Prima Ratio eſt Peripheriæ à manubrio deſcriptæ ad diſtantiam ſpirarum primæ cochleæ. Secunda Ratio eſt peripheriæ primi tympani ad intervallum ſpirarum ſecundæ cochleæ. Secunda Ratio eſt peripheriæ primi tympani ad intervallum ſpirarum ſecundæ cochleæ. Tertia Ratio eſt peripheriæ ſecundi tympani ad intervallum ſpirarum tertiæ cochleæ. Quarta demum eſt Ratio peripheriæ tertij tympani ad ambitum ſui Axis. Ponamus ſingulas peripherias ad ſuæ cochleæ ſpirarum intervallum eſſe ut 30 ad 1, & tertij tympani orbitam ad ſui Axis ambitum eſſe ut 5 ad 1; componendæ ſunt tres Rationes

trigecuplæ cum unâ quintuplâ, & exurgit Ratio motûs potentiæ manubrio applicatæ, ad motum ponderis ut 135000 ad 1. Quo igitur conatu potentia moveret libras decem, hac trium cochlearum infinitarum complexione movebit millies mille trecentas quinquaginta libras, ſeu, ut vulgari vocabulo utar, millionem & trecenta quinquaginta millia librarum. Quid autem, ſi plura tympana cochleas infinitas habentia addantur? utique ſi primæ cochleæ manubrio agitatæ quatuor conſequentia tympana cum ſuis cochleis addantur, eandem Rationem trigecuplam habentia, & quintum tympanum cum ſuo Axe Rationem quintuplam habeat, demum potentia momentum obtinebit ut 121.500000: &, ſi abſque machinâ moveret libras decem, hac machinâ ex quinque cochleis cum ſibi congruentibus tympanis movere poterit mille ducentos quindecim milliones librarum.

Neque ſibi quiſquam perſuadeat opus eſſe ingentibus tympanis, ut validiſſimis cochleis reſpondeant: Experimento enim didicimus valde exiguas cochleas ſatis eſſe ad ingentia pondera attollenda, modò axis funi ductario deſtinatus ſatis firmus ſit ac validus, & ferendo oneri par. Hic autem Axis (quemadmodum & in Ergatâ) ſi plurimum funem excipere debeat, ne in nimiam longitudinem protendatur, conformari poteſt in Cylindroides Hyperbolicum: nam ductarius funis illum aliquoties complexus (quantum ſatis fuerit, ne excurrat) colligi poterit, & in convolutione ſe ad apicem Hyperbolæ continebit.

At, inquis, hujuſmodi motus ponderis nimis longa temporis ſpatia exigit. Ita planè: neque aliter contingere poteſt, ſi quidem tam ingens pondus movere volueris: an non præſtat tantam molem demum loco ceſſiſſe, quam omnino immotam cuicumque conatui reluctari? Sed quid, ſi opportuniſſimum ſe præbeat proximus rivulus perennis? primæ cochleæ apponatur locò manubrij rota cum pinnis, in quas aqua incurrat; illa enim circumacta cochleam & conſequentia tympana verſabit, ac demum vel dormientibus operis moles ab exiguâ aquâ dimovebitur.

Quod ſi ex pluribus cochleis infinitis compoſitam machinam tibi conſtruere volueris, ita tamen, ut modò majoribus, modò minoribus ponderibus movendis ſit idonea citrà temporis diſpendium,

pendium, ubi ſatis virium habeatur in potentiâ; eâ ratione in loculamento diſpone ſingulos axes in cochleam deformatos, ut eorum poli ex loculamento promineant, atque pro re natâ propelli ſeu retrahi aliquantiſper valeat hic aut ille axis, ne ejus ſtria occurrat ſubjecti tympani dentibus. Nam ſi alterius ſaltem poli extremitas in quadratam figuram deſinat, quæ inſeri poſſit manubrio, hoc poterit huic aut illi axi aptari, quin ſuperiores cochleæ hujus tympani convolutionem impediant. Quod ſi majora adhuc requirantur potentiæ momenta, proximè ſuperior axis ſuum in locum reſtituatur, ut cochleæ ſtria in ſubjecti tympani dentes incurrat. Quapropter ad minora pondera movenda adhibeantur inferiores cochleæ, ad majora ſuperiores.

CAPUT V.

Cochleæ uſus aliqui indicantur.

ADeò frequens eſt & vulgatus apud pleroſque artifices cochleæ uſus, ut ex tam variâ ejus cum cæteris complexione unuſquiſque facilè colligere poſſit, quid facto ſit opus, ubi eâ utendum neceſſitas aut utilitas ſuaſerit. Ne tamen ab initâ in antecedentibus libris conſuetudine in hujus operis calce recedam, pauca quædam indicare placuit, quæ in reliquis non admodum diſſimilibus facem præferant.

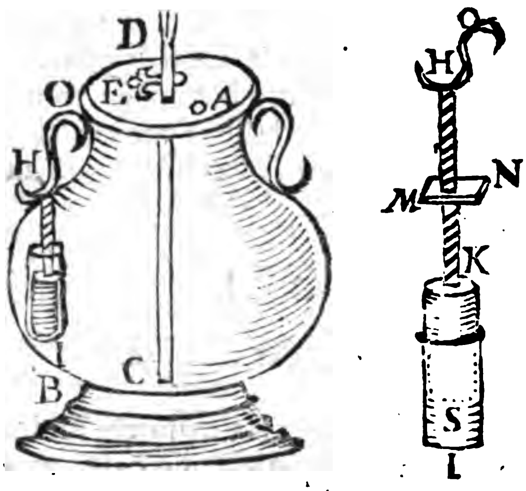
PROPOSITIO I.

Aërem validè comprimere, aut dilatare.

FOllibus luſoriis aërem pyulco ingerentes majorem ſubinde atque majorem difficultatem percipiunt; quo enim magis aër concluſus à naturali raritate recedere cogitur, etiam majore niſu reſiſtit, neque ſolùm magis denſari renuit, ſed & ſe latiùs explicare molitur. Hinc didicimus & pneumaticos fontes conſtruere, qui Spiritu interno urgente aquam in altum evibrant,

brant, & plumbeas glandes fiſtulis ejaculari, non pulvere nitrato ignem concipiente, ſed aëre per vim denſato ad antiquas dimenſiones recuperandas erumpente. Quoniam verò ingeſta jam in conceptaculum non exigua aëris copia difficiliùs comprimitur novâ aëris acceſſione, quàm ut manus valeat truſillum rectâ impellere; idcirco truſilli haſtulam deformatam in helicem, & ſuæ matrici inſertam, adhibere operæ pretium erit: dum enim manubrio agitante contorquetur cochlea, ſenſim deprimitur embolus, aëremque ingerit. Ne autem morâ longiore opus ſit perpetuâ verſatione manubrij, ita cochleæ matrix externam vaſis faciem contingat, ut illi adnecti, atque ab eo disjungi valeat: initio enim, quando adhuc levis eſt aëris modicè compreſſi reſiſtentia, lamella illa ſuo foramine interiùs claviculatim ſtriato cohærens haſtulæ emboli, ſi à vaſe disjuncta fuerit, unà cum haſtulâ movebitur: deinde verò, quando jam truſillus ægrè impellitur, lamella illa cum vaſe connectatur, & non niſi verſato manubrio adduci atque reduci embolus poterit; id quod ſatis lentè perficietur. Rem claritatis gratia in fonte pneumatico explicemus.

Sit vas A B ex materiâ metallicâ, in cujus ſuperiore parte labrum, ex quo per foramen A immittatur in vas aqua, ita tamen, ut non impleatur; aqua enim in vas modicè inclinatum deſcendens aërem expellet per tubulum C D. Ubi ſatis aquæ immiſſum fuerit, occludatur foramen A diligentiſſimè cochleolâ congruente, & convoluto epiſtomio E, tubus D C ſit aëri impervius ad vaſis latus ſtatuatur modiolus cum embolo congruente H I, & emboli haſtula ſit connexa cum mobili vaſis anſâ H O.



Porrò

Porrò haſtula H K perforata ſit, & continuo ductu uſque ad emboli K S fundum pateat aëri ingredienti via H S; ſed foramini S adjecta ſit valvula, quæ aëri regreſſum obſtruat. Similiter modioli fundo in I valvula exteriùs appoſita aperiatur ingeſto aëri tranſitum præbens, ſed aëri intrà vas compreſſo cum nuſquam exitus pateat, valvula ipſa modioli foramen I occludit. Haſtulæ verò H K exterior facies ſit in helicem ſtriata, & lamellæ M N tanquam matrici congruat, quæ in M & N cochleolis adnecti queat exteriùs vaſi, quaſi eſſet anſæ fulcrum.

Ubi immiſſum fuerit quantum ſatis eſt aquæ, cochleolis M & N revolutis disjungatur matrix à vaſe: tum attractâ anſâ H O, unà cum lamellâ M N attrahitur embolus K S, & per apertum ductum H S ingreditur aër modiolum implens. Impulſo deinde embolo, valvula ad S clauditur, & aër ex modiolo per patentem valvulam I ingeritur in vas; ex quo nequit exire, neque aquam propellere, clauſo ſcilicet epiſtomio E, & foramine A: quapropter comprimitur, & denſatur; ideóque attracto denuo embolo K S incluſus vaſi aër ſe latiùs explicare connitens valvulam I validè applicat foramini modioli, ſibíque exitum obſtruit. Toties adducitur atque reducitur embolus, & aër ingeritur, quoad magna premendi difficultas percipiatur; ubi eò ventum fuerit, tunc lamella M N iterum vaſi adnectatur ſuis cochleolis; nec jam embolus rectâ adduci poteſt; ſed arreptum in O manubrium verſatur, & embolus intrà modiolum circumactus ſenſim attollitur, qui deinde revoluto in contrarium manubrio deprimitur, & multâ vi aër in vaſe comprimitur. Laxato demum Epiſtomio E, compreſſus in vaſe aër aquam exprimit per tubum C D, primùm quidem vehementiùs, ſubinde remiſſius, prout aëris vis elaſtica ſenſim langueſcit.

Hoc idem quod de aëre intra vas comprimendo ad aquam evibrandam comminiſci placuit, ſervatâ analogiâ dicendum eſt de aëre, tùm conatu manûs rectâ truſillum impellentis, tum ope cochleæ ſimiliter conformatæ, intrà conceptaculum comprimendo, ut ex fiſtulâ deinde multâ vi emittatur plumbea glans, ubi reſeratus aëri exitus illum ſubitò dilatari permiſerit. Quin & pneumatica hujuſmodi tormenta citrà conceptaculum aëris compreſſi conſtruere non inutile accidat, ſi, quemadmo-

dum noſtrates pueri ſurculos ſambuceos fungoſâ medullâ exhauriunt, & utráque tubuli extremitate papyraceis globulis obſtructâ, alterum globulum congruo cylindro propellunt, atque incluſum aërem denſant, quoad aëris vim elaſticam, & impellentis manûs conatum non ferens extremus alter globulus edito ſcloppo expellatur; ita ferream fiſtulam longiorem paraveris, cujus altori extremitati immittatur plumbea glans obducta papyro, aut ſimili materiâ, ut exquiſitè tubi oſculum implens demum univerſam aëris vim excipiat, alteram extremitatem aliquot ſpiris ambiat cava cochlea, quam impleat cylindrus ferreus in congruentem cochleam deformatus: Si enim hujuſmodi cylindrus vix brevior fuerit, quàm fiſtula, & apto manubrio convolutus in fiſtulam ſenſim immittatur, totum aërem, quo fiſtula replebatur, ad exiguas ſpatij anguſtias adiget, ex quibus magnâ vi demum, quâ data porta, erumpens ejaculabitur plumbeum globulum.

Quod ſi aërem non comprimere, ſed diſtrahere atque dilatare libitum fuerit, eâdem ratione parandus eſt modiolus cum embolo, ac haſtulâ in helicem ſtriatâ, atque perforatâ, & cochleæ matrici inſerta, niſi quod valvulæ contrariam poſitionem exigunt; nam modioli valvula I intrà ipſum modiolum ſtatuenda eſt, ut adducto embolo aperiatur, & ex vaſe aër in modiolum attrahatur: Emboli verò valvula non ad S, ſed in H apponenda eſt, ut reducto embolo, aër in modiolum admiſſus exprimatur per tubulum SH, ſivè manu urgeatur truſillus, ſive cochlea convolvatur. Aërem autem, licèt valde compreſſum, magis etiam convolutâ cochleâ denſari, aut valde rarum magis adhuc dilatari manifeſtum eſt; id quod rectâ manûs impulſione aut attractione nequaquam fieri poſſet.

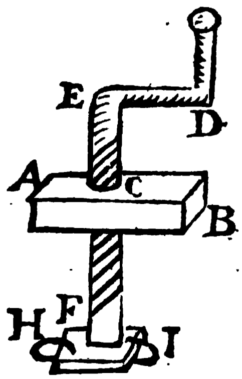
PROPOSITIO II.

Forcipum vires cochleâ augere.

DUplicem exerceri à forcipibus vim conſtat; altera eſt conſtringendo id, quod illis apprehenditur, & earum vis major aut minor ex eo æſtimatur, quod brachia longè à nodo, aut prope illum, arripiantur: altera vis eſt in extrahendo ali-

quid,

quid, ut clavum tabulæ aut parieti infixum; cum enim curva ſit forceps, qua parte clavum apprehendit, adnexum in ipſo flexu habet hypomochlium, & brachia inclinando, pro eorum longitudine, vis extrahendi exercetur quaſi per vectem. At aliquando opus eſt majore conatu, quàm ut ſolis forcipibus valeat potentia infixum clavum extrahere; momentum ſiquidem potentiæ pendet ex Ratione, quam habet diſtantia potentiæ ad diſtantiam clavi ab ipſo flexu, qui fungitur munere hypomochlij. Quare vis extrahendi major communicari poteſt ope cochleæ, ita tamen, ut forceps non exerceat munus vectis.



Paretur itaque valida & ſatis craſſa lamina chalybea AB, matricem cochleæ habens in C, & ſit cochlea FE, manubrium habens ED. Cochleæ verò extremitas in cylindrum deſinat, qui craſſioris laminæ HI foramini exquiſitè polito inſeratur, & in eo facillimè convolvi valeat. Cylindri extremitas infra laminam HI ita dilatetur, ut eandem laminam HI ſuſtineat, non tamen convolutionem impediat. Porrò laminæ HI adnexi ſint duo annuli ita conformati, ut forcipis brachia excipiant: nam ſi brachia in hujuſmodi annulos immittantur, ut hi proximi ſint nodo forcipis maximè dilatatæ, antequam apprehendat clavum extrahendum, poſtmodum conſtrictâ forcipe & clavum apprehendente, elevata lamina HI annulos ſecum rapiet, qui per forcipis brachia divaricata excurrentes demum validè illa conſtringent, nec ulteriùs excurrere poterunt. His paratis utrique extremitati AB ſubjiciantur fulcra (ſivè ſint tigillorum fruſta, ſivè quæcumque alia) inter ipſam laminam & planum, ex quo educendus eſt clavus, interjecta: Nam manubrio DE convoluta cochlea ita matricem AB applicabit fulcris, ut firmiſſimè cohæreant cum ſubjecto plano. Jam ſi pergas cochleam contorquere, hæc ſecum rapiet laminam HI, & adjectos annulos cum forcipe, & clavo, quem revellit.

Quod ſi fortè placuerit forcipem habere peculiarem huic inſtrumento aptandam, habeat in brachiorum extremitatibus

uncos aut annulos annulis H & I inſerendos aut connectendos, eâ tamen ratione diſpoſitos, ut dum lamina H I vi cochleæ trahitur, brachia ipſa ad ſe invicem accedendo forcipem conſtringant.

Unum præterea addendum, quod non levis eſt momenti, & aliàs quoque obſervari poterit. Contingere poteſt, ut omnibus modo dicto paratis, potentia ſe infirmiorem ſentiat, quàm ut valeat circumducto manubrio D E cochleam contorquere. Hoc igitur tibi remedium compara: longiorem vectem validis funiculis colliga cum manubrio D E, & vecte illo quaſi manubrio utens experieris pro Ratione longitudinis aucta momenta; amplior ſiquidem peripheria, quæ tunc à potentiâ deſcribitur, ad ſpirarum cochleæ intervallum habet Majorem Rationem.

Propositio III.

Numerum paſſuum aut rotæ converſionem metiri.

Hoc idem problema lib. 5. cap. 9. prop. 2. propoſitum eſt, & per rotulas dentatas ſingulis prioris rotæ converſionibus excipientes impulſionem ſingulorum dentium, in quos prominens paxillus incurrat, perfici poſſe indicatum eſt. Nunc aliam methodum indicare placet ex iis, quæ ſuperiore capite ſunt dicta de Cochleâ Infinitâ. Primam quidem rotulam, cui motus origo ineſt ex funiculi tractione, prout ibi dictum eſt, eandem ſtatue, & illius axis extremitas appoſito indice tot paſſus, aut tot rotæ converſiones indicabit, quot in dentes ipſa prima rotula diſtributa intelligitur. Hujus rotulæ axis in cochleam infinitam deformetur, cui ſua rotula dentata congruat; & ſingulis primæ rotulæ converſionibus ſinguli dentes ſecundæ promoventur: atque adeò quot dentes ſecundæ huic rotulæ inſunt, ut hæc integram converſionem perficiat, tot requiruntur prioris rotulæ converſiones. Similiter ſecundæ rotulæ axis in cochleam infinitam deformetur, & tertiam rotulam dentatam convertat, cujus axis pariter tertiam cochleam infinitam conſtituere poteſt, & quartam rotulam cum ſuo axe & indice convolvere. Singulorum axium extremitates in facie loculamenti adjecto indice ob oculos ponunt numerum revolutionum proximè

mè antecedentis rotulæ. Quapropter numerus à poſtremâ rotulâ indicatus multiplicandus eſt per numerum omnium dentium penultimæ rotulæ, & productus per numerum dentium antepenultimæ ducendus; atque iterum hunc productum per numerum omnium dentium antecedentis rotulæ multiplicare oportet, ut omnium paſſuum, aut converſionum rotæ currûs, numerus innoteſcat. Quare artificis induſtria in hoc requiritur, ut rotularum dentibus eos numeros ſtatuat, quorum rationem inire non ſit nimis operoſum.

Illud autem, commodum-ne dixeris? an incommodum? in cochlearum infinitarum complexione contingit neceſſariò, quod axes ſint in planis invicem rectis, ac proinde indices non in eâdem loculamenti facie conſtitui poſſunt: cum enim unuſquiſque axis ad planum ſui tympani dentati, cui infigitur, ſit rectus, ipſum verò tympanum ſit in eodem plano, in quo eſt cochlea infinita, à qua convertitur, manifeſtum eſt plana ipſa, in quibus ſunt axes, eſſe invicem recta, atque idcirco non ad eandem loculamenti faciem pertinere eorum indices.

PROPOSITIO IV.

Lunæ motum & phaſes in automato indicare.

QUæ communiter parantur automata horas indicantia, indicem habent horis duodecim perficientem integrum circuitum: quapropter lunæ motum, ejuſque ætatem ob oculos ponere cupiens, ſatis erit, ſi axem, cui horarum index inſeritur, in cochleam infinitam deformaveris, quæ convertat tympanum in dentes 59 diſtributum; axis enim tympani indicem convertens ætatem lunæ commonſtrabit in dexterâ, aut in ſiniſtrâ facie loculamenti, cui automatum includitur. Cum enim lunaris menſis Synodicus complectatur dies $29\frac{1}{2}$, index autem horarum ſemiſſem diei perficiat, erunt indicis hujus converſiones 59, dum ſemel index lunæ ſuam converſionem abſolvit. Si igitur index lunæ ſit lamina rotundum habens foramen propè indicis lingulam, per quod appareat pictus in ſubjectâ facie circulus centrum habens extra indicis centrum, adeò ut primâ die lunæ nihil illius circuli appareat, & die decima-

quintâ foramen integrum exhibeat ejuſdem circuli colorem, lunæ Phaſes à foramine, & ejus ætas à ſingulâ indicabuntur.

Quod ſi placuerit in eâdem facie, in qua deſcriptæ ſunt horæ, etiam lunæ phaſes & motum apparerere, oportebit axi indicis horarum aptatam rotulam denticulos habere ad perpendiculum infixos, qui curriculum, ſeu Vertebram ſtriatam convertant, ita ut vertebræ hujuſmodi una converſio planè iſochrona ſit uni converſioni indicis horarum. Curriculi autem axis in cochleam infinitam deformatus convertat tympanum in dentes 59 diſtinctum, quod collocetur faciei loculamenti parallelum; hujus ſiquidem converſio in eâdem loculamenti facie, in qua & horæ indicantur, repræſentabit lunæ phaſes.

At ſi fortaſſe volueris in eâdem Automati facie ita apparere horas & lunæ ætatem, ut proximè ſaltem indicetur, quotâ horâ accidat Novilunium aut Plenilunium, poſtquam ſemel juxta Ephemerides conciliaveris indices horarum & lunæ; non ſatis erit in dentes 59 diſtinxiſſe tympanum, cujus ſinguli dentes horis 12 promoveantur; ſiquidem menſis lunaris Synodicus complectitur dies 29, horas 12, minuta 44, hoc eſt ferè tres horæ quadrantes; atque adeò poſt duos menſes index lunæ indicaret Novilunium ſeſquihorâ citiùs, quàm par fuerit, & poſt annum index anteverteret verum Novilunium novem horis. Quare axi horas indicanti non eſſet copulandus axis cochleæ infinitæ, cujus tympanum aliam exigeret dentium multitudinem; ſed peculiaris axis ſtatuendus eſſet, cujus converſio ita temperaretur, ut horis undecim cum quadrante abſolveretur; tympanum verò, ex cujus converſione convolveretur index lunæ, diſtribuendum eſſet in dentes 63; hujus enim unica converſio reſponderet converſionibus 63 axis, cujus ſingulæ converſiones perficerentur horis $11\frac{1}{4}$: quapropter index lunæ ſuam converſionem abſolveret horis $708\frac{3}{4}$, hoc eſt diebus 29, horis 12, minutis 45. Eſſet igitur in ſingulis lunationibus paulò tardior non niſi uno minuto; ſed demum abſolutis duodecim lunationibus exiguum eſſet diſcrimen. Quod ſi rotulæ horas indicantis faciem interiorem in partes 16 diſtinxeris, & denticulos ad perpendiculum erexeris, qui Curriculum convertant, ita tamen, ut curriculus unâ converſione excipiat ſolùm quindecim denticulos, utique una curriculi converſio

perficietur

perficietur horis 11 $\frac{1}{4}$, hoc eſt $\frac{15}{16}$ horarum duodecim, ſeu horarum quadrantibus 45; qui per 63 multiplicati dant horæ quadrantes 2835, quot una lunatio complectitur.

PROPOSITIO V.

Pancratium ad onera Vecte attollenda opportunum conſtruere.

SÆpè contingit Vecte ſecundi generis attollendum eſſe aliquod onus, cui impar ſit potentia: idcirco præſtò eſſe poteſt inſtrumentum (cui Pancratio nomen fieri poſſe oſtendit vis ſatis magna) plures in alios uſus accommodatum, quod & facillimè quocumque in loco collocari valet, & quocumque transferri. Cochlea infinita cum ſuo tympano dentato congruente paretur: tympani axis ſit excavatus in tres aut quatuor ſtrias convenientes dentibus laminæ rectæ chalybeæ dentatæ ſatis ſolidæ, cujuſmodi illa eſt, quam lib. 5. cap. 6. exhibui. Nam ſi hæc includantur capſulæ paulò longiori, quàm ſit lamina illa dentata, & cochleæ axis extra loculamentum promineat, ut ei aptari poſſit manubrium; ex Cochleæ converſione volvitur tympanum, & unà cum illo ejuſdem axis ſtriatus, qui dentes laminæ chalybeæ ſubiens illam elevat. Et quoniam hujus laminæ caput ſinuatum ſubjicitur vecti, etiam vectis attollitur, & cum eo pondus. Quanta ſit cochleæ infinitæ cum ſuo tympano & axe vis ad elevandam laminam, conſtat ex dictis: Componenda eſt autem hæc Ratio cum Ratione Vectis, ut habeatur momentum Potentiæ manubrio applicatæ comparatæ cum onere.

FINIS.

MAR 15 1921

UNIVERSITY OF MICHIGAN
3 9015 06924 8436
B 448779